



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PARNAÍBA
LICENCIATURA EM FÍSICA

JOSÉ ORLANDO DOS SANTOS MIRANDA

**UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL DE ONDAS EM CORDAS
UTILIZANDO A PLATAFORMA ARDUINO**

PARNAÍBA, PIAUÍ

2019

JOSÉ ORLANDO DOS SANTOS MIRANDA

UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL DE ONDAS EM CORDAS UTILIZANDO A
PLATAFORMA ARDUINO

Trabalho de conclusão de curso apresentado
ao Instituto Federal de Educação, Ciência
e Tecnologia do Piauí – *Campus* Parnaíba,
como requisito para obtenção do título de
licenciado em Física.

Orientador: Prof. Me. Itamar Vieira de
Sousa Júnior

PARNAÍBA, PIAUÍ

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Miranda, José Orlando dos Santos

M672a Uma abordagem experimental de ondas em cordas utilizando a Plataforma Arduino / José Orlando dos Santos Miranda. - 2019.
69 f.: il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) - Instituto Federal do Piauí, Campus Parnaíba, 2019.

Orientador : Prof Me. Itamar Vieira de Sousa Júnior .

1. Física - ensino. 2. Ondas mecânicas . 3. Plataforma Arduino. I.Título.

CDD - 530

Elaborado por Micheline Angélica Aragão Gouveia CRB 3/1244

JOSÉ ORLANDO DOS SANTOS MIRANDA

UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL DE ONDAS EM CORDAS UTILIZANDO A
PLATAFORMA ARDUINO

Trabalho de conclusão de curso apresentado
ao Instituto Federal de Educação, Ciência
e Tecnologia do Piauí – *Campus* Parnaíba,
como requisito para obtenção do título de
licenciado em Física.

Aprovado pela banca examinadora em _____.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Me. Itamar Vieira de Sousa Júnior

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI

Prof. Dr. Alexandro das Chagas de Sousa Nascimento

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI

Prof. Me. Francisco Ronan Viana Araújo

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI

PARNAÍBA, PIAUÍ

2019

Dedico este trabalho à minha avó Constantina (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Itamar Júnior, pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho. Sem ele o mesmo não teria sido concluído.

À instituição pelo ambiente criativo e amigável que proporciona.

À minha família e amigos, que nos momentos de minha ausência dedicados ao estudo superior, sempre fizeram entender que o futuro é feito a partir da constante dedicação no presente.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, meu muito obrigado.

“O que pode ser mais comovente que olhar para uma galáxia distante através de um telescópio de 2,5 metros, ter nas mãos um fóssil de 100 milhões de anos ou uma ferramenta de pedra de 500 mil anos, ver-se diante do imenso abismo temporal e espacial que é o Grand Canyon ou ouvir um cientista que ficou, sem pestanejar, cara a cara com a criação do universo? Isso é a profunda e sagrada ciência.”
(Michael Shermer)

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um aparato experimental para o estudo de ondas em cordas utilizando a Plataforma Arduino. É feita uma revisão bibliográfica a respeito do Ensino de Física no Brasil onde dá-se ênfase à abordagem experimental como mediadora do processo de ensino aprendizagem. No que se refere ao ensino de ondulatória, ampara-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) como um conteúdo obrigatório tanto no ensino médio quanto no fundamental, respeitado o nível de ensino. Nesse contexto, são encontrados diversos trabalhos cujo objetivo é a melhoria do ensino desse conteúdo por meio da abordagem experimental. É feito uma revisão do uso do Arduino como uma ferramenta de ensino nos últimos anos. Para compreensão do desenvolvimento do aparato experimental, abordou-se conceitos e equações relacionadas com o conteúdo de ondas mecânicas. O aparato aqui desenvolvido é semelhante a um braço de violão. Uma corda de nylon é tensionada e posta a vibrar. O valor da força de tensão é medida por uma célula de carga e a onda sonora emitida é captada por um sensor de som. A análise dessa onda sonora emitida é feita pelo Software SciDAVis: é feita a construção da forma da onda e aplicação de uma FFT (*Fast Fourier Transform* - Transformada rápida de Fourier). Antes da análise da forma de onda emitida pela corda, é feita a calibração do sistema: a célula de carga é calibrada a partir de um valor de peso conhecido e o sensor de som capta uma onda sonora sinusoidal emitida por um gerador de áudio que permite escolher a frequência dessa onda. No sinal captado é aplicado a FFT e obtido a mesma frequência informada pelo gerador de áudio comprovando a fidedignidade do sistema. Da construção do sinal sonoro emitido pela corda obteve-se uma forma de onda composta pela superposição de ondas harmônicas e a aplicação da FFT nesse sinal resultou na obtenção de um espectro de frequências cujos valores são múltiplos da frequência fundamental. Este trabalho contribui para o ensino de ondulatória por meio da proposta experimental, bem como para o incentivo da utilização da plataforma Arduino no ensino desse conteúdo.

Palavras-chaves: Frequência; Tensão; Ondulatória; Ensino de Física; Arduino;

ABSTRACT

This work aims to develop an experimental apparatus for the study of waves in strings using the Arduino Platform. A bibliographic review is made about Physics Education in Brazil, where emphasis is placed on the experimental approach as a mediator of the teaching-learning process. Regarding the teaching of waves, it relies on the National Common Curricular Base (BNCC) and on the National Curriculum Parameters (PCNs) as a mandatory content both in secondary and fundamental education, respecting the level of education. In this context, several works are found whose objective is to improve the teaching of this content through the experimental approach. A review is made of the use of Arduino as a teaching tool in recent years. To understand the development of the experimental apparatus, concepts and equations related to the content of mechanical waves were approached. The apparatus developed here is similar to a guitar arm. A nylon string is tensioned and vibrated. The value of the tension force is measured by a load cell and the sound wave emitted is captured by a sound sensor. The analysis of this emitted sound wave is made by the SciDAVis Software: the construction of the formed wave is made and the application of a FFT (Fast Fourier Transform). Before analyzing the waveform emitted by the string, the system is calibrated: the load cell is calibrated from a known weight value and the sound sensor captures a sinusoidal sound wave emitted by an audio generator that allows choosing the frequency of that wave. In the signal received, FFT is applied and the same frequency reported by the audio generator is obtained, proving the reliability of the system. From the construction of the sound signal emitted by the string, a wave shape was obtained composed of the superposition of harmonic waves and the application of FFT in this signal resulted in obtaining a frequency spectrum whose values are multiples of the fundamental frequency. This work contributes to the teaching of waves by means of the experimental proposal, as well as to encourage the use of the Arduino platform to teach this content.

Key-words: Frequency; Tension; Wave; Physics teaching; Arduino;

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Disponibilidade de laboratórios de ciências nas escolas brasileiras conforme a dependência administrativa segundo o Censo Escolar da Educação Básica de 2018. Fonte: Adaptado de INEP (2019).	22
Figura 2 – Principais componentes da placa Arduino Mega 2560 utilizada neste trabalho. Fonte: Site embarcados.com	24
Figura 3 – Representação da vista lateral de uma onda na superfície da água. Fonte: Autoria Própria.	26
Figura 4 – Perturbação Ondulatória com velocidade v para direita. Fonte: Autoria própria.	28
Figura 5 – Elemento de massa Δm de uma corda oscilando perpendicularmente. Fonte: Autoria própria.	30
Figura 6 – Em cima: Onda transversal propagando-se para direita. Em baixo: Onda transversal propagando-se para esquerda. Fonte: Autoria própria.	33
Figura 7 – Onda resultante da superposição das ondas apresentadas na figura anterior. Fonte: Autoria própria.	34
Figura 8 – Os primeiros modos normais de vibração de uma onda em uma corda. Fonte: Autoria própria.	35
Figura 9 – Exemplos de ondas Harmônicas. Fonte: Autoria própria.	39
Figura 10 – Os primeiros modos normais de vibração de uma onda em uma corda. Fonte: Autoria própria.	39
Figura 11 – Aplicação de FFT na onda da figura 10 utilizando o Software livre de análise de dados SciDAVis. A linha vermelha delimitada pelo círculo amarelo destaca frequência do maior pico. Fonte: Autoria própria.	40
Figura 12 – Aparato experimental completo proposto neste trabalho. Fonte: Autoria própria.	42
Figura 13 – Célula de carga de 20kg utilizada para a medição da tensão na corda. Fonte: Autoria própria.	43
Figura 14 – Módulo conversor e amplificador HX711 de 24 bits, utilizado para amplificar o sinal da célula de carga, fazendo a interligação entre essa célula e a placa Arduino Nano. Fonte: Autoria Própria.	44
Figura 15 – Diagrama do processo de medição da tensão na corda. Fonte: Autoria Própria.	44
Figura 16 – Amplificador de Microfone Eletreto - MAX4466 com Ganho Ajustável. Fonte: Autoria própria.	45
Figura 17 – Descrição dos componentes internos do módulo. Fonte: HX711 Datasheet. Disponível em: www.alldatasheet.com/view.jsp?Searchword=HX711	46

Figura 18 – Fluxograma do algoritmo para calibração da célula de carga. Fonte: Autoria Própria.	47
Figura 19 – Gráfico a força em função do tempo para uma corda SI <i>Nylon</i> de violão. Fonte: Autoria Própria.	47
Figura 20 – Gráfico a força em função do tempo para uma corda SI aço de violão. Fonte: Autoria Própria.	48
Figura 21 – Esquema do Circuito integrado do amplificador. Fonte: MAX4466 Datasheet. Disponível em: https://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/460080/MAXIM/MAX4466.html	48
Figura 22 – Aparato utilizado para testes do módulo sensor de som. A placa Arduíno Mega já está carregada com o Sketch e ligada em uma fonte de alimentação. Fonte: Autoria Própria.	49
Figura 23 – Comparação das duas ondas quadradas obtidas, a primeira com a função <i>analogRead()</i> e a segunda sem essa função. Note que há uma redução do período da onda. Essa redução foi muito grande, impedindo de colocar as duas ondas na mesma escala.	50
Figura 24 – Reconstrução da forma de onda enviada a diferentes taxas de comunicação serial.	51
Figura 25 – Comparação da reconstrução da forma de onda enviada a diferentes taxas de comunicação serial.	51
Figura 26 – Tela do osciloscópio mostrando o monitoramento estado de um pino a diferentes taxas de comunicação serial. Os períodos encontrados foram 10 ms, 1,72 ms, 1,36 ms e 540 μ s respectivamente para cada taxa. . . .	52
Figura 27 – Conversão dos AD dos dados armazenados em <i>buffer</i> . Cada bloco separado corresponde a uma quantidade de 4000 pontos armazenados. .	52
Figura 28 – Aplicação de FFT na onda da figura 27b. A frequência obtida coincide com a informada pelo gerador de áudio (500 Hz). Fonte: Autoria própria.	53
Figura 29 – Conversão AD da forma da onda sonora emitida pela corda Si <i>nylon</i> afinada e com a tensão coletada na célula de carga no valor de 5,2 Kgf.	54
Figura 30 – Conversão AD da forma da onda sonora emitida pela corda Si aço afinada e com a tensão coletada na célula de carga no valor de 7,4 Kgf.	54
Figura 31 – Conversão AD da forma da onda sonora emitida pela corda Mi <i>nylon</i> afinada e com a tensão coletada na célula de carga no valor de 7,8 Kgf.	55
Figura 32 – Conversão AD da forma da onda sonora emitida pela corda Mi aço afinada e com a tensão coletada na célula de carga no valor de 9,2 Kgf.	55
Figura 33 – Aplicação de FFT nas ondas emitidas pelas cordas Si aço e Si <i>nylon</i> afinadas. Cada pico está acompanhado do valor de frequência correspondente.	56

Figura 34 – Aplicação de FFT nas ondas emitidas pelas cordas Mi aço e Mi <i>nylon</i> afinadas. Cada pico está acompanhado do valor de frequência correspondente.	57
Figura 35 – Bloco preso em uma mola e apoiado em uma superfície horizontal sem atrito. Fonte: Blog Os fundamentos da Física.	63

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADC:	Analog-Digital Converter (Conversor Analógico-Digital).
AVA:	Ambiente Virtual de Aprendizagem.
BNCC:	Base Nacional Comum Curricular.
EDP:	Equação diferencial parcial.
FFT:	Fast Fourier Transform (Transformada Rápida de Fourier).
IDE:	Integrated Development Environment (Ambiente de desenvolvimento integrado).
IFPI:	Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Piauí.
LDB:	Lei de Diretrizes e Bases da Educação.
LDR:	Light Dependent Resistor (Resistor dependente de luz).
MNPEF:	Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física.
PCNs:	Parâmetros Nacionais Curriculares.
TICs:	Tecnologias da informação e comunicação.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Estado da Arte	15
1.2	OBJETIVOS	16
1.2.1	Objetivo Geral	16
1.2.2	Objetivos Específicos	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	Ensino de Física no Brasil	17
2.1.1	Ensino de Ondulatória	19
2.2	Laboratório didático no Ensino	21
2.3	Arduino e seu uso como ferramenta de ensino	22
2.3.1	Hardware do Arduino	23
2.3.2	Software do Arduino	24
2.3.3	O Arduino no ensino de Física	25
2.4	Movimento Ondulatório	25
2.5	Equação de ondas unidimensionais	27
2.6	Equação das cordas vibrantes	30
2.6.1	Ondas Estacionárias e os modos normais de vibração	33
2.7	O som	36
2.8	Transformada Rápida de Fourier	40
3	METODOLOGIA	42
3.1	Descrição do aparato experimental	42
3.1.1	Etapa 1: A Célula de Carga utilizada para a medição da tensão na corda	43
3.1.2	Etapa 2: O sensor de som para medição da frequência da onda na corda	44
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	46
4.1	Calibração do Sistema	46
4.1.1	Célula de carga - Medição de Força	46
4.1.2	Módulo Sensor de som	48
4.1.3	Captura de Sinal no Arduino	49
4.1.4	Impacto da Comunicação Serial	50
4.2	A forma de onda emitida pela corda	53
5	CONCLUSÃO	58

REFERÊNCIAS	59
APÊNDICES	62
APÊNDICE A – O OSCILADOR HARMÔNICO SIMPLES .	63
ANEXOS	64
ANEXO A – CÓDIGO CALIBRAÇÃO DA CÉLULA DE CARGA	65
ANEXO B – SKETCH PARA AQUISIÇÃO DO SINAL SONORO COM TAXA DE AMOSTRAGEM DE 38,4 KHZ	67

1 INTRODUÇÃO

Os fenômenos ondulatórios estão presentes em nossa vida cotidiana nas mais variadas formas. O modo como percebemos o ambiente a nossa volta depende de tais fenômenos. Os sentidos da visão e audição, que nos permitem ver e ouvir, são efetivados por meio da captura de ondas eletromagnéticas e mecânicas pelos órgãos do corpo humano responsáveis por esses sentidos. Além disso, praticamente toda tecnologia que utilizamos atualmente depende da compreensão de tais fenômenos.

Nesse sentido, a formação de cidadãos capazes de compreender o mundo atual depende de uma educação que possibilite a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos (BRASIL, 2015), mostra-se a importância do estudo da ondulatória no ensino básico.

A Física tal conhecemos hoje é composta por leis, teorias e princípios. Todos esses elementos, para terem valor de conhecimento científico, devem ser condizentes com a natureza, ou seja, estarem em acordo com a experimentação. Diversos autores afirmam que esse caráter experimental foi introduzido na ciência como um todo pelo chamado Método Científico criado por a Galileu Galilei (1564 - 1642), um físico, matemático, astrônomo e filósofo florentino (ZYLBERSZTAJN, 1988). Ao observar as manchas solares, os satélites de Júpiter e as montanhas e crateras da Lua, Galileu destruiu a astronomia aristotélica que defendia a perfeição dos corpos celestes, e era pensada num universo perfeito, finito e fechado. Assim, mostrou que a perfeição dos corpos celestes não deveria ser levada em consideração pelos astrônomos pois isso não condiz com a realidade.

Nota-se então que a experimentação é parte indissociável da Física e com o Ensino de Física não deve ser diferente. No Brasil, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 2015) traz como uma das finalidades do ensino médio a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

Têm-se também os Parâmetros Nacionais Curriculares (PCNs) para o ensino médio onde, além de outras normas, são apresentadas uma série de habilidades e competências a serem desenvolvidas pelo aluno no ensino médio, dentre elas, a capacidade de interpretar e criticar resultados a partir de experimentos e demonstrações. Para a disciplina da Física, os PCNs colocam a experimentação como uma forma de o aluno desenvolver a capacidade de investigação física, de classificar, organizar, sistematizar, identificar regularidades, observar, estimar ordens de grandeza, compreender o conceito de medir, fazer hipóteses, testar (BRASIL, 2000).

Dessa forma, é esperado que, durante o seu progresso escolar no ensino médio, o

aluno tenha contato pelo menos uma vez com atividades experimentais. Além de ter base na LDB e nos PCNs, o uso de práticas experimentais no ensino é defendido por diversas teorias da educação tais como a aprendizagem significativa de Ausubel (1993), o método didático de Libâneo (2017) e o desenvolvimento cognitivo proposto por Vygotsky et al. (2008).

1.1 ESTADO DA ARTE

Assim, dada essa relevância de práticas experimentais na Física e no ensino de Física, podem-se encontrar atualmente incontáveis trabalhos onde usa-se determinado experimento para o estudo e/ou ensino de determinado princípio ou lei da Física.

Dentre esses trabalhos está o intitulado Desenvolvimento de um Kit Experimental com Arduíno para o Ensino de Física Moderna no Ensino Médio de Silveira (2016) do Mestrado Nacional Profissional do Ensino de Física (MNPEF), onde foi criado um pacote experimental, de baixo custo, para demonstrar qualitativamente o efeito fotoelétrico e as propriedades elétricas do plasma.

Também do MNPEF, o trabalho Ensino de Óptica Ondulatória com Experimentos de Aquisição Automática de Dados Via Microcontrolador Arduino com *Python*, de autoria de Rôxo (2019), criou um experimento que permite a varredura das intensidades de luz de padrões de difração/interferência obtidos pela passagem de um feixe luminoso através de uma, duas ou mais fendas com auxílio de um sensor LDR (*Light Dependent Resistor*).

Note que nas duas produções científicas supracitadas foi utilizado o Arduino que consiste em uma plataforma de microcontrolador de código aberto e linguagem padrão baseada em C/C++ e em softwares e hardwares livres, permitindo seu uso como gerenciador automatizado de dispositivos de aquisição de dados de sensores de entrada e de saída. O ambiente de desenvolvimento integrado do Arduino é uma aplicação *cross-plataform* escrita em Java, o que significa que ela é portátil para diversos sistemas operacionais. A placa Arduino pode ser alimentada por uma fonte USB e opera, juntamente com os demais circuitos, com tensões entre 5 e 3,3 volts.

Já o trabalho de Catelli e Mussato (2013) propõe a construção de um dispositivo de medição direta da tensão em uma corda que está emitindo determinada frequência correspondente a determinada nota musical em instrumentos musicais de corda. Esse dispositivo consiste em uma corda de comprimento fixo presa em uma de suas extremidades a uma balança de mola analógica (Dinamômetro) e em um *smartphone* com aplicativo que identifica a frequência emitida. Apesar de quantizar a tensão na corda, não é trazida uma análise experimental da relação dessa tensão com as demais grandezas envolvidas onde seria possível a verificação das equações físicas expostas.

Diversos outros trabalhos tem essa limitação de não estudar todas as grandezas

envolvidas no fenômeno ondulatório de ondas em cordas, detendo-se às análises qualitativas ou na medição de apenas um aspecto.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem o objetivo de desenvolver um aparato experimental utilizando a plataforma Arduino para o estudo de ondas em cordas.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Utilizar um sensor de carga para determinar o valor da tensão em uma corda vibrante;
- Analisar a frequência emitida pela corda a partir de um sensor de som (microfone);
- Analisar o comportamento da frequência do som emitido a partir da variação do comprimento, do diâmetro e da densidade linear da corda.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 ENSINO DE FÍSICA NO BRASIL

No que se refere à educação das massas populares, no início do século XIX houve iniciativa do governo imperial e do governo das províncias de organizar a educação sob a guarda do poder público. Por volta de 1890, o ideário iluminista republicano influenciou a criação das primeiras escolas primárias do país na forma de grupos escolares. Em 1930 instaura-se e defini-se, por meio de regulamentação de âmbito nacional, as escolas superiores, secundárias e primárias, incorporando crescentemente o ideário pedagógico renovador. Em 1961 houve a unificação da regulamentação da educação pública com o ensino privado, chegando até os dias atuais (SAVIANI, 2008).

Atualmente a lei que regula e institui as bases da educação nacional é a de número 9394 de 20 de dezembro de 1996 - LDB (BRASIL, 2015). A educação é dividida em Básica, superior e ensino técnico. A Educação Básica é de caráter obrigatório e é dividida em Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio.

O ensino de Física surge juntamente com o ensino de ciências: o período que se segue à segunda guerra mundial houve uma preocupação com o desenvolvimento tecnológico do país e, portanto, com o desenvolvimento científico. A partir de 1960, a Física já fazia parte dos currículos escolares brasileiros por meio de um programa oficial para o ensino de ciências estabelecido pelo Ministério da Educação (NASCIMENTO; FERNANDES; MENDONÇA, 2010). A LDB e a BNCC instituem o ensino de Física na disciplina de Ciências no Ensino fundamental e no Ensino Médio como uma disciplina separada, fazendo parte da área das ciências da natureza e suas tecnologias.

Partindo para uma análise geral da importância do ensino de Física vê-se como um instrumento de possibilitar o acesso dos jovens brasileiros às verdades científicas desse campo da ciência, bem como oportunizar o desenvolvimento de um comportamento crítico no pensar e no agir.

No entanto, diversos autores colocam em discussão o método em que o ensino de Física é dado em sala de aula na grande maioria das escolas brasileiras atualmente: as leis físicas são apresentadas como um pacote de fórmulas em que se aplicam a exemplos abstratos e idealizados de uma forma a marginalizar a experimentação real; a avaliação é como uma cópia similar dos exercícios resolvidos em sala de aula ou fora da mesma; deixa-se a entender que é mais importante aprender os exemplos em que as leis físicas são aplicadas do que aplicar essas leis para ver como elas funcionam na natureza (VILLANI, 1984).

A partir dessa visão nota-se a importância da prática experimental no ensino de Física, pois não a coloca como um complemento alternativo, mas como uma parte necessária da própria disciplina para sua efetivação como ensino de Ciência. Cabe citar também que não existe incentivo ao desenvolvimento de tecnologias por meio do Ensino de Física sem que este apresente um caráter experimental, já que o desenvolvimento de tecnologias dá-se por meios experimentais. Dada a sua relevância também na efetivação do aprendizado em sala de aula, o uso de práticas experimentais no ensino é defendido por diversas teorias pedagógicas tais como a aprendizagem significativa de Ausubel (1993), o método didático de Libâneo (2017) e o desenvolvimento cognitivo proposto por Vygotsky et al. (2008).

Porém, atualmente, o número de formados bacharéis e licenciados na área da Física é muito baixo em relação às demais disciplinas. Há então uma carência desses profissionais em escolas de nível médio, principalmente aquelas de cidades do interior, fazendo com que muitas vezes os gestores dessas escolas coloquem professores de outras áreas para ministrar a disciplina de Física (OLIVEIRA; BARROS; ARAÚJO, 2012). Assim, nessa situação, o professor responsável pela disciplina de Física não tem familiaridade com procedimentos experimentais pois eles não fizeram parte de sua formação, o que dificulta a realização de experimentos em sala, pois são necessários conhecimentos experimentais prévios como medição, erro de medida, desvio padrão, bem como o manuseio do próprio experimento.

Outro fator relevante na realização de atividades experimentais no Ensino de Física no Brasil atualmente é o Espaço e a disponibilização de materiais. A precarização de material de escolas públicas no país dificulta a possibilidade de criação de espaços próprios para a realização de experimentos e laboratórios didáticos, pois os poucos recursos existentes são prioritariamente aplicados para manter o funcionamento básico da própria escola com sala de aulas convencionais, salas para a gestão, banheiros, dentre outros (PIZZI; ARAUJO; MELO, 2012).

É importante destacar que existem atividades experimentais em que essa limitação pode ser contornada. São aquelas simples, de fácil realização e com materiais de baixo custo. Porém, quando se pretende realizar uma verificação experimental mais precisa de determinada Lei Física, esse tipo de atividade não é o mais indicado dependendo da complexidade dessa lei Física. Por exemplo, quando o objetivo é mostrar que existe atração ou repulsão entre corpos eletrizados, um simples experimento de atritamento entre dois objetos pode ser usado. No entanto, se o objetivo é mostrar que essa força de repulsão ou atração é tanto menor quanto maior o quadrado da distância entre esses dois corpos é necessário um aparato experimental bem elaborado, instrumentos de medição e um ambiente adequado.

2.1.1 Ensino de Ondulatória

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) institui três unidades temáticas para o Ensino Fundamental na disciplina de Ciências:

1. Matéria e energia;
2. Vida e evolução.

O ensino de Ondulatória é colocado indiretamente na unidade Vida e evolução: no segundo ano por meio do estudo das variáveis que influenciam na produção de som e no nono ano por meio do estudo dos principais fenômenos envolvidos no uso tecnológico das radiações eletromagnéticas (BRASIL, 2018).

Para o ensino médio os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), juntamente com a BNCC, assentam o ensino de Ondulatória na área de ciências da natureza e suas tecnologias na disciplina de Física (BRASIL, 2000).

O ensino de Ondulatória nessas duas etapas da educação básica se justifica no fato de que em uma grande quantidade de fenômenos naturais no cotidiano estão envolvidos os movimentos ondulatórios. Dois dos sentidos humanos, a visão e a audição, utilizam ondas no seu funcionamento e, para compreendê-los de forma eficaz, é necessário entender os conceitos básicos da ondulatória. Bem como para entender a natureza de fenômenos ópticos é necessário compreender o comportamento ondulatório da luz. O principal elemento na música é o som: uma onda mecânica. Como consequência diversos parâmetros da música podem ser compreendidos por meio do ensino de ondas. Nesse contexto, Pereira (2015) apresenta um estudo sobre o ensino de Física através do uso do violão, com a proposta e o objetivo de fazer, através do uso de um computador, de um software de manipulação de som (o *Audacity*) e de um software de manipulação de dados numéricos (o *Origin 8.0*), uma análise de todas as características fisiológicas do som do violão.

Vale destacar também que o ensino de ondulatória proporciona a desmitificação a respeito de alguns fenômenos físicos como o das miragens, do arco-íris e do eco, explicados pela refração e reflexão das ondas eletromagnéticas e sonoras. Essa é uma característica da própria Ciência de propiciar uma evolução intelectual por meio do afastamento do senso comum e de crenças alógicas à respeito da natureza (DAWKINS, 2006).

Pode-se observar, por exemplo, o avanço científico e tecnológico alcançado pela física ondulatória na comunicação com a transmissão e recepção de ondas eletromagnéticas. Atualmente existe a transmissão dessas ondas por meio de comunicações por satélites. O processo envolvido é semelhante à comunicação sonora humana: a informação é transmitida através de uma fonte na forma de um sinal ondulatório e chega até um aparelho capaz de decodificar e interpretar esse sinal. No caso da comunicação humana o aparelho auditivo

tem essa capacidade com as ondas sonoras. Comunicações por satélites são utilizadas para a televisão, telefone, rádio, internet e aplicações militares.

A ondulatória também teve um papel importante no avanço da medicina. Atualmente o diagnóstico de doenças está sendo efetuados através de aparelhos sofisticados, que fornecem os seus resultados por imagens formadas através da emissão de raios, compostos por ondas eletromagnéticas. Além do diagnóstico, há também o tratamento da radioterapia, no qual se utiliza radiação ionizante para destruir, eliminar ou impedir que as células de um tumor aumentem seu tamanho.

Verificada a importância científica e tecnológica do ensino da Ondulatória na Educação Básica, existem diversas propostas com o objetivo de facilitar seu aprendizado. Há trabalhos em que se utilizam como ferramenta as tecnologias da informação e comunicação (TICs) como ferramentas de ensino como por exemplo a proposta apresentada por Diogo e Gobara (2007) em que se utiliza a plataforma Moodle, um ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), para propor desafios ao aluno cuja solução exige o entendimento de conceitos de ondas. O trabalho de Costa et al. (2012) propõe uma visão experimental de ondas eletromagnéticas por meio da interferência provocada por aparelhos celulares quando estão em chamadas e são aproximados de outros equipamentos eletrônicos.

As simulações computacionais experimentos de ondulatória também vem sendo indicadas por diversos trabalhos. O trabalho de Neumann e Barroso (2005) desenvolve um material de simulação para ser usado através da internet por estudantes do ensino médio na forma de exercícios interativos com o objetivo de ilustrar, através de simulações, o tópico de oscilações harmônicas simples, amortecidas e forçadas, conteúdo dificilmente apresentado nesse nível de ensino.

Destaca-se que um fenômeno físico real é influenciado por diversos fatores externos que o levam a um certo grau de complexidade e as simulações computacionais são sempre baseadas em modelos que contêm simplificações e aproximações da realidade (MEDEIROS; MEDEIROS, 2002). Isso não significa que as simulações computacionais não deveriam ser utilizadas no ensino de ondulatória, significa que deve-se tomar cuidado com as simulações, levando em conta sua capacidade de descrever de forma mais fiel possível a realidade.

Propostas de ensino de tópicos de Ondulatória utilizando experimentos confeccionados com materiais de baixo custo também são comumente encontrados na literatura atual. Um exemplo é o trabalho de Lourenço e Sarmiento (2017) que desenvolve e disponibiliza um roteiro experimental para a criação de um Tubo de Rubens como uma forma de auxílio para o ensino de Ondas.

Há também uma gama de propostas de sequências didáticas para aulas de Ondulatória em que são elaboradas práticas experimentais com materiais de baixo custo acompanhadas de roteiros onde é apresentada a forma de se trabalhar a aplicação dos

experimentos de modo a despertar o interesse dos alunos por meio do levantamento de hipóteses a cerca do conteúdo envolvido.

É o caso do trabalho de Berti (2012), onde sugere-se dez atividades experimentais com materiais de baixo custo, como molas, CDs, caixas de papelão, tubos de plástico, todos acompanhados de um roteiro que inclui a montagem e a forma de se aplicar cada atividade em sala de aula. Uma das atividades consiste no ensino do conceito de ondas longitudinais e transversais por meio de uma mola maluca ou espiral de caderno.

2.2 LABORATÓRIO DIDÁTICO NO ENSINO

Voltando à discussão acerca da eficiência da abordagem experimental no ensino de Física e ciências em geral, diversos autores estão de acordo que a experimentação desenvolve as capacidades de compreensão de um problema, simplificação e modelagem do problema, formulação de hipóteses, proposição metodológica, verificação de hipóteses, realização de medidas, análises de dados, elaboração de conclusões, dentre outras (GIANI, 2010).

Todas essas vantagens podem ser obtidas por meio da utilização de Laboratórios Didáticos que, para o ensino das Ciências, têm o objetivo de verificar leis e teorias científicas, ensinar o método científico, facilitar a aprendizagem e compreensão de conceitos e ensinar habilidades práticas (BORGES, 2002).

A análise qualitativa feita por Laburú (2016) buscava analisar as respostas de professores de Física do Ensino Médio quando questionados sobre o motivo da escolha de determinados experimentos a serem utilizadas na explicação de um conteúdo. As respostas obtidas foram separadas em quatro categorias: motivacional, funcional, instrucional e epistemológica. A primeira categoria mostra o anseio dos professores com aspectos diretamente relacionados à motivação que a atividade prática pode gerar. A segunda categoria mostra que os professores buscam uma otimização da parte física do experimento e do tempo de realização. A terceira e a quarta categoria destacam que os professores compartilham a ideia de que as atividades experimentais no ensino tem a capacidade de provar as teorias e equações matemáticas explanadas em sala de aula.

Dessa forma, fica claro que a presença de Laboratórios didáticos nas escolas de educação básica é grandemente necessária.

No entanto, o Censo Escolar da Educação Básica de 2018 registra que das mais de 128 mil escolas brasileiras que oferecem o ensino fundamental, o Laboratório de Ciências está presente em apenas 11,5%. Destas, mais de 70% estão na rede pública municipal de ensino. Por outro lado, das 28.673 mil instituições que ofertam o ensino médio, sendo 19.611 da rede pública estadual, o Laboratório de Ciências está presente em 44,1%, correspondendo a menos da metade das instituições (ESCOLAR, 2018).

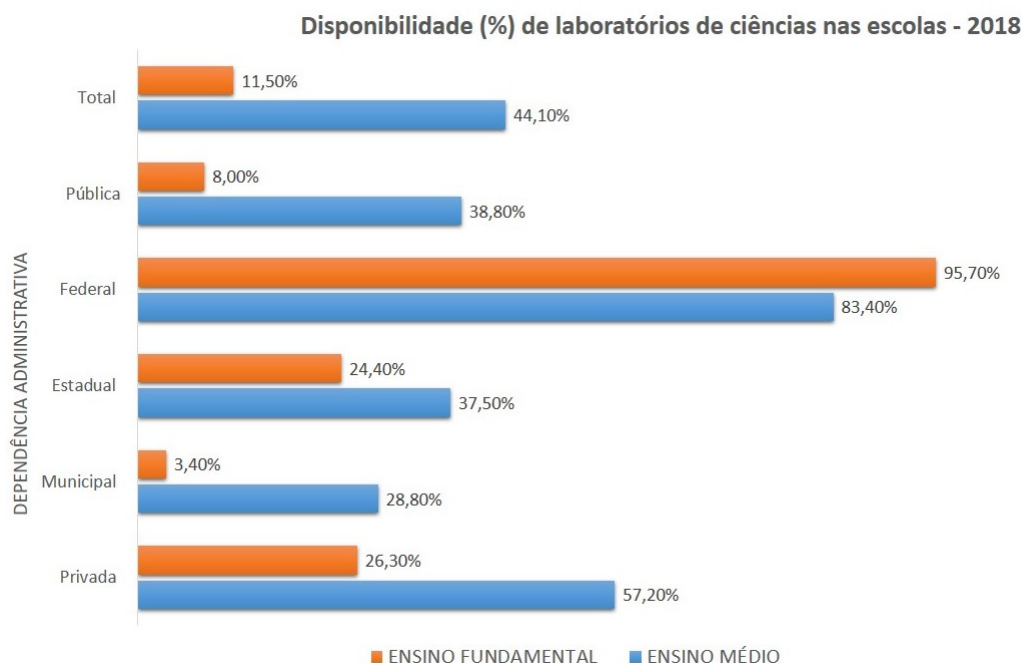


Figura 1 – Disponibilidade de laboratórios de ciências nas escolas brasileiras conforme a dependência administrativa segundo o Censo Escolar da Educação Básica de 2018. Fonte: Adaptado de INEP (2019).

Dos 7,7 milhões de matrículas no ensino médio e 27,1 milhões do ensino fundamental, 55,9% e 88,5%, respectivamente, dos matriculados estudam em escolas sem laboratório de ciências.

Esses dados revelam ainda que as escolas brasileiras possuem elevada deficiência no quesito infraestrutura, principalmente no que diz respeito à presença de Laboratórios de Ciências. Nota-se então que há, em muitas escolas da Educação Básica, a necessidade de que, além de cobrar o governo, o professor desenvolva atividades experimentais sem contar com o Laboratório Didático.

2.3 ARDUINO E SEU USO COMO FERRAMENTA DE ENSINO

A principal peça de hardware utilizada neste trabalho é a plataforma Arduino. O Arduino é uma plataforma eletrônica de código aberto baseada em hardware e software fáceis de usar (ARDUINO, 2019). Essa ferramenta oferece subsídios para que profissionais e amadores desenvolvam projetos de forma bastante flexível. Então, o Arduino é utilizado por designers, artistas, estudantes, engenheiros, pesquisadores, entre outros. São comuns projetos de inovação em música, jogos, brinquedos, automação residencial, robótica e educação.

Costa e Vitorino (2019) propõem o desenvolvimento de um Controlador MIDI tendo como base um microcontrolador Arduino Pro Micro. Um controlador MIDI é um dispositivo que permite que computadores e outros hardwares se comuniquem com

instrumentos musicais permitindo o monitoramento dos parâmetros da música como altura tonal, volume e timbre.

A criação de jogos digitais para fins educativos ou de entretenimento também tem sido um dos usos da plataforma Arduino. Tem-se como exemplo o artigo de Azevedo e Sarinho (2018), onde foi desenvolvido uma proposta de conjunto de hardware e software que define um padrão para a criação de jogos, de perguntas e respostas, na plataforma Arduino. A esse conjunto os autores deram o nome de Quizduino. A comunicação com o jogador é feita em uma tela LCD onde são recebidos os dados do Arduino.

Silva e Riveros (2013) desenvolveram um brinquedo controlado por um dispositivo móvel utilizando o sistema *Android* e a plataforma Arduino. Foi utilizado um *tablet* para controlar remotamente um carrinho criado com o Arduino. A ideia é que haja a substituição dos controles remotos por *tablets* ou celulares.

O Arduino também pode ser utilizado para garantir a segurança residencial. Marchesan (2012) desenvolveu um sistema de monitoramento residencial utilizando a plataforma Arduino. O monitoramento da residência é feito por uma rede de sensores, de pressão, presença e magnético, dispostos em vários pontos da residência. Estes sensores são controlados pelo Arduino e, quando ocorre alguma alteração, as informações são enviadas via internet para um gerenciador web acessível ao usuário e ficam armazenadas em um banco de dados.

Na educação, a Plataforma vem ganhando cada vez mais espaço devido sua facilidade de obtenção e utilização. A possibilidade de utilização de uma gama de sensores permite sua utilização no ensino de conceitos de Química, Física, Biologia, Informática, Engenharia e afins. Freitas e Bertagnolli (2017) desenvolverem uma tabela periódica que interage com o aluno. Bueno e Filho (2013) criaram um simulador dinâmico do comportamento do nível de um tanque operando em malha fechada com controle automático, na plataforma Arduino para ser utilizado no ensino.

2.3.1 Hardware do Arduino

O hardware do Arduino, que pode interagir com o ambiente, é representado por uma placa eletrônica que utiliza um microcontrolador programável Atmega AVR da empresa Atmel. O microcontrolador Atmega AVR apresenta suporte para I/O (entra e/ou saída) digitais e analógicas para receber sinais de sensores e acionar atuadores eletroeletrônicos. O hardware pode trabalhar de forma independente ou associado a um computador por meio de uma entrada USB. Para trabalhar de forma independente basta que ele seja pré programado e em seguida ligado em uma fonte de alimentação externa que vai variar conforme o modelo da placa.

Existem diversos modelos de placas Arduino sendo os mais comuns no mercado os

modelos Arduino Uno, Arduino Mega 2560, Arduino Leonardo, Arduino Due, Arduino Mega ADK, Arduino Nano, Arduino Pro Mini e Arduino Esplora. A diferença de um modelo para outro varia conforme o tamanho, a versão do microcontrolador Atmel, a quantidade de portas digitais e portas analógicas, a quantidade de portas PWM (portas capazes de variar a largura de pulso de um sinal digital), a memória de armazenamento de dados, a tensão de operação e de alimentação. A escolha do modelo de placa para um projeto leva em conta esses parâmetros conforme as especificidades do que se pretende desenvolver.

No presente trabalho, é utilizada uma placa Arduino Mega 2560 para o controle simultâneo de uma célula de carga e de um sensor de som. Essa placa, apresentada na figura 2, é baseada no microcontrolador ATmega2560, possui 54 pinos de entradas e saídas digitais onde 15 destes podem ser utilizados como saídas PWM. Possui 16 entradas analógicas e 4 portas de comunicação serial. Nas entradas analógicas (pinos A0 a A15), pode ser feita a conversão com uma resolução de 10 bits, ou seja, o valor será convertido entre 0 e 1023. Ela conta com maior quantidade de memória em relação às demais placas, sendo 256 KB de Flash (mais 8 KB que são utilizados para o *bootloader*, um programa pré carregado responsável pela inicialização do hardware e pela memorização de novos programas), 8 KB de RAM e 4 KB de EEPROM. A tensão de alimentação recomendada para essa placa é de 7 a 12V.

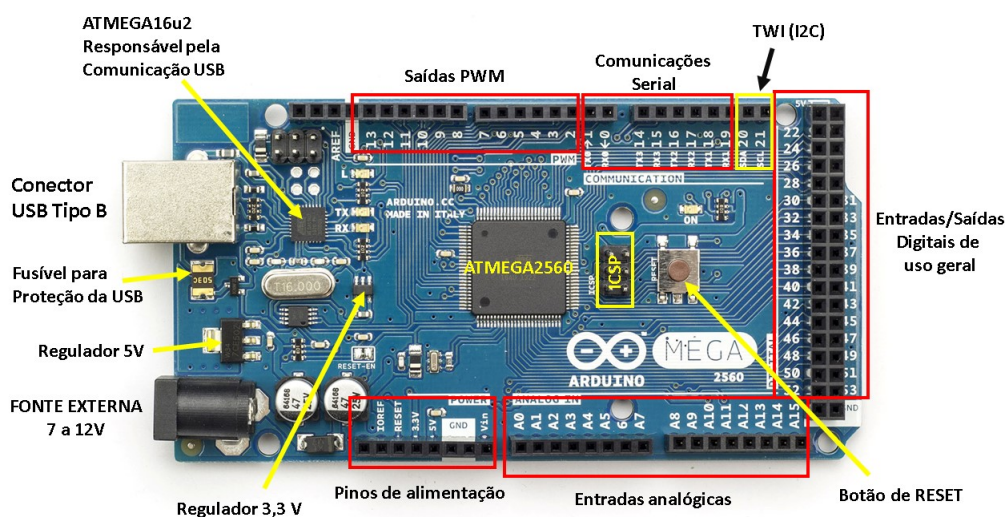


Figura 2 – Principais componentes da placa Arduino Mega 2560 utilizada neste trabalho. Fonte: Site embarcados.com

2.3.2 Software do Arduino

O Arduino utiliza um software baseado na linguagem de programação *Processing*, instalado em um PC que representa a IDE (ambiente de desenvolvimento integrado), o que

torna possível escrever o código (Denominado *sketch*) em uma linguagem de programação baseada em *Wiring*, que é semelhante às linguagens C e C++.

O código escrito será processado e depois transferido do PC para o microcontrolador Atmega, no Arduino, através da comunicação serial USB. Por fim e não menos importante, temos outro software chamado de bootloader, que roda no microcontrolador Atmega AVR, grava o sketch enviado pela IDE.

Essa IDE (Integrated Development Environment) está disponível para os sistemas operacionais (Mac, Windows e Linux) de forma gratuita no site oficial do Arduino (ARDUINO, 2019).

2.3.3 O Arduino no ensino de Física

Dada a significância da abordagem experimental no ensino de Física, a Plataforma Arduino surge como uma ferramenta mediadora do uso dessa abordagem.

Além da criação de softwares interativos, o Arduino possibilita a utilização de diversos tipos de sensores nas atividades experimentais no ensino de Física como por exemplo: sensor de temperatura, sensor reflexivo, sensor ultrassônico, sensor de fluxo, sensor de umidade, sensor de carga, sensor de inclinação, sensor de luminosidade, sensor som, sensor de corrente, sensor de cor, sensor magnético, sensor de pressão, e muitos outros. Nota-se então que o Arduino permite abordar os mais variados conteúdos em Física por meio de atividades experimentais tanto qualitativas quanto quantitativas.

Moreira et al. (2018) analisaram as contribuições do Arduino no ensino de Física por meio de uma revisão sistemática de publicações na área do ensino. A pesquisa centrou-se nas publicações feitas no Caderno Brasileiro de Ensino de Física, na Revista Brasileira de Ensino de Física e na Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia no período de 2013 a 2017. A análise dos trabalhos permitiu separá-los em seis categorias conforme a finalidade do uso do Arduino: tornar as aulas mais atraentes e motivadoras, potencializar a aprendizagem dos conceitos físicos, inovação dos laboratórios didáticos, interdisciplinaridade e contextualização, difundir o Arduino e obtenção de dados.

Ainda na análise supracitada, constatou-se que maioria dos trabalhos utilizaram a plataforma Arduino em seus experimentos para obtenção de dados, mesmo que não tenha sido este o intuito principal, evidenciando a capacidade de realização de medições com essa plataforma para o Ensino de Física.

2.4 MOVIMENTO ONDULATÓRIO

Um movimento ondulatório é o movimento de uma onda. E uma onda é qualquer sinal que se transmite de um ponto a outro de um meio com velocidade definida e sem que haja transporte direto de matéria. Também pode-se definir como um distúrbio de um

meio contínuo que se propaga com forma fixa e velocidade constante (GRIFFITHS, 2011). Assim, as ondas transportam energia e momento sem transportar matéria. Um exemplo cotidiano de onda são as ondas planas na superfície da água. Se houver um pequeno objeto parado na superfície de um lago e por ele passar uma onda o seu movimento será de subida e descida, mas sem alterar sua posição média. A altura máxima atingida por esse objeto é definida como amplitude da onda. O ponto onde o objeto tem amplitude máxima é chamado de crista e onde possui amplitude mínima de vale.

A definição de onda dada acima enfatiza a característica dos movimentos ondulatórios de propagarem-se através de um meio com determinada velocidade. Para definir matematicamente essa velocidade, é preciso entender os conceitos de fase, comprimento de onda, frequência e período de uma onda. Na figura a seguir está representado a visão de um corte transversal de uma onda na superfície da água, como no exemplo dado no parágrafo anterior:

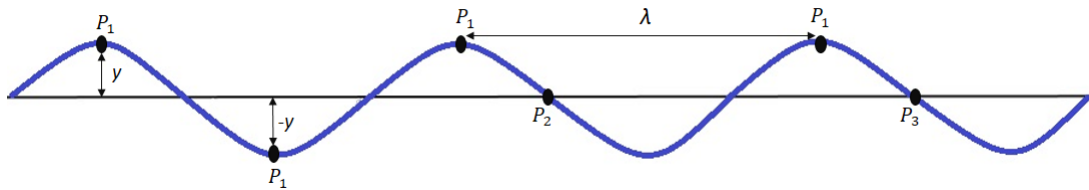


Figura 3 – Representação da vista lateral de uma onda na superfície da água. Fonte: Autoria Própria.

As amplitudes máximas e mínimas são y e $-y$. Um ponto P_1 da onda (não do meio) sai da altura y e vai para a altura $-y$ e em seguida retorna à altura y , ou seja, o ponto P_1 está oscilando verticalmente e a frequência de oscilação desse ponto é a frequência ν da onda. A distância horizontal em que P_1 completa um ciclo de oscilação, é, por definição, o comprimento de onda λ dessa onda (NUSSENZVEIG, 2018). Desta forma, o comprimento de onda é então a distância entre dois pontos onde um ciclo de oscilação é completo. Assim, a distância entre P_2 e P_3 , por exemplo, também é λ . O inverso da frequência ν corresponde ao período de oscilação T e vice versa ($\nu = 1/T$).

O ponto P_1 percorre, horizontalmente, uma distância λ em um intervalo de tempo T . Logo, a velocidade v de propagação da onda será dada por:

$$v = \frac{\lambda}{T}. \quad (2.1)$$

Como a frequência ν é o inverso do período T , a equação (2.1) pode ser escrita como:

$$v = \lambda \nu. \quad (2.2)$$

Todos os movimentos ondulatórios obedecem a equação (2.2), a mesma é conhecida como equação fundamental da ondulatória.

As ondas são classificadas em mecânicas, eletromagnéticas e ondas de matéria (RESNICK; HALLIDAY; WALKER, 2001). As ondas mecânicas estão muito presentes em nosso cotidiano, como por exemplo as ondas na água, ondas sísmicas, ondas em uma corda e ondas sonoras, todas tem em comum o atributo de precisarem de meio material para que ocorra sua propagação.

O exemplo mais comum de ondas eletromagnéticas é a luz visível, no entanto existem outros tipos de ondas eletromagnéticas que são classificadas de acordo com o comprimento de onda como as ondas de rádio, ondas de infravermelho e os raios X. Esse tipo de propagação ondulatória não precisa de um meio para se propagar. Um exemplo disso é a luz proveniente do sol que atravessa o vácuo do espaço até a Terra. Nesse tipo de onda a energia é carregada por meio da propagação de campos elétricos e magnéticos, por isso têm esse nome.

As ondas de matéria são aqueles movimentos tipicamente ondulatórios realizados por partículas subatômicas que a mecânica quântica denomina de campos de matéria.

As ondas também são classificadas de acordo com a direção de propagação e de oscilação em transversais e longitudinais. As ondas transversais são aquelas em que a direção da propagação é perpendicular a de oscilação, como ilustrado na figura 3. As ondas eletromagnéticas também são transversais pois os campos elétrico e magnético oscilam perpendicularmente a direção de propagação (GRIFFITHS, 2011). As ondas longitudinais são aquelas em que o sentido de propagação é o mesmo que o de oscilação, como por exemplo as ondas de compressão em uma mola.

Na natureza podem-se encontrar ondas unidimensionais, quando a propagação se dá em uma direção, bidimensionais, quando se dá em duas e tridimensionais, quando se dá em três. Apesar da figura 3 representar uma onda plana (bidimensional) na água ela também representa uma onda transversal unidimensional, basta considerar a propagação em uma direção.

O objeto de estudo deste trabalho são as ondas em cordas: ondas mecânicas, transversais e unidimensionais.

2.5 EQUAÇÃO DE ONDAS UNIDIMENSIONAIS

A figura 4a abaixo representa uma perturbação ondulatória transversal unidimensional se propagando com velocidade v para direita em uma corda e um eixo de referência O :

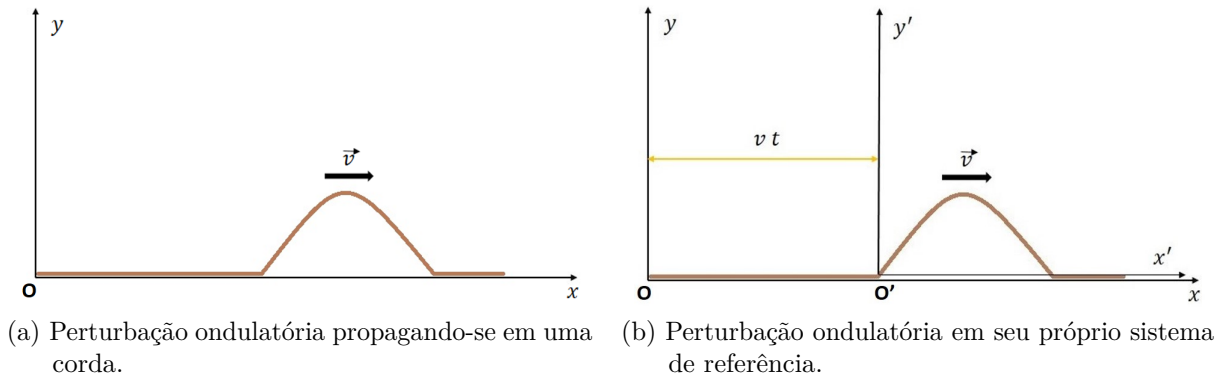


Figura 4 – Perturbação Ondulatória com velocidade v para direita. Fonte: Autoria própria.

Imaginando que a perturbação ondulatória tem seu próprio sistema de referência O' , que está deslocado uma distância vt de O , conforme a figura 4b, a relação entre x e x' é dada por:

$$x = x' + vt \quad \implies \quad x' = x - vt. \quad (2.3)$$

Onde x é a coordenada horizontal de um ponto qualquer da perturbação no eixo de referência O e x' é a coordenada horizontal de um ponto qualquer da perturbação no eixo de referência O' . Pela figura 4b, qualquer ponto da perturbação ondulatória vai estar sempre na mesma altura seja no eixo y ou y' . Logo a relação entre as coordenadas verticais será:

$$y' = y. \quad (2.4)$$

A equações (2.3) e (2.4) fazem parte da transformação de Galileu especial e é usada para o estudo das relações físicas entre dois referenciais, um em movimento relativo ao outro (NUSSENZVEIG, 2013).

Levando em conta que y é função de x e t e que y' é função de x' , pode-se reescrever a equação (2.4) da seguinte forma:

$$f(x') = y'(x') = y(x, t) \quad \implies \quad y = f(x'). \quad (2.5)$$

Derivando a equação (2.5) duas vezes em t e em seguida duas vezes em x , temos:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial t} \quad \implies \quad \frac{\partial y}{\partial t} = -v \frac{\partial f}{\partial x'} \quad \implies \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} \frac{\partial x'}{\partial t} \quad \implies$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} \implies \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'} \implies \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2}. \quad (2.7)$$

Onde foram utilizadas a equação (2.3) e a regra da cadeia. Substituindo a equação (2.7) na (2.6), obtemos:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \implies \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (2.8)$$

A equação (2.8) é conhecida como equação de ondas unidimensionais. Essa equação é uma Equação Diferencial Parcial (EDP) linear, homogênea e de segunda ordem. Existem diversos métodos para resolver essa equação e, dependendo das condições iniciais e de contorno, encontrar o correspondente $y(x, t)$, como por exemplo o método de separação de variáveis.

É importante entender que essa equação modela um número grande de outros problemas ondulatórios além das vibrações de uma corda. Porém, neste trabalho abordaremos a solução para o caso da propagação ondulatória em uma corda presa.

Tomando uma corda de comprimento L que está presa em ambas as extremidades as condições de contorno são:

$$y(0, t) = y(L, t) = 0. \quad (2.9)$$

Levando em conta que a corda é deslocada de sua posição de equilíbrio e solta depois começando a vibrar, no instante $t = 0$. Logo, as condições iniciais são:

$$y(x, 0) = f(x) \quad \frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = 0. \quad (2.10)$$

Onde $f(x)$ é uma função, não nula, que descreve a configuração da corda antes de ser solta, ou seja, até $t = 0$.

Dada essas condições, o método de separação de variáveis permite obter as soluções fundamentais da equação (2.15):

$$y_n(x, t) = \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi vt}{L} \quad n = 1, 2, 3... \quad (2.11)$$

A solução geral é, portanto:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n y_n(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi vt}{L}. \quad (2.12)$$

Note que as condições de contorno (2.9) e a segunda das condições iniciais (2.10) já estão satisfeitas. No entanto, para que a segunda das (2.10) seja satisfeita temos:

$$y(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin \frac{n\pi x}{L} = f(x). \quad (2.13)$$

A equação (2.13) implica que os coeficientes c_n têm que ser os coeficientes na série de Fourier em senos de $f(x)$ com período $2L$. Logo:

$$c_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx \quad n = 1, 2, 3... \quad (2.14)$$

2.6 EQUAÇÃO DAS CORDAS VIBRANTES

Considere, na figura a seguir, um elemento diferencial de uma corda esticada que sofre um pequeno deslocamento perpendicularmente à direção de propagação de uma onda que passa por ele.

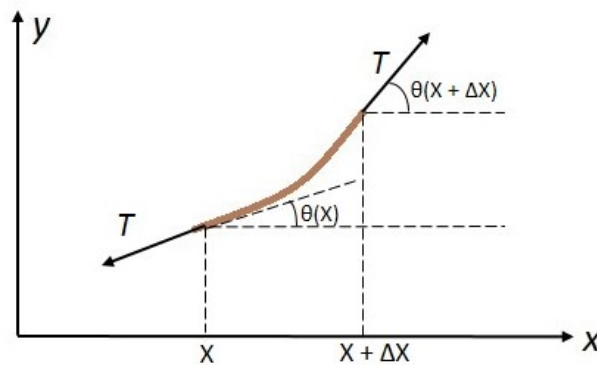


Figura 5 – Elemento de massa Δm de uma corda oscilando perpendicularmente. Fonte: Autoria própria.

Como considera-se pequenos deslocamentos, a variação de comprimento é desprezível e a tensão T é aproximadamente a mesma em ambas as extremidades desse elemento de massa Δm . A força resultante nesse elemento na direção y será:

$$F_y = T \sin \theta(x + \Delta x) - T \sin \theta(x). \quad (2.15)$$

Onde o segundo termo é negativo pois trata-se da componente que está na extremidade esquerda na direção $-y$.

Se o elemento sofreu um deslocamento muito pequeno implica que os valores de θ são $\ll 1$. Ao aproximar a função seno para ângulos muito pequenos por expansão em série de Taylor, encontra-se que a mesma é igual a função tangente. Então, podemos escrever:

$$\sin\theta(x + \Delta x) \approx \tan\theta(x + \Delta x) \quad \sin\theta(x) \approx \tan\theta(x). \quad (2.16)$$

No entanto, considerando na figura 5 como o gráfico de uma função $y(x)$, o valor da tangente de θ é por definição o coeficiente angular da reta tangente, ou seja, a derivada de y com relação a x em determinado ponto. Utilizando esse resultado na (2.15), temos:

$$F_y = T \tan\theta(x + \Delta x) - T \tan\theta(x) \quad \implies \quad F_y = T \frac{\partial y}{\partial x}(x + \Delta x) - T \frac{\partial y}{\partial x}(x). \quad (2.17)$$

Ao multiplicar e dividir a equação (2.17) pelo comprimento horizontal Δx , tem-se:

$$F_y = T \Delta x \frac{\left[\frac{\partial y}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial y}{\partial x}(x) \right]}{\Delta x}. \quad (2.18)$$

Para Δx infinitesimal o terceiro fator da equação (2.18) é o mesmo que a derivada de uma função $\frac{\partial y}{\partial x}(x)$ em relação a x , ou seja:

$$\frac{\left[\frac{\partial y}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial y}{\partial x}(x) \right]}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (2.19)$$

Logo, a equação (2.18) pode ser escrita como:

$$F_y = T \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (2.20)$$

Pela segunda lei de Newton, a força resultante F_y é o produto da massa pela aceleração em y :

$$F_y = \Delta m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \implies \quad F_y = \Delta x \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (2.21)$$

onde μ é a densidade linear da corda. As equações (2.20) e (2.21) são iguais a F_y . Logo, pode-se escrever:

$$T \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \Delta x \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (2.22)$$

A equação acima é equivalente à equação de ondas unidimensionais. Comparando a equação (2.8) com a equação (2.22), obtêm-se:

$$\frac{1}{v^2} = \frac{\mu}{T} \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (2.23)$$

A equação acima (2.23) dá a relação entre a velocidade de propagação v de uma onda em uma corda, a tensão T nessa corda e a sua densidade linear μ . A equação (2.23) é chamada de Equação das Cordas Vibrantes e foi obtida por Euler e D'Alembert de forma independente por volta de 1750 (NUSSENZVEIG, 2018).

Suponha que ao invés de um elemento Δm temos um pulso se propagando em uma direção como o da figura 4. Tomemos o caso especial em que a perturbação em cada ponto x da onda corresponde a uma oscilação harmônica simples. Ondas desse tipo são chamadas de ondas harmônicas e pode-se fazer uma analogia à função do Oscilador Harmônico Simples, disponível no apêndice A, para dado ponto x' por meio da equação (2.5) :

$$f(x') = A \text{sen}(kx' + \delta) = y(x, t), \quad (2.24)$$

onde k representa uma frequência espacial (1/m), também chamado de número de onda angular, δ é a constante de fase e A é a amplitude. Substituindo a equação (2.3) na (2.24), temos:

$$y(x, t) = A \text{sen}[k(x - vt) + \delta]. \quad (2.25)$$

Novamente a analogia permite escrever:

$$\omega = kv \quad \Longrightarrow \quad y(x, t) = A \text{sen}(kx - \omega t + \delta). \quad (2.26)$$

Note que a equação (2.26) acima satisfaz a equação da onda (2.8). O comprimento de onda faz o papel de período espacial e é dado por:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Longrightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k}. \quad (2.27)$$

2.6.1 Ondas Estacionárias e os modos normais de vibração

A parte de cima da figura 6a abaixo representa uma onda de período T se propagando para direita em uma corda enquanto que a parte de baixo representa uma onda idêntica, porém, propagando-se para a esquerda no instante $t = 0$. As figuras subsequentes mostram a nova posição dessas ondas a medida que se passa $\frac{1}{4}T$:

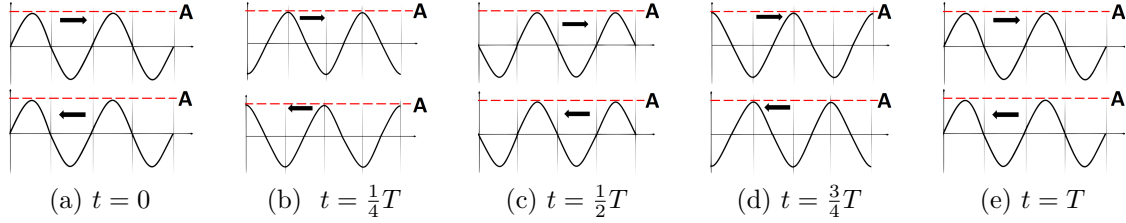


Figura 6 – Em cima: Onda transversal propagando-se para direita. Em baixo: Onda transversal propagando-se para esquerda. Fonte: Autoria própria.

A equação (2.1) prevê que qualquer ponto dessas ondas percorram λ a cada T . Logo, a cada $\frac{1}{4}T$ elas vão estar deslocadas $\frac{1}{4}\lambda$ para que a velocidade de propagação mantenha-se constante.

Sejam $y_1(x, t)$ e $y_2(x, t)$ as funções que descrevem essas duas ondas dadas, respectivamente de cima para baixo, pela equação (2.26), temos:

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = A \sin(kx + \omega t). \quad (2.28)$$

Ambas com fase $\delta = 0$ e mesma amplitude. Ao somar as duas (2.28) encontra-se a função $y'(x, t)$ que descreve a onda resultante da superposição das ondas descritas por y_1 e y_2 :

$$y'(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) \implies y'(x, t) = A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)].$$

Utilizando as relações trigonométricas para seno da soma e da diferença, obtemos:

$$y'(x, t) = A[\sin(kx) \cos(\omega t) - \sin(\omega t) \cos(kx) + \sin(kx) \cos(\omega t) + \sin(\omega t) \cos(kx)]$$

$$y'(x, t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t). \quad (2.29)$$

A equação (2.29) mostra que quando duas ondas estão superpostas em uma mesma corda o que irá acontecer é o fenômeno da interferência de ondas: quando as duas ondas

se encontram na mesma corda e seus pontos têm amplitudes de sinais iguais, a onda resultante terá uma amplitude que é a soma das amplitudes das ondas que se superpõem.

Diz-se que ocorreu interferência construtiva. Se esses pontos têm amplitudes de sinais contrários, a amplitude da onda resultante será uma diferença das amplitudes das ondas que se superpõem. Diz-se que ocorreu interferência destrutiva.

Como $y'(x, t)$ é um produto de uma função de x por uma função de t , a onda resultante não se propaga: a forma da corda permanece sempre a mesma com o deslocamento mudando apenas de amplitude e de sinal. Então, a configuração de onda não se move nem pra esquerda nem para direita e as posições dos máximos e mínimos não variam com o tempo. Ondas desse tipo são chamadas de ondas estacionárias. (RESNICK; HALLIDAY; WALKER, 2001).

A figura 7 representa a onda resultante da superposição das duas ondas apresentadas na figura 6:

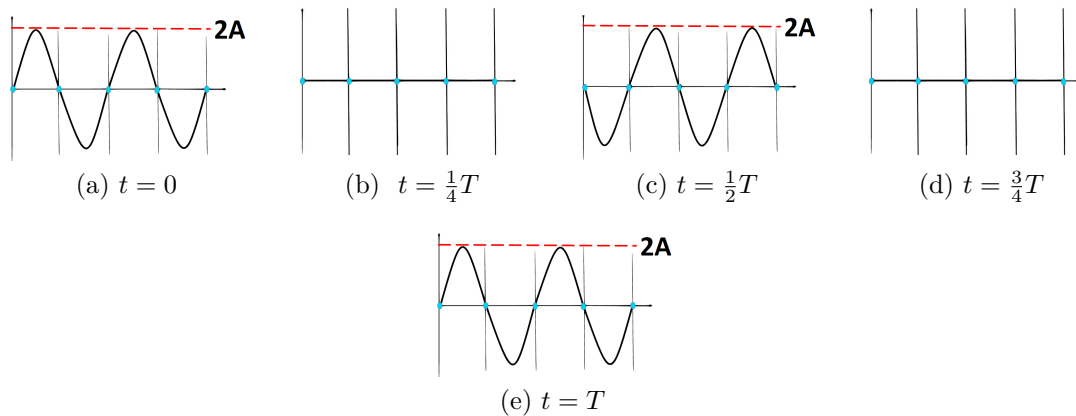


Figura 7 – Onda resultante da superposição das ondas apresentadas na figura anterior. Fonte: Autoria própria.

Ocorre interferência construtiva nas figuras 7a, 7c e 7e. Nas figuras 7b e 7d ocorre interferência totalmente destrutiva pois as amplitudes são iguais em módulo, logo a amplitude da onda resultante naquele instante deve ser zero.

Os pontos destacados em azul na figura 7 permanecem imóveis. Esses pontos são chamados de nós. Os pontos de amplitude máxima, que estão no ponto médio da vizinhança de dois nós, são chamados de ventre. A região entre dois nós corresponde a meio comprimento de onda.

Note que a equação (2.29) obtida é do mesmo tipo da solução da função de onda para uma corda fixa em ambas as extremidades (2.12) apresentada na seção 2.5. Então, o somatório expresso na (2.12) implica que na corda tensionada oscilando há a superposição de ondas estacionárias cujos valores de c_n , os coeficientes na série de Fourier (2.14) em senos de $f(x)$ com período $2L$, correspondem às respectivas amplitudes.

A cada valor de n existe uma onda estacionária associada de modo que a esse valor dá-se o nome de modo normal de vibração. O comprimento de onda associado a cada modo normal de vibração pode ser obtido comparando as equações (2.12) e (2.29) e substituindo a (2.27), nessa ordem:

$$\begin{aligned} k_n = \frac{n\pi}{L} &\implies \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{n\pi}{L} \\ L = n \frac{\lambda_n}{2} &\implies \lambda_n = \frac{2L}{n}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Logo, a equação (2.30) garante que as ondas estacionárias têm n ventres que correspondem a n meios comprimentos de onda dentro do comprimento L da corda, como ilustra a figura a seguir:

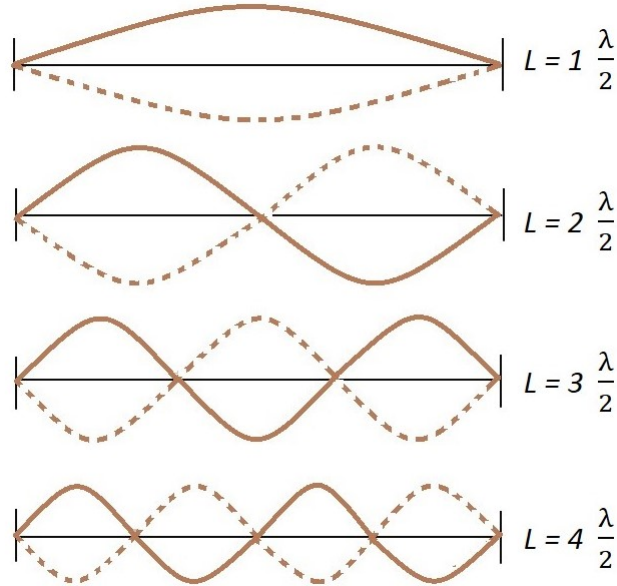


Figura 8 – Os primeiros modos normais de vibração de uma onda em uma corda. Fonte: Autoria própria.

Como ondas estacionárias correspondem a ondas harmônicas em uma corda, é comum encontrar alguns autores que chamam os modos normais de harmônicos de ordem $1, 2, 3, \dots, n$.

Utilizando as equações (2.2) e (2.30), pode-se escrever:

$$L = \frac{n v}{2 \nu_n} \implies \nu_n = \frac{n v}{2 L}. \quad (2.31)$$

Como trata-se de uma corda tensionada onde propagam-se ondas transversais unidimensionais, a equação (2.23) pode ser substituída na equação acima:

$$\nu_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (2.32)$$

Como a corda de massa m tem formato de um cilindro de volume V e raio r , a sua densidade linear μ pode ser colocada em função da sua massa específica ρ da seguinte forma:

$$\mu = \frac{m}{L} \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{\pi r^2 m}{\pi r^2 L} \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{\pi r^2 m}{V} \quad \Rightarrow \quad \mu = \pi r^2 \rho. \quad (2.33)$$

Substituindo esse resultado na equação (2.32), obtêm-se:

$$\nu_n = \frac{n}{2rL} \sqrt{\frac{T}{\pi \rho}} \quad \Rightarrow \quad \nu_n = \frac{n}{DL} \sqrt{\frac{T}{\pi \rho}}, \quad (2.34)$$

onde D é o diâmetro da corda e $n = (1, 2, 3, \dots)$. A frequência para qual $n = 1$ é chamada de frequência fundamental. As frequências dos demais modos de vibração são múltiplos inteiros da frequência fundamental ν_1 .

$$\nu_n = n \nu_1 \quad (2.35)$$

A equação (2.34) dá as frequências das ondas estacionárias em uma corda em termos de parâmetros mensuráveis.

2.7 O SOM

O som é composto por vibrações ondulatórias que se propagam no ar e são perceptíveis pelo sistema auditivo humano e de animais. São ondas mecânicas longitudinais e tridimensionais.

A velocidade de propagação das ondas sonoras depende das condições do meio em que se propagam. No ar, a 15 °C, a velocidade do som é de aproximadamente 340 m/s; na água, de 1500 m/s, e nos sólidos, pode variar de 3000 m/s a 6000 m/s, dependendo da rigidez desse meio.

O sistema auditivo humano, responsável pela captação das ondas sonoras para interpretação do cérebro, é dividido em ouvido externo, ouvido médio ou cavidade timpânica e ouvido interno. No ouvido externo está o canal auditivo por onde percorrem as ondas sonoras vindas do ambiente. Quando chegam no ouvido médio, atingem o tímpano que

vibra quando identifica variações de pressões, mesmo que sejam muito pequenas, causadas por essas ondas sonoras. As vibrações do tímpano avisam a dois ossos da cavidade timpânica (martelo e bigorna) que existe um som e estes, então, acionam outro osso (o estribo) que repassa essa informação ao ouvido interno. O ouvido interno é composto pela cóclea que apresenta forma de caracol. Esta contém pequenos pelos que vibram quando há uma propagação do som. Nessa parte a oscilação mecânica é convertida em um sinal elétrico que é levado ao córtex auditivo e processado pelo sistema nervoso (HIRATA, 2004).

O ouvido humano é capaz de perceber apenas sons que estão na faixa de frequências de 20Hz a 20kHz. Sons que estão fora dessa faixa não são ouvidos pelo ser humano, no entanto, alguns animais conseguem perceber-los como, por exemplo, cachorros, morcegos e golfinhos. Essa faixa de frequências em que existem ondas sonoras — audíveis, ou não, pelo ser humano — é chamada de espectro sonoro.

Para a fisiologia humana, a frequência sonora é identificada com a *altura* do som: quanto maior a frequência, maior a altura e mais agudo é o som. Quanto menor a frequência, menor a altura e mais grave é o som.

O que comumente é chamado de volume de um som está relacionado com a *intensidade sonora* I e com o *nível de intensidade sonora* B . A intensidade sonora é uma grandeza que define a quantidade de energia transportada por uma onda sonora que atravessa um valor de área em determinado intervalo de tempo. Logo, intensidade sonora tem unidade de Watt por metro quadrado (W/m^2).

No entanto, essa grandeza não é adequada para definir intensidade sonora que o ouvido humano percebe. Porque nosso sistema auditivo reduz drasticamente a intensidade sonora que detecta. Por essa razão define-se uma grandeza relacionada à intensidade sonora, mas voltada ao ser humano — o *nível de intensidade*. Chama-se nível de intensidade B à intensidade sonora média percebida ou detectada pelo sistema auditivo humano. Para a frequência de 1000 Hz, a intensidade sonora mínima percebida pelo ser humano é, em média, $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Sons de intensidade 10^n vezes maior que a intensidade mínima (I_0) são percebidos com nível de intensidade n vezes maior. Ou seja, um som de intensidade mil (10^3) vezes maior que I_0 é percebido, em média, como se tivesse intensidade três vezes maior. Logo, o *nível de intensidade* é:

$$B = 10 \times \log \frac{I}{I_0}. \quad (2.36)$$

A unidade de nível de intensidade é o decibel (dB), em homenagem a Alexander Graham Bell.

Em instrumentos musicais os níveis convencionais da altura de alguns sons par-

ticularmente significativos aos seres humanos são denominados de notas — a elas são associadas frequências determinadas, escalonadas em sequência, que compõem o que se chama de escala musical. Por exemplo, a nota dó tem frequência 261,7 Hz, ré 293,7 Hz, mi 329,7 Hz, fá 349,2 Hz, sol 392,0 Hz, lá 440,0 Hz e si 493,9 Hz. A partir dessas notas, são criadas diversas outras conforme a frequência que emitem.

Em instrumentos de corda as notas musicais são representadas pelas letras E (dó), D (ré), E (mi), F (fá), G (sol), A (lá) e B (si). Alguns exemplos de variações dessas notas são C3 (130.8 Hz), D6 (1174.6 Hz), E4 (329.6 Hz), F#4 (739.9 Hz), G3 (195.9 Hz), A5 (880 Hz) e B3 (493.8 Hz). Essas variações são chamadas de oitavas.

Nesse tipo de instrumento, essas notas são produzidas conforme a variação dos parâmetros da equação (2.34). Cada corda do instrumento possui uma nota na qual convencionou-se que esta corda está afinada. A tabela a seguir apresenta a frequência de afinação, com a respectiva oitava, para o violão, violino, viola e violoncelo.

Tabela 1 – Frequências de afinação (em Hz) das cordas dos instrumentos.

Nº DA CORDA	VIOLÃO	VIOLINO	VIOLA	VIOLONCELO
1º	329,6 (E4)	629,3 (E5)	440,0 (A4)	220,0 (A3)
2º	246,9 (B3)	440,0 (A4)	293,7 (D4)	146,8 (D3)
3º	195,9 (G3)	293,7 (D4)	196,0 (G3)	98,0 (G2)
4º	146,8 (D3)	196,0 (G3)	130,8 (C3)	65,4 (C2)
5º	110,0 (A2)	-	-	-
6º	82,4 (E2)	-	-	-

A tabela acima não apresenta os valores de frequência para a 5º e 6º corda do violino, da viola e do violoncelo porque esses instrumentos possuem apenas quatro cordas. É importante destacar que a ordem das cordas é da nota mais aguda à mais grave. Isso implica que, nos instrumentos, as cordas são contadas de baixo para cima. Costuma-se dar nomes às cordas conforme as notas que elas emitem quando estão afinadas. Dessa forma, nos referimos à primeira corda do violão como corda Mi, à quarta do violino como corda sol e assim por diante. A sexta corda do violão, por ter um som mais grave, é chamada de mi maior.

A característica fisiológica que permite distinguir de que instrumentos são duas notas idênticas é chamada de *timbre*. O timbre está relacionado com a forma da onda emitida pelo instrumento: duas fontes sonoras podem emitir a mesma nota, ou seja, a mesma frequência, mas com a forma da onda emitida diferente. Cada instrumento possui seu próprio timbre.

A Física do timbre está associada à superposição de ondas estacionárias que se estabelecem nos elementos vibrantes de um instrumento. A figura 9 mostra a forma das ondas harmônicas dadas pela equação (2.26), para $\delta = 0$ e x fixo (ou seja, representam a variação temporal da amplitude).

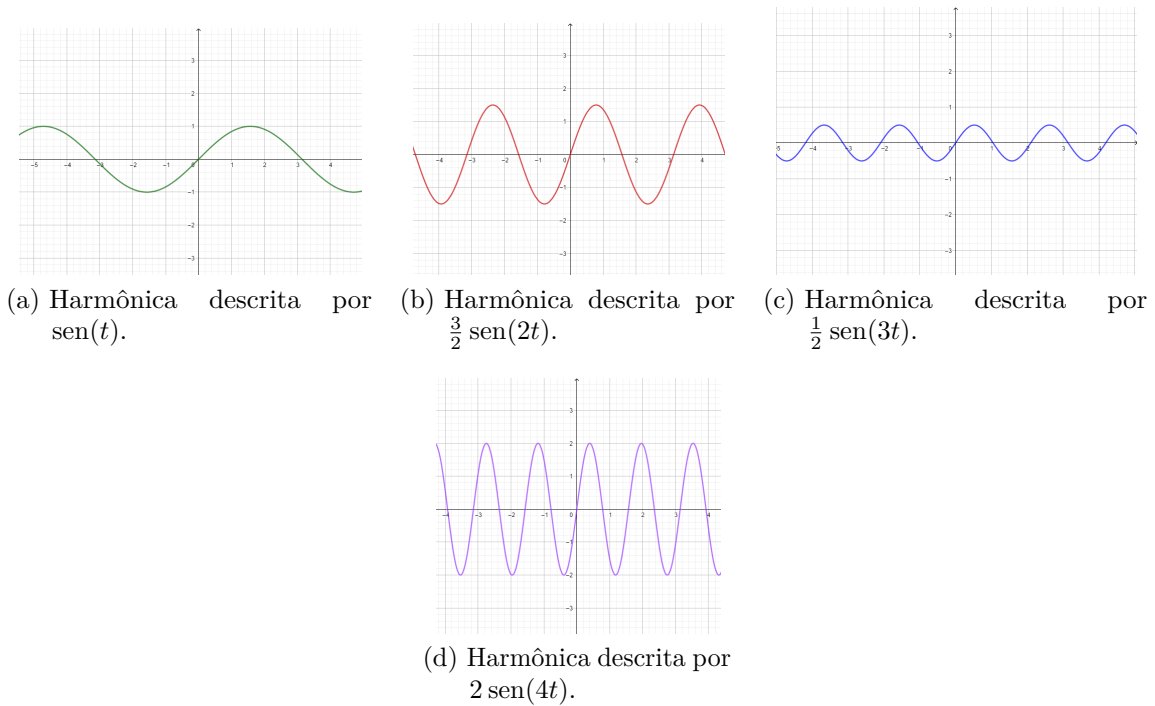


Figura 9 – Exemplos de ondas Harmônicas. Fonte: Autoria própria.

Conforme discutido anteriormente, a função que representa a superposição dessas ondas é o somatório das funções individuais. A figura 10 mostra a superposição das ondas da figura 9.

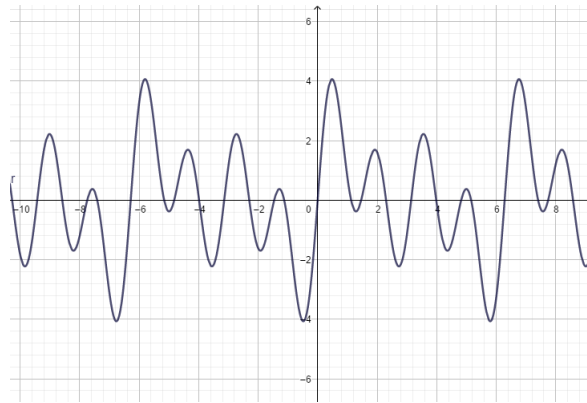


Figura 10 – Os primeiros modos normais de vibração de uma onda em uma corda. Fonte: Autoria própria.

Quando uma corda de um instrumento vibra, formam-se nela diferentes configurações de ondas estacionárias, conforme a figura 9, que se superpõem gerando um onda resultante com timbre característico desse instrumento conforme a figura 10. Um dos resultados obtidos nesse trabalho é a construção, utilizando o Arduino, de uma forma de onda semelhante a da figura 10 para cordas de violão fixas postas a vibrar.

Para saber quais são as frequências que compõem essa superposição, pode-se aplicar uma Transformada Rápida de Fourier para obter o gráfico das frequências em função da amplitude.

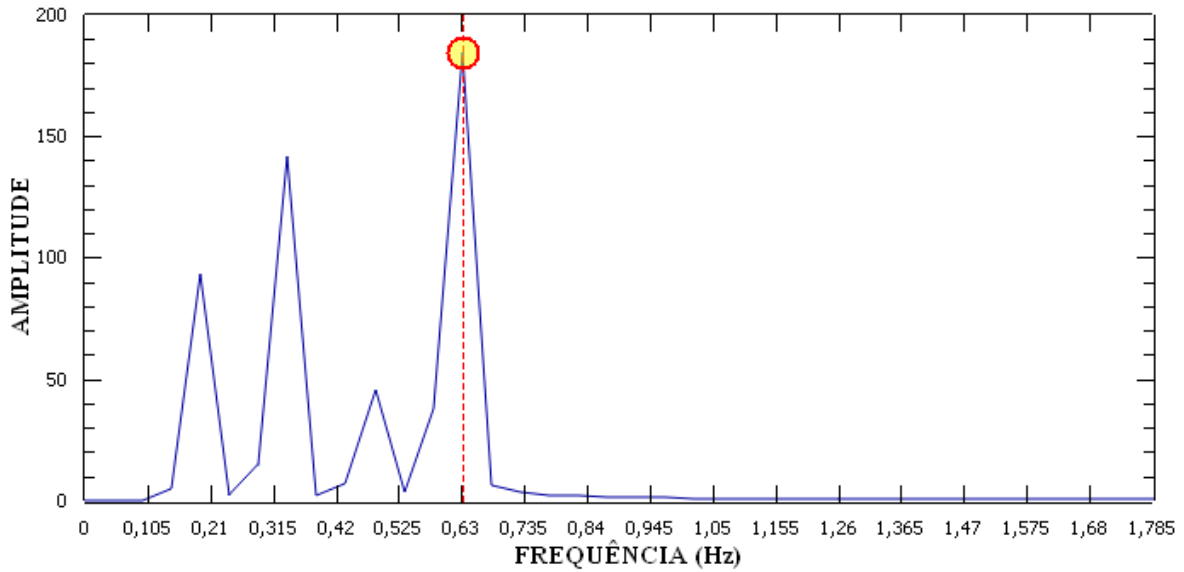


Figura 11 – Aplicação de FFT na onda da figura 10 utilizando o Software livre de análise de dados SciDAVis. A linha vermelha delimitada pelo círculo amarelo destaca frequência do maior pico. Fonte: Autoria própria.

Note que existem quatro picos no gráfico da figura 11. A frequência (em Hz) correspondente a cada pico é a frequência das ondas superpostas na figura 10. Isso significa que o maior pico representa a onda de maior amplitude e o menor pico a menor de amplitude. Assim, o maior pico representa a onda da figura 9d, o segundo maior pico a onda da figura 9b, o menor pico a onda da figura 9c e o segundo menor pico a onda da figura 9a.

É importante destacar que os valores de ω , na equação de cada onda da figura 9, são valores de frequência angular e estão, portanto, em radianos por segundos (rad/s). Fazendo a conversão para Hz, utilizando as equações (2.2), (2.26) e (2.27), os valores de frequência para as ondas harmônicas das figuras 9a, 9b, 9c e 9d, são, respectivamente: 0,159 Hz, 0,318 Hz, 0,477 Hz e 0,636 Hz. Logo, o gráfico da figura 11 mostra conformidade com a teoria no que concerne à transformada de Fourier aplicada à superposição de harmônicos da figura 10.

2.8 TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

Transformada Rápida de Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*) é o nome dado a algoritmos para cálculo rápido da Transformada Discreta de Fourier (DFT - *Discrete Fourier Transform*). A DFT é uma análise de sinal que utiliza um número finito de pontos no domínio do tempo e define uma representação discreta do sinal no domínio da frequência.

Para entender melhor o conceito de DFT precisamos compreender o que é a série de Fourier para funções periódicas:

$$f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \sin(\omega_i t) + b_i \cos(\omega_i t). \quad (2.37)$$

A equação 2.37 mostra que a Série de Fourier é uma representação de uma função periódica como uma soma de funções periódicas, onde ω_i é a frequência angular de cada parcela.

Se uma função $f(t)$ é periódica, é possível escrevê-la como combinação linear de uma família de senos e cossenos harmonicamente relacionados, da mesma forma que na 2.37. Neste caso, é possível escrevê-la como combinação linear de todos os senos e cossenos que existem, utilizando todas as frequências $\omega \in \mathbb{R}$ disponíveis:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (2.38)$$

onde foi utilizado a Fórmula de Euler. Para funções do tipo de $f(t)$ e de quadrado integrável, ou seja:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt < \infty, \quad (2.39)$$

a equação 2.38 pode ser escrita como

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (2.40)$$

Dizemos que F é a transformada de Fourier de f e denotamos por $F \rightarrow f$.

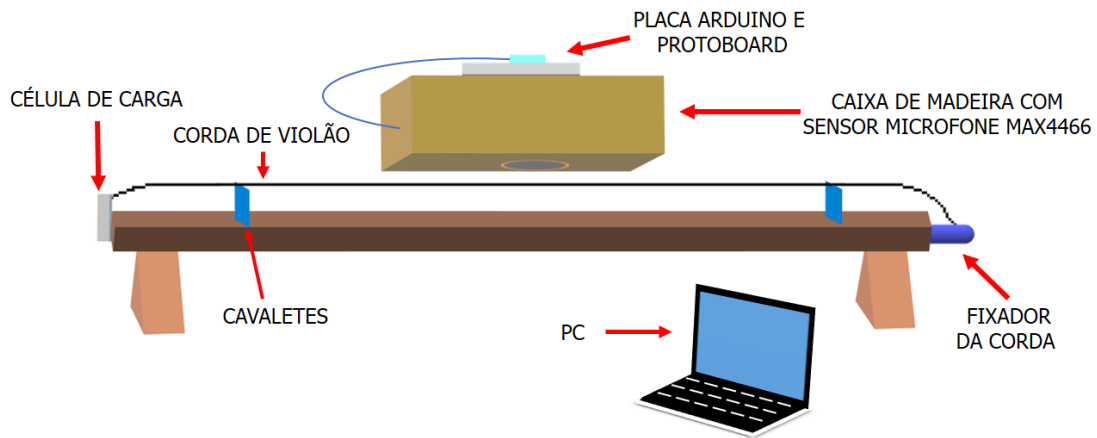
Note que essa ferramenta de cálculo toma uma função periódica com domínio no tempo e retorna outra equivalente com domínio na frequência. Os gráficos das figuras 10 e 11 são um exemplo de sua aplicação. Assim, o eixo horizontal, na figura 11, dá os valores de ω (dividido por 2π) e o eixo vertical dá os valores de $F(\omega)$.

Neste trabalho, para aplicação da FFT e obtenção do espectro de frequências que compõe o som emitido pela corda de violão, será utilizado o SciDAVis: um aplicativo gratuito para análise e visualização de dados científicos. Este software está disponível para Windows, GNU/Linux e MacOS X (SCIDAVIS, 2019).

3 METODOLOGIA

3.1 DESCRIÇÃO DO APARATO EXPERIMENTAL

Em um braço de um violão a frequência dos harmônicos emitida é alterada conforme a variação dos parâmetros da equação (2.34). O aparato experimental desenvolvido neste trabalho funciona de forma semelhante. A figura 12a mostra um diagrama da sua montagem e a figura 12b a sua montagem real:



(a) Diagrama esquemático do aparato.



(b) Montagem real do aparato experimental.

Figura 12 – Aparato experimental completo proposto neste trabalho. Fonte: Autoria própria.

A primeira parte do aparato consiste em um suporte de madeira onde uma corda de nylon (de violão ou semelhante) é fixada e posta a vibrar. Na parte de cima do suporte têm-se dois cavaletes cuja distância entre eles determina o comprimento $L = 66,5$ cm para a parte oscilante da corda. Em uma das extremidades desse suporte tem-se o fixador da corda onde é presa uma ponta da mesma. Esse fixador é semelhante à uma tarracha de violão: seu giro permite variar o valor da força a qual a corda é submetida. Na outra

extremidade é colocado uma célula de carga ou sensor de força e nela é presa a outra ponta da corda.

A segunda parte consiste em uma caixa de madeira onde foi introduzido e fixado em seu interior o sensor Microfone Max4466 de Ganho Ajustável. Essa caixa possui um buraco que permite a entrada das ondas sonoras emitidas pela corda.

A terceira parte do aparato é composta pela placa Arduino Mega juntamente com uma protoboard e o PC. Nessa parte é feita a aferição e análise das medições feitas pela célula de carga e pelo Sensor Microfone.

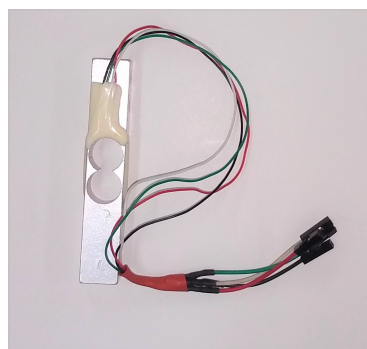
Então, o desenvolvimento experimental aqui proposto é feito em duas etapas. A etapa 1 é a medição dos valores de tensão na corda envolvendo a primeira e a terceira parte do aparato. A etapa 2 é a captura e análise do sinal sonoro emitido pela corda envolvendo a segunda e a terceira parte do aparato. O desenrolar dessas etapas, com mais detalhes, é descrito nas seções 3.1.1 e 3.1.2, respectivamente.

3.1.1 Etapa 1: A Célula de Carga utilizada para a medição da tensão na corda

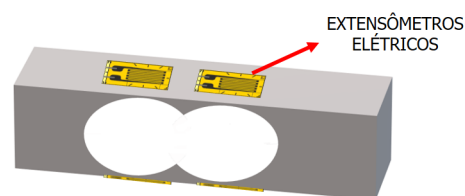
Extensômetro é um transdutor que quando deformado, mesmo que minimamente, sofre uma alteração na sua resistência elétrica. Essa alteração ocorre porque a deformação altera a geometria de um condutor e, por consequência, sua resistência.

Uma célula de carga consiste em um objeto metálico, geralmente aço ou alumínio, onde os extensômetros são fixados e ligados entre si conforme a *Ponte de Wheatstone* (um circuito em ponte que capaz de medir pequenas variações de resistência elétrica).

A figura 13a mostra a célula de carga utilizada neste trabalho e uma representação esquemática da mesma:



(a) Célula de carga utilizada.



(b) Os extensômetros são conectados pelos fios de modo que o circuito formado é uma *Ponte de Wheatstone*.

Figura 13 – Célula de carga de 20kg utilizada para a medição da tensão na corda. Fonte: Autoria própria.

Quando submetido a alguma força a célula de carga sofre leves deformações que são detectadas pelos extensômetros alterando sua resistência. Essa alteração é traduzida em um sinal elétrico muito pequeno (da ordem dos mV) que é amplificado por um módulo HX711:

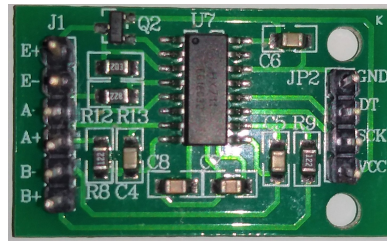


Figura 14 – Módulo conversor e amplificador HX711 de 24 bits, utilizado para amplificar o sinal da célula de carga, fazendo a interligação entre essa célula e a placa Arduino Nano. Fonte: Autoria Própria.

Esse sinal elétrico é enviado ao Arduino que o interpreta e permite determinar a intensidade dessa força.

Logo, o processo para medição da força é o seguinte: a corda é colocada no suporte de madeira, nos cavaletes e presa no fixador e na célula de carga onde é tensionada de um valor T , a célula de carga gera um sinal elétrico que chega até o módulo HX711 onde é amplificado e enviado para a placa Arduino. Esse valor é mostrado na IDE do Arduino em tempo real permitindo visualizar as alterações na sua intensidade. A placa Arduino foi programada para realizar uma medição do valor de T a cada segundo.

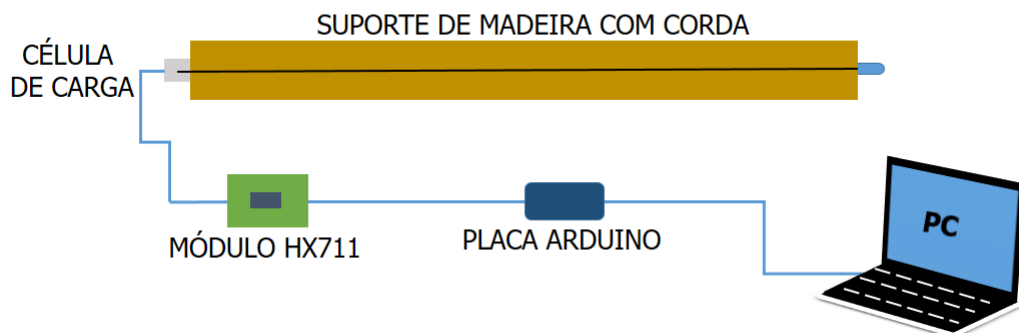


Figura 15 – Diagrama do processo de medição da tensão na corda. Fonte: Autoria Própria.

Tendo obtido o valor da tensão, pode-se utilizar a equação (2.23) para calcular o valor da velocidade de propagação das ondas na corda e comparar com a velocidade do som no ar. Para isso, é necessário conhecer o valor da densidade linear da corda.

3.1.2 Etapa 2: O sensor de som para medição da frequência da onda na corda

Um sensor de som é um dispositivo que possui um diafragma que se movimenta com a variação do som e transforma essa movimentação em corrente elétrica por indução

eletromagnética. Essa movimentação é interpretada e levada ao Arduino como a variação da intensidade sonora, ou seja, trata-se de um sensor que é capaz de medir a intensidade sonora de sons em um ambiente.



(a) Parte da frente do circuito integrado. (b) Parte de trás com detalhe para o potenciômetro que permite o ajuste de ganho.

Figura 16 – Amplificador de Microfone Eletreto - MAX4466 com Ganho Ajustável. Fonte: Autoria própria.

A figura 16 mostra o sensor de som utilizado para a captura de som. A escolha desse sensor foi devida ao mesmo possuir um módulo amplificador acoplado, o que é extremamente necessário já que o Arduino trabalha entre 0 e 5V e sinais sonoros captados precisam ser amplificados para serem lidos pois são da ordem dos milivolts.

Quando a corda for posta a vibrar, será emitido um som de intensidade sonora que será variável com o tempo: irá aumentar conforme a corda vibra e em seguida diminuirá conforme a corda para de vibrar. O sensor de som, colocado na parte interna da caixa de madeira do diagrama da figura 12a, poderá medir como essa intensidade varia por meio da leitura da sua entrada analógica (OUT na figura 16a) com o Arduino, permitindo visualizar, na IDE, como a amplitude da onda sonora varia com o tempo.

Para a construção da forma das ondas emitidas pela corda, foi utilizada uma taxa de amostragem de 38.46 kHz para que se possa capturar um grande número de pontos dessas ondas. Essa taxa de amostragem é muito maior que as frequências emitidas pela corda (da ordem de 10^2) estando portanto de acordo com o teorema de Nyquist que diz que um sinal analógico só pode ser totalmente recuperado, por uma sequência de amostras, se a frequência de amostragem for no mínimo $2F_m$, onde F_m é a maior frequência do sinal original.

Ao plotar o gráfico da amplitude em função do tempo deve-se obter algo semelhante à figura 10. Nesse gráfico aplica-se a Transformada Rápida de Fourier utilizando o SciDAVis e obtem-se as frequências em função da amplitude conforme a figura 11.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos neste trabalho foram divididos em Calibração do Sistema, onde é feito o processo de calibração do sensor de som e da célula de carga, e na análise da Forma de Onda Emitida pela Corda.

4.1 CALIBRAÇÃO DO SISTEMA

4.1.1 Célula de carga - Medição de Força

Para medição da força na corda, utilizamos uma célula de carga em conjunto com módulo HX711 que consiste num circuito integrado dotado de um amplificador de ganho programável que trabalha com sinais da ordem dos milivolts em conjunto com conversor Analógico-Digital de 24bits. Este circuito integrado é bastante utilizado na construção de balanças que utilizam células de carga e podemos ver uma representação esquemática de seus componentes internos na figura 17:

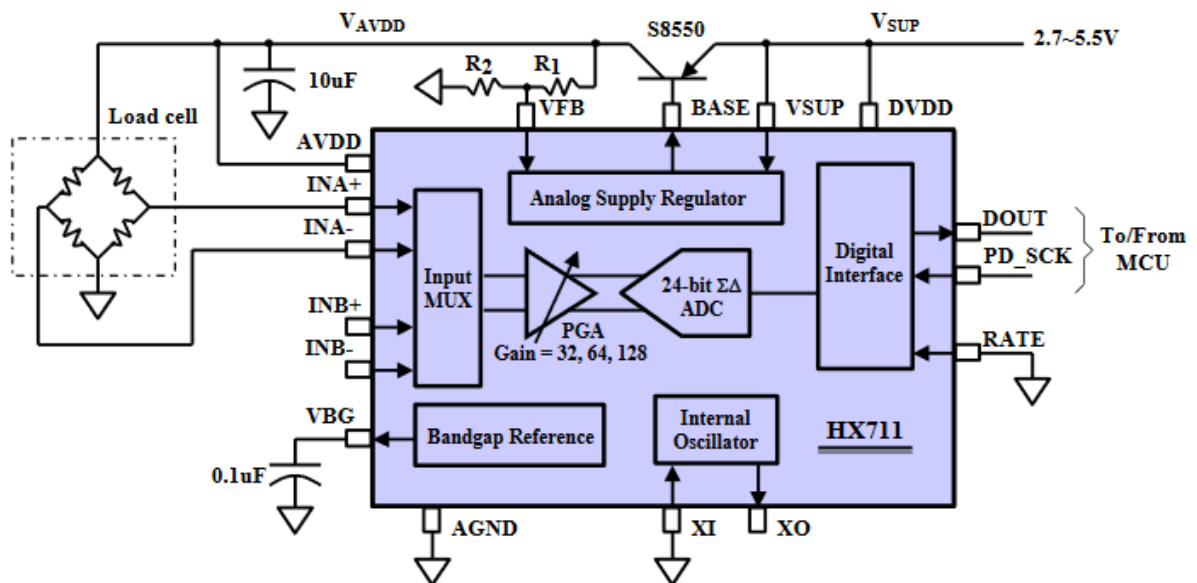


Figura 17 – Descrição dos componentes internos do módulo. Fonte: HX711 Datasheet. Disponível em: www.alldatasheet.com/view.jsp?Searchword=HX711

Outra grande vantagem do uso deste módulo é a disponibilidade de bibliotecas que facilitam seu uso. Neste trabalho, utilizou-se uma biblioteca intitulada HX711 no Skeeth (disponível no anexo A) carregado na placa Arduino.

Essa biblioteca implementa, de forma simples, um algoritmo que permite determinar o fator de calibração da célula de carga utilizando para tanto um objeto de peso conhecido. O algoritmo básico do processo de calibração pode ser verificado na figura 18.

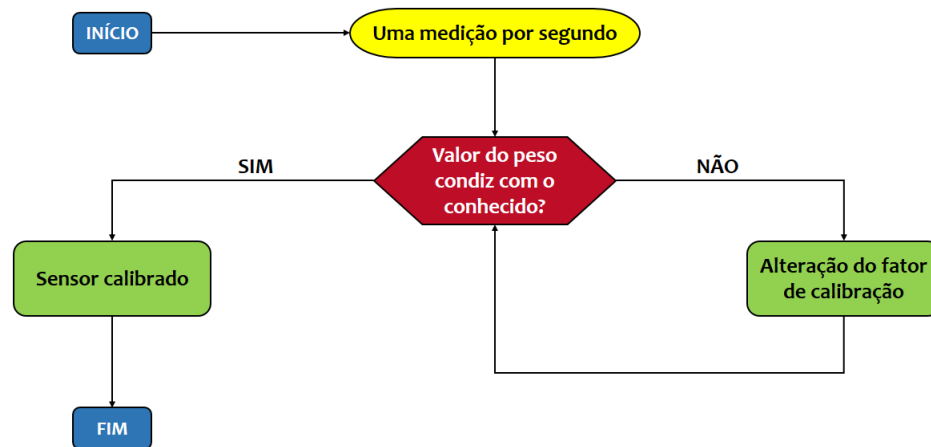


Figura 18 – Fluxograma do algoritmo para calibração da célula de carga. Fonte: Autoria Própria.

A calibração da célula de carga utilizada neste trabalho foi feita com a mesma já na posição do diagrama da figura 15 com dez pesos, cada um de 50g, tensionando a corda. Para esse valor de peso, o fator de calibração obtido foi de 103431.

Após essa calibração, procedemos os testes de medição da tensão na corda. Um fato já esperado e que foi observado experimentalmente é que a corda sofre um processo de relaxamento após ser tensionada. Verificou-se que a tensão na corda diminuía gradualmente durante os primeiros 170 segundos após o tensionamento. A figura 19 apresenta quatro valores de força em função do tempo para a corda SI, feita de nylon (SI *Nylon*), de um violão.

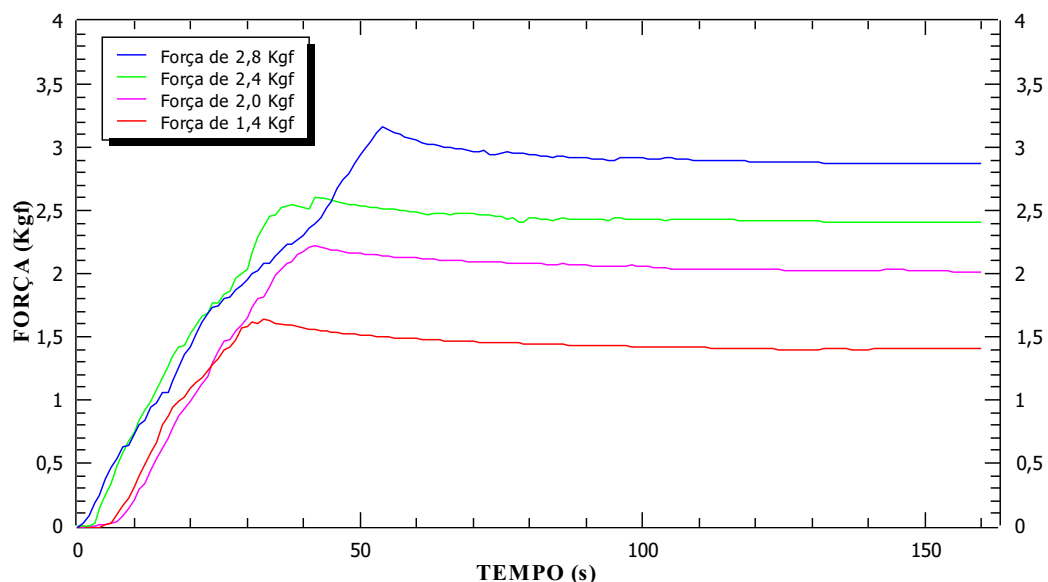


Figura 19 – Gráfico a força em função do tempo para uma corda SI *Nylon* de violão. Fonte: Autoria Própria.

Para uma corda feita de aço, esse processo não ocorre de forma significativa, isto é, a força mantém o seu valor inicial com maior rapidez. O gráfico da figura 20 abaixo

apresenta os valores de força em função do tempo para a corda SI aço.

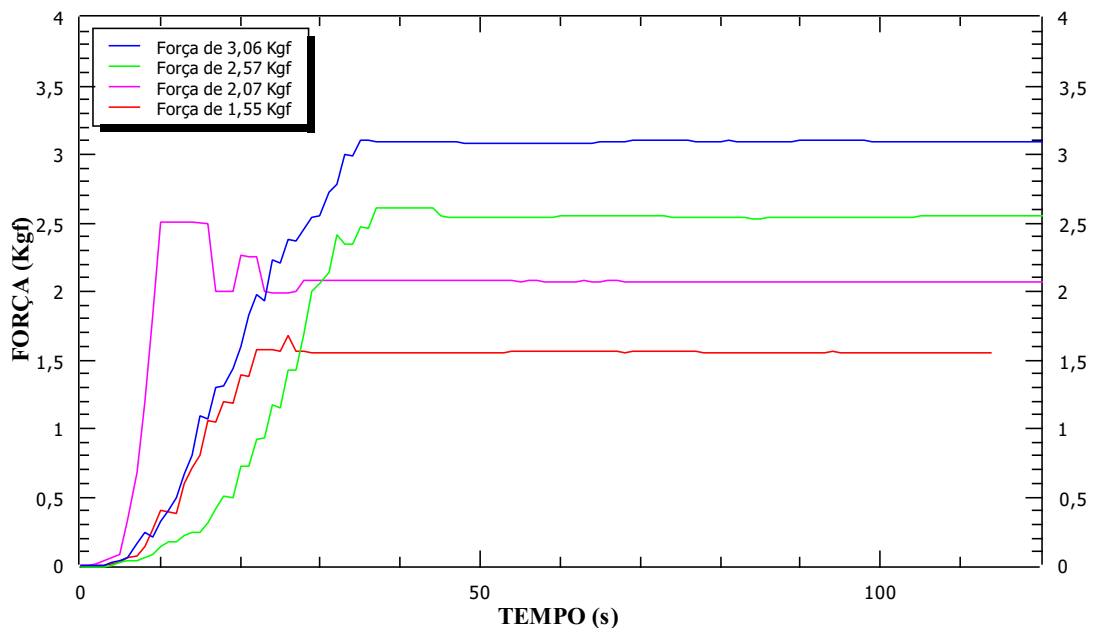


Figura 20 – Gráfico a força em função do tempo para uma corda SI aço de violão. Fonte: Autoria Própria.

O resultado apresentado nos gráficos das figuras 19 e 20 nos permitiram estabelecer um protocolo de medição que garantisse a fidedignidade dos dados obtidos.

4.1.2 Módulo Sensor de som

Para a captura do sinal de áudio, utilizamos um módulo composto por um microfone e o circuito integrado amplificador MAX4466 conforme representado na figura 21

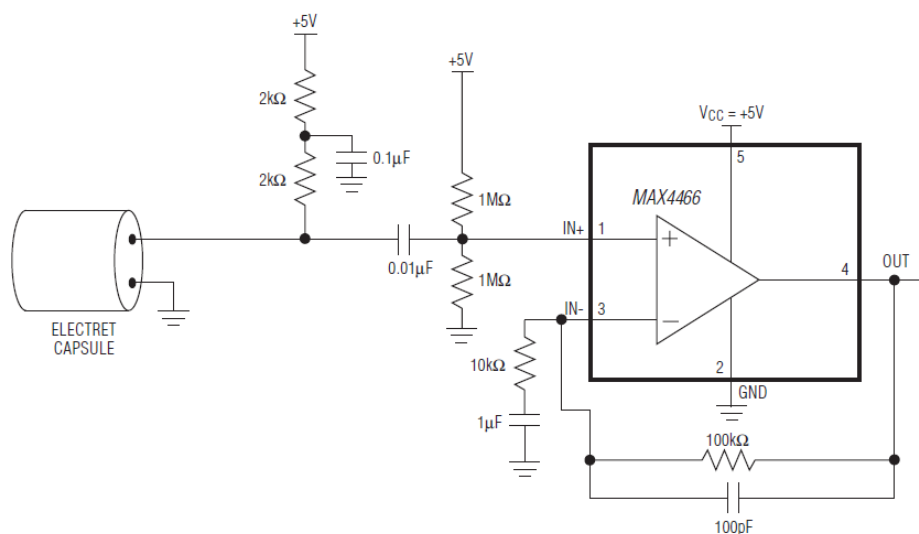


Figura 21 – Esquema do Circuito integrado do amplificador. Fonte: MAX4466 Datasheet. Disponível em: <https://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/460080/MAXIM/MAX4466.html>

O funcionamento deste módulo foi investigado utilizando o aparato da figura 22 onde temos um gerador de áudio em conjunto com um auto-falante e um osciloscópio.

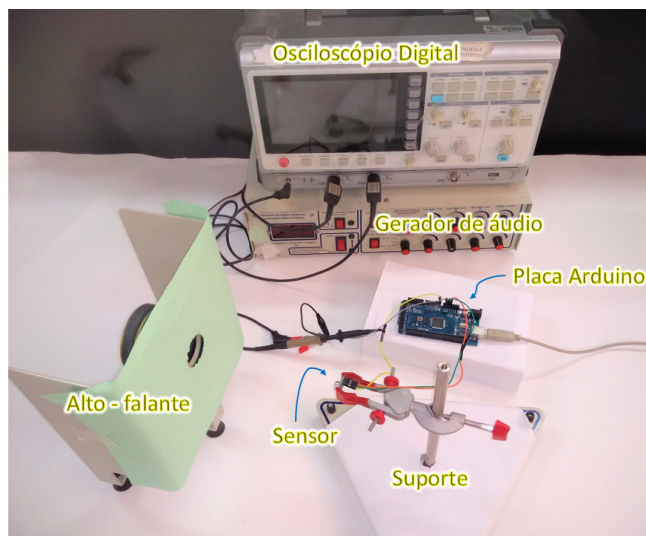


Figura 22 – Aparato utilizado para testes do módulo sensor de som. A placa Arduino Mega já está carregada com o Sketch e ligada em uma fonte de alimentação. Fonte: Autoria Própria.

O principal objetivo deste teste é verificar a resposta em frequência do sensor escolhido. Para tanto, foi realizado um teste simples que consistia em examinar se a forma da onda sonora emitida pelo auto-falante era a mesma detectada pelo sensor.

O sinal de áudio amplificado pelo módulo foi analisado para diversos valores de frequência com o auxílio de um osciloscópio e a forma de onda obtida foi comparada com a original.

Esse teste permitiu controlar de forma correta o ganho do sensor e visualizar a influência de ruídos no sinal. Verificamos, por exemplo, que havia necessidade de melhorar os aterramentos elétricos dos equipamentos utilizados.

4.1.3 Captura de Sinal no Arduino

Após verificar o funcionamento do sensor de áudio, iniciamos o processo de leitura do sinal no Arduino. Neste ponto, desejávamos que o sinal exibido na ferramenta serial plotter da IDE fosse semelhante ao exibido na tela do osciloscópio.

O primeiro problema encontrado foi que a função *analogRead()* era demasiado lenta para que a amostragem permitisse a reconstrução do sinal. Isto se deve ao fato desta função utilizar o clock do ADC em 125 KHz. Esta frequência prioriza a resolução (em bits) fazendo uma amostragem relativamente lenta.

Verificamos a eficiência desta função realizando um teste cujo programa consiste em um loop que realizava a mudança de estado de um pino do Arduino. O sinal quadrado gerado pela mudança de estado do pino foi então acompanhado no osciloscópio ligando e conversão AD no código fonte. O resultado pode ser visto na figura 23.

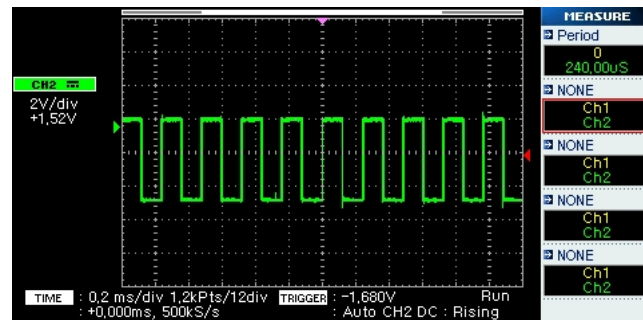
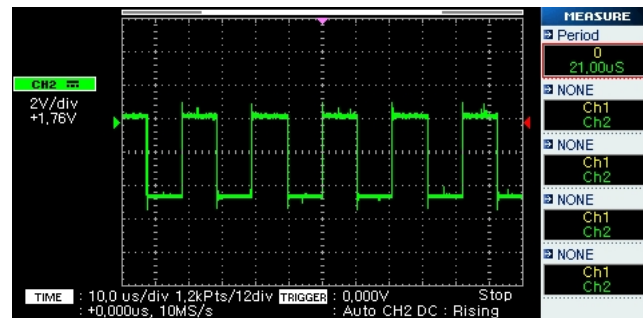
(a) Tela do osciloscópio com a função *analogRead()*.(b) Tela do osciloscópio sem a função *analogRead()*.

Figura 23 – Comparação das duas ondas quadradas obtidas, a primeira com a função *analogRead()* e a segunda sem essa função. Note que há uma redução do período da onda. Essa redução foi muito grande, impedindo de colocar as duas ondas na mesma escala.

Na figura acima, vemos que a conversão AD realizada com a função *analogRead()*, apesar de apresentar a resolução de 10bits, consome um tempo de 240 microssegundos para ser executada. Tal fato faz com que a máxima frequência de amostragem possa ser 4,16 KHz. Esta frequência de amostragem se mostrou insuficiente para a reconstrução do sinal. A redução no período das ondas faz com que um deixe de ser visualizada quando colocadas na mesma escala.

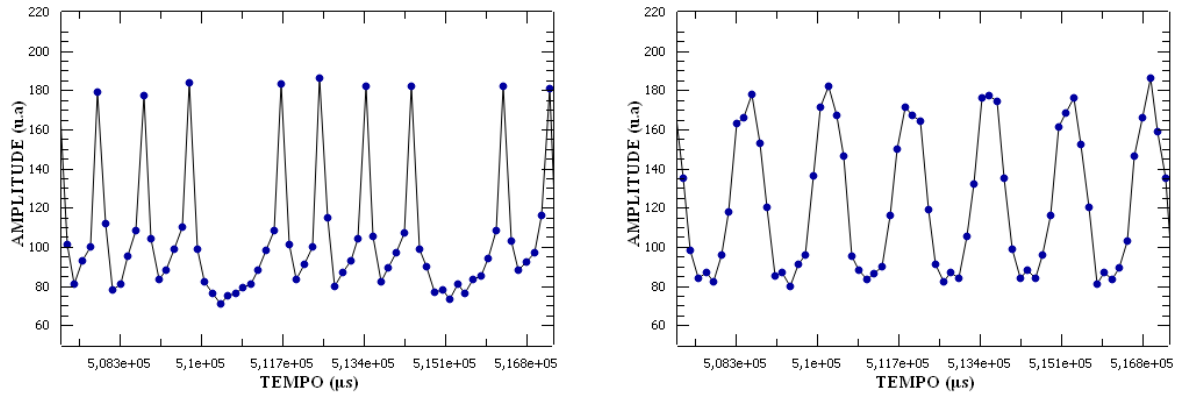
Para resolver esse problema deixamos de lado a função *analogRead()* e configuramos o conversor AD utilizando os registradores conforme descrito no datasheet. Dessa forma, conseguimos aumentar a taxa de amostragem utilizando o modo "*ADC Free Running*", que consiste fazer o ADC converter continuamente a entrada e lançar uma interrupção ao final de cada conversão. O clock do ADC foi então configurado em 500 KHz o que permitiu uma taxa de amostragem de aproximadamente 38,4 KHz¹, ou seja, cerca de 38.400 amostragens por segundo. A configuração deste modo pode ser verificada no código no ANEXO B.

4.1.4 Impacto da Comunicação Serial

Ao longo dos testes realizados detectou-se que o envio dos dados para o PC via comunicação serial tinha grande impacto sobre a amostragem do sinal. Tal fato pode ser

¹ O conversor AD do Arduino utilizado leva 13 ciclos de clock para efetuar uma conversão. É possível configurar o clock do ADC para até 1MHz, contudo perde-se resolução.

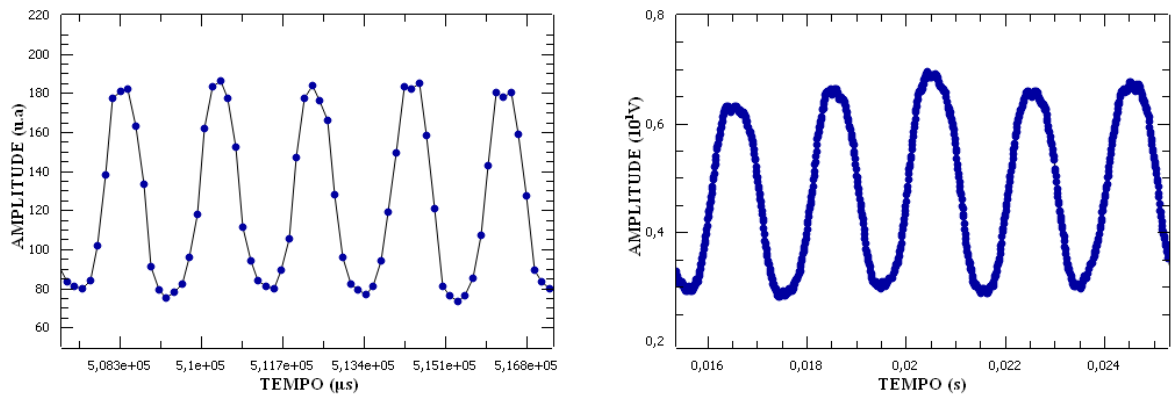
observado na figura 24, onde o Arduino realiza a conversão AD de uma onda de frequência 500Hz e envia para o PC cada valor coletado.



(a) Onda sonora obtida a taxa de comunicação serial em 19200. (b) Onda sonora obtida a taxa de comunicação serial em 500000.

Figura 24 – Reconstrução da forma de onda enviada a diferentes taxas de comunicação serial.

A figura 25 mostra uma comparação da conversão AD na taxa máxima com o sinal obtido diretamente da leitura do pino de saída do sensor com o osciloscópio



(a) Onda sonora obtida a taxa de comunicação serial em 2000000 (taxa máxima). (b) Onda sonora obtida por meio da leitura do pino de saída do sensor com o osciloscópio.

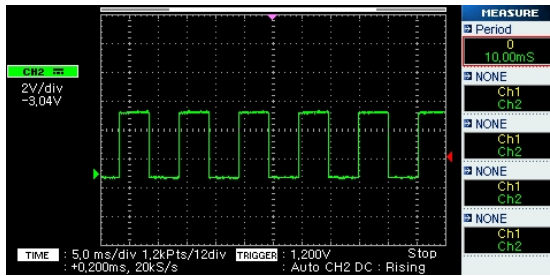
Figura 25 – Comparação da reconstrução da forma de onda enviada a diferentes taxas de comunicação serial.

Observamos que a medida que se aumenta a taxa de comunicação serial (*baud rate*) a resolução aumenta. No entanto, notamos que o ponto de amostragem vai mudando com o tempo.

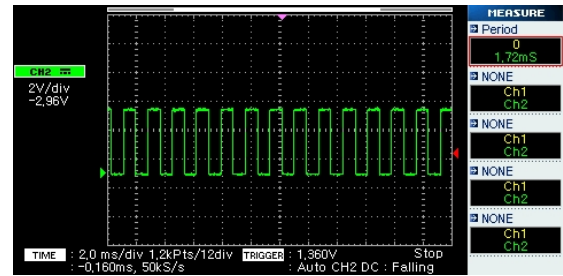
Note que, mesmo na taxa de comunicação máxima, a quantidade de pontos coletados no gráfico da figura 25a é muito menor que na figura 25b.

Para ampliar ainda mais a compreensão do impacto da comunicação serial no Arduino, efetuamos um teste similar ao realizado anteriormente, onde monitoramos o

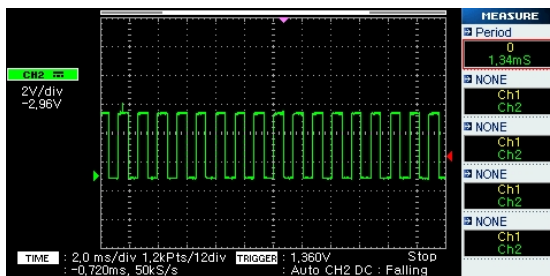
estado de um pino com o osciloscópio. Variando as taxas de comunicação observamos que mesmo na máxima taxa de comunicação ainda ocorria um atraso de cerca de $540 \mu s$.



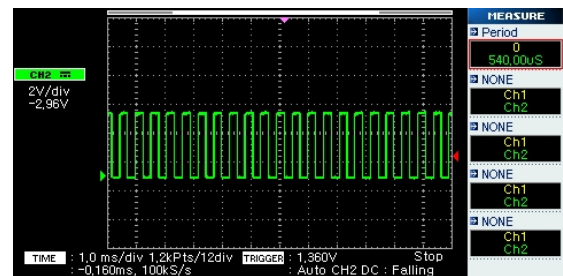
(a) Taxa de comunicação serial em 9600.



(b) Taxa de comunicação serial em 57600.



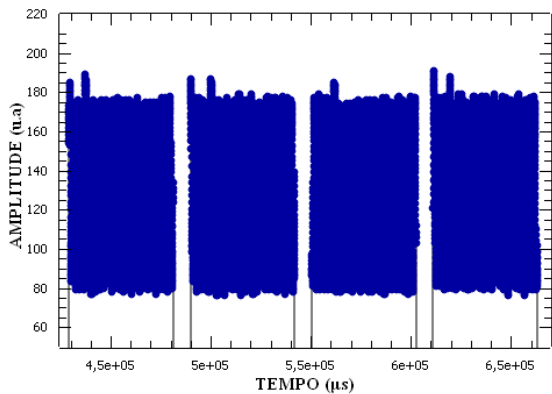
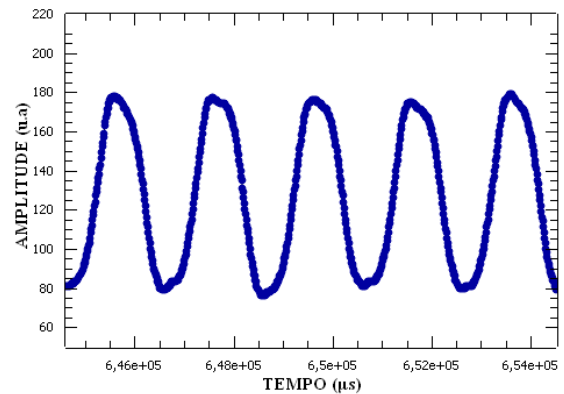
(c) Taxa de comunicação serial em 74880.



(d) Taxa de comunicação serial em 2000000.

Figura 26 – Tela do osciloscópio mostrando o monitoramento estado de um pino a diferentes taxas de comunicação serial. Os períodos encontrados foram 10 ms, 1,72 ms, 1,36 ms e $540 \mu s$ respectivamente para cada taxa.

Para contornar este problema, utilizamos uma estratégia de programação que consistia em utilizar no programa uma matriz de valores para a armazenagem dos dados coletados em *buffer* (parte da memória utilizada para guardar dados temporariamente enquanto estes se transferem de um dispositivo a outro). Essas duas modificações exigiram o uso de uma placa Arduino Mega devido sua maior capacidade de processamento e armazenamento em relação às demais placas Arduino.

(a) Recepção dos dados armazenados em *buffer*.

(b) Ampliação desses dados: onda que foi armazenada.

Figura 27 – Conversão dos AD dos dados armazenados em *buffer*. Cada bloco separado corresponde a uma quantidade de 4000 pontos armazenados.

Comparando a onda capturada por meio do osciloscópio (figura 25b) com a que foi obtida pelo o Arduino com a matriz de valores (figura 27b), podemos ver que houve uma melhoria significativa nos resultados tornando possível a construção da forma de onda com uma melhor resolução.

Por fim, ao proceder com a aplicação da FFT na onda obtida com a matriz de valores (figura 27b), constata-se que a frequência da onda é a mesma informada pelo gerador de áudio, conforme apresenta a figura abaixo.

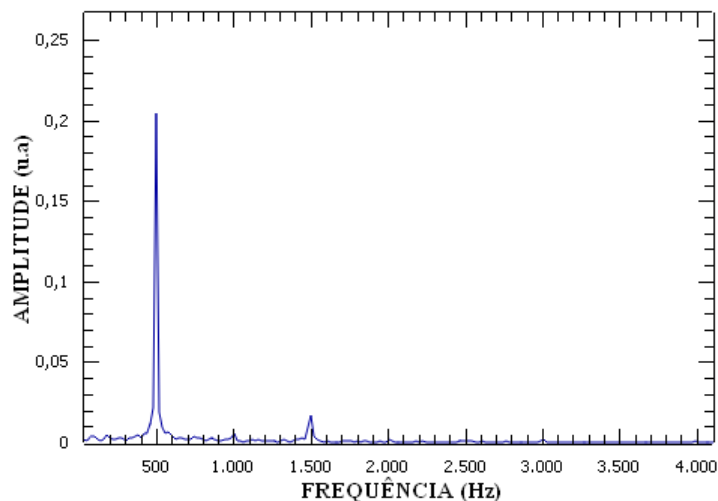


Figura 28 – Aplicação de FFT na onda da figura 27b. A frequência obtida coincide com a informada pelo gerador de áudio (500 Hz). Fonte: Autoria própria.

Os resultados obtidos nas figuras 27 e 28 mostram que o aparato está, finalmente, calibrado. Dessa forma, o mesmo está preparado para a construção da forma de onda emitida pela corda de violão e obtenção dos respectivos valores de frequência.

4.2 A FORMA DE ONDA EMITIDA PELA CORDA

Após feita a calibração do sistema, o passo seguinte é a obtenção do timbre, ou seja, da composição de harmônicos emitidos pela corda quando a mesma é colocada para oscilar da mesma forma como se faz no violão.

Primeiramente, foi obtida a forma de onda para as cordas de violão Si *nylon*, Si aço, Mi *nylon* e Mi aço afinadas. No processo de afinação das cordas, foi coletado o valor de força para o qual a mesma está afinada.

A figura 29 mostra a conversão AD da forma da onda emitida pela corda Si *nylon*, com densidade linear 0,000511 Kg/m e diâmetro 0,81 mm. Esse gráfico foi obtido da mesma forma que na figura 27: os dados foram armazenados em *buffer* e ampliados para a visualização da forma da onda. Esses dados foram coletados no monitor serial do Arduino e plotados no SciDAVis.

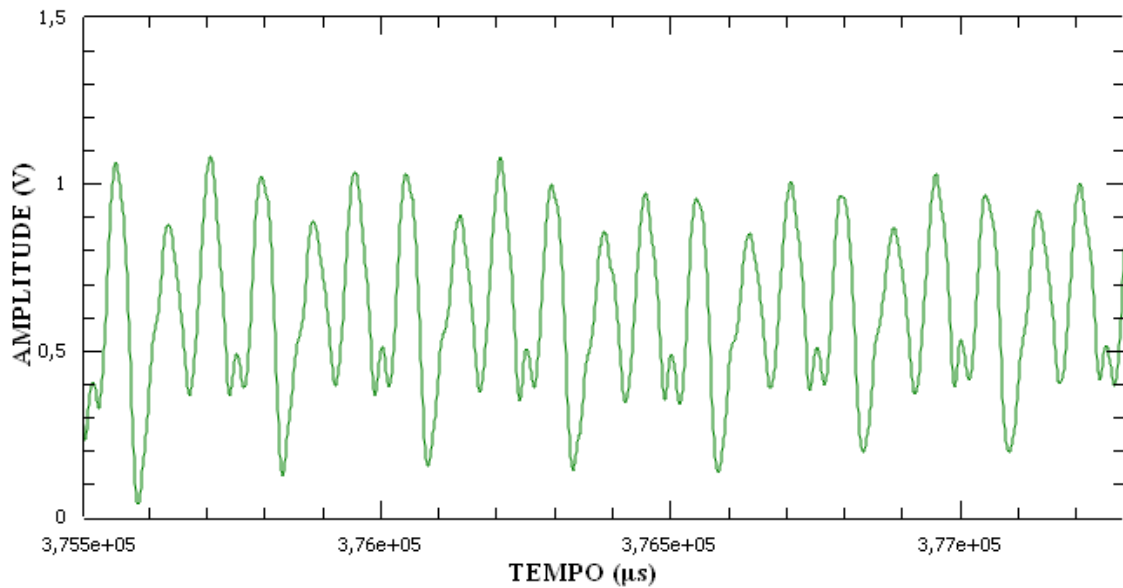


Figura 29 – Conversão AD da forma da onda sonora emitida pela corda Si *nylon* afinada e com a tensão coletada na célula de carga no valor de 5,2 Kgf.

Conforme preveem as equações (2.11), (2.12) e (2.29) a onda emitida pela corda tensionada é um somatório das ondas estacionárias correspondentes aos modos normais de vibração, ou seja, não trata-se de um sinal sinusoidal puro.

A figura 30 apresenta a forma de onda para a corda Si aço, de densidade linear 0,000664 Kg/m e diâmetro 0,36 mm.

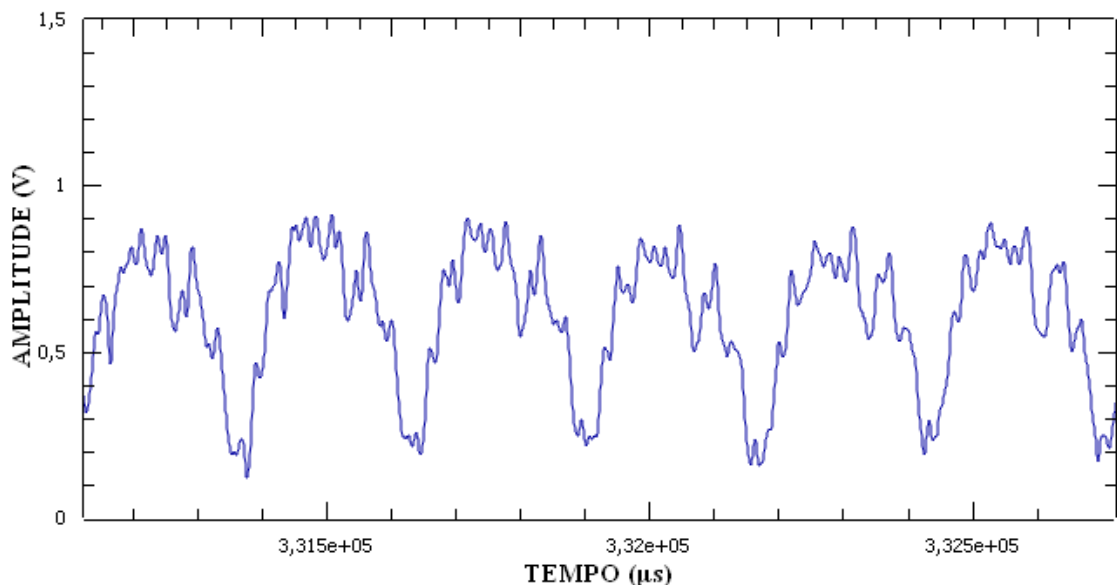


Figura 30 – Conversão AD da forma da onda sonora emitida pela corda Si aço afinada e com a tensão coletada na célula de carga no valor de 7,4 Kgf.

Note que, mudando o material de que é feita a corda e o seu diâmetro, obtêm-se um novo timbre. Isso ocorre porque essa mudança altera as harmônicas que compõem o som emitido.

A figura (31) apresenta a forma de onda para a corda Mi *nylon*, agora com densidade linear de 0,000427 Kg/m e diâmetro de 0,72 mm.

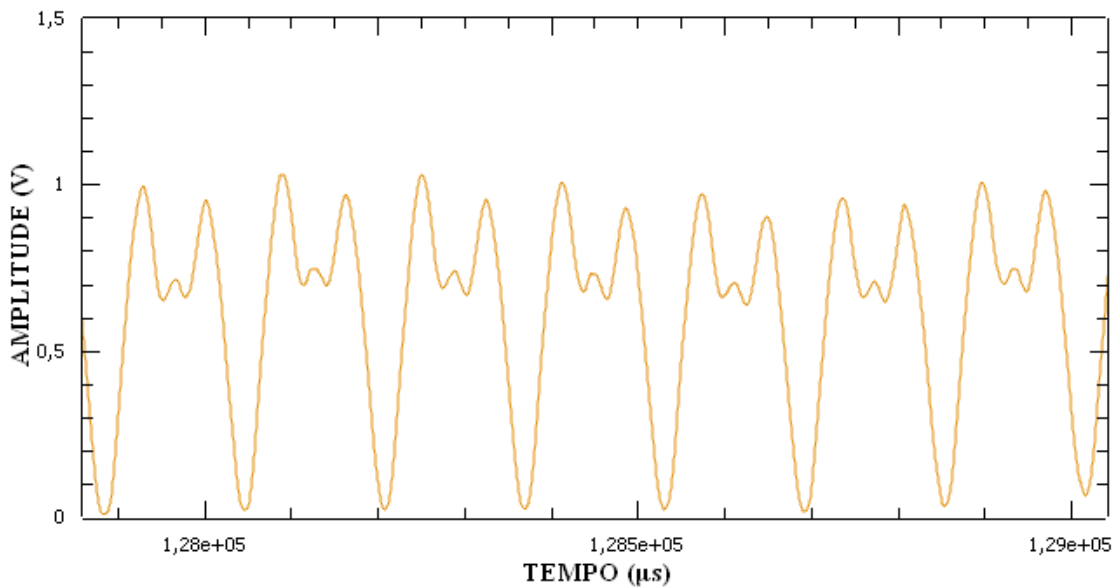


Figura 31 – Conversão AD da forma da onda sonora emitida pela corda Mi *nylon* afinada e com a tensão coletada na célula de carga no valor de 7,8 Kgf.

Embora seja feita do mesmo material que a corda Si Nylon, a forma de onda emitida é diferente, tal resultado decorre do fato de que houve uma diminuição no diâmetro e consequente na densidade linear da corda. Podemos observar, na figura 32, que o mesmo ocorre para a corda Mi aço em relação à Si aço, a ultima de densidade linear 0,000478 Kg/m e diâmetro 0,28 mm.

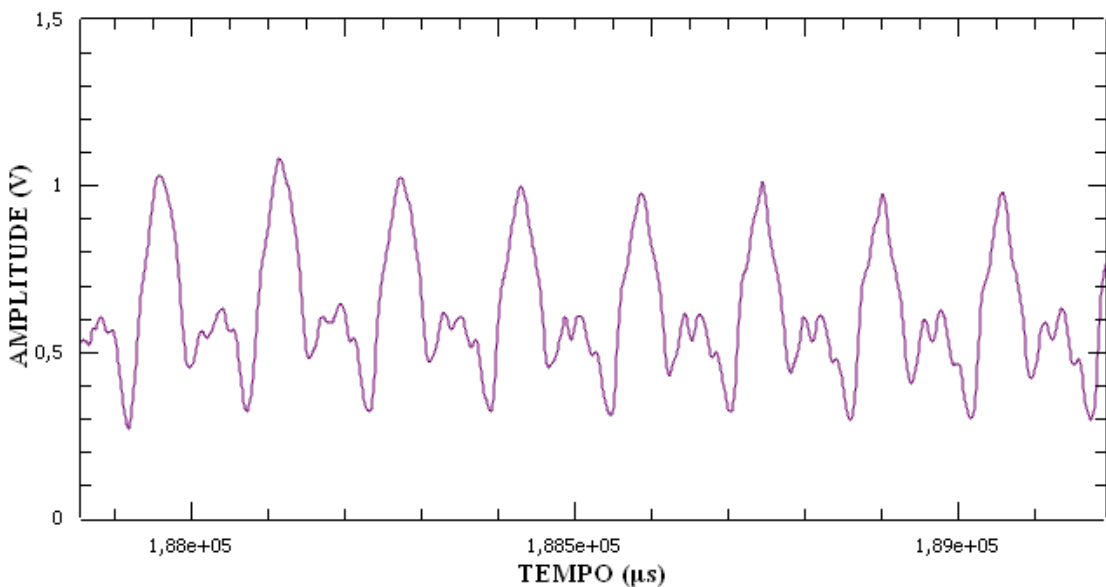
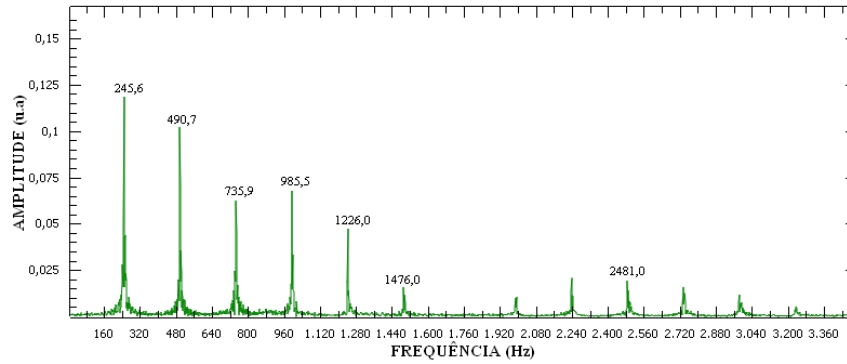


Figura 32 – Conversão AD da forma da onda sonora emitida pela corda Mi aço afinada e com a tensão coletada na célula de carga no valor de 9,2 Kgf.

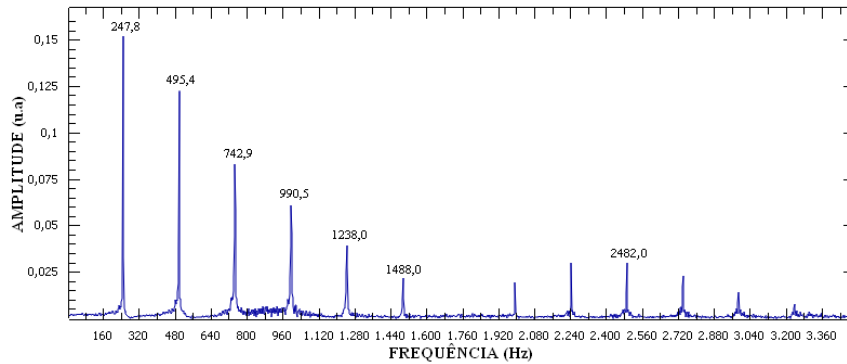
Pela tabela 1, a corda Si é a segunda corda de um violão, cujo valor de frequência

de afinação é 246,9 Hz. Já a corda Mi é a primeira, seu valor de e frequência de afinação é 329,6 Hz. Logo, ao aplicar uma FFT, utilizando o SciDAVis, na matriz de valores que contêm os dados coletados para cada uma dessas formas de onda, deve-se obter os respectivos valores de frequência de afinação.

A figura 33 apresenta a aplicação da FFT nas formas de ondas obtidas nas figuras 29 e 30, respectivamente.



(a) FFT da onda emitida pela da corda Si *nylon* afinada.



(b) FFT da onda emitida pela da corda Si aço afinada.

Figura 33 – Aplicação de FFT nas ondas emitidas pelas cordas Si aço e Si *nylon* afinadas. Cada pico está acompanhado do valor de frequência correspondente.

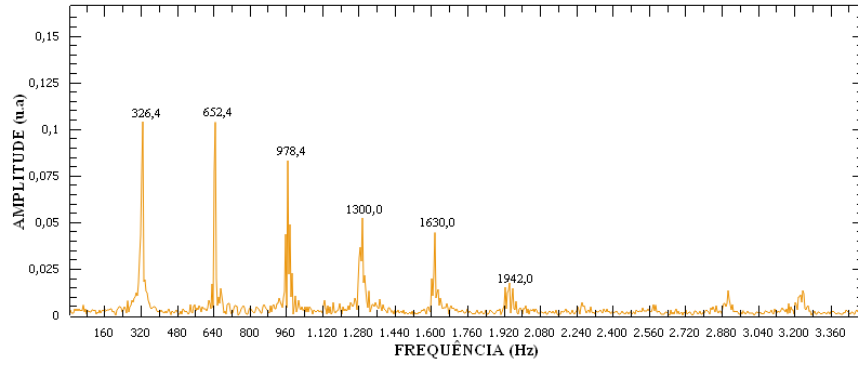
A figura 33 mostra que a frequência do primeiro pico é de 245,6 Hz para a corda Si *nylon* e 247,8 Hz para a corda Si aço. Note também que os valores das frequências dos seis picos subsequentes estão de acordo com a equação (2.35): as frequências dos demais modos de vibração são múltiplos inteiros da frequência fundamental (para qual $n = 1$).

No entanto, os últimos picos não são múltiplos do primeiro. Esse resultado já era esperado pois existem valores armazenados em *buffer* correspondentes a intervalos de tempo em que a onda sonora não estava sendo captada (antes de ser posta a vibrar e depois de parar). Tais valores são provenientes de ruídos de origem elétrica e sonora que, por serem de intensidade muito pequena, não interferem na captação da forma de onda, mas são levados em conta na aplicação da FFT.

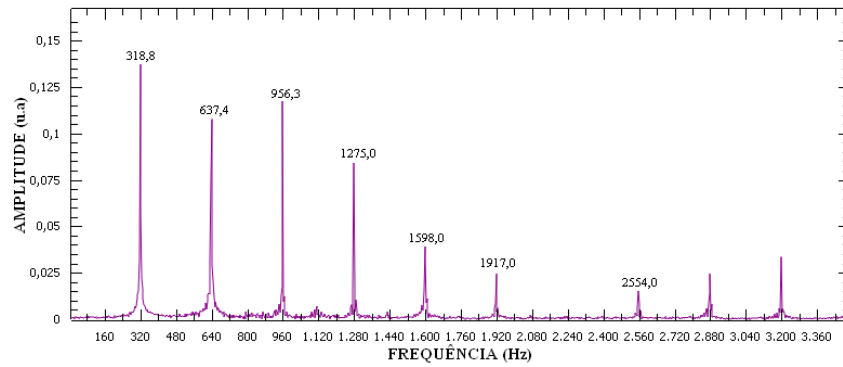
Note que, embora apresentem frequências bem próximas, os picos da figura 33a

são menores que os da figura 33b. Isso ocorre porque as respectivas ondas harmônicas possuem amplitudes diferentes. O eixo vertical representa os valores de $F(\omega)$ na equação 2.40.

Procedendo de forma semelhante, podemos aplicar a FFT nas ondas obtidas nas figuras 31 e 32 e obter os respectivos espectros de frequências, apresentados na figura 34.



(a) FFT da onda emitida pela da corda Mi *nylon* afinada.



(b) FFT da onda emitida pela da corda Mi aço afinada.

Figura 34 – Aplicação de FFT nas ondas emitidas pelas cordas Mi aço e Mi *nylon* afinadas. Cada pico está acompanhado do valor de frequência correspondente.

Os gráficos da figura 34 mostram que frequência do primeiro pico é de 326,4 Hz para a corda Mi *nylon* e 318,8 Hz para a corda Mi aço. Como conhecemos o valor da tensão, do comprimento oscilante das cordas e da densidade linear de cada uma delas, podemos utilizar a equação 2.32 para encontrar o valor teórico das frequências dos harmônicos.

Tabela 2 – Valores teóricos da frequências dos harmônicos que compõe as formas de onda.

$f_n(\text{Hz})$	SI NYLON	SI AÇO	MI NYLON	MI AÇO
f_1	237,3	248,4	318,2	326,5
f_2	474,6	496,8	636,4	653,0
f_3	711,9	745,2	954,6	979,5
f_4	949,2	993,6	1272,8	1306,0
f_5	1186,5	1242,0	1591,0	1632,5

A tabela 2, apresenta os valores teóricos das frequências dos cinco primeiros harmônicos para cada uma das cordas afinadas.

5 CONCLUSÃO

Fazendo um apanhado dos resultados, destaca-se que a célula de carga mostrou sua sua eficiência na medição dos valores de força detectando variações devido ao relaxamento da corda de violão, o que foi de essencial importância neste trabalho para efeito dos cálculos, pois, caso não houvesse essa detecção, seria utilizado o valor inicial erroneamente.

A principal dificuldade encontrada na construção da forma de onda sonora emitida estava na resolução do sinal, o que foi convenientemente resolvido aumentando a taxa de amostragem e utilizando a técnica de amostragem em buffer. A forma da onda sonora obtida estava de acordo com o previsto teoricamente.

A utilização do Software SciDAVis mostrou ser eficaz tanto na plotagem dos gráficos dos dados coletados com o Arduíno quanto na aplicação da FFT para obtenção dos espectro de frequências correspondente. A disponibilidade gratuita desse software é outro fator de destaque, pois existem outros com as mesmas funções, porém, pagos.

O baixo custo de montagem e obtenção dos materiais do aparato experimental proposto neste trabalho contribui para tornar possível o estudo de ondas sonoras emitidas por cordas sem a necessidade de utilização de laboratórios sofisticados, sua montagem final permite até a utilização em sala de aula.

Destaca-se também a capacidade da plataforma Arduíno na comprovação das Leis Físicas aqui estudadas. Esse fator reafirma a relevância da plataforma Arduino no ensino de Física.

Uma limitação encontrada neste trabalho é a utilização de um software extra para aplicação da FFT. Esse fato deixa em aberto a possibilidade da realização de um trabalho futuro onde o cálculo da FFT é feito no próprio Arduino utilizando a programação. Nesse trabalho futuro, também pretende-se o aprimoramento do aparato por meio do aumento da realização das medições e variações dos parâmetros aqui estudados.

Por fim, conclui-se que esse trabalho contribui para o ensino de ondulatória por meio da proposta experimental, bem como para o incentivo da utilização da plataforma Arduino no ensino de conceitos dessa área.

REFERÊNCIAS

- ARDUINO. *Arduino – Home*. 2019. Disponível em: <<https://www.arduino.cc/>>. Acesso em: 13 nov. 2019. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 25.
- AUSUBEL, D. Teoria da aprendizagem significativa. *PELIZZARI, A. et al*, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 18.
- AZEVEDO, G.; SARINHO, V. Uma proposta de produção de jogos estilo quiz na plataforma arduino. In: SBC. *Anais do XVIII Escola Regional de Computação Bahia, Alagoas e Sergipe*. [S.l.], 2018. p. 100–104. Citado na página 23.
- BERTI, A. L. Proposta de experimentos e atividades lúdicas em ondulatória. 2012. Citado na página 21.
- BORGES, A. T. Novos rumos para o laboratório escolar de ciências. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 19, n. 3, p. 291–313, 2002. Citado na página 21.
- BRASIL. Base nacional comum curricular. *Disponível* <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em 25/06/2019, v. 2, 2018. Citado na página 19.
- BRASIL, L. Lei 9394/96–lei de diretrizes e bases da educação nacional. *Disponível* http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em 20/06/2019, v. 30, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 17.
- BRASIL, P. C. N. ensino médio. *Ministério da Educação*, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 19.
- BUENO, K. T. L.; FILHO, R. D. P. Arduino como plataforma para ensino de controle fuzzy em engenharia. In: *Anais do XXV Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia*. [S.l.: s.n.], 2013. Citado na página 23.
- CATELLI, F.; MUSSATO, G. A. Tensão, calibre e frequência das cordas de instrumentos. *ENCONTRO ESTADUAL DE ENSINO DE FÍSICA; V; Porto Alegre, Brasil*, p. 17–9, 2013. Citado na página 15.
- COSTA, J. F. da et al. O celular e o ensino de ondas na escola: uma proposta preliminar. 2012. Citado na página 20.
- COSTA, R. A. V.; VITORINO, A. Controladormidi baseado na plataforma arduino. In: *Workshop de Computação Teórica e Aplicada*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 28. Citado na página 22.
- DAWKINS, R. *Deus, um delírio*. [S.l.]: Companhia das Letras, 2006. Citado na página 19.
- DIOGO, R. C.; GOBARA, S. T. Pernilongo? elimine esse zumbido da sua vida: A aprendizagem de ondas sonoras por meio das novas tecnologias. *RENOTE*, v. 5, n. 2, 2007. Citado na página 20.

- ESCOLAR, C. Inep-instituto nacional de estudos e pesquisas educacionais anísio teixeira. *Ministério da Educação*. Disponível em: <http://inep.gov.br/web/guest/censo-escolar>. Acessado em 11/11/2019, v. 28, 2018. Citado na página 21.
- FREITAS, F. d. O. de; BERTAGNOLLI, S. de C. Tabela periódica interativa desenvolvida com a plataforma arduino. *Anais do Computer on the Beach*, p. 571–573, 2017. Citado na página 23.
- GIANI, K. A experimentação no ensino de ciências: possibilidades e limites na busca de uma aprendizagem significativa. *Proposta de ação profissional resultante da Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências)-Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Universidade de Brasília, Brasília*, 2010. Citado na página 21.
- GRIFFITHS, D. J. *Eletrodinâmica*. Tradução: Heloisa Coimbra. [S.l.]: São Paulo: Editora Pearson, ed, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- HIRATA, M. H. Biofísica: fundamentos e aplicações. *Revista Brasileira de Ciências Farmacêuticas*, SciELO Brasil, v. 40, n. 1, p. 111–111, 2004. Citado na página 37.
- INEP. *Notas Estatísticas Censo Escolar 2018*. 2019. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/notas_estatisticas/2018/notas_estatisticas_censo_escolar_2018.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2019. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 22.
- LABURÚ, C. E. Seleção de experimentos de física no ensino médio: uma investigação a partir da fala de professores. *Investigações em Ensino de ciências*, v. 10, n. 2, p. 161–178, 2016. Citado na página 21.
- LIBÂNEO, J. C. *didática*. [S.l.]: Cortez Editora, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 18.
- LOURENÇO, W. C.; SARMENTO, J. S. Tubo de rubens—experimento de baixo custo para o estudo da ondulatória. *Encontro de Extensão, Docência e Iniciação Científica (EEDIC)*, v. 3, n. 1, 2017. Citado na página 20.
- MARCHESAN, M. Sistema de monitoramento residencial utilizando a plataforma arduino. *Santa Maria*, p. 17–19, 2012. Citado na página 23.
- MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. d. Possibilidades e limitações das simulações computacionais no ensino da física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 24, n. 2, p. 77–86, 2002. Citado na página 20.
- MOREIRA, M. P. C. et al. Contribuições do arduino no ensino de física: uma revisão sistemática de publicações na área do ensino. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), v. 35, n. 3, p. 721–745, 2018. Citado na página 25.
- NASCIMENTO, F. do; FERNANDES, H. L.; MENDONÇA, V. M. de. O ensino de ciências no brasil: história, formação de professores e desafios atuais. *Revista histedbr on-line*, v. 10, n. 39, p. 225–249, 2010. Citado na página 17.
- NEUMANN, R.; BARROSO, M. F. Simulações computacionais e animações no ensino de oscilações. *Anais do XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física, Rio de Janeiro*, 2005. Citado na página 20.

- NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica, 1: mecânica*. [S.l.]: E. Blucher, 2013. Citado na página 28.
- NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor*. [S.l.]: Editora Blucher, 2018. v. 2. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 32.
- OLIVEIRA, J. V. L.; BARROS, A. T. d.; ARAÚJO, J. G. d. Aplicação da física experimental nas escola estadual de ensino fundamental e médio José Gonçalves de Queiroz. *Encontro Nacional de Educação, Ciência e Tecnologia/UEPB*, 2012. Citado na página 18.
- PEREIRA, F. d. O. Análise do som emitido pelo violão como ferramenta para o ensino de física. *Trabalho de Conclusão de Curso - IFPI Campus Parnaíba*, 2015. Citado na página 19.
- PIZZI, L. C. V.; ARAUJO, I. R. L. d.; MELO, W. L. d. A precarização na sala de aula: reflexões sobre seus efeitos na ótica docente. *Revista Educação e Cultura Contemporânea*, v. 9, n. 18, p. 135–151, 2012. Citado na página 18.
- RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; WALKER, J. *Fundamentos de física*. [S.l.]: Grupo Patria Cultural SA DE CV, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 34.
- RÔXO, M. d. S. *Ensino de Óptica Ondulatória com Experimentos de Aquisição Automática de Dados Via Microcontrolador Arduino com Python*. Dissertação (Mestrado), 2019. Citado na página 15.
- SAVIANI, D. História da história da educação no Brasil: um balanço prévio e necessário. *Eccos Revista Científica*, Universidade Nove de Julho, v. 10, n. Esp, p. 147–167, 2008. Citado na página 17.
- SCIDAVIS. *SciDAVis – Home*. 2019. Disponível em: <<http://scidavis.sourceforge.net/>>. Acesso em: 25 nov. 2019. Citado na página 41.
- SILVA, M. O.; RIVEROS, L. M. Desenvolvimento de um brinquedo controlado por dispositivo móvel utilizando sistema Android e plataforma Arduino. *Seminário de Iniciação Científica, Seminário Integrado de Ensino, Pesquisa e Extensão e Mostra Universitária*, 2013. Citado na página 23.
- SILVEIRA, S. *Desenvolvimento de um kit experimental com Arduino para o ensino de física moderna no ensino médio*. Dissertação (Mestrado), 2016. Citado na página 15.
- VILLANI, A. Reflexões sobre o ensino de física no Brasil: práticas, conteúdos e pressupostos. *Revista de Ensino de Física*, v. 6, n. 2, p. 76–95, 1984. Citado na página 17.
- VYGOTSKY, L. S. et al. *Pensamento e linguagem*. [S.l.]: Martins Fontes São Paulo, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 18.
- ZYLBERSZTAJN, A. Galileu—um cientista e várias versões. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 5, p. 36–48, 1988. Citado na página 14.

Apêndices

APÊNDICE A – O OSCILADOR HARMÔNICO SIMPLES

Todo movimento que se repete em intervalos de tempo iguais é chamado de periódico. Considere o movimento do bloco representado na figura 35. Esse bloco oscila em torno de uma posição de equilíbrio e com um deslocamento máximo A , chamado amplitude. Esse movimento é chamado movimento harmônico simples e os objetos que realizam o mesmo são chamados osciladores harmônicos simples.

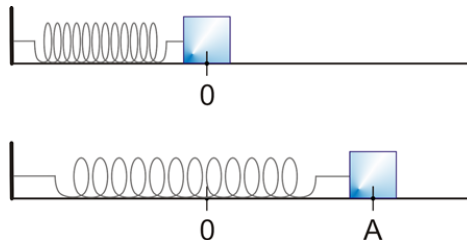


Figura 35 – Bloco preso em uma mola e apoiado em uma superfície horizontal sem atrito. Fonte: Blog Os fundamentos da Física.

No caso desse bloco, a equação de movimento é obtida por meio da lei de Hooke ($F_R = -kx$) e da segunda lei de Newton ($F_R = ma$):

$$ma = -kx \implies \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad (\text{A.1})$$

onde $\omega^2 = \frac{k}{m}$. A equação (A.1) é a equação diferencial de um Oscilador Harmônico Simples cuja solução geral é dada por:

$$x(t) = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t). \quad (\text{A.2})$$

Tomando $a = A \sin \phi$ e $b = A \cos \phi$, a e b são constantes que dependem das condições iniciais, a equação (A.2) pode ser escrita como:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi), \quad (\text{A.3})$$

onde ϕ é a fase inicial. A equação (A.3) descreve o Movimento Harmônico Simples.

Anexos

ANEXO A – CÓDIGO CALIBRAÇÃO DA CÉLULA DE CARGA

```
#include "HX711.h"           // Biblioteca HX711

#define DOUT A0              // HX711 DATA OUT = pino A0 do Arduino
#define CLK A1               // HX711 SCK IN = pino A1 do Arduino

HX711 balanca;              // define instancia balança HX711

float calibration_factor = 103431.00; // fator de calibração para teste inicial

void setup()
{
    Serial.begin(57600);      // monitor serial 9600 Bps
    balanca.begin(DOUT, CLK); // inicializa a balança
    Serial.println();         // salta uma linha
    Serial.println("HX711 - Calibracao da Balança"); // imprime no monitor serial
    Serial.println("Remova o peso da balanca");
    Serial.println("Depois que as leituras começarem, coloque um peso conhecido sobre a Balança");
    Serial.println("Pressione a,s,d,f para aumentar Fator de Calibração por 10,100,1000,10000 respectivamente");
    Serial.println("Pressione z,x,c,v para diminuir Fator de Calibração por 10,100,1000,10000 respectivamente");
    Serial.println("Após leitura correta do peso, pressione t para TARA(zerar) ");

    balanca.set_scale();      // configura a escala da Balança
    zeraBalanca ();           // zera a Balança
}

void zeraBalanca ();
{
    Serial.println();         // salta uma linha
    balanca.tare();           // zera a Balança
    Serial.println("Balança Zerada ");
}

void loop()
{
    balanca.set_scale(calibration_factor); // ajusta fator de calibração
    Serial.print("Peso: ");      // imprime no monitor serial
```

```
Serial.print(balanca.get_units(), 3);          // imprime peso da balança com 3 casas decimais
Serial.print(" kgf");
Serial.print("   Fator de Calibração: ");      // imprime no monitor serial
Serial.println(calibration_factor);           // imprime fator de calibração
delay(1000);                                  // atraso de 1 segundo

if (Serial.available())                       // reconhece letra para ajuste do fator de calibração
{
    char temp = Serial.read();
    if (temp == '+' || temp == 'a')           // a = aumenta 10
        calibration_factor += 1000000;
    else if (temp == '-' || temp == 'z')      // z = diminui 10
        calibration_factor -= 10000;
    else if (temp == 's')                     // s = aumenta 100
        calibration_factor += 100;
    else if (temp == 'x')                     // x = diminui 100
        calibration_factor -= 100;
    else if (temp == 'd')                     // d = aumenta 1000
        calibration_factor += 1000;
    else if (temp == 'c')                     // c = diminui 1000
        calibration_factor -= 1000;
    else if (temp == 'f')                     // f = aumenta 10000
        calibration_factor += 10000;
    else if (temp == 'v')                     // v = diminui 10000
        calibration_factor -= 10000;
    else if (temp == 't') zeraBalanca ();      // t = zera a Balança
}
}
```

ANEXO B – SKETCH PARA AQUISIÇÃO DO SINAL SONORO COM TAXA DE AMOSTRAGEM DE 38,4 KHZ

```

byte incomingAudio[4000]; // esta matriz de valores será utilizada como buffer
int saida = 10;
int output = 0;
int i=0;
byte transmitir=0;
void setup(){

Serial.begin(2000000);

cli();//disable interrupts

//set up continuous sampling of analog pin 0

//clear ADCSRA and ADCSRB registers
ADCSRA = 0;
ADCSRB = 0;

ADMUX |= (1 << REFS0); //set reference voltage
ADMUX |= (1 << ADLAR); //left align the ADC value- so we can read highest 8 bits from ADCH register only

ADCSRA |= (1 << ADPS2); //set ADC clock with 16 prescaler- 16mHz/16=1MHz
ADCSRA |= (1 << ADSC); //enable auto trigger
ADCSRA |= (1 << ADIF); //enable interrupts when measurement complete
ADCSRA |= (1 << ADEN); //enable ADC
ADCSRA |= (1 << ADSC); //start ADC measurements

sei();//enable interrupts

//if you want to add other things to setup(), do it here

}

ISR(ADC_vect) { //when new ADC value ready

incomingAudio [i] = ADCH; //store 8 bit value from analog pin 0
++i;

```

```
if(i>4000){
    i=0;
    transmitir = 1;
    // ADCSRA = 0;      // clear ADCSRA register
    // ADCSRB = 0;      // clear ADCSRB register
}
}

void loop(){
if(transmitir==1){
    // cli();//disable interrupts
    for(int a=0; a < 4000; ++a){
        Serial.println(incomingAudio[a]);
    }

    for(int b=0; b < 1000; ++b){
        Serial.println("0");
    }

    transmitir=0;
    //set up continuous sampling of analog pin 0

    //clear ADCSRA and ADCSRB registers
    ADCSRA = 0;
    ADCSRB = 0;

    ADMUX |= (1 << REFS0); //set reference voltage
    ADMUX |= (1 << ADLAR); //left align the ADC value- so we can read highest 8 bits from ADCH register only

    ADCSRA |= (1 << ADPS2); //set ADC clock with 16 prescaler- 16mHz/16=1MHz
    ADCSRA |= (1 << ADSC); //enable auto trigger
    ADCSRA |= (1 << ADIF); //enable interrupts when measurement complete
    ADCSRA |= (1 << ADEN); //enable ADC
    ADCSRA |= (1 << ADSC); //start ADC measurements
    sei();//enable interrupts
}
}
```