



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PICOS
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

JARDEL DE CARVALHO VELOSO

CASOS LIMITE DA MECÂNICA: UM BREVE DESENVOLVIMENTO SOBRE A
EVOLUÇÃO E O LIMITE CLÁSSICO DA MECÂNICA RELATIVÍSTICA E DA
MECÂNICA QUÂNTICA

PICOS-PIAUÍ

2021

JARDEL DE CARVALHO VELOSO

CASOS LIMITE DA MECÂNICA: UM BREVE DESENVOLVIMENTO SOBRE A
EVOLUÇÃO E O LIMITE CLÁSSICO DA MECÂNICA RELATIVÍSTICA E DA
MECÂNICA QUÂNTICA

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)
apresentado como exigência parcial para
obtenção do diploma do curso de Licenciatura
em Física do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Piauí, campus Picos.

Orientador: Prof. Me. Jorge Maurício Silva
Santos

PICOS-PIAUI

2021

FICHA CATALOGRÁFICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PICOS
COORDENAÇÃO DE BIBLIOTECA
SERVIÇO DE PROCESSOS TÉCNICOS

V432c Veloso, Jardel de Carvalho

Casos limite da mecânica: um breve desenvolvimento sobre a evolução e o limite clássico da mecânica relativística e da mecânica quântica / Jardel de Carvalho Veloso. — 2021.
43 f.: il.

Monografia (Graduação em Licenciatura em Física) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Picos, 2021.

Orientador: Prof. Me. Jorge Maurício Silva Santos.

1. Física - mecânica. 2. Mecânica quântica. 3. Mecânica relativística. I. Título.

CDD: 531



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
Campus Picos
Coordenação do Curso de Licenciatura em Física

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: “CASOS LIMITE DA MECÂNICA: UM BREVE DESENVOLVIMENTO
SOBRE A EVOLUÇÃO E O LIMITE CLÁSSICO DA MECÂNICA RELATIVÍSTICA E
DA
MECÂNICA QUÂNTICA”

ALUNO: Jardel de Carvalho Veloso

DATA: 15 de janeiro de 2021

Monografia defendida junto à Coordenação do Curso de Licenciatura em Física e
aprovada pela banca examinadora:

Prof. Me. **Jorge Mauricio Silva Santos** - Orientador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI

Prof. Me. **Pedro José Feitosa Alves Júnior** - Avaliador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI

Prof. Me. **Gilson Mauriz Gomes** - Avaliador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI

Picos - PI, 15 de janeiro de 2021

À minha família, amigos e professores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, campus de Picos, por toda a estrutura (tanto física-estrutural, quanto de corpo técnico) fornecida durante meu percurso como discente; pelas bolsas institucionais concedidas (monitoria do PRAEI, auxílio permanência e auxílio conectividade) e também pela bolsa da Residência Pedagógica disponibilizada pela Capes. Em especial, agradeço ao meu orientador de TCC, o professor Jorge Maurício por se dispor a me ajudar nessa empreitada de produzir este trabalho, mas, também, em se dispor para toda minha turma durante o curso. Agradeço, também, a todos os professores que influenciaram diretamente na minha formação, entre eles: Pedro Feitosa, Haroldo Reis, Emanuel Veras, Lourenilson Sousa, Gilson Mauriz, Ronaldo Campelo, Márcio Miranda e Fátima Letícia. Agradeço aos amigos que fiz durante o curso, tanto os de dentro do IFPI quanto os de fora. Agradeço, sobretudo, aos meus pais que me deram todo apoio para iniciar o curso e conseguir terminar, mesmo com todas as dificuldades apresentadas a eles durante esse intervalo de tempo.

“Este é o mais belo destino que uma teoria física pode ter: quando ela abre caminho para o estabelecimento de uma teoria mais ampla, na qual continua a viver como um caso particular. ”

Albert Einstein

RESUMO

A ciência em sua evolução sempre encontrou barreiras conceituais e epistemológicas. Na Física, a transposição dessas barreiras culminou, no final do século XIX e início do século XX, no nascimento de dois novos ramos dessa ciência, os quais estabeleceram mudanças profundas na sua base conceitual. A Mecânica Clássica, que descrevia bem os eventos físicos do cotidiano, era agora um caso particular da Relatividade e da Mecânica Quântica, para o limite de baixas velocidades e grandes escalas de comprimento, respectivamente. Esses novos dois pilares da Física são responsáveis pelo desenvolvimento de novas tecnologias, tão relevantes para o avanço da humanidade e, por consequência, de grande valor no ambiente escolar e universitário. Então, sabendo da grande importância de tais tópicos para alunos dos cursos de graduação em Física, principalmente, este trabalho tem como objetivo um rápido tratamento a respeito do desenvolvimento da mecânica, focando em casos limites entre a Mecânica de Newton com relação a Relatividade Restrita e a Mecânica Quântica. Observou-se no decorrer do desenvolvimento do trabalho, uma maior facilidade em reduzir a mecânica relativista à clássica. Já da mecânica quântica para a clássica, verificou-se que esse processo não seria tão simples, pois elas guardam conceitos e ideias muito díspares entre si. A partir das pesquisas pode-se perceber que ainda hoje há muitos esforços na tentativa de universalização da mecânica quântica, ou seja, acabar com as objeções que existem quando se realiza o processo de limite clássico.

Palavras chave: Mecânica Clássica. Mecânica Relativística. Mecânica Quântica. Limites. Revisão bibliográfica.

ABSTRACT

Science in its evolution has always encountered conceptual and epistemological barriers. In physics, the transposition of these barriers culminated, at the end of the 19th century and the beginning of the 20th century, in the birth of two new branches of this science, which established profound changes in its conceptual basis. Classical Mechanics, which described everyday physical events well, was now a particular case of Relativity and Quantum Mechanics, for the limit of low speeds and large length scales, respectively. These new two pillars of Physics are responsible for the development of new technologies, so relevant to the advancement of humanity and, consequently, of great value in the school and university environment. So, knowing the great importance of such topics for students of undergraduate courses in Physics, mainly, this work aims at a quick treatment regarding the development of mechanics, focusing on limit cases between Newton's Mechanics in relation to Special Relativity and Quantum Mechanics. It was observed during the development of the work, an easier way to reduce the relativistic mechanics to the classic one. From quantum to classical mechanics, it was found that this process would not be so simple, as they hold very different concepts and ideas. From the research it can be seen that even today there are many efforts in the attempt to universalize quantum mechanics, that is, to end the objections that exist when the classic limit process is carried out.

Key words: Classical Mechanics. Relativistic Mechanics. Quantum Mechanics. Limits. Literature review.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Sistema de referenciais inerciais.....	16
Figura 2	Propagação de uma onda eletromagnética em uma única direção.....	20
Figura 3	Interferômetro de Michelson e Morley.....	23
Figura 4	Energia de uma partícula relativística x clássica.....	29
Figura 5	Momento de uma partícula relativística x clássica.....	30
Figura 6	Distribuição espectral da radiação térmica.....	33

LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 1	Transformadas de Galileu.....	17
Equação 2	Adição de velocidades.....	17
Equação 3	Invariância da aceleração.....	18
Equação 4	Invariância da lei do movimento de Newton.....	18
Equação 5	Equação do campo elétrico.....	21
Equação 6	Equação do campo magnético.....	21
Equação 7	Equação diferencial no referencial S.....	21
Equação 8	Função solução no referencial S.....	22
Equação 9	Equação diferencial.....	22
Equação 10	Função solução sob transformada de Galileu.....	22
Equação 11	Equação diferencial no referencial S'.....	22
Equação 12	Transformadas de Lorentz.....	25
Equação 13	Contração do comprimento.....	26
Equação 14	Dilatação temporal.....	26
Equação 15	Energia relativística.....	27
Equação 16	Momento relativístico.....	27
Equação 17	Comprimento de onda de de Broglie.....	33
Equação 18	Equação de Schrodinger unidimensional.....	34
Equação 19	Valor esperado para a posição.....	35
Equação 20	Incerteza na posição.....	35
Equação 21	Valor esperado para o momento.....	35
Equação 22	Valor esperado para a força.....	36

LISTA DE SÍMBOLOS

∇^2	Laplaciano
γ	Fator de Lorentz
ε_0	Permissividade elétrica no vácuo
μ_0	Permeabilidade magnética no vácuo
h	Constante de Planck
i	Unidade imaginária
$\hbar$	Constante de Planck reduzida
Ψ	Psi
c	Velocidade da luz
Δ	Delta

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	MECÂNICA NEWTONIANA.....	16
2.1	RELATIVIDADE DA MECÂNICA NEWTONIANA.....	16
2.2	ELETRODINÂMICA DE MAXWELL E A RELATIVIDADE.....	19
3	MECÂNICA RELATIVÍSTICA.....	25
3.1	TRANSFORMAÇÕES DE LORENTZ.....	25
3.2	RELATIVIDADE DE EINSTEIN.....	26
4	MECÂNICA QUÂNTICA.....	32
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	39
	REFERENCIAIS BIBLIOGRÁFICOS	41

1 INTRODUÇÃO

A evolução científica sempre se deteve com eventos naturais ditos “inexplicáveis” ao longo de sua história, não sendo uma característica apenas das ciências, mas também de diversas áreas do conhecimento humano. Essa incapacidade de explicar determinados eventos naturais no decurso evolutivo, ou estavam atreladas a dificuldades puramente epistemológicas - muitas vezes dispondo do aparato experimental apropriado para tal explicação - ou simplesmente a falta de tecnologia que viabilizasse, a partir da experimentação, a elucidação de tais eventos. De outro ponto de vista, o desenvolvimento tecnológico corroborou e corrobora, em muitos casos, a observação de eventos naturais inéditos, que por sua vez não há ainda explicação científica embasada em modelos teóricos, demandando uma concentração de esforços para este fim.

Na Biologia, por exemplo, nas décadas de 1950 e 1960, um dos problemas desencadeados foi a atualização do conceito de gene mendeliano (atualização do conceito clássico de gene), que se justapôs aos conceitos moleculares modernos, gerando uma crise conceitual acerca da definição e função do gene (JOAQUIM e EL-HANI, 2010). Ou seja, a busca por uma definição mais geral e precisa encontrou uma barreira conceitual entre a biologia clássica e a moderna.

Em Física (ou filosofia natural à época), o movimento estranho de Marte no céu era mais bem explicado quando inserida a ideia de epiciclos, proposta por Cláudio Ptolomeu (100-168). No mesmo sentido, evidenciaram, muitos séculos depois, que o movimento de uma flecha ao ser disparada continuava não por conta do vento aerodinâmico que a empurrava na parte de trás, mas sim por conta da sua inércia. Esses exemplos caracterizaram uma evolução no pensamento humano e, conseqüentemente, uma quebra nos paradigmas do pensamento científico de cada época a fim de explicar uma anomalia observada ou de mudar conceitos equivocados.

Entretanto, uma das maiores mudanças na Física aconteceu no início do século XX. A física newtoniana predominava na explicação de eventos físicos da natureza até então. No entanto, o surgimento de novas tecnologias foi possibilitando ao homem investigar cada vez mais os limites de aplicabilidade das teorias físicas, de tal forma que a mecânica clássica acabava por falhar na descrição de fenômenos nesses limites. Esse fato colaborou para o surgimento da relatividade restrita, elaborada por

Albert Einstein (1879-1955), e dos primórdios da mecânica quântica, iniciada com os estudos de Max Planck (1858-1947).

A Relatividade Restrita, por sua vez, ampliou a gama de eventos possíveis de serem descritos matematicamente e conceitualmente, incluindo-se aqueles envolvendo altas velocidades comparáveis a da luz. De outro modo, ela estabeleceu mudanças conceituais acerca do espaço e do tempo de forma passível a explicar sistemas físicos sob efeito de velocidades incomuns no cotidiano de uma pessoa. Apesar de inicialmente sofrer certa desconfiança da comunidade acadêmica da época, a teoria de Einstein começou a ganhar espaço à medida que físicos importantes desse tempo deram votos de confiança aos seus trabalhos, sendo um deles Planck.

A partir dos trabalhos desse último, acerca da emissão de radiação de corpos aquecidos, a outra vertente da mecânica começou a ganhar corpo. A mecânica quântica, à medida que evoluía a partir de trabalhos de físicos como Niels Bohr (1885-1962), Erwin Schrodinger (1887-1961), Werner Heisenberg (1901-1976), Paul Dirac (1902-1984), entre outros, mostrou que quando se estudava escalas de comprimento muito pequenas, as grandezas físicas não eram mais contínuas como observado nas escalas macroscópicas e tão menos determinísticas, como se convinha achar que o universo fosse até o final do século XIX.

Na realidade, esses novos dois pilares da mecânica eram (e são) teorias parciais, no sentido de que cada uma possibilitava a descrição de efeitos físicos em situações diferentes. A questão é que teorias científicas em geral possuem um domínio de validade, isto é, para determinados conjuntos de eventos elas preveem resultados com um grau de precisão bem próximo do que é observado na natureza, de forma que quando muda-se o nicho de eventos físicos, essa precisão se reduz significativamente (HAWKING, 2015).

A mecânica newtoniana, a relativística e a quântica, em seus domínios de validade ou não, evidenciam sobretudo a evolução do conhecimento da humanidade, sendo cada uma, determinantes para o desenvolvimento tecnológico e científico das sociedades posteriores. Desse modo, o estudo de seus desenvolvimentos é de suma importância para um graduando em Física, não só pela importância do conteúdo em si, mas também pelos resultados tecnológicos advindos do desenvolvimento desses

ramos. Isto é, o fato de os estudos em relatividade e quântica contribuírem diretamente para o desenvolvimento das tecnologias atuais e de toda a sociedade estar diretamente em contato com tais tecnologias, torna necessário, principalmente para os licenciados em Física, o entendimento sobre esse processo evolutivo da mecânica. Isso porque serão esses quem irão repassar tais conhecimentos e realizar esse intercâmbio de ideias sobre desenvolvimento científico e tecnológico no ensino básico.

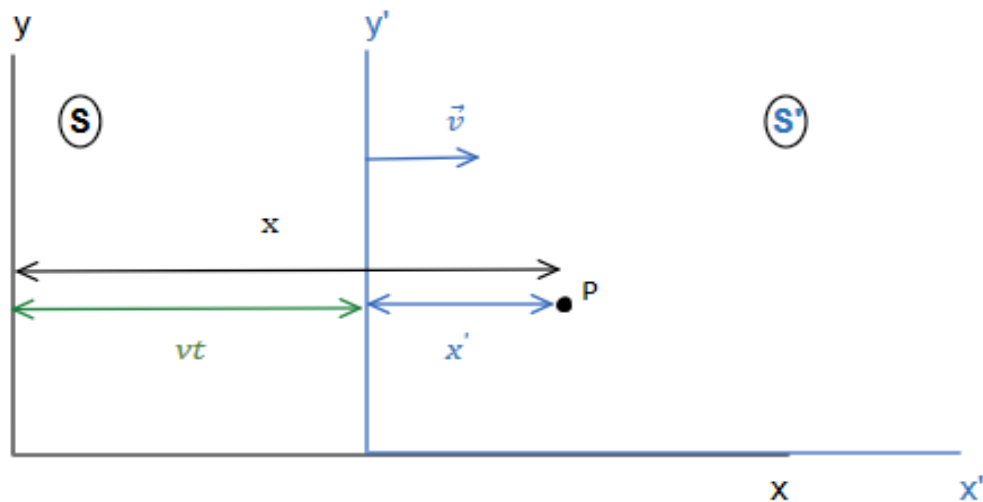
Então, sabendo dessa importância, este trabalho tem como objetivo fazer um breve levantamento bibliográfico, desenvolvendo a respeito da evolução da mecânica, focando em casos limites entre a mecânica de Newton com relação a relatividade restrita e a mecânica quântica.

2 MECÂNICA NEWTONIANA

2.1 A RELATIVIDADE DA MECÂNICA NEWTONIANA

A mecânica newtoniana forneceu (fornece) subsídios teóricos para o desenvolvimento da Física durante os séculos posteriores ao seu desenvolvimento. Parte desse sucesso deve-se a essa base teórica apresentar características peculiares, de modo que um aspecto muito importante dentre, atribuído seu desenvolvimento a Galileu Galilei (1564-1642), é poder relacionar movimentos translacionais uniformes entre referenciais inerciais. Entende-se por referencial inercial aqueles referenciais que obedecem a primeira lei de Newton, a qual diz que: todo e qualquer corpo continua em seu estado de repouso, ou de movimento com velocidade constante em uma linha reta, a não ser que seja compelido a mudar esse estado por forças aplicadas sobre ele (NUSSENZVEIG, 2002). Isto é, referenciais relativamente parados ou em movimento retilíneo e uniforme entre si. Então, considere a figura 1.

Figura 1 - Sistema de referenciais inerciais



Fonte: de autoria própria

O referencial S' se move com velocidade constante v e passa pelo referencial S em $t = t' = 0$ (a partir do qual começa-se marcar o tempo) e $O = O' = 0$. No referencial S encontra-se uma partícula fixa no ponto P. A determinação da relação

entre as coordenadas posicional e temporal dessa partícula com relação aos referenciais S e S' é possível a partir de uma transformação de Galileu, obtendo-se, dessa maneira, as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}x &= x' + vt \\y &= y' \\z &= z' \\t &= t'\end{aligned}\tag{1}$$

de forma que as relações espaciais para os eixos y e z não se alteram devido não haver movimento relativo nessas direções. Já o tempo passa de forma igual em ambos os referenciais – a passagem do tempo não dependia dos objetos e eventos físicos – pois nos pressupostos da mecânica newtoniana ele é absoluto (MARTINS e ZANETIC, 2002).

Tomando taxa de variação na componente x das (1), vem que:

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v$$

Como t igual a t' na mecânica newtoniana, isso implica em,

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v \Rightarrow u'_x = u_x - v\tag{2}$$

onde u'_x é a velocidade da partícula com relação ao referencial S' e u_x é a velocidade da partícula com respeito ao referencial S. Esse resultado (2) é conhecido na física como transformações de velocidade ou adição de velocidades (EINSTEIN, 1999). Para as componentes y e z encontram-se as seguintes relações:

$$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy}{dt} \Rightarrow \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} \Rightarrow u'_y = u_y$$

e

$$\frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt} \Rightarrow \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} \Rightarrow u'_z = u_z$$

como esperado. A derivada da (2) com relação ao tempo fornece,

$$\frac{du'_x}{dt'} = \frac{d(u_x - v)}{dt}$$

como v constante,

$$a'_x = a_x$$

Para as demais coordenadas, as derivadas dão, $a'_y = a_y$ e $a'_z = a_z$ o que implica, portanto, em

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a} \quad (3)$$

Logo, as mediadas das componentes da aceleração da partícula não são afetadas pelo movimento relativo dos dois sistemas de referenciais em questão, ou seja, quando a velocidade de uma partícula varia, essa variação é sentida tanto para um observador fixo em S quanto para um em S' (RESNICK, 1971).

Então, a partir da (3) e sabendo que na mecânica de Newton a massa sendo a medida da quantidade de matéria de um corpo a partir da densidade e volume, descrevendo a tendência de um corpo em permanecer no seu estado de movimento e sendo, portanto, não variável (NEWTON, 2012), a lei de movimento da mecânica newtoniana – “A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é imprimida” (NEWTON, 2012, p.53) – para o caso de movimentos translacionais de referenciais inerciais resulta no seguinte,

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = \mathbf{F}' = m\mathbf{a}' \quad (4)$$

A forma da Lei é, portanto, a mesma em ambos os referenciais. Logo, diz-se que é invariante sob uma transformação de Galileu (NUSSENZVEIG, 2002), que, acima de tudo, é consequência do seguinte princípio:

“Princípio da relatividade: se as leis da mecânica são válidas num dado referencial, então são também válidas em qualquer referencial que se mova com velocidade retilínea e uniforme em relação ao primeiro” (SEIXAS, 2005, p.45).

Essa definição vale para as outras duas Leis. Deste modo, “as leis de Newton de movimento e as equações de movimento de uma partícula, seriam exatamente as mesmas em todos os sistemas inerciais” (RESNICK, 1971, p.13). Como os princípios de conservação de energia e momento podem ser obtidos a partir das leis de Newton, podemos afirmar que “as leis da Mecânica são as mesmas em todos os sistemas inerciais” (RESNICK, 1971, p.13).

Como mencionado acima, a mecânica de Newton forneceu base teórica para o desenvolvimento de diversos ramos da Física, todavia, não foi suficiente para explicar determinadas características da eletrodinâmica como, por exemplo, a sua incompatibilidade com o princípio da Relatividade.

2.2 ELETRODINÂMICA DE MAXWELL E A RELATIVIDADE

Durante o século XIX, após a confirmação por Thomas Young (1773-1829) de que a luz tinha características ondulatórias e não corpusculares, a ideia de que o universo era preenchido por um meio viscoso e transparente retomou fôlego. Augustin Jean Fresnel (1788-1827) formulou uma teoria totalmente baseada na existência desse meio, o *plenum* de Descartes, em que os fenômenos ópticos, elétricos, magnéticos e de radiação térmica, eram mudanças de estado desse meio, denominado éter (MARTINS, 2012; LIMA e SILVA, 2019).

Os esforços desse período estavam divididos basicamente em duas vertentes, sendo que uma estudava os efeitos ópticos da luz e a outra estudava as interações elétricas e magnéticas. Os físicos desse tempo tinham uma visão bastante mecanicista, de tal forma que James Clerk Maxwell (1831-1879), um dos maiores nomes desse período, no início de seus estudos, não acreditava em ação à distância. Desse modo, observando a semelhança das linhas de força propostas por Michael Faraday (1791-1862) com o fluxo de um fluido, Maxwell assimilou que o fluido sobre o qual as linhas de força criavam forma seria realmente o éter (DIAS e MORAIS, 2014).

Ao longo dos anos, Maxwell acabou deixando de lado a abordagem mecanicista, onde usava a ideia dos vórtices no éter, por exemplo, para explicar as interações elétricas, e se aproximou de vertentes mais modernas relacionadas a teoria

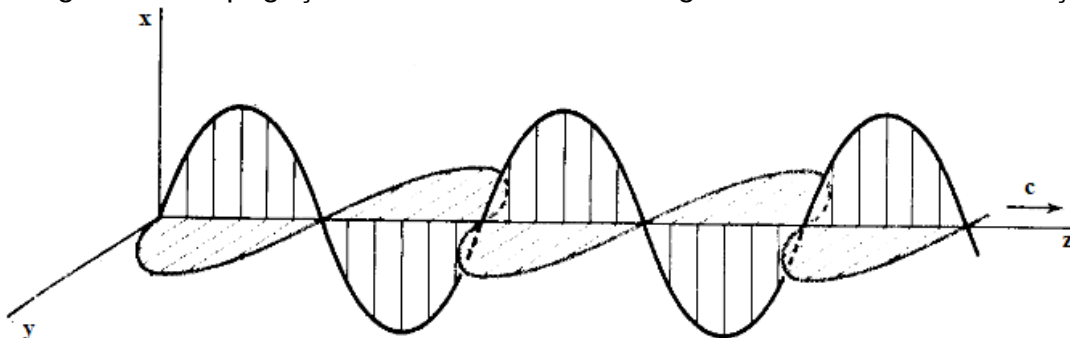
de campos (LIMA, 2019). Então, as propriedades elétricas, magnéticas e da luz acabam deixando de ser características de um meio e passam a ser elementos independentes (LIMA e SILVA, 2019). Mas físicos bem influentes naquele período ainda permaneciam acreditando no éter.

No seu livro *A Treatise on Electricity & Magnetism* publicado em 1873, Maxwell compilou os resultados obtidos de seus trabalhos anteriores e esboçou a base teórica do eletromagnetismo. Essa base é constituída de quatro equações fundamentais, a saber:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

sendo essas, contribuições devido a diversos físicos, dentre os quais: Charles Augustin Coulomb (1736-1806); Jean-Baptiste Biot (1774-1862) e Félix Savart (1791-1841); André Marie Ampère (1775-1836), Carl Friedrich Gauss (1777-1855), bem como o já citado Faraday. Em suma, essas equações resultam nas equações de onda que descrevem a propagação de uma onda eletromagnética no espaço, onde a mesma é composta por uma onda elétrica e, perpendicular a essa, uma onda magnética, como mostra a figura 2. A comprovação dessa teoria veio em 1888, onde Heinrich Hertz (1857-1894) conseguiu produzir experimentalmente ondas eletromagnéticas (SEIXAS, 2005).

Figura 2 - Propagação de uma onda eletromagnética em uma única direção



Fonte: adaptado de <http://zeus.qui.ufmg.br/~quipad/ino/infra/infra2.htm>

Essas ondas são caracterizadas por equações diferenciais parciais (EDP's) de segunda ordem dadas por

$$\nabla^2 \mathbf{E}(x, y, z, t) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

e

$$\nabla^2 \mathbf{B}(x, y, z, t) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

no qual $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ é o valor da velocidade de propagação das mesmas no vácuo. Esse valor corresponde a uma velocidade de aproximadamente $3 \times 10^8 \text{ m/s}$, e que àquela época, ao comparar com a velocidade que se conhecia para a luz, Maxwell inferiu que a luz nada mais era do que uma onda eletromagnética, o que culminaria na unificação da óptica com o eletromagnetismo (ABRANTES, 1988).

Todavia, havia um problema a ser solucionado. Ao se analisar uma onda eletromagnética do ponto de vista de uma referencial que se move com velocidade constante relativamente a um outro referencial em que a fonte da onda estaria em repouso, o que se observaria era que ela não conservava suas características, contrariando, desta forma, o princípio da Relatividade. Ou seja, sob transformadas de Galileu, a equação de onda não conservava a mesma forma em um referencial inercial em movimento, como o resultado (4) para o caso da mecânica de newtoniana (TIPLER, 2014).

Para ver isso, considere o sistema de referências da figura 1, agora, ao invés da partícula, um pulso de luz é gerado por uma fonte localizada na origem dos sistemas S e S' (quando $O=O'$). Considere que a onda eletromagnética se propague apenas no sentido positivo de "x" no referido sistema de referenciais. No referencial S a equação de onda é dada por,

$$\frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

que tem como solução uma função de onda do tipo

$$\Psi(x, t) = \psi \sin(kx + \omega t) \quad (8)$$

onde k é o número de onda e ω a frequência angular. No referencial S' , espera-se que a equação tenha, obedecendo o princípio da relatividade, a seguinte forma

$$\frac{\partial^2 \Psi(x', t')}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi(x', t')}{\partial t'^2} = 0 \quad (9)$$

Aplicando (1) na (8), obtém-se

$$\Psi(x', t') = \psi \sin[k(x' + vt') + \omega t'] \quad (10)$$

a qual, a princípio, seria a solução da (9). Então, as derivadas parciais da (10) fornecem

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi(x', t')}{\partial x'^2} &= -k^2 \Psi(x', t') \\ \frac{\partial^2 \Psi(x', t')}{\partial t'^2} &= -(kv + \omega)^2 \Psi(x', t') \end{aligned}$$

Ao substituir essas derivadas na (9), conclui-se que a função transformada (10) não é solução da (9). Na realidade (10) é solução de uma equação estranha, dada pela (11).

$$\left(\frac{v^2}{c^2} - 1\right) \frac{\partial^2 \Psi(x', t')}{\partial x'^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi(x', t')}{\partial t'^2} - \frac{2v}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi(x', t')}{\partial x' \partial t'} = 0 \quad (11)$$

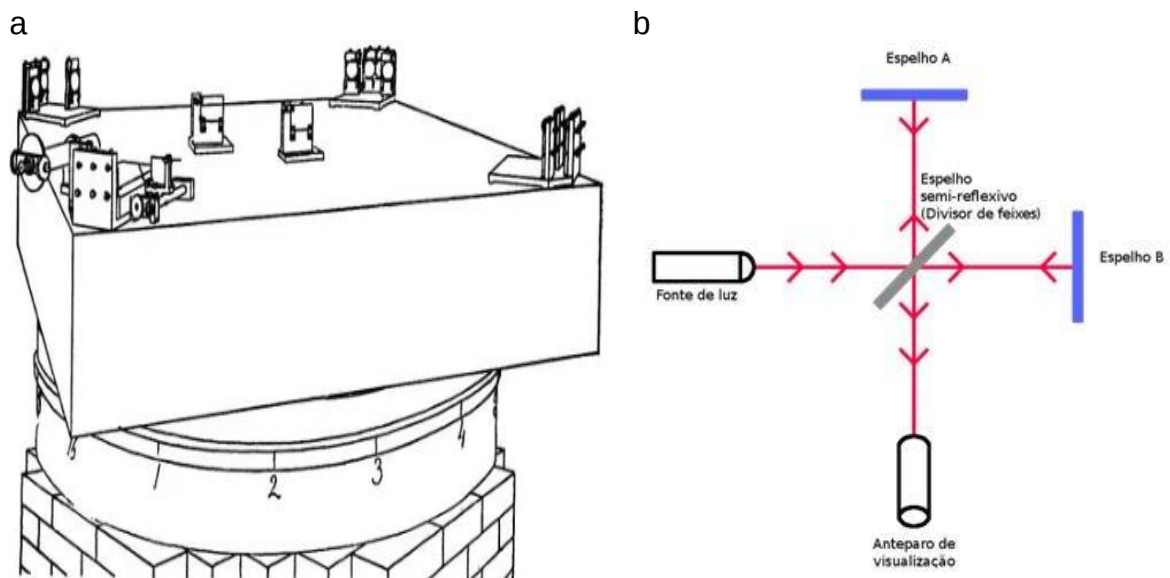
Essa equação é explicitamente diferente da (7), mostrando assim a incompatibilidade entre o eletromagnetismo e as transformadas de Galileu. Essa incoerência pode ser observada também de outra forma, ao aplicar as adições de velocidade (3) em problemas envolvendo velocidades luminais; obtém-se valores de $c - v$ e $c + v$ para a velocidade da luz. Esses resultados induzem dizer que

(...) há um sistema inercial, e somente um, no qual a velocidade da luz medida é exatamente c ; isto é, há um único sistema inercial no qual o chamado éter

está em repouso. Então, nós teríamos um meio físico de identificar um sistema absoluto (ou em repouso) e de determinar por experiências óticas, realizadas em algum outro sistema, qual é a velocidade relativa daquele sistema em relação ao sistema absoluto (RESNICK, 1971, p.20).

Apesar dessas evidências apontarem para a existência de um éter luminífero, em 1887, Albert Abraham Michelson (1852-1931) e Edward Williams Morley (1838-1923), realizaram um experimento que objetivava calcular a velocidade da luz em relação à terra. Para tanto, utilizaram um interferômetro planejado por Michelson, mais sofisticado do que o usado pelo mesmo em 1881. Diferente das experiências realizadas durante todo o século XIX – por François Jean Dominique Arago (1786-1853), Jacques Babinet (1794-1872), Jean-Bernard-Leon Foucault (1819-1869) e Armand-Hippolyte Louis Fizeau (1819-1896) - essa tinha um grau de precisão adequado (1 parte em 10^8) para o cálculo (MARTINS, 2012; TIPLER, 2014). Na figura 3a é apresentada a disposição experimental original de 1887 e na figura 3b, observa-se um esquema simplificado desse experimento.

Figura 3 - Interferômetro de Michelson e Morley



Fonte: <https://www.if.ufrgs.br/novocref/?contact-pergunta=experimentos-de-michelson-morley-e-a-terra-plana>

Fonte: <http://interferometro-webduino.blogspot.com/p/o-que-e-interferometro.html>

O raio luminoso vindo da fonte era dividido em outros dois, de modo que seguiam trajetórias perpendiculares, refletiam nos espelhos e retornavam a um detector, onde seria possível observar franjas de interferência. Esperava-se que, devido ao movimento da terra em relação ao éter, ocasionasse uma diferença de fase, causa de uma diferença de tempo de chegada de um dos dois feixes. Ao rotacionar o aparato experimental para determinadas posições, presumia-se mudanças na diferença de fase. No fim, previa-se um deslocamento de 40% da largura de uma franja. No entanto, encontraram um deslocamento de apenas 1% (NUSSENZVEIG, 2014). Portanto, “a ideia de que o éter se comportava como um referencial privilegiado para as ondas eletromagnéticas teria que ser descartada” (TIPLER, 2014, p.8), ou seja, os processos eletromagnéticos ganhavam, para uma parcela dos físicos, certa independência em relação a um meio de propagação.

Então, a questão era que a validade das equações de Maxwell para os efeitos eletromagnéticos foram provadas em experimentos da época, descartando a ideia de as mesmas estarem erradas. Apesar da não detecção do éter favorecer o princípio da relatividade, as transformadas de Galileu o contradizia, logo, a dúvida recaiu sobre essas transformações (ARAÚJO, 2017). Essa problemática foi trabalhada independentemente por alguns nomes da época, dentre eles, se destacou o trabalho Antoon Lorentz (1853 – 1928).

3 MECÂNICA RELATIVÍSTICA

3.1 TRANSFORMAÇÕES DE LORENTZ

Mesmo com o resultado negativo do experimento de Michelson e Morley, a crença na existência do éter ainda vigorava. Então, na tentativa de solucionar o problema acerca do resultado negativo dessa experiência, Lorentz – grande adepto da existência do éter - nos seus estudos, observou que tal resultado se deu por conta de uma provável contração do braço que estava no sentido do movimento da terra. Consequentemente, ele (Fitzgerald também encontrou esses resultados independentemente) generalizou as transformações de Galileu atribuindo um fator multiplicativo. O trabalho no qual foi apresentado esses resultados foi publicado em 1904 (EINSTEIN, 2005; BARROS et al., 2005; MARTINS, 2005). Portanto, as (1) ficaram:

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - vt) \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \gamma(t - \frac{v}{c^2}x)\end{aligned}\tag{12}$$

onde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ (fator de Lorentz) e $\beta = \frac{v}{c}$. Para obter a operação inversa (em S) basta considerar o problema com referencial S' no sentido $-v$.

A partir de tais transformações, as equações de Maxwell também se tornam invariantes, de maneira que, aplicando (12) em (8), obtém-se

$$\Psi(x', t') = \psi \sin\{k[\gamma(x' + vt')]\} + \omega[\gamma(t' + \frac{v}{c^2}x')]\}$$

que, ao substituir essa na equação (9), observa-se que de fato essa função é solução. Não obstante tal feito, mudanças nas bases da Física ainda estavam por vir. Mudanças essas que atribuíram, sobretudo, sentido físico aos resultados do trabalho de Lorentz.

3.2 RELATIVIDADE DE EINSTEIN

Com uma visão diferente a respeito da existência do éter, Albert Einstein, em um dos seus artigos publicados no *annus mirabilis* (ano miraculoso, 1905), intitulado *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* (Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento), quebrou paradigmas, apresentando uma visão peculiar sobre o espaço e tempo. Entretanto, salienta-se que a maior parte dos resultados apresentados no seu artigo já eram conhecidos, sendo um deles as já citadas transformações de Lorentz. A dilatação da massa em altas velocidades, por exemplo, Kaufmann (1871-1947) observou experimentalmente em 1901; bem como a relação entre massa e energia fora deduzida em trabalhos anteriores, como o de Henri Poincaré (1854-1912). Todavia, tais trabalhos não apresentavam a simplicidade e a lógica como a apresentada no artigo de Einstein (MARTINS, 2005).

Ele derivou todos os resultados conhecidos até aquele momento a partir de dois postulados fundamentais: o postulado da relatividade, que diz que as leis da física são as mesmas quando vistas de diferentes referenciais que se movimentam uniformemente com velocidade constante; e o da constância da velocidade da luz, o qual estabelece que a velocidade da luz é sempre constante independente do movimento relativo da fonte ou do observador (EINSTEIN, 1905). Einstein estabelece esse segundo postulado como uma solução para compatibilizar o eletromagnetismo ao princípio da relatividade, o que o levou a redefinição de espaço e tempo (MARTINS e ZANETIC, 2002).

A nova cinemática, deduzida a partir das (12), podia agora calcular contração de comprimento na direção do movimento e dilatação temporal para sistemas com velocidades muito altas, comparáveis a da luz. As relações são definidas, respectivamente, por:

$$l = \frac{l_0}{\gamma} \quad (13)$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (14)$$

Então, para a (13), se l_0 é o comprimento próprio de um objeto, ou seja, o comprimento medido no referencial de repouso, l será o comprimento averiguado em um referencial que está em movimento relativo longitudinalmente a esse objeto, ou melhor, será observado a contração de comprimento. Já para a (14), Δt_0 é o tempo próprio do relógio em repouso, conseqüentemente, para o referencial que está em movimento em relação a esse relógio, se observará uma dilatação temporal dada por Δt .

Ainda no ano miraculoso, Einstein apresentou em um trabalho intitulado *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?* (A inércia de um corpo depende da sua energia?), a célebre equação

$$E = \gamma mc^2 = K + mc^2 \quad (15)$$

evidenciando a equivalência entre massa e energia. O que era visto como dois princípios distintos – o da conservação da energia e o de conservação da massa – eram vistos agora como características de um princípio só (VIEIRA et al., 2004). Também, como consequência da nova cinemática, visto que o momento linear clássico de partículas num sistema isolado não se conservava sob transformadas de Lorentz, foi necessário alterar a definição para o momento linear (NUSSENZVEIG, 2014):

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} \quad (16)$$

onde m é a massa de repouso da partícula. Essas relações puderam ser testadas no problema da detecção dos múons.

Por volta do final do século XIX e início do século XX, cientistas estudavam experimentos de condutividade em um gás. Acreditava-se que gases isolados de radiação não podiam conduzir carga. No entanto, observou-se que mesmo estando “isolado”, o gás estudado apresentava um certo grau de ionização, fato esse que não podia ser explicado pelas teorias vigentes. A radiação que vinha a interferir nesses experimentos veio ser investigada por volta de 1912. Hoje sabe-se que os múons detectados a nível do mar são oriundos de interações da radiação cósmica com os constituintes da alta atmosfera. Essa interação gera uma cascata de radiação, de

modo que o número de múons produzidos, dentre todas as partículas carregadas geradas, pode chegar a 15% do total. O múon, nessa interação, alcança velocidades de até $0,998c$ próximo à superfície terrestre, sendo que tem um tempo de vida média de $2,2\mu s$, possibilitando observar a nível do mar um número de partículas de $90/m^2$ (FAUTH et al., 2007).

Então, sabendo que os múons possuem uma massa de repouso de $105,658 \text{ MeV}/c^2$ e são detectados a nível do mar com energia de aproximadamente 5 GeV , o tempo que ele leva da alta atmosfera, a cerca de 15 quilômetros de altura, até o nível do mar é, pela mecânica clássica,

$$t = \frac{x}{v} = \frac{15000m}{2,992 \times 10^8} \cong 50,54\mu s$$

que é um tempo aproximadamente 23 vezes maior do que o tempo médio de vida de um múon. Pela mecânica de Newton observa-se, portanto, que teoricamente não seria possível observar múons a nível do mar.

No entanto, esse problema se ajusta à realidade quando aplicada a cinemática relativística. Logo, se l para o múon é a real distância percorrida (distância no referencial próprio), l_0 é a distância percorrida do ponto de vista de quem o observa e o fator de Lorentz é obtido pela (15), então a partir da (13) obtém-se que

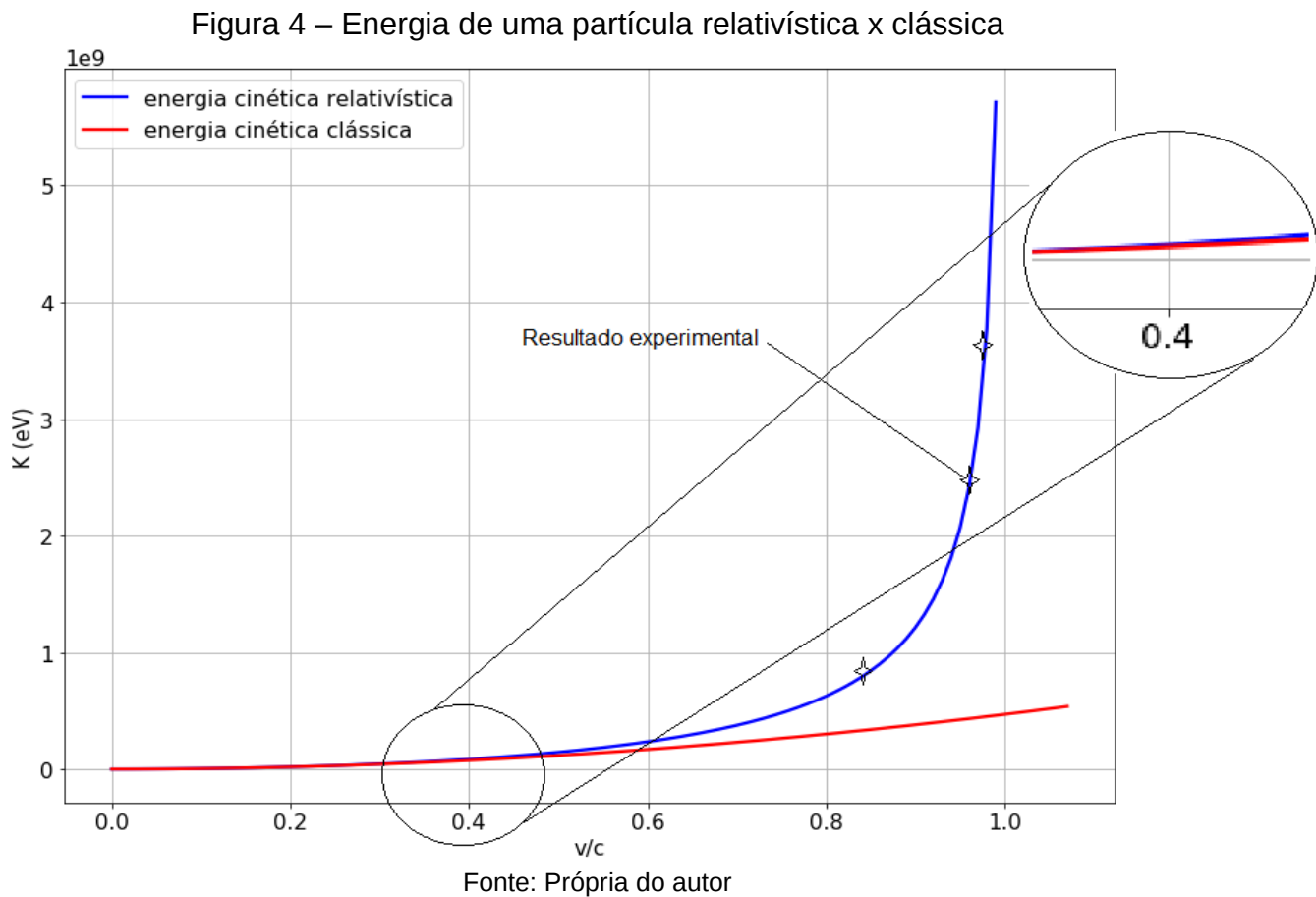
$$l = \frac{15000m}{47,32} \cong 317m$$

Substituindo esse resultado na equação clássica logo acima, vemos que o real tempo que o múon leva para percorrer os 15 quilômetros é

$$t = \frac{x}{v} = \frac{317m}{2,992 \times 10^8 m/s} \cong 1,06\mu s$$

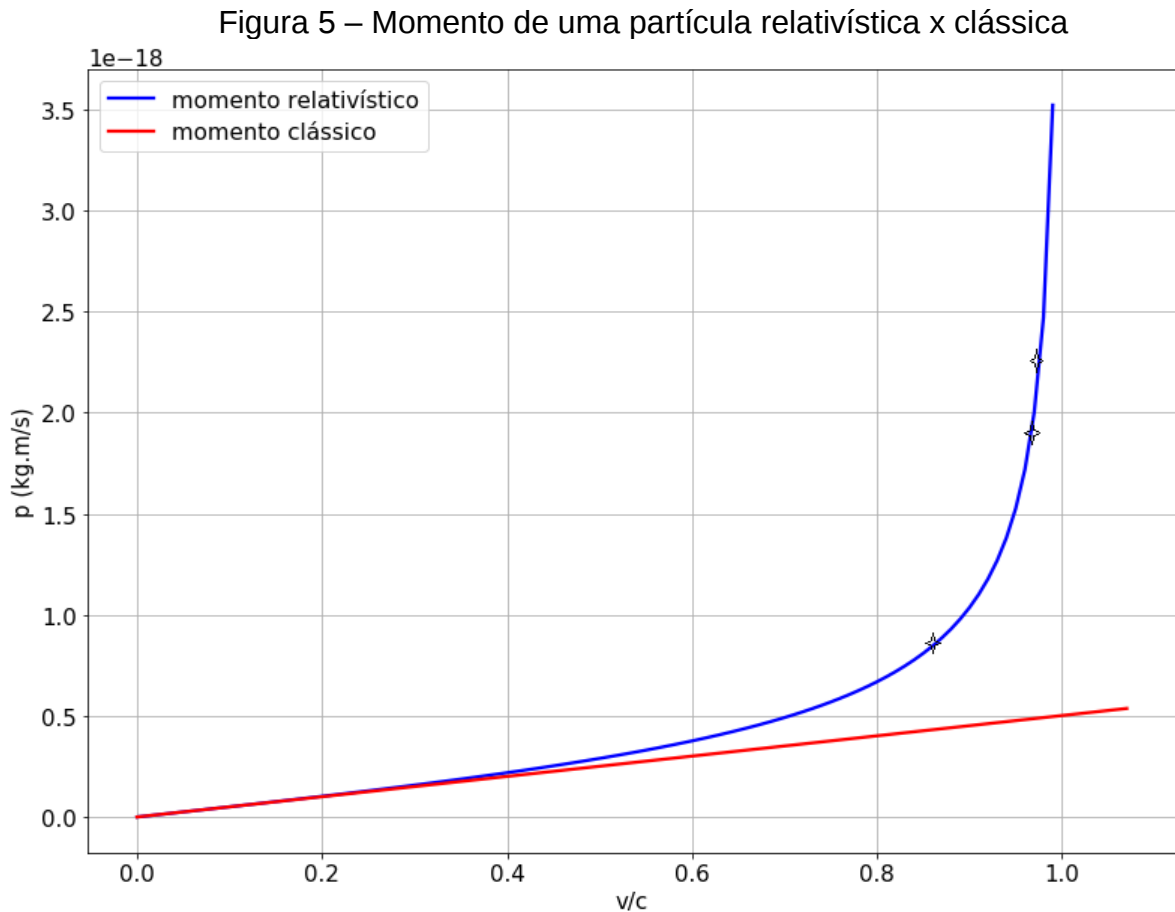
fato condizente com a possibilidade de detecta-los. Conclui-se que efetivamente há uma contração espacial no referencial próprio, haja vista a presença de tais múons nos experimentos a nível de mar. Esse fato pode ser interpretado também de forma diferente a partir da (14) (FAUTH et al., 2007).

Contemporaneamente, efeitos relativísticos em partículas são observados nas experiências realizadas no LHC (Grande Colisor de Hadrões), um dos maiores experimentos da humanidade, onde se explora o mundo das partículas atômicas e subatômicas a partir de colisões. Para isso, é necessário que tais partículas alcancem energias muito elevadas, precisando acelerá-las a velocidades extremamente altas, cerca de 99,9999991% da velocidade da luz (PEREIRA, 2011). A figura 4 mostra o gráfico da evolução clássica e relativística da energia cinética de um próton em um acelerador de partículas.



A partir desse gráfico observa-se que, até certa velocidade (aproximadamente $0,3c$), a mecânica clássica descreve com precisão muito boa o aumento de energia do próton. No entanto, a medida que a velocidade aumenta a partir desse ponto, constata-se que a teoria clássica se distancia do que é observado experimentalmente. Para ela, a partícula pode alcançar velocidades maiores do que a da luz, ao ponto

que, pela relatividade, ela nunca alcança tal velocidade, sendo necessária, nesse caso, uma energia infinita para que isso acontecesse. Pode-se verificar tal distinção também para o momento da partícula, como consta na figura 5 a seguir.



Fonte: Própria do autor

Logo, a mecânica clássica é um caso particular da mecânica relativística para o limite $v \ll c$, onde, a partir de uma expansão do tipo

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots$$

reduzimos a (15) a,

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

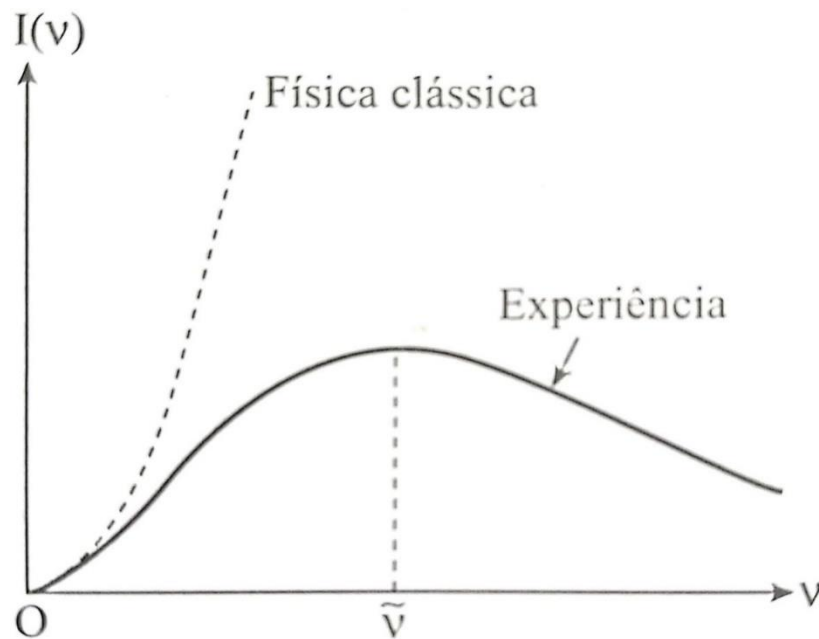
que é a expressão para a energia cinética clássica, desconsiderando os termos de ordem superior. Portanto, averiguou-se a generalidade da relatividade em comparação à mecânica clássica e sua validade frente resultados experimentais. Apesar da relatividade restrita ter causado impacto significativo quando proposta, tal impacto não foi o mais perturbador para a comunidade científica da época, pois a proposta de que em escalas microscópicas a energia tinha comportamento discreto e, posteriormente, de que a matéria tinha comportamento dual, abalou profundamente as estruturas da física. Um outro limite tomava “forma” com o desenvolvimento da mecânica quântica.

4 MECÂNICA QUÂNTICA

Da mesma forma que a relatividade restrita, a mecânica quântica surgiu por uma necessidade oriunda da incapacidade das teorias clássicas em explicar o problema da emissão espectral do corpo negro. Esse problema foi estudado primeiro, pelo que se sabe, por Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887), o qual provou que a radiação emitida por uma superfície independe do material do qual é constituída. Estabeleceu também o que seria um corpo negro ideal. Em 1879, Josef Stefan (1835-1893), definiu que a emissão de um corpo é proporcional à quarta potência da temperatura absoluta, apenas com poucos dados experimentais. No entanto, sua formulação se mostrou correta quando Ludwig Boltzmann (1844-1906), estudando a emissão por uma cavidade de corpo negro a partir da termodinâmica, estabeleceu que a densidade de energia era realmente proporcional à quarta potência da temperatura. Porém, ainda não era possível associar a distribuição de energia aos comprimentos de onda da radiação emitida, cabendo a Wilhelm Wien (1864-1928) mostrar que o produto entre o comprimento de onda e a temperatura era igual a uma constante. Isso ficou conhecido como a lei do deslocamento de Wien (ROSA, 2004).

No final do século XIX para início do século XX, Lord Rayleigh (1842-1919) e James Jeans (1877-1946) formularam uma equação para a descrição da densidade de energia da radiação de cavidade. Essa equação descrevia muito bem a realidade para comprimentos de onda grandes, entretanto, à medida que os valores tendiam para frequências mais altas, os valores para o fluxo de energia tendiam ao infinito. Esse problema, resultado da incompatibilidade da teoria clássica de Rayleigh-Jeans para descrever a densidade de energia emitida por uma cavidade de corpo negro, ficou conhecido como catástrofe do ultravioleta. Então, Max Planck, em 14 de dezembro de 1900, apresentou sua descoberta na forma de um artigo intitulado “Sobre a Teoria da Lei de Distribuição de Energia do Espectro Normal”. Neste artigo, inicialmente pouco notado, ele apresentava de forma bem precisa o que se observava experimentalmente para a densidade de energia espectral (EISBERG, RESNICK, 1979). A divergência da teoria clássica com as evidências experimentais pode ser visualizada na figura abaixo.

Figura 6 - Distribuição espectral da radiação térmica



Fonte: Nussenzveig, H. M., 2014

Para obter tal resultado compatível com a experiência foi necessário a implementação da ideia de quanta em sua teoria, onde Planck descobriu, a partir de ajustes com os resultados experimentais, uma constante fundamental para a mecânica quântica, conhecida como constante de Planck " h ". Por essas contribuições no estudo da natureza microscópica das coisas, é atribuído à data de publicação do artigo de Planck o início da mecânica quântica, conhecida como "a velha mecânica quântica".

Entretanto, "a mecânica quântica, como é hoje entendida, emergiu apenas um quarto de século depois da proposta ousada de Planck, com os trabalhos do alemão Werner Heisenberg (1901-1976) e do austríaco Erwin Schrödinger (1887-1961)" (PIZA, 2005, p.42). Trabalhos esses que de certa forma foram bastante influenciados pelo de Louis de Broglie (1892-1987). Na sua tese, defendida no final do ano de 1924, de Broglie objetivando uma união entre as ideias da óptica e da mecânica, isto é, entre a dinâmica da partícula e a onda associada a ela, postulou que o comprimento de onda associado a tal partícula seria (ROSA, 2004),

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (17)$$

de modo que $p = mv$ é o momento da partícula.

Então, a equação (17) pode estabelecer, em geral, uma escala de comprimento no qual se distinguem os fenômenos quânticos dos clássicos. Desta maneira, se lidamos com um sistema de escala de comprimento “d”, de tal forma que $d \gg \lambda$, podemos tratar classicamente os fenômenos associados (ANTUNES et al., 2018).

Isso responde o porquê de não se apreciar efeitos ondulatórios para objetos do cotidiano de uma pessoa. Considere, por exemplo, uma criança arremessando pedrinhas de massa 5g por duas janelas paralelas de uma casa e que a velocidade de cada arremesso seja a mesma, 5m/s, de forma que a criança confira a mesma energia para todos os arremessos. Não será possível observar figuras de interferência na parede oposta ao plano das janelas, pois o comprimento de onda de de Broglie para as pedras neste caso é, pela (17), $\lambda = 2,652 \times 10^{-32}$, muito menor do que a escala de comprimento de uma janela convencional (da ordem do metro) (NUSSENZVEIG, 2014).

Logo, os trabalhos de de Broglie foram de grande importância para o desabrochar da quântica por volta de 1925, bem como os trabalhos de Niels Bohr (1885-1962) e Arnold Sommerfeld (1868-1951), entre outros. Nesse período, Schrödinger desenvolveu uma mecânica consideravelmente “simples” para a descrição de sistemas quânticos. Ele estabeleceu uma equação (equação 18) de onda, a qual a partir de uma solução função de onda $\Psi(x, t)$, podia-se obter todas as informações possíveis da partícula associada a tal onda (DIONÍSIO, 2004).

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x, t) \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (18)$$

Entretanto, apresentava-se agora um contraste com a mecânica clássica: dados os parâmetros iniciais, a trajetória de uma partícula na mecânica clássica é completamente determinada a partir da equação (4). A mecânica clássica é dita, pois, determinística. Todavia, no mundo microscópico, a mecânica quântica faz previsões estatísticas (BOLIVAR, 2001).

Não é possível, portanto, determinar uma posição exata da partícula, por exemplo, mas as posições mais prováveis que ela pode assumir, de modo que o valor esperado para a posição da partícula microscópica pode ser obtido a partir de,

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* x \Psi dx \quad (19)$$

que tem uma incerteza associada dada por,

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (20)$$

e da mesma forma pode-se obter demais observáveis, como momento, força e energia (LIMA, 2014). Logo, o caráter estatístico da mecânica quântica se relaciona com a função de onda através de uma densidade de probabilidade, da qual pode-se extrair informações (EISBERG e RESNICK, 1979). Essa interpretação através de densidade de probabilidade foi proposta por Max Born (1882- 1970) (PIZA, 2005). Já a incerteza (20) nas medidas dos fenômenos microscópicos está relacionada ao fato de que o processo de observação em si causa distúrbios no sistema observado (PESSOA JR., 1992).

Ao observar a equação (19), torna-se conveniente imaginar o que se obtém tomando a sua taxa de variação. Fazendo isso,

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* x \Psi dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dt} (\Psi^* x \Psi) dx$$

obtém-se a seguinte expressão

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle = \frac{1}{m} \langle p \rangle \Rightarrow \langle p \rangle = m \frac{d}{dt} \langle x \rangle \quad (21)$$

que é o momento esperado em mecânica quântica. Tomando a taxa de variação da (21),

$$\frac{d}{dt} \langle p \rangle = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* p \Psi dx$$

substituído $p \rightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$, ficamos com

$$\frac{d}{dt}\langle p \rangle = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi dx = -i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dt} \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) dx$$

que resulta em

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle p \rangle &= - \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) \Psi dx = - \left\langle \frac{\partial}{\partial x} V \right\rangle \\ \therefore \frac{d}{dt}\langle p \rangle &= \langle F \rangle \end{aligned} \quad (22)$$

Sabendo que em mecânica clássica $p = m \frac{dx}{dt}$ e $F = -\frac{\partial}{\partial x} V = \frac{d}{dt} p$, os resultados (21) e (22) mostram que os valores esperados para uma partícula microscópica é obtida a partir das representações matemáticas clássicas (LIMA, 2014). Quando considerando o limite clássico para o qual a incerteza da posição (20) e o do momento aproximadamente zero, recobra-se as expressões para um sistema clássico. Como salienta Lima:

No limite clássico, em que $\Delta x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \cong 0$ e $\Delta p^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 \cong 0$, será desnecessário distinguir x de $\langle x \rangle$ e p de $\langle p \rangle$. A teoria quântica de fato conduz à teoria clássica no limite em que o princípio da incerteza deixa de ser importante. Entretanto, quando se está fora desse limite, a teoria quântica prevê resultados que não tem nenhuma correspondência com a teoria clássica (LIMA, 2014, p.38).

Na tentativa de mostrar que a mecânica clássica surge como caso particular da mecânica quântica, Paul Ehrenfest (1880-1933), em 1927 obteve as expressões (21) e (22). Na realidade essas equações não são exatamente o elo (ou eram para ser) entre as duas mecânicas, mas sim o próprio teorema de Ehrenfest. No entanto, há diversas ressalvas com respeito a abordagem dele: esse teorema não explica o sumiço da álgebra não-comutativa dos observáveis no limite clássico; as condições de validade do teorema não são o bastante para caracterizar o oscilador harmônico classicamente; entre outros (BOLIVAR, 2001).

Para Bolivar (2001), portanto, o teorema de Ehrenfest é apenas um procedimento matemático que estabelece condições para que os valores esperados

descritos acima [expressões (21) e (22)] evoluam de acordo com as equações de Newton. Isto é, tal teorema não descreve um processo de limite clássico, apesar de que para alguns livros-texto esse método se enquadre como processo limite.

Mas será que não há uma forma de realizar esse procedimento de limite clássico? Ou melhor, será que não há como reduzir a mecânica quântica para a clássica da forma como foi feito no caso da mecânica relativística restrita, onde, para fenômenos físicos envolvendo baixas velocidades, o formalismo matemático da mesma se resumia nas expressões matemáticas clássicas?

A resposta imediata é não. O que acontece é que a transição quântico-clássica é infinitamente mais complicada do que a entre a relatividade e a mecânica clássica. O processo de limite clássico da teoria da relatividade restrita é matematicamente e conceitualmente mais simples, pois a mesma é uma extensão da teoria clássica. No entanto, a mecânica quântica não é essencialmente uma extensão da clássica, apesar de obrigatoriamente terem usado dos conhecimentos clássicos para desenvolvê-la (OLIVEIRA, 2004).

Existem vários métodos dentre os quais, por exemplo, o de Ehrenfest, a aproximação WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) e o potencial quântico de Bohm a partir da representação de Madelung da mecânica quântica, que são utilizados para o procedimento de limite quântico-clássico. O problema sobre esses métodos é que não são compatíveis com o princípio de superposição (BOLIVAR, 2003). O método de limite usando o critério $\hbar \rightarrow 0$ é para Bolivar (2003) o mais promissor para a universalização da mecânica quântica.

O problema é que quando se tenta exprimir as leis clássicas a partir da mecânica quântica, sempre aparecem características da mecânica quântica que não podem ser transpostas, sendo necessárias restrições para se chegar no análogo clássico. Quando se consegue caracterizar algum estado quântico classicamente sobre determinado critério, esse estado apresenta características quânticas quando visto de critérios diferentes. Então, nunca, nesse processo de limite clássico, pelos métodos conhecidos, se tem êxito total em transpor todas as características da mecânica quântica. Ou seja, nenhuma desses métodos torna a mecânica quântica universal, aplicável a qualquer fenômeno físico (OLIVEIRA, 2004).

Como esses procedimentos – bem como os dos trabalhos de Marchiolli (2002) e Novaes (2002) - apresentam formalismo matemático muito complicado, não serão abordados aqui. Fica como texto informativo. Para os que se interessaram, consultar as referências citadas logo acima.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A mecânica newtoniana é uma das maiores contribuições da Física para a humanidade. Tanto que, após séculos de seu desenvolvimento ela ainda segue sendo grande influente no desenvolvimento científico, de modo que, na Física, todas as suas áreas sempre tiveram como base fundamental, por mínima que fosse, a mecânica de Newton. Uma de suas ferramentas, as transformações para referencias inerciais, não forneceu o resultado esperado quando aplicadas a fenômenos eletromagnéticos. Isso motivou a reformulação dessas transformadas, de forma a se adaptarem também a fenômenos envolvendo altas velocidades. Logo em sequência Einstein propõe a teoria da relatividade. Paralelamente, a mecânica quântica surge com o trabalho de Planck, o qual implementou a ideia de energia quantizada e evoluiu, passando o mundo microscópico ser melhor entendido em torno do ano 1925.

No tópico relatividade, o caso dos múons apresentou a disparidade dos resultados obtidos a partir da cinemática clássica com relação à possibilidade de se detectar múons a nível do mar. Esse problema foi sanado aplicando-se a cinemática relativística, constatando-se um encurtamento na distância na direção de movimento do múon. No mesmo sentido, acredita-se que a análise dos gráficos de evolução das energias e dos momentos de uma partícula possibilitou mais facilmente observar a discrepância da teoria clássica para com os dados experimentais à medida que a velocidade de uma partícula aumenta. Como apresentado, a teoria da relatividade sendo uma extensão da mecânica de Newton, e por consequência, preservando fundamentalmente características semelhantes, possibilita o cálculo de retomada das equações clássicas de uma forma simples, a partir de expansão do termo com raiz, tendo como critério $v \ll c$.

Por outro lado, o processo de limite quântico-clássico não se mostrou tão “trivial” como o relativístico. O comprimento de onda de de Broglie estabelece um limite básico onde se distinguem comportamentos quânticos e clássicos. Já o método de Ehrenfest mostrou a correlação entre a mecânica quântica e a clássica, mesmo com todas as ressalvas. O fato de a teoria quântica ter evoluído sobre pressupostos diferentes dos da mecânica clássica, no sentido de ser uma teoria que calcula eventos aleatórios e, sobretudo, apresentar muitas características não observáveis macroscopicamente, dificulta estabelecer um procedimento único de limite a partir do

qual todas essas características quânticas sejam bem ajustadas às características observáveis a nível macroscópico. A busca pela universalização da mecânica quântica continua; mostrar que para todos os critérios a mecânica clássica é um caso particular da mecânica quântica a partir de um único método limite.

REFERENCIAIS BIBLIOGRÁFICOS

- ABRANTES, P. C. C. A METODOLOGIA DE J. C. MAXWELL E O DESENVOLVIMENTO DA TEORIA ELETRO-MAGNÉTICA. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 5, n. especial, 1988. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/10075/9300>>. Acesso em: 04 nov. 2020.
- ANTUNES, C. A.; GALHARDI, V. B.; HERNASKI, C. A. As leis de Newton e a estrutura Espaço-temporal da Mecânica Clássica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 40, n. 3, 2018. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v40n3/1806-9126-RBEF-40-3-e3311.pdf>>. Acesso em: 05 nov 2020.
- ARAÚJO, V. E. C. **O princípio da Relatividade e a invariância das equações de Maxwell**. 2017. 47 f. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Física) - Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba, 2017.
- BARROS, A. et al. Sobre a contração de Lorentz-Fitzgerald. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 4, p. 621-623, 2005. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v27n4/a19v27n4.pdf>>. Acesso em: 24 ago 2020.
- BOLIVAR, A. O. Teorema de Ehrenfest e o Limite Clássico da Mecânica Quântica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 23, n. 2, 2001. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v23n2/v23n2a09.pdf>>. Acesso em: 30 out 2020.
- BOLIVAR, A. O. Limite Clássico da Mecânica Quântica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 2, 2003. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v25n2/a06v25n2.pdf>>. Acesso em: 15 nov 2020.
- DIAS, P. M. C.; MORAIS, R. F. Os fundamentos mecânicos do eletromagnetismo. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 3, p. 1-14, 2014. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v36n3/19.pdf>>. Acesso em: 17 set 2020.
- DIONÍSIO, P. H. Física Quântica: de sua pré-história à discussão sobre o seu conteúdo essencial. **Cadernos IHU ideias**, n. 2, v. 22, 2004. Disponível em: <<http://www.ihu.unisinos.br/images/stories/cadernos/ideias/022cadernosihuideias.pdf>>. Acesso em: 18 nov 2020.
- EINSTEIN, A. **Zur Elektrodynamik bewegter Körper**. Annalen der Physik, 17, p. 891–921, 1905. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.19053221004>>. Acesso em: 18 nov 2020.
- EINSTEIN, A. **A Teoria da Relatividade Especial e Geral**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1999.
- EINSTEIN, A. Sobre o princípio da relatividade e suas implicações. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 27, n. 1, p. 37-61, 2005. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v27n1/a05v27n1.pdf>>. Acesso em: 24 ago 2020.

EISBERG, R.; RESNICK, R. **Física Quântica: Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas**. 23 ed. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1979.

FAUTH, A. C. et al. Demonstração experimental da dilatação do tempo e da contração do espaço dos múons da radiação cósmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 29, n. 4, p. 585-591, 2005. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v29n4/a17v29n4.pdf>>. Acesso em: 04 set 2020.

HAWKING, S. W. **Uma breve história do tempo**. 1. ed. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2015.

JOAQUIM, L. M.; EL-HANI, C. N. A genética em transformação: crise e revisão do conceito de gene. **scientiæ studia**, v. 8, n. 1, p. 93-128, 2010. Disponível em: <<http://www.revistas.usp.br/ss/article/view/11197/12965>>. Acesso em: 17 set 2020.

LIMA, C. R. A. **Mecânica Quântica de Schrodinger**. In: LIMA, C. R. A. **Física Moderna**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1-53. Disponível em: <https://www.uff.br/carlos_lima/ensino/notas-de-aula/fisica-moderna-2/>. Acesso em: 10 nov 2020.

LIMA, M. C. Sobre o surgimento das equações de Maxwell. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 41, n. 4, p. 1-18, 2019. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v41n4/1806-9126-RBEF-41-4-e20190079.pdf>>. Acesso em: 17 set 2020.

LIMA, M. C.; SILVA, L. Sobre as origens das Leis de Fresnel. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 41, n. 3, p. 1-12, 2019. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v41n3/1806-9126-RBEF-41-4-e20180264.pdf>>. Acesso em: 17 set 2020.

MARCHIOLLI, M. A. Mecânica Quântica no Espaço de Fase: I. Formulação de Weyl-Wigner. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 24, n. 4, 2002. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v24n4/a09v24n4.pdf>>. Acesso em: 18 nov 2020.

MARTINS, R. A. O éter e a óptica dos corpos em movimento: a teoria de Fresnel e as tentativas de detecção do movimento da terra, antes dos experimentos de Michelson e Morley (1818-1880). **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 29, n. 1, p. 52-80, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2012v29n1p52/21603>>. Acesso em: 17 set 2020.

MARTINS, R. A. A dinâmica relativística antes de Einstein. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 1, p. 11-26, 2005. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v27n1/a03v27n1.pdf>>. Acesso em: 24 ago 2020.

MARTINS, A. F. P.; ZANETIC, J. Tempo: esse velho estranho conhecido. **Ciência e Cultura**, v. 54, n. 2, 2002. Disponível em: <<http://cienciaecultura.bvs.br/pdf/cic/v54n2/14812.pdf>>. Acesso em: 02 out 2020.

NEWTON, S. I. **Princípios Matemáticos de Filosofia Natural – livro I**. 2. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2012.

NOVAES, M. Mecânica Quântica no Espaço de Fase: II. Estados Coerentes. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 24, n. 4, 2002. Disponível em: < <https://www.scielo.br/pdf/rbef/v24n4/a10v24n4.pdf>>. Acesso em: 18 nov 2020.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica, 4: ótica, relatividade, física quântica**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2014.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica: mecânica**. 4. ed. São Paulo: Edgar Blucher, 2002.

OLIVEIRA, A. C. **Aspectos do Limite Clássico e Expansão Semi-clássica**. 2004, 146 f. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2004.

PEREIRA, M. M. LHC: O que é, para que serve e como funciona. **Física na Escola**, v. 12, n. 1, 2011. Disponível em: < <http://www1.fisica.org.br/fne/phocadownload/Vol12-Num1/lhc1.pdf>>. Acesso em: 22 set 2020.

PESSOA JR., O. O PROBLEMA DA MEDIÇÃO EM MECÂNICA QUÂNTICA: UM EXAME ATUALIZADO. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, v. 3, n. 2, 1992. Disponível em: <<http://opessoa.fflch.usp.br/sites/opessoa.fflch.usp.br/files/Prob-Med-1.pdf>>. Acesso em: 11 nov 2020.

PIZA, A. F. R. T. Mecânica quântica: uma nova imagem do mundo. **Ciência hoje**, v. 36, n. 213, 2005. Disponível em: < https://www.fisica.net/mecanica-quantica/mecanica_quantica_uma_nova_imagem_do_mundo.pdf>. Acesso em: 30 out 2020.

RESNICK, R. **Introdução à Relatividade Especial**. ?. ed. São Paulo: Polígono, 1971.

ROSA, P. S. **Louis de Broglie e as ondas de matéria**. 2004, 190 f. Dissertação de Mestrado - Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2004.

SEIXAS, W. O Princípio da Relatividade - de Galileu a Einstein. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 5, n. 10, 2005. Disponível em: < <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/221/207>>. Acesso em: 18 nov 2020.

TIPLER, P. A. **Física Moderna**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

VIEIRA, S. et al. Uma comparação entre deduções da equação $E=mc^2$. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 26, n. 2, p. 93-98, 2004. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbef/v26n2/a03v26n2.pdf>>. Acesso em: 17/09/2020.