



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PICOS
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

FRANCISCO JOSÉ DE ARAÚJO FILHO

ANÁLISE FÍSICA DOS ACIDENTES DE TRÂNSITO

PICOS-PI

2018

FRANCISCO JOSÉ DE ARAÚJO FLHO

ANÁLISE FÍSICA DOS ACIDENTES DE TRÂNSITO

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como exigência parcial para
obtenção do Diploma do Curso de
Licenciatura em Física do Instituto Federal
de Educação, Ciência e Tecnologia do
Piauí - *Campus* Picos.

Orientador: Prof. Me. Jorge Maurício Silva
Santos.

FICHA CATALOGRÁFICA

Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente com dados fornecidos
pelo(a) autor(a)

A658 Araújo, Francisco José de Araújo Filho

a Análise Física de Acidentes de Trânsito / Francisco José de Araújo
Filho Araújo - 2018.

54 p. : il. p&b.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) - Instituto Federal
de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Picos,
Licenciatura em Física, 2018.

Orientador : Prof Me. Jorge Maurício Silva Santos.

1. Perícia. 2. Colisão. 3. Quantidade de Movimento. 4. Conservação
da Energia . 5. Acidentes de Trânsito. I.Título.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PICOS

Diretoria de Ensino
Coordenação do Curso de Licenciatura Física



REDE FED
DE EDUC
PROFISS
E TECNOL
1939-20

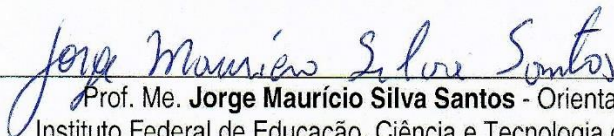
FOLHA DE APROVAÇÃO

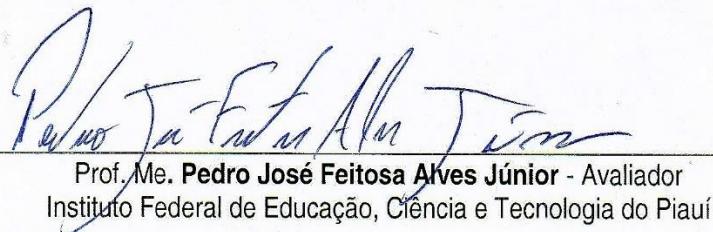
TÍTULO: "ANÁLISE FÍSICA DOS ACIDENTES DE TRÂNSITO"

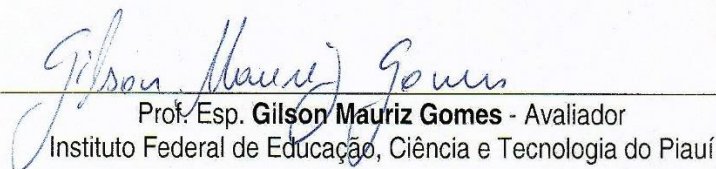
ALUNO: Francisco José Araújo Filho

DATA: 10 de maio de 2018

Monografia defendida junto à Coordenação de Curso de Licenciatura em Física, aprovada pela banca examinadora:


Prof. Me. **Jorge Maurício Silva Santos** - Orientador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí


Prof. Me. **Pedro José Feitosa Alves Júnior** - Avaliador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí


Prof. Esp. **Gilson Mauriz Gomes** - Avaliador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí

Picos - PI, 10 de maio de 2018.

FRANCISCO JOSÉ DE ARAUJO FILHO

ANÁLISE FÍSICA DOS ACIDENTES DE TRÂNSITO

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como exigência parcial para
obtenção do Diploma do Curso de
Licenciatura em Física do Instituto Federal
de Educação, Ciência e Tecnologia do
Piauí - *Campus Picos*.

Aprovada em: ____/____/____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Jorge Maurício Silva Santos
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Prof. Me. Pedro José Feitosa Alves Junior
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Prof. Esp. Gilson Mauriz Gomes
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Dedico esse trabalho aos meus pais, Francisco José de Araújo e Maria Izileuda Leal de Araújo, pelo apoio a minha formação acadêmica, a minha esposa Genaiana pela compreensão durante todo o tempo em que estive distante, aos meus irmãos Simplício, José e Antônia, por estarem sempre disponíveis a ajudar-me.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me dar o dom da vida e sabedoria para encarar as situações difíceis, aos meus pais Francisco José de Araújo e Maria Izileuda Leal de Araújo por todo apoio, dedicação, esforço e compreensão durante toda a minha formação acadêmica.

Aos Meus sobrinhos, Arthur e José Filho, por proporcionar momentos de alegria, e me fazer ver neles motivos para continuar.

Ao meu Orientador, professor e amigo Jorge Maurício pela disponibilidade, atenção, paciência e confiança.

Ao IFPI *Campus* de Picos pelo espaço e a todos os professores, responsáveis pela minha formação, em especial a Pedro Feitosa, Gilson Mauriz, Francisco de Assis, Marcio Miranda, Rui Marques, Francílio Aguiar, Fatima Letícia e Haroldo Reis.

A todos os meus amigos que contribuíram, de alguma forma, na minha formação acadêmica e em especial ao meu grande amigo de mente prodigiosa Rubens Raimundo de Sousa Oliveira.

Ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) pelo apoio financeiro, que contribui de forma significativa na minha permanência na Instituição e por proporcionar à prática docente.

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis”.

José de Alencar

RESUMO

Os acidentes de trânsito caracterizam um problema muito sério na saúde pública e têm se tornado cada vez mais comuns no nosso cotidiano, isso se dar por vários motivos dentre eles o elevado crescimento da indústria automobilística. Quando ocorre um acidente de trânsito é função dos peritos criminais realizar a perícia destes acidentes, que são efetuadas através de métodos científicos para a obtenção das variáveis físicas presentes. Para obter essas variáveis, é indispensável o uso das leis da física. Com base nisso, a presente monografia realizou, por meio de pesquisas bibliográficas, o estudo pericial de três acidentes de trânsito com a finalidade de demonstrar a validade dos princípios e leis fundamentais da Física e a importância da mesma na realização de perícias, dando destaque ao princípio da conservação da quantidade de movimento e ao princípio da conservação de energia. A metodologia utilizada foi executada através da análise e do detalhamento de cada um dos problemas propostos, investigando o tipo de colisão para cada um deles e aplicando as leis físicas correspondentes. Por conseguinte, comparamos os resultados obtidos com os previstos pelos princípios citados. Assim, notou-se que, de fato, estão de acordo com as leis impostas, comprovando a autenticidade das leis e princípios que regem a Física. Neste trabalho, nos restringimos a três exemplos não reais, no entanto, o mesmo procedimento pode ser utilizado para outros casos, como uma forma de aplicar os conceitos físicos em situações presentes no cotidiano.

Palavras-chave: Perícia. Colisão. Quantidade de Movimento. Conservação da Energia. Acidentes de Trânsito.

ABSTRACT

Traffic accidents are a very serious problem in public health and have become increasingly common in our daily lives, for several reasons, among them the high growth of the automobile industry. When a traffic accident occurs it is the function of the criminal experts to carry out the expertise of these accidents, which are carried out through scientific methods to obtain the physical variables present. To obtain these variables, it is indispensable to use the laws of physics. Based on this, the present monograph carried out, through bibliographic research, the expert study of three traffic accidents in order to demonstrate the validity of the fundamental principles and laws of physics and the importance of this in the performance of skills, principle of conservation of momentum and the principle of energy conservation. The methodology used was performed by analyzing and detailing each of the proposed problems, investigating the type of collision for each of them and applying the corresponding physical laws. Therefore, we compare the results obtained with those predicted by the aforementioned principles. Thus, it was noted that, in fact, they are in accordance with the imposed laws, proving the authenticity of the laws and principles that govern Physics. In this work, we restrict ourselves to three non-real examples, however, the same procedure can be used for other cases, as a way of applying the physical concepts in situations present in everyday life.

Keywords: Expertise. Collision. Quantity of Movement. Energy Conservation. Traffic-accidents.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Colisão unidimensional inelástica entre os veículos V_1 e V_2	28
Figura 2	– Colisão bidimensional inelástica entre os veículos V_1 e V_2	34
Figura 3	– Representação dos vetores P_{f1} , P_{f2} e P_R	36
Figura 4	– Vetor P_R e as direções de V_1 e V_2 antes da colisão.....	37
Figura 5	– Composição vetorial do movimento antes da colisão.....	38
Figura 6	– Momento da colisão entre a motocicleta e o veículo em repouso.....	46
Figura 7	– Representação das direções da velocidade da motocicleta no instante da colisão.....	48
Quadro 1	– Variáveis encontradas na colisão entre os veículo V_1 e V_2 (problema 1).....	50
Quadro 2	– Variáveis encontradas na colisão entre os veículo V_1 e V_2 (problema 2).....	51
Quadro 3	– Velocidades antes e depois da colisão para a motocicleta e condutor (problema 3)	53

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CTB	Código de Trânsito Brasileiro
IFPI	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
MRU	Movimento retilíneo Uniforme
MRUV	Movimento Retilíneo Uniformemente Variado
OMS	Organização Mundial da Saúde
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS.....	15
1.1.1	Geral	15
1.1.2.1	Específico	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
3	PROBLEMAS	27
4	METODOLOGIA	28
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	50
6	CONCLUSÃO	55
	REFERÊNCIAS	56

1. INTRODUÇÃO

Os acidentes de trânsito têm sido um dos assuntos que mais aparece nos meios de comunicação. O enfoque dado reflete o grande número de acidentes, que faz novas vítimas todos os dias, sem qualquer distinção de classe. Os acidentes de trânsito configuram um problema muito agravante para a saúde pública em razão do grande impacto na morbimortalidade, especialmente na população jovem masculina. De acordo com as estimativas da Organização Mundial da Saúde (OMS), por ano são registradas no mundo cerca de 1,2 milhão de mortes no trânsito, o que representa 3 mil mortes/dia.

As principais causas de acidentes de trânsito estão vinculadas a vários fatores, dentre eles, pode-se destacar o elevado crescimento da indústria automobilística e outros que são alvos de investigação, os que estão relacionados ao ser humano como: consumo de bebidas alcoólicas, excesso de velocidade, ultrapassagem em local proibido, cansaço físico, reação a luminosidade, dificuldade em definir objetos, dentre outros; os que estão relacionados ao meio como: as condições climáticas, as irregularidades da via, falta de sinalização, ausência de acostamento e outros; os que estão relacionados ao veículo, como: o estado dos pneus, sistema de freios, excesso de carga, parte elétrica e qualquer tipo de defeito mecânico (ALMEIDA 2014).

Quando ocorre um acidente de trânsito, é função dos peritos criminais a realização de perícias no local deste acidente. As perícias realizadas em um local têm como finalidade estabelecer uma possível forma de como ocorreu o acidente, com o auxílio imprescindível de métodos científicos, ou seja, de mecanismos para a obtenção das variáveis físicas relacionadas ao acidente. Os mecanismos para obter essas variáveis são, de fato, a aplicação dos princípios e das leis da Física (ESPINDULA, 2013).

Os acidentes de trânsito, infelizmente, acontecem todos os dias, e como já foi mencionado são inúmeras as causas determinantes. Diante desta realidade, o presente trabalho examinou a aplicabilidade dos conceitos e leis físicas envolvendo problemas que sejam possíveis explorar tais princípios e leis. Foram selecionados três problemas de acidente de trânsito e realizado o estudo pericial dos mesmos, levando em conta grande parte da Física envolvida, mostrando a eficácia dos conceitos e leis da Física em situações que presenciamos diariamente, tanto nos meios de comunicação, como na nossa própria cidade.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Geral

- Apresentar a importância da aplicabilidade das leis da Física em situações que ocorrem nos acidentes de trânsito.

1.1.2.1 Específicos

- Diferenciar colisões elásticas, inelásticas e parcialmente elásticas;
- Aplicar o princípio de conservação do momento linear;
- Aplicar o princípio da conservação da energia;
- Calcular as energias dissipadas pelos veículos;
- Obter as equações do movimento para as colisões através de instrumentos matemáticos apropriados.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Entende-se por perícia um conjunto de exames técnicos realizados em um determinado local. O termo perícia quer dizer, conhecimento técnico, exame de caráter técnico e/ou habilidades especializadas desenvolvidas com o objetivo de examinar um local. Essas habilidades contemplam todos os ramos da ciência, pois ela desempenha um papel importante na elucidação de crimes, em particular, nos crimes de trânsito, tornando-se assim possível fazer uma análise mais detalhada dos fatos (REIS, 2015).

Segundo o Código de Trânsito Brasileiro (CTB), lei 9 503, de 23 de setembro de 1997, no artigo 1º define: considera-se trânsito a utilização das vias por pessoas, veículos e animais, isolados ou em grupos, conduzidos ou não, para fins de circulação, para, estacionamento e operação de carga e descarga” (BRASIL, 2007).

Para determinar a velocidade de um veículo em uma rodovia, por exemplo, é necessário o uso das equações de movimento para o sistema. Pode-se definir a velocidade média que um veículo possui ao percorrer um determinado espaço como sendo a razão entre a variação da distância percorrida Δx pelo tempo gasto para percorrê-la Δt , conforme mostra a equação abaixo (HALLYDAY ET AL, 2013):

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1)$$

Um acidente de trânsito envolve não só o conceito de velocidade média, envolve também os conceitos de aceleração, força, energia, momento linear, atrito, energia dissipada, velocidade de danos entre outros. Para obtermos um resultado satisfatório em problemas como os propostos, faz-se necessário definirmos alguns conceitos e leis Físicas importantes, que serão úteis para a resolução dos mesmos, pois trata-se de leis gerais aplicáveis a qualquer tipo de acidentes.

Segundo Yamamoto et al (2013), colisão se dá por meio de uma interação entre objetos que se tocam enquanto pelo menos um deles está em movimento

e ambos têm alteradas uma ou mais características de seus vetores velocidades (modulo, direção e sentido).

Outro ponto importante é sobre a classificação das colisões, quanto ao coeficiente de restituição que é a medida de elasticidade de uma colisão, e pode ser definido pela razão entre a velocidade relativa antes da colisão (aproximação) e depois da colisão (afastamento) (TIPLER; MOSCA, 2013).

Tanto colisões elásticas, inelásticas e parcialmente elásticas podem ser classificadas a partir dele. De acordo com a classificação, a colisão inelástica é aquela em que após, o impacto os (corpos) veículos envolvidos não se separaram e constitui um sistema dissipativo, resultando que a energia cinética total após a colisão é menor que a energia cinética antes da colisão, o significado disso é que parte da energia cinética do sistema foi transformada em outros tipos de energia, calor, deformação e outras. Quando isso acontece, diz-se que o coeficiente de restituição é mínimo (zero), pois a rapidez de afastamento entre os corpos após a colisão é nula, (DOCA; BISCUOLA; BÔAS, 2010). Em todos os três tipos de colisão: elástica, inelástica e parcialmente elástica a quantidade de movimento se conserva.

Nas colisões elásticas, a energia cinética total do sistema se conserva, ou seja, a energia cinética se mantém constante, após a colisão, os corpos se separam e continuam com a mesma quantidade de energia cinética. Quando isso acontece, diz-se que o coeficiente de restituição é máximo (um), pois a rapidez de separação e de aproximação dos veículos são iguais em módulo antes e depois da colisão (DOCA; BISCUOLA; BÔAS, 2010).

Mas, as colisões parcialmente elásticas, a energia cinética total imediatamente depois da colisão é menor que a energia cinética total imediatamente antes da colisão, para este caso, diz-se que o coeficiente de restituição varia entre zero e um, o que significa que a velocidade de afastamento é menor do que a velocidade de aproximação (DOCA; BISCUOLA; BÔAS, 2016).

Sobre a conservação do momento linear pode se dizer que: “Se um sistema de partículas não está submetido a uma força externa, o momento linear total do sistema não pode variar” (HALLIDAY, 2013, p. 221), ou seja considerando apenas as forças de interação dos objetos (forças internas) e desprezando qualquer outro tipo de forças o momento total permanece constante. Matematicamente a conservação da quantidade do movimento e a

conservação da quantidade de energia pode ser expressa por (NUSSENZVEIG, 2002):

$$P_i = P_f \quad (2)$$

$$E_i = E_f \quad (3)$$

Onde P_i é o momento linear inicial total; P_f o momento linear final total; E_i a energia cinética inicial total e E_f a energia cinética final total do sistema.

A Eq. (2) determina que a quantidade total de movimento em um sistema isolado de forças externas, permanece constante. A Eq. (3) expressa que a quantidade de energia total em um sistema onde as conversões de energia sejam unicamente energia cinética em energia mecânica ou mecânica em cinética são constantes.

Faz-se necessário também definir o que é trabalho W , energia cinética E_c e suas relações, depois a partir dos conceitos já empregados será possível formularmos algumas das equações fundamentais para a resolução de problemas que abrangem colisões.

Segundo Halliday (2013), entende-se como energia a grandeza escalar associada a um ou mais objetos. A energia contida em um corpo, pode ser de natureza química, elétrica ou mecânica sendo que a mecânica está na forma de energia cinética E_c ou potencial E_p que está diretamente ligada ao movimento do corpo.

Já o trabalho W , segundo Hallyday et al (2013), é a energia transferida para um objeto ou de um objeto através de uma força que age sobre o objeto. Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo; quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo.

A expressão utilizada para o cálculo do trabalho de uma força constante é:

$$W = F \cdot d \cos\alpha \quad (4)$$

Onde F é a força a qual tem intensidade, direção e sentido constantes e α é o ângulo entre a força e o deslocamento d . Quando o ângulo entre a força e o deslocamento é zero, a Eq. (4) se reduz a:

$$W = F \cdot d \quad (5)$$

Quando uma força é exercida sobre um objeto, esta passa a realizar trabalho sobre ele, e o mesmo pode ser assimilado sob a forma de energia cinética, (DOCA; BISCOLO; BÔAS, 2016) a qual pode ser escrita matematicamente como:

$$E_c = \frac{mV_i^2}{2} \quad (6)$$

Onde m é a massa do corpo e V_i é a velocidade inicial. Devido à similaridade entre a força e o trabalho é possível estabelecer uma relação entre as Equações (5) e (6), levando em consideração que quando um objeto está em movimento variado, ele sofre uma variação na velocidade, havendo assim também uma mudança da sua energia cinética (ΔE_c), que é dada pela expressão:

$$\Delta E_c = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_i^2}{2} \quad (7)$$

Combinando as Eqs. (5) e (7), resulta em:

$$W = \Delta E_c \quad (8)$$

Substituindo as Eqs. (5) e (7) na Eq. (8) temos que:

$$F \cdot d = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_i^2}{2} \quad (9)$$

Resolvendo a Eq. (9) obtemos:

$$F \cdot d = \frac{mV_f^2 - mV_i^2}{2} \quad (10)$$

Que ainda pode ser reescrita como:

$$F \cdot d = \frac{m(V_f^2 - V_i^2)}{2} \quad (11)$$

Um corpo ou sistema de corpos quando submetidos a ação de uma força resultante não nula passa a ter uma aceleração resultante com mesma direção e sentido da força. Quando a intensidade da força é modificada a aceleração também é na mesma razão (força e aceleração são grandezas diretamente proporcionais). Disso surge uma constante de proporcionalidade que pode ser definida como massa inercial, em outras palavras, a massa inercial é a medida de resistência que o corpo oferece à aceleração nele imposta (YAMAMOTO; FUKU, 2013). Um exemplo disso é que a mesma intensidade de força aplicada em corpos de massas distintas não ocasiona a mesma aceleração. Evidenciando que:

$$F = m \cdot a \quad (12)$$

Assim substituindo a Eq. (12) na Eq. (11) vem:

$$m \cdot a \cdot d = \frac{m(V_f^2 - V_i^2)}{2} \quad (13)$$

Ou ainda:

$$(V_f^2 - V_i^2) = 2ad \quad (14)$$

Como a única força resultante quando um móvel está sob processo de frenagem é o atrito a Eq. (12) pode ser reescrita como:

$$a = -k.g \quad (15)$$

Onde k é o coeficiente de atrito (o sinal negativo de k nos diz que ele está contrário ao movimento) e g é a aceleração da gravidade. Substituindo a Eq. (15) na Eq. (14) e considerando a velocidade final (V_f) após o processo de frenagem do móvel igual a zero é possível encontrarmos uma expressão para a velocidade do veículo no instante de frenagem:

$$V_i = \sqrt{2.k.g.d_f} \quad (16)$$

A Eq. (16) nos possibilita a calcular com maior facilidade a velocidade no instante inicial da frenagem de qualquer veículo (V_{ifre}), quando não há colisão; no entanto, essa equação não nos possibilita encontrarmos as velocidades desses veículos quando eles sofrem algum tipo de colisão, pois quando isso ocorre há uma velocidade de danos associada e que deve ser considerada.

Segundo Almeida et al (2014), os danos equivalem à energia dissipada em deformação quando existe colisão.

Assim para o caso onde há colisão, que é justamente os casos que estamos analisando, devemos procurar uma outra equação que seja aplicável e apropriada para essas ocorrências (GURGEL et al., 2015).

Antes de uma colisão, o condutor de um veículo aciona os freios e mesmo assim colide com o veículo que está logo à sua frente, o que se observa é que houve perda de energia no processo de frenagem, e na velocidade, correspondente a velocidade de danos V_d , o princípio da conservação da energia determina que:

$$E_c = E_i + E_d \quad (17)$$

Ou ainda:

$$\frac{mV_i^2}{2} = \frac{mV_{fre}^2}{2} + \frac{mV_d^2}{2} \quad (18)$$

Como a análise se trata do veículo isolado a Eq. (18) resulta em:

$$V_i = \sqrt{V_{fre}^2 + V_d^2} \quad (19)$$

Considerando que a expressão encontrada na Eq. (16) corresponde a velocidade do veículo no instante inicial em que houve a frenagem V_{fre} , e substituindo na Eq. (19), temos:

$$V_i = \sqrt{2 \cdot k \cdot g \cdot d_f + V_d^2} \quad (20)$$

A Eq. (20) será aplicada em todos os problemas que envolvam colisão, com o objetivo exclusivo de calcularmos a velocidade dos mesmos no instante da colisão. Onde k é o coeficiente de atrito do trecho em que o veículo permaneceu em processo de frenagem, d_f é a distância de frenagem, g é a gravidade e V_d é a velocidade de danos.

A velocidade final após uma colisão pode ser calculada pela equação de Torricelli, assim como está representado na Eq. (21)

$$V_f^2 = V_i^2 + 2 \cdot a \cdot d_f \quad (21)$$

Substituindo a Eq. (15) na Eq. (21), resulta em:

$$V_f = \sqrt{V_i^2 + 2 \cdot k \cdot g \cdot d_f} \quad (22)$$

Ao fazermos a análise física de um colisão envolvendo uma motocicleta e seu condutor em um objeto fixo, (automóvel parado ou muro), nota-se a importância de discutir a dinâmica envolvida no acidente, como por exemplo, a trajetória descrita pelo condutor da motocicleta ao ser lançado no instante em que houve a colisão. O movimento descrito pelo condutor é característico do lançamento oblíquo.

Segundo Kazuhito e Fuke (2013), o lançamento oblíquo pode ser analisado como uma composição de movimentos simultâneos e independentes,

estes movimentos são: Movimento Retilíneo Uniforme (MRU), na direção horizontal onde a aceleração é nula e Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) na direção vertical, onde a aceleração é variável (aceleração da gravidade). No nosso estudo, desconsideraremos a resistência do ar.

A velocidade de arremesso V_a do condutor pode ser decomposta em duas componentes, uma na direção horizontal V_{aL} e outra na vertical V_{ap} , ambas podem ser expressas através de relações trigonométricas do triângulo retângulo, para decompor V_a na direção horizontal utilizamos a relação do cosseno, explicitando V_{aL} , obtemos que:

$$V_{aL} = V_a \cdot \cos \theta \quad (23)$$

Definindo que a direção horizontal está sobreposta ao eixo denominado L , as posições ao longo deste eixo, pode ser determinadas pela equação horária das posições, que é dada por:

$$L = L_0 + V_{aL} \cdot t \quad (24)$$

Onde L é a posição final; L_0 é a posição inicial; V_{aL} é a velocidade de alcance na direção de L e t é o tempo gasto para percorrer o espaço. Considerando L_0 igual a zero e substituindo a Eq. (23) na Eq. (24) resulta em:

$$L = V_a \cdot \cos \theta \cdot t \quad (25)$$

A segunda componente que aponta na direção vertical (MRUV) pode ser obtida também a partir da relação trigonométrica no triângulo retângulo, isto é:

$$\sin \theta = \frac{V_{ap}}{V_a} \quad (26)$$

$$V_{ap} = V_a \cdot \sin \theta \quad (27)$$

Definindo que a direção vertical está sobreposta ao eixo denominado P , as posições ao longo deste eixo pode ser determinadas pela equação horária das posições, que é dada por:

$$P = P_o + V_{ap} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (28)$$

Onde P é a posição final; P_o é a posição inicial, que também pode ser chamado de h , V_{ap} velocidade de alcance na direção vertical, g é a aceleração da gravidade, a qual por convenção é positiva quando o objeto se move no mesmo sentido que ela é negativa quando o objeto estiver em sentido contrário, e t o tempo gasto. Uma expressão para t pode ser encontrada a partir da Eq. (25) que fica:

$$t = \frac{L}{V_a \cos \theta} \quad (29)$$

O tempo de deslocamento horizontal demonstrado na Eq. (29) também representa o tempo de queda na vertical, assim substituindo as Eqs. (29) e (27) na Eq. (28) e sabendo que $P_o = h$, resulta em:

$$P = h + V_a \sin \theta \cdot \left(\frac{L}{V_a \cos \theta} \right) - \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{L}{V_a \cos \theta} \right)^2 \quad (30)$$

Ao analisar a Física envolvida na Eq. (30), concluímos que $P = 0$, pois trata-se da posição final, ou seja onde o corpo em análise tem espaço nulo, logo:

$$0 = h + V_a \sin \theta \cdot \left(\frac{L}{V_a \cos \theta} \right) - \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{L}{V_a \cos \theta} \right)^2 \quad (31)$$

Resolvendo, temos;

$$0 = h + L \cdot \tan \theta - \frac{1}{2} g \cdot \frac{L^2}{V_a^2 \cdot \cos^2 \theta} \quad (32)$$

$$-h - L \cdot \tan \theta = -\frac{1}{2} g \cdot \frac{L^2}{V_a^2 \cdot \cos^2 \theta} \quad (33)$$

Ou ainda:

$$h + L \cdot \tan \theta = \frac{1}{2} g \cdot \frac{L^2}{V_a^2 \cdot \cos^2 \theta} \quad (34)$$

$$h + L \cdot \tan \theta = \frac{gL^2}{2 \cdot V_a^2 \cos^2 \theta} \quad (35)$$

$$V_a^2 = \frac{g \cdot L^2}{2 \cdot \cos^2 \theta \cdot (h + L \cdot \tan \theta)} \quad (36)$$

Extraindo a raiz temos:

$$V_a = \frac{L}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2 \cdot (h + L \cdot \tan \theta)}} \quad (37)$$

Onde L é a distância com que o objeto (condutor) foi arremessado, g é aceleração da gravidade, h é a altura do piso até a cintura do condutor e θ é o ângulo de lançamento.

Agora a partir da Eq. (37) será possível calcular a velocidade de arremesso do condutor no instante da colisão (ALMEIDA et al., 2014).

Para encontrarmos uma expressão que possibilite determinar a velocidade da motocicleta no instante da colisão V_{mic} é simples, uma vez que, sabemos a direção (componente horizontal) e sentido da trajetória, assim seguindo a mesma linha de raciocínio já utilizada, temos:

$$V_{mic} = V_a \cdot \cos \theta \quad (38)$$

Isolando V_a , resulta em:

$$V_a = \frac{V_{mic}}{\cos \theta} \quad (39)$$

Substituindo a Eq. (39) na Eq. (37), isto é:

$$\frac{V_{mic}}{\cos \theta} = \frac{L}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2 \cdot (h + L \cdot \tan \theta)}} \quad (40)$$

Resulta em:

$$V_{mic} = L \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot (h + L \cdot \tan \theta)}} \quad (41)$$

Com a Eq. (41) é possível determinar a velocidade de uma motocicleta no instante da colisão, a partir das três variáveis: distância com que o condutor foi lançado L , a altura do piso da moto até a cintura do condutor h (ambas as medidas devem ser em metros) e o ângulo de lançamento θ .

Os princípios de conservação da energia e do momento, também são importantes na descrição de outros fenômenos.

Segundo Doca et al (2016), a conservação da quantidade de movimento também pode ser notada em outros campo da ciência como, por exemplo, no decaimento radioativo alfa, que ocorre quando o núcleo de um dos isótopos radioativos do urânio, inicialmente em repouso, se divide em um núcleo de tório e um núcleo de hélio, que adquirem movimentos em sentidos opostos, de modo que a quantidade de movimento total é zero, além de estar presente nas imensidões cósmicas e outros fenômenos naturais.

Quando o estudo envolve objetos com dimensões muito pequenas, como um átomo, utiliza-se de outros conhecimento que são abordados em uma nova área da física, a Mecânica Quântica, ou em casos em que as velocidades são muito altas, (próximas da velocidade da luz) é necessário introduzir uma novo conhecimento que é o da Relatividade Restrita.

3. PROBLEMAS

A Física envolvida em um acidente de trânsito é de fato muito importante para a descrição do acidente; no entanto, é de fundamental importância saber qual ramo da Física é compatível, ou melhor, descreve com mais “simplicidade” a natureza do sistema, isto é, a todos os corpos envolvidos no acidente. Os princípios fundamentais da física como, por exemplo, o princípio de conservação de energia e o princípio da conservação da quantidade de movimento são os que merecem mais destaque em um acidente de trânsito. Diante disso, surge a pergunta: como aplicar esses princípios nos acidentes de trânsito?

Uma colisão entre dois veículos é um bom exemplo para a verificação dos conceitos e leis da Física. Para demonstrar a aplicação dos conceitos citados (princípio da conservação da quantidade de movimento e princípio de conservação de energia) serão apresentadas, nesta seção, três problemas que são:

1º uma colisão unidimensional inelástica entre dois veículos que serão representados por V_1 e V_2 , onde o primeiro está parado e após a colisão passam a se mover em trajetórias lineares de mesma direção e sentido até que se estabeleça a posição de repouso final. Neste caso, o que se deseja obter são: as velocidades e as energias antes e depois da colisão.

2º uma colisão bidimensional inelástica na qual os dois veículos estão em movimento e trajetórias perpendiculares, ao se colidirem passaram a se deslocar acoplados em sentido e direção diferente da inicial, até que se estabelece a posição de repouso final. Desejamos obter as energias e a quantidade de movimento antes e depois da colisão.

3º uma colisão entre uma motocicleta e um automóvel o qual está inicialmente parado, após a colisão o condutor da motocicleta é arremessado a uma determinada distância do ponto onde houve a colisão. Neste caso procuraremos obter a velocidade com que o motoqueiro foi lançado e a velocidade da motocicleta antes e depois da colisão.

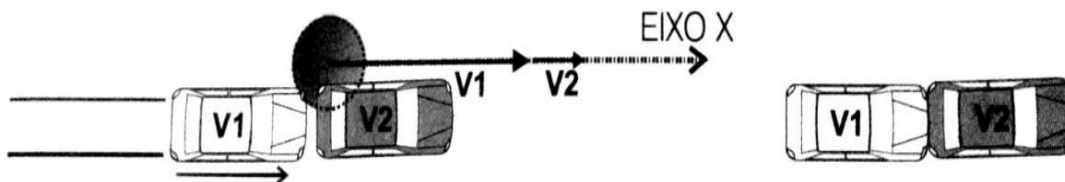
4. METODOLOGIA.

Problema 1.

Trata-se de uma colisão inelástica entre dois veículos, que serão representados por V_1 e V_2 , ambos estão em trajetórias lineares de mesma direção e sentido, após a colisão passam a se deslocar juntamente em uma mesma direção e sentido, até que se estabelece a posição de repouso final (ALMEIDA 2014).

O veículo V_2 colidido encontrava-se em repouso na pista como mostra a figura 1.

Figura 1 – colisão unidimensional inelástica entre os veículos V_1 e V_2 .



Fonte: Almeida (2014, p. 167)

A massa do veículo V_1 é $m_1 = 1200kg$, a massa do veículo V_2 é $m_2 = 1700kg$. Após a colisão, os veículos acoplaram-se e passaram a percorrer um trecho de 12 metros em processo de frenagem, o coeficiente de atrito que será considerado para o trecho pós-colisão é $K = 0,60$.

Antes da colisão, o veículo V_1 percorreu o trecho de 10 metros em processo de frenagem, onde o coeficiente de atrito considerado é $K = 0,70$. As velocidades de danos correspondentes aos veículos V_1 e V_2 são respectivamente 60 km/h e 30 km/h. O que queremos é encontrar a velocidade do veículo V_1 no instante da colisão, para isso seguiremos alguns passos.

O primeiro passo a ser seguido para a resolução do problema é calcular a velocidade final dos veículos V_1 e V_2 no percurso depois da colisão, para isso fez-se necessário o uso da Eq. (16). Para V_1 temos:

$$V_{f1} = \sqrt{2 \times 0,6 \times 9,8 \times 12} \quad (42)$$

$$V_{f1} = \sqrt{141,12} \quad (43)$$

$$V_{f1} = 11,87m/s \quad (44)$$

Ou ainda

$$V_{f1} = 42,76km/h \quad (45)$$

Para V_2 , também utilizamos a Eq. (16) e como já era de se imaginar a velocidade final do veículo V_2 foi igual à do veículo V_1 já que se trata de uma colisão inelástica, (após a colisão seguem acoplados) e os coeficientes de atrito não se alteram, do exposto:

$$V_{f2} = V_{f1} = 11,87m/s = 42,76km/h \quad (46)$$

No segundo passo, iremos calcular as energias finais de cada um dos veículo após a colisão, E_{f1} e E_{f2} . Para calcular a energia final de V_1 utilizaremos a Eq. (18) que pode ser reescrita como: (a energia final é a soma das energias)

$$E_{f1} = \frac{m_1 \cdot V_{f1}^2}{2} + \frac{m_1 \cdot V_{d1}^2}{2} \quad (47)$$

Onde V_{f1} e V_{d1} são respectivamente, a velocidade final e a velocidade de danos do veículo um, como a velocidade de danos no problema é dada em quilômetros/hora transformamos em metros/segundo, isso facilitou o resultado da unidade de energia que foi expressa em Joule.

Substituindo a massa de V_1 , a velocidade de danos correspondente a ele e o resultado obtido em (46) na Eq. (47) temos:

$$E_{f1} = \frac{1200 \times (11,87)^2}{2} + \frac{1200 \times (16,6)^2}{2} \quad (48)$$

$$Ef_1 = \frac{169076}{2} + \frac{330672}{2} \quad (49)$$

$$Ef_1 = 84538 + 165336 \quad (50)$$

$$Ef_1 = 249874 J \quad (51)$$

Para V_2 , substituímos a massa m_2 , o resultado encontrado em (46) e a velocidade de danos na Eq. (47), isto é:

$$Ef_2 = \frac{1700 \times (11,87)^2}{2} + \frac{1700 \times (8,33)^2}{2} \quad (52)$$

$$Ef_2 = \frac{23952473}{2} + \frac{117961,13}{2} \quad (53)$$

$$Ef_2 = 119762 + 58980,56 \quad (54)$$

$$Ef_2 = 178742 J \quad (55)$$

No terceiro passo, iremos calculada a velocidade no instante da colisão. Neste caso os danos e os deslocamentos do veículo V_2 (colidido) foram considerados ao veículo colidente V_1 , disso a Eq. (6) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$Vic1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (Ef_1 + Ef_2)}{m_1}} \quad (56)$$

Onde V_{ic1} é a velocidade no instante da colisão do veículo um e E_{f1} e E_{f2} são respectivamente as energias finais de V_1 e V_2 . Substituindo os resultados encontrados em (51) e (55) na Eq. (56) resulta em:

$$V_{ic1} = \sqrt{\frac{2 \cdot (249874 + 178742)}{1200}} \quad (57)$$

$$V_{ic1} = 26,72 \text{ m/s} \quad (58)$$

Ou

$$V_{ic1} = 96,2 \text{ km/h} \quad (59)$$

Para o veículo V_2 a Eq. (6) ainda pode ser reescrita como:

$$V_{ic2} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{f2}}{m_2}} \quad (60)$$

Onde V_{ic2} é a velocidade no instante da colisão do veículo dois. Fazendo a substituição da energia cinética inicial de V_2 na Eq. (60) temos:

$$V_{ic2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0}{1700}} \quad (61)$$

Logo:

$$V_{ic2} = 0 \text{ km/h} \quad (62)$$

O que já era de se esperar, já que o veículo V_2 antes da colisão encontrava-se parado, portanto, tendo assim sua energia cinética igual a zero e velocidade no instante da colisão também igual a zero.

No quarto passo, vamos verificar se as energias totais dos veículos V_1 e V_2 imediatamente antes e depois da colisão são iguais. Para isso utilizamos a Eq. (63)

$$Et = Ef_1 + Ef_2 \quad (63)$$

Substituindo os resultados obtidos em (51) e (55) na Eq. (63) vem que:

$$Et = 249874 J + 178742 J \quad (64)$$

$$Et_1 = 428616 J \quad (65)$$

A energia total antes da colisão do veículo um, será obtida fazendo a substituição da massa m_1 e do resultado obtido em (58) na Eq. (6), que resulta em:

$$Ei_1 = \frac{1200 \times (26,72)^2}{2} = 428375 J \quad (66)$$

Substituindo o resultado encontrado em (62) e m_2 também na Eq. (6) encontramos a energia cinética inicial para V_2 :

$$Ei_2 = \frac{1700 \times (0)^2}{2} = 0 J \quad (67)$$

Como a energia total Et é a soma das energias, assim como está expresso na Eq. (63), concluímos que a energia total depois da colisão é:

$$Et_2 = 428375 J \quad (68)$$

No quinto passo iremos analisar que: como há a existência de frenagem antes da colisão, é interessante compor a parcela de energia que foi dissipada para cada um dos veículos, tanto para V_1 como para V_2 isso torna-se possível reescrevendo a Eq. (22), que resulta em:

$$V_{1af} = \sqrt{V_{ic1}^2 + 2kgd_f} \quad (69)$$

Onde V_{1af} é a velocidade de V_1 , antes do acionamento dos freios, assim, substituindo o resultado encontrado em (58), o coeficiente de atrito correspondente ao trecho (em que o veículo ficou em processo de frenagem), a aceleração da gravidade e a distância percorrida na Eq. (69), temos que:

$$V_{1af} = \sqrt{(26,72)^2 + 2 \times 0,7 \times 9,8 \times 10} \quad (70)$$

$$V_{1af} = 29,17m/s \text{ ou } 105,02km/h \quad (71)$$

Para determinara velocidade de V_2 antes do acionamento dos freios V_{2af} o procedimento será o mesmo; no entanto, substituímos o resultado obtido em (62) na Eq. (69), assim como se segue:

$$V_{2af} = \sqrt{(0)^2 + 2 \times 0,8 \times 9,8 \times 0} \quad (72)$$

$$V_{2af} = 0m/s \text{ Ou } 0km/h \quad (73)$$

Problema 2.

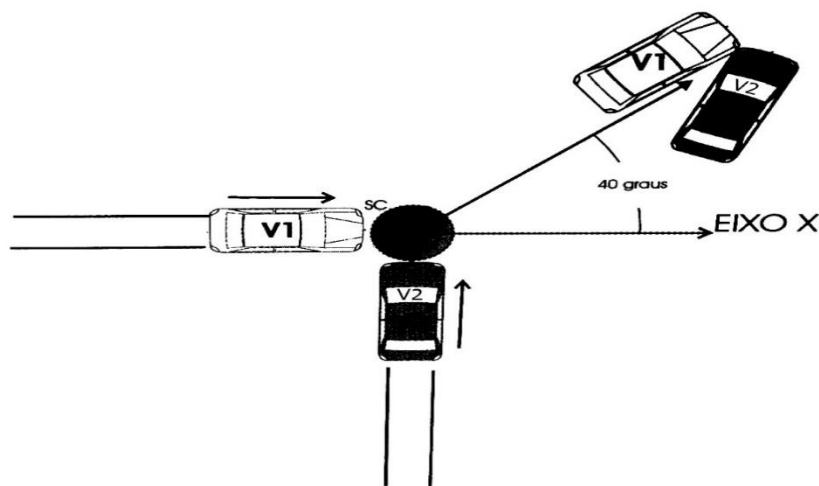
Dois veículos V_1 e V_2 trafegam em trajetórias perpendiculares entre si, colidem-se e, a seguir, passam a se deslocar acoplados em uma mesma direção, com ângulos aproximados de 40° em relação ao eixo X , assim como mostra a figura 2. Os veículos possuem massas m_1 e m_2 , respectivamente iguais a $800kg$

e 1200kg . Após a colisão, ambos os veículos percorrem trechos de 5 metros acoplados, onde o coeficiente de atrito considerado para o referido trecho é $k = 0,8$.

Sabe-se que antes da colisão, o veículo V_1 percorreu trecho de 12 metros em processo de frenagem e o veículo V_2 percorreu trecho de 7 metros em processo de frenagem, considerando para tanto que o coeficiente de atrito $k = 0,8$ (ALMEIDA 2014).

A partir dos dados que o problema fornece e tendo conhecimento das equações formuladas com base nos princípios Físicos vamos aplicá-las. Por questão metodológica, a resolução do problema foi feita passo a passo, assim como se segue:

Figura 2 – colisão bidimensional inelástica entre os veículos V_1 e V_2



Fonte: Almeida (2014, p. 194)

No primeiro passo vamos calcular as velocidades após a colisão de cada um dos veículos. Para calcular a velocidade final do veículo um V_{f1} , utilizaremos a Eq. (16), substituindo os valores dados no problema:

$$V_{f1} = \sqrt{2 \cdot 0,8 \cdot 9,8 \cdot 5} \quad (74)$$

$$V_{f1} = 8,85\text{m/s} \quad (75)$$

O mesmo procedimento pode ser repetido para calcularmos a velocidade final do veículo dois V_{f2} ; no entanto, isso é desnecessário, já que os veículos após a colisão seguem acoplados, logo:

$$V_{f2} = V_{f1} = 8,85m/s \quad (76)$$

O segundo passo é calcular a quantidade de movimento final para os dois veículos, que pode ser obtido facilmente com o uso da Eq. (2) que trata justamente da quantidade de movimento e pode ser reescrita para V_1 como:

$$P_{f1} = m_1 \cdot V_{f1} \quad (77)$$

Onde m_1 e V_{f1} são respectivamente a massa e a velocidade final do veículo um. Substituindo a massa m_1 e o resultado obtido em (76) na Eq. (77) resulta em:

$$P_{f1} = 800 \cdot 8,85 = 7080kg.m/s \quad (78)$$

Da mesma forma faremos para V_2 , onde utilizamos novamente a Eq. (2), que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P_{f2} = 1200 \cdot 8,85 = 10620kg.m/s \quad (79)$$

O terceiro passo é representar vetorialmente, ou seja, em sentido e direção os módulos encontrados para cada um dos momentos (ver figura 3), que estão expressos em (78) e (79). A quantidade de movimento do vetor resultante P_R pode ser obtida utilizando a seguinte equação:

$$P_R^2 = (P_{f1})^2 + (P_{f2})^2 + 2 \cdot P_{f1} \cdot P_{f2} \cos \theta \quad (80)$$

A Eq. (80) é conhecida como lei dos cossenos e possibilita-nos a calcularmos o vetor resultante, uma vez que temos conhecimento do ângulo

entre os vetores que compõem o sistema e do módulo de cada um deles, que é justamente o caso precedente.

Assim substituindo os resultados obtidos em (78) e (79) na Eq. (80) temos que:

$$P_R^2 = (7080)^2 + (10620)^2 + 2.7080.10620.\cos 0 \quad (81)$$

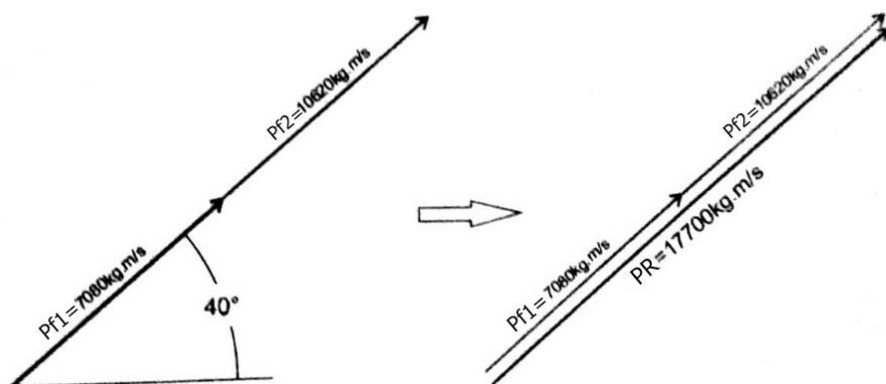
$$P_R^2 = 50.126.400 + 112.784.400 + 150.379.200.1 \quad (82)$$

$$P_R = \sqrt{313.290.000} \quad (83)$$

$$P_R = 17.700 \text{ kg.m/s} \quad (84)$$

Os vetores P_{f1} , P_{f2} e P_R estão representados na figura 3, de acordo com módulo, direção e sentido.

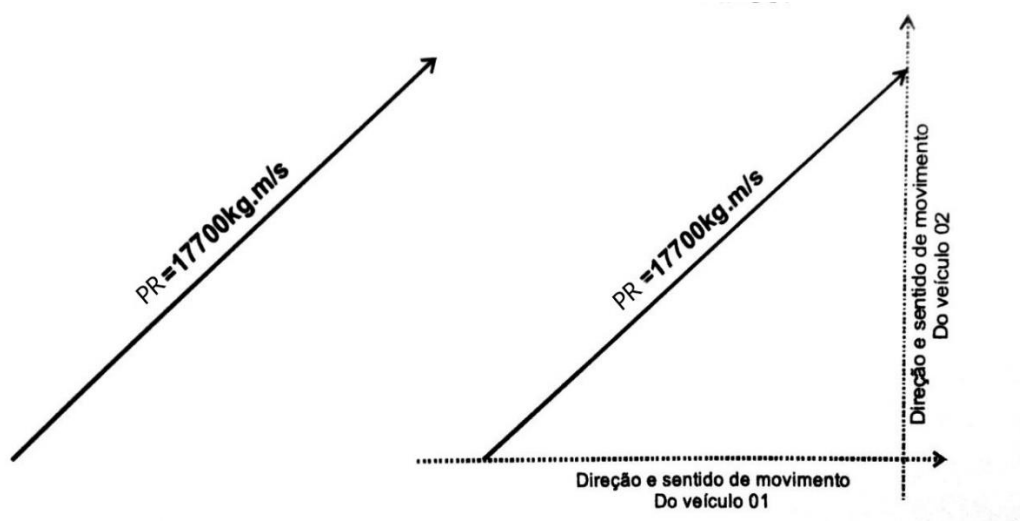
Figura 3 – representação dos vetores P_{f1} , P_{f2} e P_R .



Fonte: Almeida (2014, p. 195)

No quarto passo faremos a seguinte consideração: uma vez que obtivemos a intensidade do vetor quantidade de movimento resultante (depois da colisão), a direção e o sentido, este pode ser considerado pelo princípio da conservação da quantidade de movimento igual ao vetor quantidade de movimento resultante anterior a colisão, e a partir dele traçamos a direção de movimento dos dois veículos, assim como mostra a figura 4.

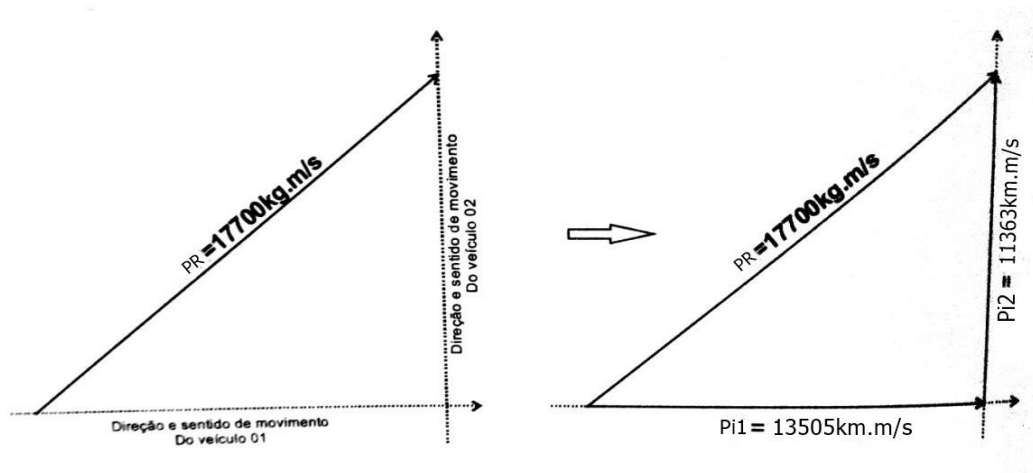
Figura 4 – vetor P_R e as direções de V_1 e V_2 antes da colisão.



Fonte: Almeida (2014, p. 195)

No quinto passo, devemos traçar os vetores quantidade de movimento referente as direções e sentido dos veículos V_1 e V_2 . O sentido de movimento do veículo V_1 é tal que, deve partir do início do vetor resultante P_R e terminar no cruzamento onde houve a colisão. No cruzamento da direção e sentido do movimento dos veículos, o vetor quantidade de movimento do veículo V_2 deve partir do cruzamento das direções de movimento e terminar no final do vetor resultante P_R , assim como mostra a figura 5.

Figura 5 – composição vetorial do movimento antes da colisão.



Fonte: Almeida (2014, p. 196)

Ao analisar a figura 5, que representa a composição dos vetores antes da colisão, e tendo conhecimento do o ângulo entre eles (40°), é possível calcular o módulo das componentes de P_{i1} e P_{i2} , vejamos:

$$\cos \theta = \frac{P_{i1}}{P_R} \quad (85)$$

$$\cos 40^\circ = \frac{P_{i1}}{17700} \quad (86)$$

$$0.763 = \frac{P_{i1}}{17700} \quad (87)$$

$$P_{i1} = 13505 \text{ kg.m/s} \quad (88)$$

A relação trigonométrica para calcular P_{i2} é a seguinte:

$$\sin \theta = \frac{P_{i2}}{P_R} \quad (89)$$

Substituindo o seno do ângulo e o módulo do vetor resultante obtido em (84) na Eq. (89), vem que:

$$\text{sen } 40^\circ = \frac{P_{i2}}{17700} \quad (90)$$

$$0,642 = \frac{P_{i2}}{17700} \quad (91)$$

Isolando P_{i2} temos:

$$P_{i2} = 11363 \text{ kg.m/s} \quad (92)$$

No sexto passo será feita a seguinte análise: visto que o módulo dos vetores quantidade de movimento P_{i1} e P_{i2} é conhecido, fica fácil calcular a velocidade no instante da colisão V_{ic} , a equação que nos permite isso, é análoga a Eq. (77); no entanto, não estamos mais interessados em calcular velocidade final V_f , mas sim a velocidade no instante de colisão do veículo um V_{i1c} e a velocidade no instante de colisão do veículo dois V_{i2c} . Assim a Eq. (77) pode ser reescrita como:

$$P_{i1} = m_1 \cdot V_{i1c} \quad (93)$$

Isolando V_{i1c} , temos:

$$V_{i1c} = P_{i1}/m_1 \quad (94)$$

Substituindo o resultado encontrado em (88) e a respectiva massa temos:

$$V_{i1c} = 13505/800 \quad (95)$$

$$V_{i1c} = 16,88m/s \text{ Ou } 60,77km/h \quad (96)$$

Para calcular a velocidade inicial no instante da colisão para o veículo dois V_{i2c} , vem que:

$$P_{i2} = m_2 \cdot V_{i2c} \quad (97)$$

Ou ainda:

$$V_{i2c} = P_{i2}/m_2 \quad (98)$$

Substituindo a massa do veículo dois m_2 e o resultado obtido em (92) na Eq. (98) temos que:

$$V_{i2c} = 11363/1200 \quad (99)$$

$$V_{i2c} = 9,46m/s \text{ Ou } 34,08km/h \quad (100)$$

No sétimo passo devemos fazer a seguinte análise: de acordo com o enunciado do problema fica claro que existiu frenagem em um determinado trecho anterior a colisão, ou seja, houve energia dissipada antes mesmo deles se colidirem. Agora vamos prosseguir calculando a velocidade total separadamente para cada um dos veículos, o que torna-se possível, uma vez que conhecemos os trechos em que estes andaram sobre processo de frenagem, as velocidades no instantes da colisão (calculada no item anterior) o coeficiente de atrito e a aceleração da gravidade, fazendo uso da Eq. (22) para o caso precedente vem:

$$V_{1t} = \sqrt{(V_{i1c})^2 + 2kgd_f} \quad (101)$$

Substituindo o resultado obtido em (96) o coeficiente de atrito, a aceleração da gravidade e a distância em que o veículo andou sob processo de frenagem na Eq. (101) obtemos:

$$V_{1t} = \sqrt{(16,88)^2 + 2 \cdot 0,8 \cdot 9,81 \cdot 12} \quad (102)$$

$$V_{1t} = 21,75m/s \text{ ou } V_{1t} = 78,30km/h \quad (103)$$

Utilizando o mesmo procedimento para V_2 com o uso da Eq. (22), e substituindo o valor obtido em (100), resulta em:

$$V_{2t} = \sqrt{(V_{i2c})^2 + 2kgd_f} \quad (104)$$

$$V_{2t} = \sqrt{(9,46)^2 + 2 \cdot 0,8 \cdot 9,81 \cdot 12} \quad (105)$$

$$V_{2t} = 16,66m/s \text{ Ou } 59,98km/h \quad (106)$$

Os resultados obtidos em (103) e (106) são: a velocidade total respectivamente do veículo um e do veículo dois.

Oitavo passo. Quando há colisão, também há energia dissipada que ocorre por meio da deformação causada pela colisão. Essa energia pode ser determinada da seguinte forma: primeiramente vamos encontrar a energia dos veículos no instante imediatamente antes da colisão, depois calcular a energia no instante imediatamente após a colisão, assim a energia de danos E_d , causada pelo impacto será obtida através da diferença da energia cinética inicial e final. Com base no exposto a relação matemática que nos possibilita encontrar o valor numérico para a energia de danos pode ser escrita como:

$$E_d = Ec_i - Ec_f \quad (107)$$

Para calcular Ec_i e Ec_f de V_1 e V_2 (energia cinética inicial e energia cinética final dos veículos um e dois), imediatamente antes da colisão, será necessário reescrever a Eq. (6) para este caso, vejamos:

$$Ec_i = \frac{m_1 \cdot V_{ic1}^2}{2} \quad (108)$$

Onde V_{ic1} é a velocidade no instante de colisão do veículo um. Assim, substituindo a massa de V_1 e o resultado obtido em (96) na Eq. (108), temos:

$$Ec_{i1} = \frac{800 \cdot (16,88)^2}{2} \quad (109)$$

$$Ec_{i1} = 113973J \quad (110)$$

A energia cinética imediatamente depois da colisão Ec_{f1} ainda para V_1 é obtida a partir da seguinte equação:

$$Ec_{f1} = \frac{m_1 \cdot V_{fc1}^2}{2} \quad (111)$$

Onde V_{fc1} é a velocidade no instante imediatamente após a colisão de V_1 , novamente fazendo as substituições:

$$Ec_{f1} = \frac{800 \cdot (8,85)^2}{2} \quad (112)$$

$$Ec_{f1} = 31329J \quad (113)$$

Agora devemos fazer o mesmo procedimento para o veículo V_2 ;

$$Ec_{i2} = \frac{m_2 \cdot V_{ic2}^2}{2} \quad (114)$$

Substituindo o resultado obtido em (100) e m_2 na Eq. (114), temos:

$$Ec_{i2} = \frac{1200 \cdot (9,46)^2}{2} \quad (115)$$

$$Ec_{i2} = 53694J \quad (116)$$

Prosseguindo da mesma forma para a energia cinética imediatamente depois da colisão, temos:

$$Ec_{f2} = \frac{m_2 \cdot V_{fc2}^2}{2} \quad (117)$$

Substituindo a velocidade imediatamente depois da colisão do veículo dois V_{fc2} , sua respectiva massa m_2 e o resultado obtido em (76) na Eq. (117) vem que:

$$Ec_{f2} = \frac{1200 \cdot (8,85)^2}{2} \quad (118)$$

$$Ec_{f2} = 46993J \quad (119)$$

Substituindo os valores encontrados em (110), (113), (116) e (119) que correspondem, respectivamente, as energias antes da colisão e depois da colisão do veículo um, e as energias antes da colisão e depois da colisão do veículo dois, na Eq.(107) encontraremos a velocidade de danos para cada um deles. Primeiramente, faremos isso para o veículos V_1 , ou seja substituiremos apenas os resultados de (107) e da Eq. (110) na Eq. (113) que resultam:

$$E_{d1} = 113973 - 31329 \quad (120)$$

$$E_{d1} = \mathbf{82644J} \quad (121)$$

Agora faremos para os veículos V_2 e substituímos os valores de (116) e (119) também na Eq. (107):

$$E_{d2} = 53694 - 46993 \quad (122)$$

$$E_{d2} = \mathbf{6701J} \quad (123)$$

Os valores de E_{d1} e E_{d2} correspondem a energia de danos do veículo um e do veículo dois. Ainda é possível obter a velocidade de danos V_d equivalente para cada um dos veículos, neste caso a Eq. (6) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V_d = \sqrt{\frac{2 \cdot E_d}{m_1}} \quad (124)$$

Fazendo a substituição do valor obtido em (121) na Eq. (124) com a respectiva massa correspondente obtemos a velocidade de danos para o veículo um V_{dv1} :

$$V_{dv1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 82644}{800}} \quad (125)$$

$$V_{dv1} = \mathbf{14,37m/s \text{ Ou } 51,7km/h} \quad (126)$$

Para encontrarmos a velocidade de danos do veículo dois V_{dv2} basta substituir o valor da massa do veículo dois e o valor encontrado em (123) na Eq. (124), assim vem que:

$$V_{dv2} = \sqrt{\frac{2.6701}{1200}} \quad (127)$$

$$V_{dv2} = 3,34m/s \text{ Ou } 12,024km/h \quad (128)$$

No nono passo iremos analisar a conservação das energias e da quantidade de movimento imediatamente antes da colisão e imediatamente após a colisão; no entanto, o que percebemos é que a energia cinética não se conservou, pois houve energia dissipada e energia de deformação devido a colisão; mas, a energia mecânica total é conservada, vale destacar que a energia total do sistema é a soma de todas as energias envolvidas, seja ela potencial, cinética, deformação, em forma de calor, e outras.

A energia mecânica total antes e depois da colisão pode ser obtida pela soma de todas as energias, ou seja: energia no instante da colisão, energia imediatamente antes da colisão, energia imediatamente depois da colisão e energia de danos.

O valor da energia mecânica total Em_t depois da colisão pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$Em_t = E_{d1} + Ec_{f1} + E_{d2} + Ec_{f2} \quad (129)$$

Onde E_{d1} e Ec_{f1} são, respectivamente, a energia de danos e energia cinética final do veículo um; E_{d2} e Ec_{f2} são, respectivamente, a energia de danos e energia cinética final do veículo dois. Substituindo (121), (113), (123) e (119) na Eq. (129) temos:

$$Em_t = 82644 + 31329 + 6701 + 46993 \quad (130)$$

$$Em_t = 167667J \quad (131)$$

Antes da colisão:

$$Em_t = Ec_{i1} + Ec_{i2} \quad (132)$$

$$Em_t = 113973 + 53694 \quad (133)$$

$$Em_t = 167667J \quad (134)$$

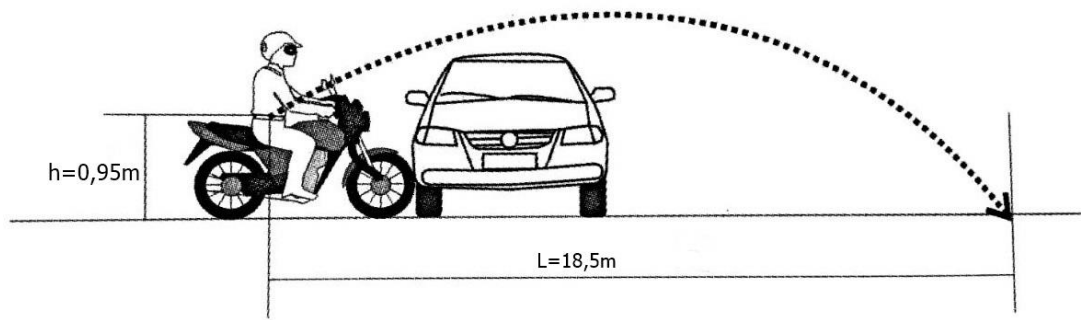
Concluindo, assim que os princípios da conservação da quantidade de movimento e a conservação da energia são válidos.

Problema 3.

Uma motocicleta, colide com um veículo. Antes da colisão, foi observada marca de frenagem de 8,8 metros, o coeficiente de atrito k no referido trecho é de 0,7. Após a motocicleta colidir com o veículo, o condutor foi lançado 18,5 metros à frente do ponto onde houve a colisão, evidenciado por marcas de sangue na pista. O profissional responsável por examinar o local do acidente, constatou que a altura do piso da moto até a cintura do condutor é de 95cm, ou 0,95m assim, (onde está concentrada toda a massa do condutor, já que o mesmo é considerado como um ponto material) como mostra a figura 6.

O profissional constatou também com a verificação do local atingido no veículo e motocicleta que o giro feito por ela foi equivalendo ao ângulo de 15° .

Figura 6 – momento da colisão entre a motocicleta e o veículo em repouso.



Fonte: Almeida (2014, p. 261)

Nesse caso, vamos determinar a velocidade com que o motoqueiro foi lançado, a velocidade da motocicleta no instante da colisão e a velocidade total antes do momento de frenagem, para calcular os dois primeiros itens (velocidade com que o motoqueiro foi lançado e velocidade da motocicleta no instante da colisão) é necessário analisarmos alguns pontos importante.

Ao analisar a figura 6, percebemos que a trajetória descrita pelo condutor ao ser arremessado é parabólica e característica do lançamento oblíquo, a relação matemática para o cálculo da velocidade de arremesso foi deduzida na seção anterior, e deve ser empregada neste caso para facilitar a obtenção dos resultados.

Substituindo os valores correspondentes à medida da distância com que o condutor foi lançado, a altura medida do piso até à cintura do conduto, aceleração da gravidade e o ângulo de giro produzido pelo impacto, que foram informados no problema na Eq. (37), resulta em:

$$Va = \frac{18,5}{\cos 15^\circ} \sqrt{\frac{9,8}{2 \cdot (0,95 + 18,5 \cdot \tan 15^\circ)}} \quad (135)$$

$$Va = \frac{18,5}{0,96} \sqrt{\frac{9,8}{2 \cdot (5,9)}} \quad (136)$$

$$Va = \frac{18,5}{0,96} \sqrt{\frac{9,8}{11,81}} \quad (137)$$

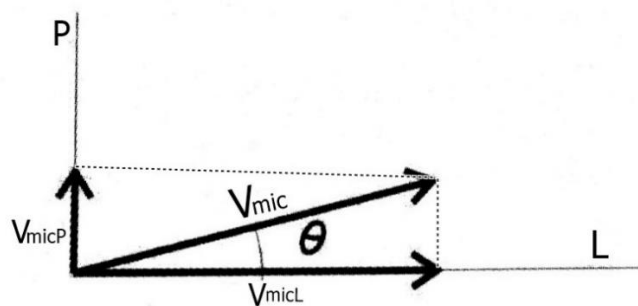
$$Va = \frac{18,5}{0,96} \sqrt{0,829} \quad (138)$$

$$Va = 19,15.0,91 \quad (139)$$

$$Va = 17,42m/s \text{ Ou } 62,7km/h \quad (140)$$

Para determinar a velocidade da motocicleta no instante da colisão, (figura 7) basta, substituímos os valores já conhecidos na Eq. (41), disso vem que:

Figura 7 – representação das direções da velocidade da motocicleta no instante da colisão.



Fonte: Almeida (2014, p. 251)

$$V_{mic} = 18,5. \sqrt{\frac{9,8}{2. (0,95 + 18,5.0,26)}} \quad (141)$$

$$V_{mic} = 18,5. \sqrt{\frac{9,8}{2. (0,95 + 4,95)}} \quad (142)$$

$$V_{mic} = 18,5. \sqrt{\frac{9,8}{2. (5,9)}} \quad (143)$$

$$V_{mic} = 18,5. \sqrt{\frac{9,8}{11,8}} \quad (144)$$

Que resulta em:

$$V_{mic} = \mathbf{16,85m/s \text{ Ou } 60,69km/h} \quad (145)$$

E por último, podemos encontrar a velocidade total da motocicleta antes do motoqueiro acionar os freios. Para isso, substituímos o valor encontrado em (145) o coeficiente de atrito, a aceleração da gravidade e a distância percorrida no processo de frenagem na Eq. (22), disso vem que:

$$V_t = \sqrt{16,85^2 + 2.0,7.9,8.8,8} \quad (146)$$

$$V_t = \sqrt{283,9 + 120,7} \quad (147)$$

Que resulta em:

$$V_t = \mathbf{20,1m/s \text{ Ou } 72,4km/h} \quad (148)$$

5. RESULTADOS E DISCURSÃO

1º) Ao analisarmos o primeiro problema proposto e utilizado as equações necessárias foi possível, no primeiro momento, calcularmos a velocidade de cada um dos veículos logo após a colisão, que como já era de se esperar foram as mesmas, assim como mostra o quadro 1. Isso é admissível uma vez que trata-se de uma colisão inelástica, ou seja, após a interação eles passaram a se mover juntos.

Conhecendo o valor da velocidade final de cada um dos veículos foi possível calcular as energias finais, pois estas dependem apenas das massas e das velocidades (incluindo a velocidade de danos). A diferença observada dar-se-á em razão da velocidade de danos correspondente ao veículo um, ser duas vezes maior do que a velocidade de danos do veículo dois, implicando assim uma maior energia.

Quadro 1 – Variáveis encontradas na colisão entre os veículo V_1 e V_2 (problema 1).

Variáveis	Veículo 1	Veículo 2
Velocidade depois a colisão	$V_{f1} = 11,87m/s$ $V_{f1} = 42,76km/h$	$V_{f2} = 11,87m/s$ $V_{f2} = 42,76km/h$
Energia depois da colisão	$E_{f1} = 249874 J$	$E_{f2} = 178742J$
Velocidade no instante da colisão	$V_{ic1} = 26,72 m/s$ $V_{ic1} = 96,2 k/h$	$V_{ic2} = 0m/s$ $V_{ic2} = 0km/h$
Energia total antes da colisão	$E_{t1} = 428616 J$	$E_{t2} = 0 J$
Energia total depois da colisão	$E_t = 249874J + 178742J$ $E_t = 428375 J$	$E_t = 428375 J$
Velocidade antes do acionamento dos freios	$V_{1af} = 29,17m/s$ $V_{1af} = 105,02k/h.$	$V_{2af} = 0m/s$ $V_{2af} = 0m/s$

Fonte: Própria do Autor.

A velocidade no instante da colisão para o veículo dois V_{ic2} , como já era de se esperar foi zero, uma vez que, ele estava em repouso.

As energias totais do sistema (E_{t1} e E_{t2}) antes e depois da colisão, como mostra o quadro 1, permaneceram invariantes, ou seja, o princípio da conservação da energia foi satisfeito

Antes de haver a colisão o veículo colidente teve os freios acionados, o que significa que a velocidade no instante da colisão foi menor do que a velocidade antes da colisão, pois houve energia dissipada, durante o tempo em que ele permaneceu freado, os valores obtidos que estão ilustrados no quadro 1 evidenciam isso.

2º) Ao fazermos a análise do segundo problema, assim como no primeiro caso, achamos conveniente expor os resultados obtidos na resolução do mesmo em ordem sequencial, como mostra o quadro 2.

Quadro 2 – Variáveis encontradas na colisão entre os veículo V_1 e V_2 (problema 2).

Variáveis	Veículo 1	Veículo 2
Velocidade depois da colisão.	$V_{f1} = 8,85m/s$ $V_{f1} = 31,86km/h$	$V_{f2} = 8,85m/s$ $V_{f1} = 31,86km/h$
Quantidade de movimento depois da colisão	$P_{f1} = 7080kg.m/s$	$P_{f2} = 10620kg.m/s$
Quantidade de movimento resultante	$P_R = 17.700kg.m/s$	$P_R = 17.700kg.m/s$
Quantidade de movimento antes da colisão	$P_{i1} = 13505kg.m/s$	$P_{i2} = 11363kg.m/s.$
Velocidade no instante da colisão	$V_{i1c} = 60,77km/h$	$V_{i2c} = 34,08km/h.$
Velocidade antes do acionamento dos freios	$V_{1t} = 78,30km/h$	$V_{2t} = 59,98km/h$
Energia de danos	$E_{d1} = 82644J$	$E_{d2} = 6701J$
Velocidade de danos	$V_{dv1} = 51,7km/h$	$V_{dv2} = 12,024km/h$

Energia mecânica total antes da colisão	$Em_t = 167667J$	$Em_t = 167667J$
Energia mecânica total depois da colisão	$Em_t = 167667J$	$Em_t = 167667J$

Fonte: Própria do Autor.

A velocidade dos veículos após a colisão, como se trata novamente de uma colisão inelástica são iguais, isto é, após a colisão os veículos se movem juntos.

A quantidade de movimento inicial assim como está disposto no quadro, apresenta uma diferença, a qual pode ser explicada devido as massas dos veículos serem diferentes, a massa do veículo dois é maior do que a massa do veículo um, implicando uma maior quantidade de movimento.

Como o módulo, direção e sentido dos vetores, quantidade de movimento após a colisão é conhecido, foi possível encontrar o vetor quantidade de movimento resultante P_R (ver figura 4) através da soma vetorial, cujo módulo também está disposto no quadro.

Para obter os vetores quantidades de movimento antes da colisão (reconstituir a posição dos veículos antes da colisão) analisamos a figura 4, onde está representado a quantidade de movimento final dos veículos (vetor resultante), a partir do vetor resultante foi possível aplicar o princípio da conservação do movimento, e os vetores quantidade de movimento antes da colisão foram traçados (ver figura 5), cujos módulos estão representados no quadro 2. Vale destacar que o inverso pode ser feito.

Ao analisar a velocidade no instante da colisão percebemos que o veículo um estava com maior quantidade de energia cinética, por conseguinte maior quantidade de movimento, uma vez que, a quantidade de movimento está diretamente ligada a velocidade e a massa, e estas a energia cinética.

Assim como no primeiro caso, antes de haver a colisão, os veículos tiveram os freios acionados, o que significa que as velocidades no instante da colisão foi menor do que as velocidades antes da colisão, pois houve energia dissipada durante o tempo em que eles permaneceram freados, o que está evidenciado nos resultados expostos.

As velocidades de danos encontradas é característica de sistemas não conservativos, que é o caso precedente, ou seja, a energia cinética é convertida em outras energias, onde uma dessas é a de danos. As energias de danos, como o próprio nome diz está associada a deformação causada nos veículos no instante do impacto.

No que se diz respeito a velocidade de danos, a diferença observada é esperada, pois ela depende exclusivamente da energia de danos (ver Eq. (124)) como a energia de danos do veículo um é maior do que a energia de danos do veículo dois o mesmo se segue para a velocidade correspondente.

Ao compararmos os valores encontrados para a energia total do sistema, antes e depois da colisão, observamos que elas são iguais. Esse resultado era o previstos pelo princípio de conservação da energia.

3º) Da mesma forma que os resultados do primeiro e segundo problema foram representados em quadros, o terceiro também foi, pois julgamos que desta maneira seja mais fácil avalia-los e também facilitar a compreensão dos mesmos por parte dos leitores.

Quadro 3 – Velocidades antes e depois da colisão para a motocicleta e condutor (problema 3).

Velocidades	Motocicleta	Condutor
Velocidade de lançamento	$V_a = 0m/s$ $V_a = 0km/k$	$V_a = 17,42m/s$ $V_a = 62,7km/k$
Velocidade no instante da colisão	$V_{mic} = 16,85m/s$ $V_{mic} = 60,69km/h$	$V_{mic} = 16,85m/s$ $V_{mic} = 60,69km/h$
Velocidade antes do acionamento dos freios	$V_t = 20,1m/s$ $V_t = 72,4km/h$	$V_t = 20,1m/s$ $V_t = 72,4km/h$

Fonte: Própria do Autor.

Quando a motocicleta foi colidida com o automóvel, a mesma sofreu uma inclinação e ao mesmo tempo lançou o condutor com um ângulo bem definido (15°), o que provocou no mesmo o movimento parabólico (ver fig. 6), o cálculo da velocidade de lançamento torna-se viável, uma vez que, é possível analisar os movimentos separadamente (na vertical e na horizontal), que resulta nas

equações encontradas na seção anterior, e delas obtida uma expressão satisfatória (ver Eq. 37) , ao fazer as substituições necessárias na expressão foi encontrada a velocidade com que o condutor é lançado, assim como está disposto no quadro 3.

A velocidade da motocicleta e do condutor no momento da colisão são iguais, uma vez que, ambos constituem o mesmo sistema. Assim como nos casos anteriores a velocidade total da motocicleta antes da colisão, é maior do que a velocidade no instante da colisão, isso se dá, devido a energia que foi dissipada no momento de frenagem.

Vale ressaltar que os valores das energias em ambos os problemas foram exatamente iguais, o que não significa que na pratica seja assim (nestes casos algumas energias presentes foram desconsideradas), uma vez que, não é possível obter todas as parcelas de energias dissipadas. Como por exemplo a energia de vibração causada no momento da colisão, responsável por provocar o barulho (energia sonora), energia em forma de calor (energia térmica), dentre outras. Mas a conservação da quantidade de momento sempre será a mesma.

6. CONCLUSÃO.

Através dos problemas abordados no presente trabalho, foi possível perceber o quão pode ser proveitosa a utilização de dois princípios fundamentais da Física (conservação do movimento e conservação da energia), e que é praticamente impossível investigar um acidente sem fazer o uso dos mesmos. Essas aplicações foram feitas em situações fictícias; no entanto, podem ser aplicadas a situações reais, uma vez que, os princípios são os mesmos. De fato as leis físicas constituem uma das principais ferramentas da perícia criminal, que são utilizadas na construção de: provas, laudos periciais, interpretação de fatos, estimativas de velocidades, reconstituição de acidentes, dentre outras. O presente trabalho pode ser utilizados como material de base para alunos das séries iniciais do ensino médio, isso torna-se viável, visto que as equações utilizadas são bastante simples. O estudo da conservação da quantidade de movimento e da conservação da energia são assuntos previstos para a primeira série do ensino médio regular, mas muitas vezes não chegam a ser repassados, e quando são, os alunos não conseguem assimilar a teoria com a prática justamente por falta de aplicação.

Apesar do estudo realizado neste trabalho ter-se limitado a três exemplos envolvendo colisões inelásticas, o mesmo pode ser feito para qualquer um dos três tipos de colisões, seja elas unidimensionais ou bidimensionais.

A partir das análises e estudos realizados neste trabalho foi confirmado que os princípios utilizados são autênticos, gerais e aplicáveis em qualquer tipo de colisão, caracterizando uma das ferramentas indispensáveis da perícia criminal. É importante destacar que grande maioria dos acidentes podem ser resolvidos por meio do mesmo procedimento que utilizamos.

Sobre as perspectivas de trabalhos posteriores, propõe-se fazer a aplicação do que foi exposto em casos reais, a fim de confrontar os resultados que serão encontrados com os estimados (nos casos fictícios), e com os que são obtidos via mecanismos computacionais (Software).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lino Leite de. **Manual de perícias em acidentes de trânsito**. 2. ed. Campinas (sp): Millennium, 2014.

BRASIL. Código de Trânsito Brasileiro (CTB). Lei Nº 9.503, de 23 de Setembro de 1997 que institui o Código de Trânsito Brasileiro. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. Brasília: 2007.

DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Jose Gualter; BÔAS, Newton Vilas. **Física**: volume 1. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José; BÔAS, Newton Villas. **Física** 1. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. 400 p.

ESPINDULA, Alberi. **Perícia Criminal e Cível**: Uma Visão Geral Para Peritos e Usuários da Perícia. 4. ed. Campinas (sp): Millennium, 2013. 480 p.

GIL, Antônio Carlos. **Como elabora projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GURGEL, W.p. et al. Cálculo de velocidades em acidentes de trânsito: Um software para investigação em Física forense. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, [s.l.], v. 37, n. 4, p.4305-1, dez. 2015. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1806-11173741966>.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**: volume 1: Mecânica . 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

NUSSENSVEING, Herch Moysés. **Curso de física básica**: volume 1. 4. ed. São Paulo: Blucher, 20

REIS, Albani Borges dos. **Metodologia Científica em Perícia Criminal**. 3. ed. Campinas (sp): Millennium, 2015. 237 p.

TIPLER, Paul Allen; MOSCA, Gene. **Física Para Cientistas e Engenheiros**: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2013. 759 p.

YAMAMOTO, Kazuhito; FUKU, Luiz Felipe. **Física para o Ensino Médio**. 4. ed. São Paulo: Saraiva, **2016**.