

ANÁLISE DOS LIVRO DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS DE POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

FRANCISCA MARIA DOS SANTOS OSÓRIO¹

FRANCISMAR HOLANDA²

RESUMO

O livro didático desempenha papel significativo tanto professor quanto para o aluno, que, na maioria das vezes tem à sua disponibilidade apenas esse recurso para ajudar no seu processo de aprendizagem. Tal importância levou à presente investigação, cujo objetivo foi analisar e discutir como os conteúdos de Potenciação e Radiciação são abordados nos livros de matemática do 9º ano, mais especificamente nos dois livros mais distribuídos pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). A escolha dos conteúdos a serem analisados deu-se pela experiência vivida em estágio, onde observou-se um déficit no aprendizado dos conteúdos em questão. Referente à metodologia aplicada, optou-se pela análise bibliográfica, bem como a fundamentação metodológica dos princípios da análise de conteúdo de Bardin (2016). Para tanto utilizou-se um Quadro de Análise a partir do qual foram elaboradas descrições dos conteúdos analisados e tecidos reflexões e críticas baseadas em pesquisadores da Educação Matemática como: Huete e Bravo (2006), Miguel (2011) e Santos (2013). Com base nos dados coletados concluiu-se que mesmo sendo uma política pública, e passando por avaliações, foi possível averiguar falhas em ambos os livros, tais como não abordagem de um determinado tema, ou falta de contextualização das atividades, as quais não poderiam ocorrer.

PALAVRAS-CHAVE: Livro didático. Análise do livro didático. Potenciação. Radiciação.

¹ Graduanda de Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) – Campus Teresina Central, frms.osorio@gmail.com

² Mestre em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, frholanda@ifpi.edu.br

ANALYSIS OF THE 9TH ANNUAL EDUCATIONAL TEACHING BOOK: DEFICIT IN POTENTIAL AND RADICIATION CONTENTS

ABSTRACT

The textbook plays a significant role for both the teacher and the student, who, in most cases, has only this resource available to help in the learning process. Such importance led to the present investigation, whose objective was to analyze and discuss how Exponents and Radicals contents are addressed in 9th grade math textbooks, more specifically in the two most distributed books by the National Program of Books and Learning Materials (PNLD). The choice of the contents to be analyzed was made due to the experience lived during the internship, where a deficit in the learning of these contents was observed. Regarding the methodology applied, it was chosen the bibliographic analysis, as well as the methodological foundation of the principles of content analysis of Bardin (2016). For this purpose, an Analysis Framework was used from which descriptions of the analyzed contents were elaborated and reflections and criticisms based on Mathematics Education researchers such as: Huete and Bravo (2006), Miguel (2011) and Santos (2013). Based on the data collected, it was concluded that even though it is a public policy, and going through evaluations, it was possible to find flaws in both books, such as not approaching a certain theme, or lack of contextualization of the activities, which could not occur.

KEYWORDS: Textbook. Textbook analysis. Exponents. Radicals.

1 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática requer diversos conceitos, os quais sempre serão pré-requisitos para outros que surgirão. Segundo Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2017, “é preciso considerar a relevância dos conteúdos selecionados para a vida dos alunos e para a continuidade de sua trajetória escolar”.

O livro didático tem a finalidade de comunicar o conhecimento a seus dois leitores principais, o aluno e o professor. Apesar de hoje já existir diversos recursos didáticos a serem utilizados em sala, muito frequentemente o professor utiliza o livro como guia para elaborar suas aulas, sendo que este material, ocasionalmente, é o

único recurso disponível ao aluno como fonte de pesquisa para seus estudos. Assim, é de suma importância que os conteúdos sejam os recomendados pelas novas propostas curriculares, que a distribuição deles seja adequada e que a forma como estes são transmitidos facilite aprendizagem dos alunos.

Todos os livros disponibilizados pelo PNLD devem atender às propostas curriculares da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual, em se tratando da componente curricular matemática, para os anos finais do ensino fundamental, propõe cinco unidades temáticas, sendo elas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, e probabilidade e estatística. A unidade temática **Números** tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, ampliar, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática.

Vale lembrar que a unidade temática de Números não pode ser abordada de forma isolada, pois são conhecimentos prévios fundamentais para todos os outros objetos de conhecimento. Isso posto, as operações, sejam elas adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação ou radiciação, devem ser exploradas com os demais campos da matemática escolar.

O conceito de “potenciação” é abordado desde o 6º ano do fundamental, porém, é no 9º ano que se amplia o trabalho com esta operação, bem como a “radiciação”, que é introduzida no 8º ano. A BNCC traz dois objetos de conhecimento de números, que devem ser abordados no 9º ano do ensino fundamental referentes à Potenciação e Radiciação, são eles: “Potências com expoentes negativos e fracionários” e “Números reais: notação científica e problemas”.

O conhecimento matemático deve ser sempre recobrado, desenvolvido e aprofundado ano a ano. No primeiro ano de Ensino Médio, por exemplo, os conteúdos de Potenciação e Radiciação são usados como ferramentas para trabalhar outras disciplinas, como por exemplo, na disciplina de Matemática, Função Exponencial, e na disciplina de Física a operação potenciação aparece na Notação Científica. Logo, o aluno ao finalizar o 9º ano do fundamental deveria conhecer as estratégias de resolução de Potência e Radicais, mas especificamente dominarem as duas operações e suas propriedades, no entanto, a realidade é outra.

Durante os estágios por mim realizados, percebi muitos erros cometidos por alunos do Ensino Fundamental relacionados aos estudos das propriedades das Potências e Radicais. Dessa constatação surgiu a necessidade do seguinte

questionamento: A abordagem e adequação dos conteúdos de Potenciação e Radiciação nos livros didáticos de matemática do 9º ano é suficiente?

Diante deste questionamento, esta pesquisa propôs analisar e discutir dois livros didáticos de matemática, os quais foram distribuídas pelo PNLD do ano de 2020, em relação ao conteúdo de “Potenciação e Radiciação”. Para tanto foi realizada uma avaliação da estruturação e organização dos conteúdos abordados em cada livro, bem como a verificação do grau de contextualização e clareza dos conteúdos e a identificação dos pontos de convergência e divergência entre os autores.

Esta pesquisa caracteriza-se por uma abordagem qualitativa com objetivo de análise de conteúdo. Quanto ao procedimento, utilizou-se o método da análise de documentos por apresentar-se adequado aos objetivos propostos.

2 O PAPEL DO LIVRO DIDÁTICO E SUA FUNÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

O livro didático é um dos componentes mais utilizados em sala de aula em todos os níveis de ensino. Para Oliveira (1983), “O Livro Didático será entendido como um material impresso, estruturado, destinado ou adequado a ser utilizado num processo de aprendizagem ou formação”.

Segundo Costa e Allevato

O livro didático é um dos instrumentos mais utilizados pelos professores para organização e desenvolvimento das atividades em sala de aula e, até mesmo, para aprimorar seu próprio conhecimento sobre o conteúdo e, para os alunos, trata-se de uma fonte muito valiosa de informação, que deveria despertar o interesse e o gosto pela leitura, além de ajudar no avanço dos estudos. (ALLEVATO, 2010, p. 72)

Gérard e Roegiers (1998) listam o conjunto de funções do livro didático em relação ao aluno e ao professor, dos quais se destacam os mais relevantes, e em se tratando do aluno o livro didático pode:

- Favorecer a aquisição de saberes socialmente relevantes;
- Consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos;
- Propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades, que contribuam para aumentar sua autonomia;
- Contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania.

E em respeito ao professor, o livro didático pode:

- Auxiliar no planejamento didático-pedagógico anual e na gestão das aulas;
- Favorecer a formação didático-pedagógica;
- Auxiliar na avaliação da aprendizagem do estudante;
- Favorecer a aquisição de saberes profissionais pertinentes, assumindo o papel de texto de referência.

Espera-se,

sobretudo, que o livro didático viabilize o acesso de professores, alunos e famílias a fatos, conceitos, saberes, práticas, valores e possibilidades de compreender, transformar e ampliar o modo de ver e fazer a ciência, a sociedade e a educação. (PNLD, 2017, p.10)

Entretanto, muitas vezes os livros didáticos em suas várias edições, mesmo introduzindo certas mudanças, ainda mantêm certos equívocos em relação a determinados conteúdos. Sendo que, o livro didático não pode passar por várias edições e continuar com as mesmas informações. No livro de matemática, por exemplo, os conceitos de matemática não possuem uma modificação constante, porém, as aplicações e forma de transmissão devem ser sempre renovadas.

Em relação aos aspectos que os livros didáticos de matemática devem apresentar, para que estes possam contribuir com o processo de ensino aprendizagem, Dante (1996) afirma que eles devem:

- Conterem material que crie interesse e motive a aprendizagem do aluno;
- Darem oportunidades para que o aluno descubra ideias matemáticas através de pensamento reflexivo, solução criativa de problemas, experimentação, estimativas, análises e generalizações;
- Estarem adequados à proposta pedagógica da escola e ao seu plano de ensino de matemática;
- Incluírem material que torne possível atender às necessidades de diferentes níveis de habilidades;
- Oferecerem oportunidades para o próprio aluno fazer matemática, construindo e compreendendo conceitos, antes da apresentação de definições formais, regras e técnicas operatórias.

Para que uma aprendizagem significativa possa acontecer,

é necessário investir em ações que potencializem a aspiração do aluno para a aprendizagem, o que se traduz, por exemplo, no empenho em estabelecer relações entre seus conhecimentos prévios sobre um assunto e o que está aprendendo sobre ele. Essa disponibilidade exige ousadia para se colocar problemas, buscar soluções e experimentar novos caminhos. (PCN, 1997, p.93)

3 A IMPORTÂNCIA DA ADEQUAÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS

Para que já haja, de fato, um ensino aprendizagem adequado é necessário que os alunos entendam os significados das ideias fundamentais dos conteúdos, os quais devem ser selecionados em razão do seu potencial, seja para o preparo para a vida, seja para o desenvolvimento do raciocínio.

Para tanto, o livro didático deve possuir uma apresentação relevante, tendo os conteúdos organizados de forma objetiva, com uma linguagem clara e de fácil compreensão, com exercícios contextualizados, exemplos atualizados, etc. Sendo assim,

[...] o livro didático deve ser muito bem organizado tanto para o professor, que o tem como apoio pedagógico, quanto para os alunos, que poderão utilizá-lo para estudar sozinhos. O livro adquire, assim, a função de contribuir para o ensino-aprendizagem. Por isso, ele é considerado um interlocutor, isto é, um componente que 'dialoga' tanto com o professor quanto com os alunos. (COSTA E ALLEVATO 2010, p. 72-73)

Todo conteúdo deve ser pensado no intuito de ajudar o aluno a ultrapassar as dificuldades do seu cotidiano, porém, não se deve trabalhar apenas com a suposição do que faz parte do dia a dia do aluno, assim, pressupõe-se que todo conteúdo tem a sua relevância/importância. Todavia muitos conteúdos são descartados por serem julgados erroneamente, ou porque não são de interesse para os alunos, ou porque não fazem parte de sua “realidade”, ou seja, não há uma aplicação prática imediata. Existem conteúdos que são privilegiados nos livros, assim como, existem conteúdos que não são inteiramente abordados. Essa postura leva ao empobrecimento do ensino.

Ocorre que, é durante os anos finais do ensino fundamental que,

[...] o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar —

números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se depara com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação —, ele irá ampliando seu conceito de número. (PCN, 1997, p.39)

Assim, é de extrema importância que, ao escolher o livro didático de Matemática, este, seja compatível com tudo que é indicado pelas novas propostas curriculares da BNCC (Base Nacional Comum Curricular). Sendo que, em se tratando da organização dos conteúdos,

É possível observar uma forma excessivamente hierarquizada de fazê-lo. É uma organização, dominada pela ideia de pré-requisito, cujo único critério é a definição da estrutura lógica da Matemática, que desconsidera em parte as possibilidades de aprendizagem dos alunos. Nessa visão, a aprendizagem ocorre como se os conteúdos se articulassem como elos de uma corrente, encarados cada um como pré-requisito para o que vai sucedê-lo. (PCN, 1997, p.22)

A simples organização dos conteúdos não garante a aprendizagem, é necessário também a adequação, integração e sequenciação dos mesmos a fim de que estes ajudem os alunos a desenvolverem a capacidade de resolução de problemas, utilizando-se das operações nos diversos campos numéricos.

Todo conteúdo é um objeto de conhecimento e, como tal, exige do ser humano uma atividade complexa para que seja dominado.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Esse estudo consiste em uma pesquisa qualitativa de procedimento documental, uma vez que foi realizada por meio da análise bibliográfica, tendo como referência Marconi e Lakatos (2007), por mencionarem que nessa modalidade de pesquisa “deve-se utilizar diferentes procedimentos para se fazer uma triangulação, o que possibilitará uma maior consistência aos dados coletados”.

Para a análise dos dados, foi realizada a Análise de Conteúdo, que,

é um conjunto de técnicas de análise das comunicações. Não se trata de um instrumento, mas de um leque de apetrechos; ou, com maior rigor, será um único instrumento, mas marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações. (BARDIN, 2016, p. 37).

O critério de seleção dos livros foram as duas obras mais selecionadas e distribuídas para as escolas públicas pelo PNLD 2020, e para análise do conteúdo, particularmente a abordagem dos conteúdos de “Potenciação e Radiciação”, foi elaborado, a partir de um modelo publicado por Mohr (2000), um “Quadro de Análise” (Quadro 1), que em seguida será apresentado em detalhes os elementos que o compõe.

Quadro 1 – Quadro de análise de livros didáticos de Matemática

Conteúdo:				
Elementos	Parâmetros	Bom	Aceitável	Insuficiente
Conteúdo Teórico	Adequação ao ano			
	Conceitos e definições			
	Conteúdo contextualizado			
	Pré-requisitos			
Atividades propostas	Questões ao final de cada capítulo/tema			
	Questões problematizadas			
	Atividades/Projetos em grupo			
	Estímulo à utilização de novas tecnologias			
Ilustrações	Quantidade			
	Qualidade da ilustração (nitidez, cor etc.)			
	Grau de relação com o conteúdo			
	Ilustrações apropriadas e importantes para a compreensão do conteúdo			

Fonte: Própria (elaborado, a partir de um modelo publicado por Mohr, 2000)

O elemento “Conteúdo Teórico” tem por finalidade identificar se o conteúdo analisado apresenta clareza conceitual, teóricos e metodológicos, além da ausência de contradições; se é adequado ao nível de maturidade do aluno e se considera os conhecimentos prévios do mesmo.

O item “Atividades Propostas” visa analisar as atividades propostas e identificar se as mesmas são diversificadas, com itens objetivos e discursivos contextualizados de fácil compreensão, com exemplos comuns do cotidiano; e se promovem exercícios e projetos coletivos com incentivo à realização de atividades práticas, de modo que o aluno consiga compreender que a matemática está inserida na realidade cotidiana.

Por fim, o elemento “Ilustrações” destina-se a buscar e identificar se as ilustrações apresentadas no decorrer dos textos são de fácil entendimento, com boa qualidade de impressão, de modo a entusiasmar a leitura matemática, ou se está ausente, insuficiente desfavorecendo a leitura matemática.

A partir da composição do Quadro de análise de livros didáticos de Matemática, em cada obra foi analisado os conteúdos selecionados, e tecida reflexões e críticas baseadas em pesquisadores da Educação Matemática como: Huete e Bravo (2006), Miguel (2011) e Santos (2013).

5 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 9º ANO

As obras que são objetos de estudo desta pesquisa foram os dois livros didáticos de matemática disponibilizados pelo PNLD 2020 com maior quantidade de exemplares distribuídos para as escolas públicas. De acordo com os dados fornecidos pelo FNDE³ (Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação) sobre o PNLD 2020, as duas obras mais adotadas para os anos finais do Ensino Fundamental (9º ano), para a componente curricular Matemática, foram:

- 1º lugar: **A Conquista da Matemática**, sendo distribuídos um milhão, cento de quarenta mil, novecentos e trinta e um (1.140.931) exemplares, considerando o livro do aluno e do professor. Autoria de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci e publicada pela Editora FTD.
- 2º lugar: **Matemática - Bianchini**, sendo distribuídos duzentos e seis mil, novecentos e sessenta e cinco (206.965) exemplares, considerando o livro do aluno e do professor. Autoria de Edwaldo Bianchini e publicada pela Editora Moderna.

Nas próximas subseções serão apresentadas as análises das duas obras selecionadas.

5.1 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO “A CONQUISTA DA MATEMÁTICA”

A partir do sumário, destaca-se a Unidade 1 a qual trata de Números reais, Potências e Radicais, mas especificamente os capítulos 2, 3 e 4 que tratam os conteúdos: Operações com números reais, Potências e Radicais, respectivamente, a

³ Dados disponibilizados no site <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>

fim de analisá-los de acordo com o Quadro de análise de conteúdo em livros didáticos de Matemática (Quadro 2).

Quadro 2 – Quadro de análise do Livro Didático A conquista da Matemática – 9º Ano: Potenciação e Radiação

Conteúdo: Potências e Radicais				
Elementos	Parâmetros	Bom	Aceitável	Insuficiente
Conteúdo Teórico	Adequação ao ano		X	
	Conceitos e definições			X
	Conteúdo contextualizado			X
	Pré-requisitos		X	
Atividades propostas	Questões ao final de cada capítulo/tema	X		
	Questões problematizadas			X
	Atividades/Projetos em grupo			X
	Estímulo à utilização de novas tecnologias		X	
Ilustrações	Quantidade		X	
	Qualidade da ilustração (nitidez, cor etc.)	X		
	Grau de relação com o conteúdo		X	
	Ilustrações apropriadas e importantes para a compreensão do conteúdo			X

Fonte: Própria (elaborado, a partir de um modelo publicado por Mohr, 2000)

O livro aborda no Capítulo 2 “Os números reais”, tendo como subtema, “Operações com números reais”. Entretanto, o conteúdo é abordado superficialmente em apenas uma página, como mostra a Figura 1, na qual é mencionado de forma superficial as operações de adição, subtração, multiplicação e extração da raiz quadrada, o que pode induzir o aluno ao erro, pois, potenciação também é operação com propriedades distintas.

Figura 1 – Pág. 22

☉ As operações com números reais

Já vimos que há certas limitações em relação às operações nos conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$. Assim:

- no conjunto $\mathbb{N}$, nem sempre é possível subtrair, obter divisões exatas ou extrair a raiz quadrada e encontrar um número natural;
- no conjunto $\mathbb{Z}$, nem sempre é possível obter divisões exatas ou extrair a raiz quadrada e encontrar um número inteiro;
- no conjunto $\mathbb{Q}$, nem sempre é possível extrair a raiz quadrada exata e encontrar um número racional.

Porém, no conjunto dos números reais, efetuamos qualquer adição, subtração, multiplicação e divisão com números reais (exceto a divisão por zero), bem como extraímos a raiz quadrada de qualquer número positivo e encontramos número reais.

Vale lembrar que há restrições: a raiz quadrada de um número negativo, por exemplo, não representa um número real, pois não existe número real que elevado ao quadrado tenha como resultado um número real negativo. Então, por exemplo, $\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$. Vejamos algumas situações que envolvem operações com números reais.

- 1** Calcular, com aproximação até a segunda casa decimal, o produto $5 \cdot \sqrt{3}$.

$$\sqrt{3} \approx 1,73 \text{ então } 5 \cdot \sqrt{3} \approx 5 \cdot 1,73 \Rightarrow 5 \cdot \sqrt{3} \approx 8,65$$

O valor procurado é 8,65.

- 2** Calcular $\sqrt{5^4}$

$$\sqrt{5^4} = \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt{625} = 25$$

Logo, o valor procurado é 25.

- 3** Com valores aproximados até a segunda casa decimal, determinar $\sqrt{14} + \sqrt{2}$.

$$\sqrt{14} \approx 3,74 \text{ e } \sqrt{2} \approx 1,41$$

$$\sqrt{14} + \sqrt{2} \approx 3,74 + 1,41; \text{ então, } \sqrt{14} + \sqrt{2} \approx 5,15$$

Então, o valor procurado é 5,15.

Fonte: Livro A Conquista da Matemática 9º ano, p. 22.

Entretanto, mais adiante, no Capítulo 3 intitulado Potências, o autor trata das Propriedades das Potências, sendo que, o mesmo dividiu o tema entre:

1. Propriedades das potencias com expoentes naturais;
2. Expoente zero;
3. Potência de um número real com expoente inteiro;
4. Propriedades das potencias com expoentes inteiros;
5. A Notação Científica; e
6. Escrevendo a Notação científica.

O conteúdo foi distribuído de forma mediana, pois houve uma “duplicação”, sendo que, as propriedades descritas no item 1, Propriedades das potencias com expoentes naturais, e no item 4, Propriedades das potencias com expoentes inteiros, são as mesmas, como mostram as Figuras 2, 3 e 4, o que modifica é apenas que

nesta última as operações são realizadas com expoentes negativos. Nesse caso, não havia necessidade de se dividir em dois itens, bastaria apenas explicar a potência de um número real com expoente inteiro (negativo), como é realizado no item 3, como uma das propriedades da potência e, com a utilização de exemplos, fazer com que o aluno compreenda que as propriedades estudadas valem tanto para números naturais quanto para inteiros.

Figura 2 – Pág. 25

⦿ Propriedades das potências com expoentes naturais

Existem propriedades das potências que nos auxiliarão, e muito, nos cálculos. Para estudá-las, vamos usar dois números reais a e b , não nulos, e dois números naturais m e n .

1ª propriedade:
Observe a multiplicação com potências de mesma base:

$$7^2 \cdot 7^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7) = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5$$

Então, $7^2 \cdot 7^3 = 7^5$. Como $5 = 2 + 3$, temos $7^2 \cdot 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$.

Como esse fato sempre ocorre quando temos uma multiplicação com potências de mesma base, isso nos permite escrever a seguinte propriedade:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Assim:

- $(0,6)^4 \cdot (0,6)^7 = (0,6)^{4+7} = (0,6)^{11}$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+1+9} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$

2ª propriedade:
Observe a divisão com potências de mesma base:

$$7^5 : 7^3 = \frac{7^5}{7^3} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7} = 7 \cdot 7 = 7^2$$

Então, $7^5 : 7^3 = 7^2$. Como $2 = 5 - 3$, temos $7^5 : 7^3 = 7^{5-3} = 7^2$.

Como esse fato sempre ocorre quando temos uma divisão com potências de mesma base, isso nos permite escrever a seguinte propriedade:

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

Assim:

- $(1,5)^{10} : (1,5)^4 = (1,5)^{10-4} = (1,5)^6$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^9 : \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^{9-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^8$

Fonte: Livro A Conquista da Matemática 9º ano, p. 25.

Figura 3 – Pág. 26

3ª propriedade:

Observe a potenciação cuja base é uma potência:

$$(7^5)^2 = 7^5 \cdot 7^5 = 7^{5+5} = 7^{10}$$

Então, $(7^5)^2 = 7^{10}$. Como $10 = 5 \cdot 2$, temos $(7^5)^2 = 7^{5 \cdot 2} = 7^{10}$

Como esse fato sempre ocorre quando temos uma potência de outra potência, isso nos permite escrever a seguinte propriedade:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Assim:

$$(7^2)^3 = 7^{2 \cdot 3} = 7^6$$

$$[(0,5)^4]^3 = (0,5)^{4 \cdot 3} = (0,5)^{12}$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{1}{4} \right)^2 \right]^5 \right\}^2 = \left(\frac{1}{4} \right)^{2 \cdot 5 \cdot 2} = \left(\frac{1}{4} \right)^{20}$$

4ª propriedade:

Observe as potenciações cuja base é um produto ou um quociente:

$$(3 \cdot 5)^2 = (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) = 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = \underbrace{3 \cdot 3}_{3^2} \cdot \underbrace{5 \cdot 5}_{5^2} = 3^2 \cdot 5^2$$

$$(2 : 7)^2 = \left(\frac{2}{7} \right)^2 = \left(\frac{2}{7} \right) \cdot \left(\frac{2}{7} \right) = \frac{\underbrace{2 \cdot 2}_{2^2}}{\underbrace{7 \cdot 7}_{7^2}} = \frac{2^2}{7^2} = 2^2 : 7^2$$

Como esses fatos sempre ocorrem quando temos a potência de uma multiplicação ou de uma divisão, podemos escrever a seguinte propriedade:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad \text{e} \quad (a : b)^n = a^n : b^n \quad (b \neq 0)$$

Assim:

$$(2^2 \cdot 3 \cdot 5^3)^2 = (2^2)^2 \cdot 3^2 \cdot (5^3)^2 \text{ ou } 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^6$$

$$(5 : 11)^4 = 5^4 : 11^4$$

SAIBA QUE

Essa 4ª propriedade não é válida para a adição ou subtração, pois $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$.

Expoente zero

Vamos calcular o quociente de $2^5 : 2^5$.

$$\bullet \text{ Aplicando a definição de potência, temos } 2^5 : 2^5 = 3^2 : 3^2 = 1.$$

$$\bullet \text{ Aplicando a propriedade da divisão de potências de mesma base, temos } 2^5 : 2^5 = 2^{5-5} = 2^0.$$

Comparando os dois resultados, podemos escrever que $2^0 = 1$, o que ocorre com qualquer número real não nulo.

De modo geral:

$$\text{Para todo número real } a, \text{ com } a \neq 0, \text{ temos } a^0 = 1.$$

Fonte: Livro A Conquista da Matemática 9º ano, p. 26.

Figura 4 – Pág. 30

⦿ Propriedades das potências com expoentes inteiros

Vamos considerar as propriedades a seguir.

1ª propriedade:
Para multiplicação de potências de mesma base podemos escrever a seguinte propriedade:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Então:

- $5^2 \cdot 5^{-6} = 5^{2+(-6)} = 5^{2-6} = 5^{-4}$
- $10^{-3} \cdot 10^{-2} = 10^{-3+(-2)} = 10^{-3-2} = 10^{-5}$
- $2^n \cdot 2^3 = 2^{n+3}$ sendo n um número inteiro.

2ª propriedade:
Para divisão de potências de mesma base, podemos escrever a seguinte propriedade:

$$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ ou } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Então:

- $6^4 : 6^7 = 6^{4-7} = 6^{-3}$
- $10^3 : 10^{-2} = 10^{3-(-2)} = 10^{3+2} = 10^5$
- $\frac{2^{-5}}{2^{-7}} = 2^{-5-(-7)} = 2^{-5+7} = 2^2$
- $\frac{3^{n-2}}{3^{n+1}} = 3^{n-2-(n+1)} = 3^{n-2-n-1} = 3^{-3}$, sendo n um número inteiro.

3ª propriedade:
Para potência de uma potência, podemos escrever a seguinte propriedade:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Então:

- $(10^3)^{-2} = 10^{3 \cdot (-2)} = 10^{-6}$
- $(5^{-1})^{-3} = 5^{(-1) \cdot (-3)} = 5^3$
- $(10^x)^5 = 10^{x \cdot 5} = 10^{5x}$, sendo x um número inteiro

4ª propriedade:
Para transformar potência de um produto em um produto de potências, e potência de um quociente em um quociente de potências, podemos escrever a seguinte propriedade:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \text{ ou } (a : b)^n = a^n : b^n$$

Então:

- $(2 \cdot 5)^{-4} = 2^{-4} \cdot 5^{-4}$
- $(7 : 2)^{-3} = 7^{-3} : 2^{-3}$
- $(10 \cdot x)^{-2} = 10^{-2} \cdot x^{-2}$, com $x \neq 0$
- $(x : 5)^{-1} = x^{-1} : 5^{-1}$, com $x \neq 0$.

SAIBA QUE

As mesmas propriedades estudadas para as potências com expoentes naturais valem para as potências com expoentes inteiros e base real não nula.

Fonte: Livro A Conquista da Matemática 9º ano, p. 30.

No item 2, Expoente zero, o autor explica de maneira clara e objetiva, com base na propriedade de divisão de potência de mesma base, que, qual quer número com potência zero é igual a um ($a^0 = 1$).

Em relação aos itens 5 e 6, que correspondem à notação científica, o autor foi insuficiente, pois não menciona os significados de cada notação, apenas introduz uma

tabela com nome e potência de algumas notações, nos exercícios do item, pressupondo que o aluno já tenha compreensão e domínio do conteúdo.

O Capítulo 4, que é destinado a Radicais, teve uma melhor distribuição do conteúdo que o capítulo anterior, porém isso deve-se apenas ao fato de que o conteúdo de radicais tem maior teor. Ocorre que, além de haver repetição de informação com nomenclaturas distintas, há ainda falta de informação. O tema “Radicais” foi dividido da seguinte forma:

1. Raiz enésima de um número real;
2. Propriedades do radical;
3. Simplificando radicais;
4. Introduzindo um fator externo no radical;
5. Adição algébrica de radicais;
6. Multiplicação e divisão de radicais com o mesmo índice;
 - a) Utilizando a propriedade distributiva na multiplicação de radicais;
 - b) Dividindo expressões com radicais de mesmo índice.
7. Redução de dois radicais ao mesmo índice;
8. Multiplicação e divisão de radicais com índices diferentes;
9. Potenciação de radicais;
10. Racionalização de radicais;
11. Potência com expoente racional;
12. Calculando raízes com a calculadora científica.

No item 1, Raiz enésima de um número real, o autor retoma a extração de uma raiz, bem como no item seguinte, Propriedades do radical, aborda de maneira clara as cinco propriedades. Já no item 3, Simplificando radicais, o autor se utiliza de uma das propriedades para explicar a extração de fatores de um radical, e logo em seguida, em Introduzindo um fator externo no radical, faz o procedimento inverso.

O item 5, Adição algébrica de radicais, de forma clara, o autor leva o aluno a reconhecer e compreender radicais semelhantes.

O conteúdo abordado no item 6, Multiplicação e divisão de radicais com o mesmo índice, traz o mesmo conteúdo proposto nas propriedades divisão de radical e multiplicação de radical, propriedades estas já tratadas no item 2, causando assim uma duplicação na informação do conteúdo, como mostra as Figuras 5 e 6.

Figura 5 – Pág.39 e 40

4ª propriedade:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \text{ com } a \in \mathbb{R}_+, b \in \mathbb{R}_+, n \in \mathbb{N} \text{ e } n > 1.$$

Considerando as expressões $\sqrt{4 \cdot 25}$ e $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25}$.

Calculando, temos:

$$\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$$

Comparando, temos $\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25}$

Então:

- $\sqrt{3 \cdot 11} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{11}$
- $\sqrt[3]{2 \cdot 5} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5}$
- $\sqrt[4]{4xy} = \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y}$ com $x, y \in \mathbb{R}_+$.

39

5ª propriedade:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \text{ com } a \in \mathbb{R}_+, b \in \mathbb{R}_+, n \in \mathbb{N}, \text{ e } n > 1.$$

Considerando as expressões $\sqrt{\frac{25}{9}}$ e $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}}$.

$$\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$$

Comparando, temos:

$$\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}}$$

Portanto:

$$\bullet \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\bullet \sqrt[5]{\frac{a}{5}} = \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[5]{5}} \text{ com } a \in \mathbb{R}_+$$

Fonte: Livro A Conquista da Matemática 9º ano, p. 39 e 40.

Figura 6 – Pág. 47 e 48

⦿ Multiplicação e divisão de radicais com mesmo índice

Recordando as propriedades dos radicais aritméticos, uma delas nos mostra que:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \text{ com } a \geq 0, b \geq 0, n \in \mathbb{N} \text{ e } n > 1.$$

Usando a propriedade simétrica das igualdades, podemos escrever:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}, \text{ com } a \geq 0, b \geq 0, n \in \mathbb{N} \text{ e } n > 1.$$

Dessa maneira, temos:

$$\begin{aligned} \bullet \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} &= \sqrt{2 \cdot 7} = \sqrt{14} \\ \bullet \sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[5]{6} &= \sqrt[5]{5 \cdot 6} = \sqrt[5]{30} \end{aligned}$$

Assim:

O produto de dois ou mais radicais de mesmo índice é um radical com o mesmo índice, cujo radicando é igual ao produto dos radicandos desses radicais.

Utilizando a propriedade distributiva na multiplicação de radicais

Acompanhe as situações a seguir.

- 1 Calcular $\sqrt{5} \cdot (3\sqrt{2} - \sqrt{5})$

$$\begin{aligned} \sqrt{5} \cdot (3\sqrt{2} - \sqrt{5}) &= \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \\ &= 3\sqrt{10} - \sqrt{5^2} = 3\sqrt{10} - 5 \end{aligned}$$

- 2 Calcular $(\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - 5\sqrt{2})$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{3^2} - 5\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 10\sqrt{2^2} = \\ &= 3 - 5\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 20 = \\ &= \underline{3 - 20} - \underline{5\sqrt{6} + 2\sqrt{6}} = -17 - 3\sqrt{6} \\ &\quad -17 \quad - \quad 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

47

Dividindo expressões com radicais de mesmo índice

Por uma das propriedades dos radicais, sabemos que:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \text{ com } a \geq 0, b > 0, n \in \mathbb{N} \text{ e } n > 1.$$

E pela propriedade simétrica das igualdades, podemos escrever:

$$\text{Se } \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \text{ então } \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, \text{ com } a \geq 0, b > 0, n \in \mathbb{N} \text{ e } n > 1.$$

Agora, observe as seguintes divisões:

$$\begin{aligned} \bullet \sqrt{40} : \sqrt{5} &= \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{40 : 5} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \\ \bullet \sqrt[3]{96} : \sqrt[3]{2} &= \frac{\sqrt[3]{96}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{96}{2}} = \sqrt[3]{96 : 2} = \sqrt[3]{48} = 2\sqrt[3]{6} \end{aligned}$$

Temos que:

O quociente de dois radicais de mesmo índice é um radical com o mesmo índice, cujo radicando é igual ao quociente dos radicandos desses radicais.

Fonte: Livro A Conquista da Matemática 9º ano, p. 47 e 48.

No item 7, Redução de dois radicais ao mesmo índice, e no item 8, Multiplicação e divisão de radicais com índices diferentes, os quais são complementos um do outro, os conteúdos são abordados de forma breve, porém precisa. O item potência de radicais também é abordado de forma precisa e finaliza as operações realizadas com radicais.

Em relação ao item 10, “Racionalização de radicais”, o objetivo seria aplicar as propriedades das frações, bem como dos radicais e a propriedade distributiva, porém, o autor não dá exemplos de como seria uma racionalização de raiz não quadrada (raiz enésima), bem como, não explica como seria a racionalização de uma fração cujo denominador é uma adição de radicais, Figura 7, como por exemplo: $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ ou $\frac{7}{1+\sqrt{5}}$. Entretanto, nos exercícios do item é solicitado ao aluno que resolva expressões que contêm o conteúdo não ensinado como mostra a Figura 8.

Figura 7 – Pág. 52

⦿ Racionalização de denominadores

Consideremos, inicialmente, a expressão $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Adotando $\sqrt{3} = 1,732$ (aproximação com três casas decimais), vamos encontrar a forma decimal aproximada da expressão $\frac{1}{\sqrt{3}}$:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx \frac{1}{1,732} \approx 0,577.$$


Voltemos a considerar a expressão $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Usando a propriedade da equivalência de frações, multiplicamos o numerador e o denominador dessa expressão pelo mesmo número ($\sqrt{3}$) e determinamos, em seguida, a forma decimal aproximada do resultado:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,577$$


Como você pôde observar, as expressões $\frac{1}{\sqrt{3}}$ e $\frac{\sqrt{3}}{3}$ são equivalentes. Obtivemos o mesmo resultado na forma decimal aproximada: 0,577.

A uma transformação em que o denominador é um número racional damos o nome de **racionalização de denominadores**.

Essa racionalização consiste em transformar uma expressão com denominador contendo números irracionais em uma expressão equivalente com denominador contendo apenas números racionais.

Figura 8 – Pág. 53

Vejamos, então, mais um caso de racionalização de denominadores.

1 Racionalizar o denominador da expressão $\frac{5}{3\sqrt{10}}$.

Multiplicando $3\sqrt{10}$ por $\sqrt{10}$ temos:

$$3\sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 3\sqrt{10^2} = 3 \cdot 10 = 30$$

Dizemos que $\sqrt{10}$ é o fator racionalizante da expressão $\frac{5}{3\sqrt{10}}$.

$$\frac{5}{3\sqrt{10}} = \frac{5 \cdot \sqrt{10}}{3\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{3 \cdot \sqrt{10^2}} = \frac{5\sqrt{10}}{3 \cdot 10} = \frac{\sqrt{10}}{6}$$

$\frac{\sqrt{10}}{6}$ → expressão equivalente com denominador racional

ATIVIDADES

Responda às questões no caderno.

1. Racionalize o denominador de cada uma das expressões.

a) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ e) $\frac{20}{2\sqrt{5}}$ i) $\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$
 b) $\frac{6}{\sqrt{6}}$ f) $\frac{3}{\sqrt{6}}$ j) $\frac{7\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$
 c) $\frac{9}{\sqrt{3}}$ g) $\frac{20}{3\sqrt{10}}$
 d) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ h) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

2. Dadas as expressões a seguir, racionalize os denominadores.

a) $\frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
 b) $\frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ e) $\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
 c) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ f) $\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

3. Você já aprendeu que $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$.
 Nessas condições, racionalize o denominador de cada uma das seguintes expressões.

a) $\sqrt{\frac{3}{10}}$ c) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ e) $\sqrt{\frac{5}{3}}$
 b) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ d) $\sqrt{\frac{1}{8}}$ f) $\sqrt{\frac{5}{8}}$

4. Determine, na forma decimal, o valor de cada expressão a seguir. (Use: $\sqrt{6} = 2,449$; $\sqrt{2} = 1,414$ e $\sqrt{10} = 3,162$.)

a) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ c) $\sqrt{\frac{1}{2}}$
 b) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

5. Racionalize os denominadores das expressões.

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{6^3}}$ c) $\frac{2}{\sqrt[3]{2^3}}$ e) $\frac{4}{\sqrt[3]{8^3}}$
 b) $\frac{15}{\sqrt[3]{5}}$ d) $\frac{6}{\sqrt[3]{3^3}}$ f) $\frac{20}{\sqrt[3]{10^3}}$

6. Racionalize o denominador das seguintes expressões:

a) $\frac{1}{3 - \sqrt{6}}$ d) $\frac{2 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}}$
 b) $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ e) $\frac{2 - 2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$
 c) $\frac{11}{2\sqrt{3} - 1}$ f) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

Fonte: Livro A Conquista da Matemática 9º ano, p. 53.

No item 11, Potência com expoente racional, o autor induz o aluno a relembrar as propriedades até aqui estudadas para desenvolver a ideia de que potência com expoente fracionário é na verdade uma raiz. Por fim, o item 12, Calculando raízes com a calculadora científica, ensina como realiza o cálculo da raiz enésima utilizando uma calculadora científica, a qual permite acesso às operações estudadas.

Apesar das críticas empreendidas à maneira como o autor dividiu os tópicos, os temas foram distribuídos numa sequência que propõe uma progressão, que orientam o desenvolvimento crescente do pensamento matemático do aluno, posto que, de acordo com Miguel (2011), ainda é preciso avançar no sentido de conduzir as crianças a perceberem a evolução das ideias matemáticas, ampliando progressivamente a compreensão que delas se tem.

As atividades propostas ao final de cada item não são tão diversificadas, apenas algumas são contextualizadas e estimulam a utilização de recursos didáticos diversificados, bem como não incitam o trabalho em equipe, induzindo à aprendizagem com repetição. A repetição pode auxiliar no processo de aprendizagem, porém não deve ser a única estratégia adotada, pois “Número, operações, resolução de problemas, espaço, forma, tempo, etc. não são noções que se desenvolvem nas crianças apenas mediante repetição, por simplesmente ouvir falar” (MIGUEL, 2011, p. 379).

No que se refere às ilustrações, a função delas é ajudar na compreensão do conteúdo, sendo assim, a relação entre texto e imagem deve ser estabelecida de maneira que o aluno possa entender e interpretar tal relação. A obra apresenta uma quantidade razoável de imagens, porém as mesmas não levam em conta a possibilidade de contextualização do conteúdo.

5.2. ANÁLISE DO LIVRO MATEMÁTICA – BIANCHINI

A partir do sumário desta obra destacam-se os Capítulos 1 e 2, que tratam de “Números Reais” e “Operações com Números Reais”, respectivamente, sendo que, foram analisados no Capítulo 1 os subtítulos 2 e 3, que abordam “Números quadrados perfeitos” e “Raiz quadrada de números racionais não negativos”, respectivamente, e todo o Capítulo 2, cujas operações são “Potências e Radicais”, de acordo com o “Quadro de análise de livros didáticos de Matemática” (Quadro 3).

Quadro 3 – Quadro de análise do Livro Didático Matemática Bianchini – 9º Ano: Potenciação e radiciação

Conteúdo: Potências e Radicais				
Elementos	Parâmetros	Bom	Aceitável	Insuficiente
Conteúdo Teórico	Adequação à série		X	
	Conceitos e definições			X
	Conteúdo contextualizado			X
	Pré-requisitos		X	
Atividades propostas	Questões ao final de cada capítulo/tema	X		
	Questões problematizadas			X
	Atividades/Projetos em grupo	X		
	Estímulo à utilização de novas tecnologias		X	
Ilustrações	Quantidade	X		
	Qualidade da ilustração (nitidez, cor etc.)		X	

	Grau de relação com o conteúdo		X	
	Ilustrações apropriadas e importantes para a compreensão do conteúdo			X

Fonte: Própria (elaborado, a partir de um modelo publicado por Mohr, 2000)

A obra inicia os estudos da operação potenciação, no subtítulo 2 do capítulo 1, com a retomada de noção de quadrado perfeito e fatoração de números naturais, sendo que, a ideia de quadrado perfeito é base para o cálculo da raiz quadrada. Enquanto no subtítulo 3, denominado Raiz quadrada de números naturais não negativos, o autor começa o tema retomando o conteúdo ensinado em anos anteriores e associando a operação radiciação com potenciação. Em seguida revisa a ideia de extração da raiz quadrada, exata e aproximada, de números naturais não negativos com exemplos claros e de fácil entendimento.

Ao avançar, temos o Capítulo 2 denominado “Operações com Números naturais” onde o autor dividiu o tema da seguinte forma:

1. Potências nas medidas astronômicas, subatômicas e informáticas;
2. Potência com expoente fracionário e radicais;
3. Propriedades dos radicais;
4. Adição algébrica com radicais;
5. Multiplicação e divisão com radicais;
6. Potenciação e radiciação com radicais;
 - a) Potenciação;
 - b) Radiciação com radicais;
 - c) Racionalização de denominadores.

Ao analisar como o conteúdo foi dividido, percebe-se que o autor abordou a operação de potenciação de forma sucinta, optando por não apresentar as propriedades das potências, dando maior prioridade apenas à operação radiciação.

No primeiro item, Potências nas medidas astronômicas, subatômicas e informáticas, o autor trata a notação científica de maneira simples e objetiva, informando ao aluno cada notação, seu significado e sua potência com exemplos atuais. Mais adiante, no segundo item, é discutido a Potência com expoente fracionário e radicais. Aqui o autor relembra a definição de potência bem como de raiz enésima, associando duas operações.

O item 3, Propriedades dos radicais, é explicado e exemplificado cada propriedade de uma maneira que o aluno tenha uma fácil compreensão. Já no item 4 o conteúdo de adição algébrica com radicais é abordado de forma sucinta, porém objetiva, como mostra a Figura 9.

Figura 9 – Pág. 52

4 Adição algébrica com radicais

Acompanhe duas formas de efetuar a adição algébrica com radicais.

1ª forma

Substituímos as raízes por seus valores e fazemos os cálculos indicados. Por exemplo:

a) $\sqrt{49} + \sqrt{16} = 7 + 4 = 11$

b) $\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{16} = 2 - 2 = 0$

c) $-5\sqrt[3]{0,125} + 2\sqrt{1,69} = -5 \cdot 0,5 + 2 \cdot 1,3 = -2,5 + 2,6 = 0,1$

2ª forma

Se houver vários radicais iguais, podemos colocá-los em evidência. Por exemplo:

Colocando em evidência o fator comum.

a) $10\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = (10 + 4 - 1)\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$

fator comum

b) $3\sqrt{5} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{5} + \sqrt{7} + 4\sqrt{7} = (3 - 5)\sqrt{5} + (2 + 1 + 4)\sqrt{7} = -2\sqrt{5} + 7\sqrt{7}$

A expressão $-2\sqrt{5} + 7\sqrt{7}$ não pode mais ser reduzida, porque seus termos não têm radicais iguais. Mas é possível encontrar um valor aproximado para ela.

Como $\sqrt{5} = 2,2$ e $\sqrt{7} = 2,6$, temos:

$-2\sqrt{5} + 7\sqrt{7} = -2 \cdot 2,2 + 7 \cdot 2,6$

$-2\sqrt{5} + 7\sqrt{7} = 13,8$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

d) $2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{75} = 2 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 3} + 5\sqrt{2^2 \cdot 3} - 2\sqrt{3 \cdot 5^2} =$

$= 2 \cdot 3\sqrt{3} + 5 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$



SONEY MARIKUS

Isso me lembra da propriedade distributiva.

Fonte: Livro Matemática Bianchini 9º ano, p. 52

No próximo item, Multiplicação e divisão com radicais, o autor retoma uma das propriedades dos radicais, qual seja, $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, para introduzir o conteúdo de multiplicação com radicais, e a propriedade $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, para atender ao conteúdo de

divisão com radicais. Ocorre que, não há nada mais além, forçando ao aluno apenas uma repetição, como mostra a Figuras 10 e 11.

Figura 10 – Pág. 53

5 Multiplicação e divisão com radicais

Multiplicação com radicais

Para multiplicar radicais de mesmo índice, aplicamos a 3ª propriedade dos radicais:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

sendo n um número natural não nulo e a e b números reais positivos.

Portanto, para multiplicar radicais de mesmo índice, mantemos o índice e multiplicamos os radicandos, simplificando, sempre que possível, o resultado obtido.

Veja alguns exemplos.

a) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{2 \cdot 8} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

b) $-5\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} = (-5 \cdot 3)\sqrt{3 \cdot 2} = -15\sqrt{6}$

c) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + 2) = \sqrt{4} + 2\sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2}$

d) $(5 + \sqrt{7}) \cdot (2 - \sqrt{7}) = 5 \cdot 2 - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - \sqrt{7^2} = 10 - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 7 = 3 - 3\sqrt{7}$

CAPÍTULO 2 | OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS

53

Fonte: Livro Matemática Bianchini 9º ano, p. 53

Figura 11 – Pág. 54

Se os índices dos radicais forem diferentes, antes da multiplicação reduzimos esses radicais a um mesmo índice. Veja, por exemplo, como fazemos a redução dos radicais $\sqrt[3]{2^2}$ e $\sqrt[4]{3}$ a um mesmo índice.

$\sqrt[3]{2^2}$	=	$2^{\frac{2}{3}}$	=	$2^{\frac{8}{12}}$	=	$\sqrt[12]{2^8}$
$\sqrt[4]{3}$	=	$3^{\frac{1}{4}}$	=	$3^{\frac{3}{12}}$	=	$\sqrt[12]{3^3}$

Escrevemos os radicais na forma de potência. Determinamos, no expoente, frações equivalentes de mesmo denominador. Escrevemos as potências na forma de radical.

Então, multiplicando esses dois radicais, obtemos:

$$\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{2^8} \cdot \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{2^8 \cdot 3^3} = \sqrt[12]{6 \cdot 912}$$

Observe que, no desenvolvimento acima, os números considerados são positivos. Mas também poderíamos ter números negativos. Por exemplo:

a) $\sqrt[3]{-5} \cdot \sqrt[3]{0,2} = \sqrt[3]{(-5) \cdot 0,2} = \sqrt[3]{-1} = -1$

b) $\sqrt[3]{-27} \cdot \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-27) \cdot (-8)} = \sqrt[3]{216} = 6$

Divisão com radicais

Para dividir radicais de mesmo índice, aplicamos a 4ª propriedade dos radicais:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

sendo n um número natural não nulo e a e b números reais positivos, com $b \neq 0$.

Logo, para dividir radicais de mesmo índice, conservamos o índice e dividimos os radicandos, simplificando o resultado obtido, sempre que possível.

Veja alguns exemplos.

a) $\sqrt[3]{20} : \sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{20 : 10} = \sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{28} : \sqrt{7} = \sqrt{28 : 7} = \sqrt{4} = 2$

c) $30\sqrt{15} : 5\sqrt{3} = (30 : 5)\sqrt{15 : 3} = 6\sqrt{5}$

d) $(12\sqrt{6} - 2\sqrt{3}) : (5\sqrt{2}) = 12\sqrt{6} : 5\sqrt{2} - 2\sqrt{3} : 5\sqrt{2} = \frac{12}{5}\sqrt{3} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{3}{2}}$

54 CAPÍTULO 2 | OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS

Fonte: Livro Matemática Bianchini 9º ano, p. 54

Neste caso, deveria ter sido introduzido multiplicação e divisão de radicais com índices diferentes, o qual tem relação com redução de radical ao mesmo índice, o que não foi abordado em nenhum momento da obra.

Por fim, no item 6, além de potenciação e radiciação com radicais, aborda também a racionalização de denominadores que diferente do primeiro livro analisado traz todas as formas de racionalização, quais sejam, quando no denominador de uma fração existir raiz quadrada, ou qualquer raiz enésima, multiplicação com radicais e adição ou subtração com radicais, como por exemplo: $\frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{5}{\sqrt[5]{4}}, \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{6}}, \frac{18}{11+\sqrt{3}}$.

Na transmissão/explicação do conteúdo, o autor optou por realizar de uma forma, com desenhos de seta, que ajuda o aluno a visualizar o caminho a seguir durante a resolução de exercícios, porém, muitos temas não foram abordados, como mencionado anteriormente e não houve uma revisão das propriedades das potências. Ocorre que,

Se na construção da estrutura de abstração sucessiva determinado nível não é compreendido – ou mal compreendido –, qualquer avanço para conceitos derivados encontra-se em apuro. [...] É importante, em cada etapa de abstração, chegar aos conceitos com tributários quando são necessários. Não basta saber que existem. (HUETE E BRAVO, 2006, p.58)

Os exercícios propostos, em alguns itens, antecipam conteúdos que serão abordados a seguir, porém, em sua maioria, não são contextualizados. Somente no item referente à notação científica é que encontramos exercícios com problemas relacionados a algo real, entretanto ainda não há uma problematização da realidade onde o aluno possa aplicar os conhecimentos adquiridos, pois

O ensino não se pode limitar à transmissão e recepção de informações, ele é também um processo de desenvolvimento de capacidades que envolve a aquisição e integração de conhecimentos, sendo este favorecido mediante a estimulação da investigação e participação dos alunos na sua própria aprendizagem. (SANTOS, 2013, p.21)

Já em relação às atividades em grupo, em quase todas as listas de exercícios propostos é promovido pelo menos uma atividade em grupal, posto que

A instrução em grupos reduzidos é a variável que favorece a aprendizagem cooperativa e elimina qualquer pressuposto de competitividade. A realização de tarefas em que se busquem ajuda e apoio para os alunos intelectualmente menos dotados satisfaz, de igual modo, a eles e aos colegas que colaboram. (HUETE E BRAVO, 2006, p.58)

As imagens ilustradas em livros didáticos devem completar, e/ou contextualizar, o conteúdo ali desenvolvido, no entanto, apenas no item que diz respeito à notação científica é que foram veiculadas imagens que verdadeiramente possibilitam a contextualização do conteúdo.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises que se desenvolveram nesse trabalho trouxeram reflexão sobre a abordagem dos conteúdos de “Potenciação” e “Radiciação” nos livros didáticos, sendo que, as duas obras analisadas fazem parte do Guia do livro Didático, uma política pública de educação.

Todos os livros didáticos listados no guia são avaliados pedagogicamente pela SEB (Secretaria de Educação Básica), do MEC (Ministério de Educação). Entretanto, nas análises realizadas foi possível encontrar falhas no modo de apresentação dos conteúdos, nas atividades propostas, na adequação ao ano e até mesmo nas imagens retratadas.

Nas análises do livro A Conquista da Matemática, percebeu-se que, apesar das repetições, o autor traz o conteúdo bem mais completo. Entretanto, com uma abordagem muito direta e muitas vezes sem revisar conteúdos pré-requisitos, supondo que o aluno já possua aquele conhecimento, o que pode acabar prejudicando o desenvolvimento da sua aprendizagem.

Em relação ao livro Matemática Bianchini, em contrapartida, observou-se que o autor optou por dar maior ênfase ao conteúdo de Radiciação e mesmo assim deixou de apresentar alguns temas. Ocorre que, mesmo não sendo obrigatório a abordagem das propriedades das potências, o autor deveria levar em consideração que o aluno pode não compreender este tema em sua totalidade, o que o pode prejudicar na compreensão dos demais tópicos. Apesar das falhas, os conteúdos aqui desenvolvidos foram bem mais trabalhados, com uma abordagem mais clara e de fácil assimilação.

As duas obras são insuficientes no quesito exercícios, pois, ambas prezam pela repetição na resolução de questões, onde o aluno vai apenas aplicar a fórmula aprendida. Acontece que é de suma importância que haja uma apresentação de contexto real para o conteúdo, pois assim o aluno irá pensar e repensar nas alternativas de solução, e não só reproduzir de modo automático aquilo que lhe foi ensinado. Enfim, é fato que nenhuma das obras analisadas é perfeita, ambas possuem falhas que devem ser revistas e corrigidas.

Finalizando, pode-se afirmar que não é fácil encontrar uma obra que possua todos os requisitos desejados para um livro didático. Nesse contexto, constatou-se a importância da presença do professor no processo de escolha do livro que o guiará

durante o ano letivo, pois caberá ao professor reforçar as imperfeições contidas no livro escolhido.

Dessa constatação surgiram novos questionamentos e assim é correto afirmar a importância de que nos próximos estudos seja discutido quais os aspectos mais importantes que um professor deve levar em consideração na escolha do livro didático de matemática.

REFERENCIAS

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini 9º ano**. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. **BNCC**. Brasília, 2018.

_____. Parâmetros Curriculares Nacionais. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 2018.

_____. Ministério da Educação. PNLD 2017: apresentação – Ensino fundamental anos finais / Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2016.

_____. Ministério da Educação. PNLD 2020: matemática – guia de livros didáticos/ Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. Livro didático de matemática: **Análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria**. Vidya, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez., 2010.

DANTE, L. R. Livro didático de matemática: **uso ou abuso? Em Aberto**. Brasília, ano 16, n. 69, p. 83-97, jan./mar. 1996.

GERARD, F. M.; ROEGIERS, X. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto: Ed. Porto, 1998.

HUETE, Sánchez; BRAVO, Juan.; O ensino da matemática: **fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

JÚNIOR, José Ruy Giovanni; CASTRUCCI, Benedicto. **A Conquista da Matemática 9º ano**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Técnicas de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MIGUEL, J. C.; **Ensino de Matemática na perspectiva da formação de conceitos**. 2011. Disponível em:

<<https://www.unesp.br/prograd/PDFNE2003/O%20ensino%20de%20matematica.pdf>

> Acesso em: 05/02/2021

MOHR, Adriana. Análise do conteúdo de 'saúde' em livros didáticos. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 6, n. 2, p. 89-106, 2000. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v6n2/02.pdf>> Acesso em: 29 de janeiro de 2021.

OLIVEIRA, João B. Araujo. **O Livro Didático**. Cadernos de Pesquisa. São Paulo: nº 44, p. 90, 1983.

SANTOS, Cristina de J. F. D. Intenções de ensino da matemática no ensino básico. **Resultados de aprendizagem, diretrizes curriculares, e pensamento dos professores sobre as Metas Curriculares**. Coimbra. Dissertação de Mestrado em Supervisão Pedagógica e Formação de Formadores. UC- Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação. 2013.

SCHUBRING, Gert. **Análise histórica de livros de matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: Autores Associados, 2001.

ZILS, Maria Inês Ehrat. **Uma análise das abordagens desenvolvidas em livros didáticos sobre os conteúdos escolares “área” e “perímetro”**. Pato Branco. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. 2018.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar, a Deus, por ter permitido que meus objetivos fossem alcançados, durante todos os meus anos de estudos.

Aos meus pais, Nazaré e Marcio, e irmãos, Keila e Antônio, por todo o apoio e incentivo nos momentos difíceis. Agradeço aos amigos, que sempre estiveram ao meu lado, nos bons e maus momentos.

Meus mais sinceros agradecimentos à Professora Dra. Francisca Barros, que foi quem me ajudou no início da minha jornada, obrigada pelas correções, que me permitiram apresentar um melhor desempenho, e pelos ensinamentos que guiaram o meu aprendizado. Ao Mestre Francismar Holanda, por me orientar e ter desempenhado tal função com dedicação e amizade.

Por acreditarem, ajudarem e por torcerem por mim, muito abrigada!