

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS: UM OLHAR SOBRE O CONTEÚDO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO SEGUNDO GRAU À LUZ DA BNCC.

ALUNO: Tawan Jaime da Silva

DATA: 20 de dezembro de 2021.

Artigo defendido junto ao Departamento de Formação de Professores pela banca examinadora:

Prof. Me Francismar Holanda
Orientador e Presidente da Banca

prof^a Dr^a. Francisca da Rocha Barros
Coorientadora

Prof^a. Ma. Valessa Zaigla Faustino Sousa Carvalho
Membro avaliador

Profa. Ma. Francisca de Fátima de Lima Sousa
Membro avaliador

Teresina, 20 de dezembro de 2021.

ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS: UM OLHAR SOBRE O CONTEÚDO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO SEGUNDO GRAU À LUZ DA BNCC

TAWAN JAIME DA SILVA¹

FRANCISMAR HOLANDA²

FRANCISCA DA ROCHA BARROS³

RESUMO

Os livros didáticos de todas as disciplinas constituem-se instrumentos de suma importância para o processo de ensino e aprendizagem em todas as escolas brasileiras, haja vista que subsidiam a execução dos atos normativos e, conseqüentemente, a prática docente. Com relação à Matemática, esse aspecto não é diferente. Por esse motivo, a realização de pesquisas direcionadas à análise desse recurso didático apresenta-se como relevante. Diante desse contexto, este artigo é fruto de uma pesquisa qualitativa, de procedimento documental, que objetivou analisar se os livros didáticos de Matemática, aprovados pelo Ministério da Educação (MEC), estão de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no que se refere ao ensino do conteúdo de função quadrática. Para esse fim, foram selecionados dois livros que fazem parte de duas coleções do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2021 para a área de Matemática e suas Tecnologias. Essa investigação considerou aspectos relativos à abordagem introdutória do conteúdo, às definições, à contextualização de conceitos, à retomada de assuntos anteriores, aos processos demonstrativos e às estratégias de abordagem dos subtemas relacionados à temática em estudo. Ao final da análise, constatou-se que ambas as obras estão em conformidade com a BNCC, uma vez que desenvolvem as habilidades estabelecidas pelo documento normativo. Concluiu-se, ainda, que o livro Multiversos Matemática - Funções e suas Aplicações se sobressai em relação ao livro Conexões Matemática e suas Tecnologias - Funções e Aplicações no tocante à contextualização dos conceitos através de situações práticas do cotidiano. Por fim, ressalta-se a relevância de mais estudos sobre a análise de livros didáticos, com vistas a verificar a qualidade desse material para o desenvolvimento da educação básica.

Palavras-Chave: Livros didáticos. Matemática. Função Quadrática. Educação Básica.

¹ Graduando de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI). tawanjssilva@gmail.com.

² Professor do IFPI; Mestre em Matemática (IFPI); Especialista em Matemática Financeira e Estatística; Licenciado em Matemática; Bacharel em Ciências Econômicas. frholanda@ifpi.edu.br.

³ Professora Titular do IFPI; Doutora em Letras/Linguística (UFPE); Mestra em Ciências da Informação (UFMG); Especialista em Língua Portuguesa e Licencianda em Letras (UFPI). fran2.barros@ifpi.edu.br.

TEXTBOOK ANALYSIS: A LOOK AT SECOND DEGREE POLYNOMIAL FUNCTION CONTENTS IN THE LIGHT OF BNCC

ABSTRACT

Textbooks from all subjects stand as extremely important instruments for the teaching and learning process in all Brazilian schools, considering that they subsidize the execution of normative acts and, consequently, the teaching practice. With regard to Mathematics, this aspect is no different. Therefore, conducting research aimed at analyzing this teaching resource is extremely important. Given this context, this article is the result of a qualitative research, with a documental procedure, which intended to analyze whether the mathematics' textbooks, approved by the Brazilian Ministry of Education (MEC), are in accordance with the Common National Curriculum Base (BNCC), specifically analyzing the teaching of quadratic function content. For this purpose, two books were selected that are part of two National Book and Didactic Material Program (PNLD) 2021 collections for the area of Mathematics and its Technologies. This investigation considered aspects related to the introductory approach to the content, its definitions, contextualization of concepts, the return to previous subjects, its demonstrative processes and its strategies for approaching sub-themes related to the subject under study. At the end of the analysis, it was found that both works are in compliance with the BNCC, since they develop the skills established by the normative document. It was also concluded that the book *Multiverses Mathematics - Functions and its Applications* stands out in relation to the book *Connections Mathematics and its Technologies - Functions and Applications* regarding the contextualization of concepts through practical everyday situations. Finally, the relevance of further studies on the analysis of textbooks is highlighted, with a view to verifying the quality of this material for the development of basic education.

Keywords: Textbooks. Mathematics. Quadratic Function. Basic education.

1 INTRODUÇÃO

O processo educacional brasileiro passou por um longo desenvolvimento para tornar-se o que conhecemos atualmente. Com o término do período militar (1964-1985), foi oficializada a Constituição Federal de 1988 que marca o início da redemocratização em todo o país. No que se refere à Educação, em seu artigo 210, esse documento faz menção a conteúdos mínimos para o ensino fundamental, que assegurem a formação básica comum (BRASIL, 1988). Tal ideia torna-se mais abrangente com a homologação, em 1996, da Lei de Diretrizes e Bases da Educação

Nacional (LDB), a qual, em seu artigo 26, regulamenta uma Base Nacional Comum aos currículos da educação infantil, ensino fundamental e ensino médio.

A partir desse cenário, estabeleceram-se atos normativos essenciais para o processo de ensino e aprendizagem, a saber: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Os PCNs têm como objetivo garantir aos educandos o direito de usufruir dos conhecimentos necessários para o exercício da cidadania, os quais todo cidadão tem direito, respeitando a diversidade por meio de adaptações que integrem as diferentes dimensões da prática educacional (BRASIL, 1998). Essa concepção também é contemplada pela BNCC, documento mais atual que normatiza a educação no país, definindo as aprendizagens essenciais para assegurar aos estudantes o desenvolvimento de dez competências gerais. Na BNCC, a concepção de competência é de

mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

A BNCC do ensino médio, aprovada em 2018, é organizada em quatro áreas do conhecimento: Linguagens e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Matemática e suas Tecnologias — esta última representando a área de interesse desta pesquisa. Em cada área são estabelecidas competências específicas que devem ser desenvolvidas durante o ensino médio por meio de um conjunto de habilidades, que representam as aprendizagens essenciais a serem garantidas aos estudantes dessa etapa de ensino, como já mencionado.

Dentre os conteúdos matemáticos contemplados pela base, o conceito de funções merece destaque por ser uma das temáticas com maior possibilidade de contextualização com a realidade e que vem sendo mobilizada pela humanidade há milhares de anos, portanto, um dos mais significativos em termos de aprendizagem. Conforme destaca Silva et al. (2018), “o conceito de função é um dos conceitos centrais da Matemática por ser fundamental para descrever fenômenos em diversas áreas do conhecimento, como na Física, Química, Engenharias, Biologia, Geografia, Sociologia, e em situações diversas”. Soma-se a isso a ênfase dada, pelos Parâmetros Curriculares de Matemática para o ensino médio, à importância do estudo das funções, a saber:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções (BRASIL, 2002, p. 121).

Percebe-se, então, a necessidade de um material de qualidade que sirva de apoio para professores e alunos acerca do conteúdo a ser lecionado, em particular, a Função Polinomial do Segundo Grau⁴. No que diz respeito a esse material, o livro didático se constitui como principal instrumento, senão o único, do trabalho docente. Howson (2013) ressalta que:

Os livros didáticos desempenharam um importante papel não só no desenvolvimento do currículo, mas mais importante ainda, propiciaram aos professores um quadro coerente para guiar seus trabalhos. Dentre outros fatores, eles têm procurado fornecer aos professores sugestões para desenvolver seus trabalhos; e têm ajudado a definir a matemática a ser ensinada (HOWSON, 2013, p. 648).

Daí a importância em eleger livros didáticos de qualidade e que estejam em concordância com a BNCC. Em âmbito nacional, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é responsável por avaliar e distribuir obras didáticas, pedagógicas e literárias, dentre outros materiais, para as escolas públicas, instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos, em convênio com o Poder Público, a fim de fomentar a prática educativa, subsidiando o trabalho pedagógico do professor.

Assim, com a homologação da BNCC do ensino médio, um dos objetivos do PNLD 2021 é contribuir para a implementação dessa base, por meio do diálogo que os livros didáticos e literários precisam ter com o documento. Essa concepção abrange os livros de matemática, pois os conteúdos desse material devem possibilitar aos alunos o desenvolvimento das Competências e Habilidades da BNCC. Dentre eles temos o conteúdo de Função Quadrática, foco da análise desta pesquisa. Diante disso, surge a seguinte questão: Os livros didáticos de matemática aprovados pelo MEC atendem às propostas estabelecidas pela BNCC para a área de Matemática e suas Tecnologias, no que tange ao conteúdo de função polinomial do segundo grau?

⁴ Os termos Função Quadrática, Função Polinomial do Segundo Grau e Função do Segundo Grau são utilizados como equivalentes.

Com a finalidade de responder à problemática anunciada, propôs-se analisar se os livros didáticos aprovados pelo MEC atendem às propostas estabelecidas pela BNCC para o ensino do conteúdo de função polinomial do segundo grau. Para obtenção deste objetivo geral, traçaram-se os seguintes objetivos específicos: elencar as competências e habilidades que a BNCC normatiza para com o ensino da função quadrática no ensino médio; identificar as habilidades referentes à função quadrática constatadas nos livros didáticos do PNLD 2021; analisar as estratégias metodológicas propostas nos livros para o ensino do conteúdo em questão; e sugerir adaptações, caso necessário, nos livros analisados para o ensino de função do segundo grau.

Dessa forma, para realização da pesquisa, selecionaram-se dois livros de duas coleções aprovadas pelo PNLD 2021, cuja descrição encontra-se na seção de metodologia. Tendo em vista os objetivos estabelecidos, utilizou-se a abordagem qualitativa, com caráter descritivo-exploratório e de procedimento documental.

2 UMA ABORDAGEM HISTÓRICA SOBRE FUNÇÃO QUADRÁTICA

Compreender a história da matemática é fundamental para entendermos os conceitos matemáticos que foram consolidados ao longo da história da humanidade, incluindo o de funções e, particularmente, a função quadrática. Desse modo, nesta seção, apresenta-se o percurso histórico acerca do conteúdo de funções, com ênfase na função polinomial do segundo grau e suas particularidades.

2.1 AS CONTRIBUIÇÕES DAS CIVILIZAÇÕES ANTIGAS E SEUS PENSADORES

Sempre que pensamos no aspecto histórico de um conceito matemático, temos o seguinte questionamento: Quem descobriu ou criou estes conceitos? No que se refere ao conhecimento de funções, para responder a essa pergunta baseou-se em Ribeiro e Cury (2015). Esses autores dizem que esse conceito já era utilizado pelas antigas civilizações como os babilônicos, egípcios, chineses, hindus, gregos e árabes. Esses povos desenvolveram sistemas de tabelas, contagem e outras situações que lembram o conceito intuitivo de função que conhecemos hoje. Complementando esse pensamento, Ponte (1990) argumenta que, embora saibamos que, há muito tempo, as civilizações antigas iniciaram o processo de contagem, estabelecendo uma relação entre um conjunto de dados e uma sequência de números para contagem ou até

mesmo a realização das operações aritméticas elementares, dificilmente poderemos determinar, com exatidão, uma data de surgimento desses conceitos. O autor justifica esse posicionamento afirmando que, pela aplicabilidade prática no cotidiano desses povos, tais conceitos eram utilizados antes mesmo de receberem uma nomenclatura e um rigor matemático, de forma simples, por meio de cálculos numéricos e valores tabelados.

2.1.1 A noção de função na civilização babilônica

Em tempos remotos, a região situada no Oriente Médio, no vale dos rios Tigre e Eufrates, conhecida por Mesopotâmia, foi invadida por diversos povos, chamados de Babilônios, que absorveram a cultura local. Eles escreviam usando cunhas em tábuas de argila cozida, por meio da escrita cuneiforme, considerada uma das mais antigas da humanidade.

Em relação à matemática, eles adotaram um sistema de numeração sexagesimal posicional. No tocante a funções, Zuffi (2016) afirma que há registros, de cerca de 2000 a.C., de uma ideia geral de funções em tabelas de cálculos babilônios, podendo ser consideradas como “funções tabuladas”, com aplicabilidade prática. Apresentavam uma álgebra bem desenvolvida para a época, tanto é que problemas relacionados à equação do 2º grau já eram solucionados, a exemplo de determinar dois números conhecendo sua soma e seu produto (RIBEIRO, 2013).

Ribeiro (2013) nos diz que o estudo de função quadrática tem sua origem na resolução de problemas que envolvem equação do segundo grau. Dessa maneira, torna-se interessante entender como essa civilização solucionava tais problemas.

Diferente dos métodos que utilizamos hoje para determinar as raízes ou zeros de uma equação do segundo grau, por exemplo através da fórmula resolutive de Bhaskara, esse povo não utilizava uma fórmula para encontrar a solução para o problema, haja vista que os coeficientes do polinômio não eram representados por letras. Então, o que existia eram procedimentos escritos para encontrar as raízes da equação quadrática.

Diante do exposto, podemos nos questionar como eles representavam as soluções negativas. No entanto, Ribeiro (2013) ressalta que como a soma e o produto das raízes eram sempre valores positivos, os babilônios nunca se preocupavam com

eventuais soluções negativas fornecidas por sua regra. A noção de números negativos teve origem muito tempo depois, após um maior formalismo numérico da matemática.

2.1.2 A matemática grega e a origem da parábola

Outra civilização antiga que merece destaque, nesta pauta histórica da matemática, é a grega, berço de grandes pensadores como Pitágoras de Samos (580-600 a.C.) e Tales de Mileto (624-546 a.C.), que contribuíram significativamente para transformar a matemática em um estudo organizado e sistemático. Em outras palavras, diferente dos povos da Mesopotâmia que restringiam a matemática às atividades do cotidiano, os gregos utilizavam não somente o conhecimento matemático prático, mas também faziam uso dos números para interpretar coisas mais abstratas, por meio da álgebra e da geometria.

Nesse cenário, um fato importante é a origem da curva que representa geometricamente uma função polinomial do segundo grau, a Parábola. Embora não haja unanimidade sobre sua origem, a ideia mais difundida e aceita é a mencionada por Dorigo (2006) e Ribeiro (2013), que relacionam seu surgimento ao descobrimento das cônicas. Esses autores defendem que a origem da Parábola se liga ao chamado problema de duplicação do cubo (problema deliano) que consistia em, dada a aresta de um cubo, construir, com uso de régua e compasso, a aresta de um segundo cubo cujo volume é o dobro do anterior. Nos dias de hoje, sabe-se que essa tarefa é impossível fazendo uso apenas de régua e compasso.

Dentre os matemáticos que se engajaram para solucionar esse problema, destacamos os feitos de Menaecmus (380-320 a.C.) e Apolônio (246-221 a.C.), pois foram os principais responsáveis pelo desenvolvimento dos conceitos das seções cônicas⁵. Para encontrar tais curvas,

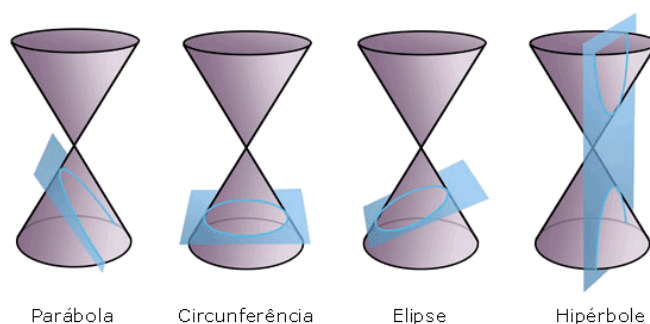
Menaecmo considerou superfícies cônicas dos três tipos possíveis quanto à seção meridiana, a saber, aguda, reta ou obtusa. Selecionando as então com um plano perpendicular a uma geratriz, obteve as curvas que mais tarde seriam chamadas, respectivamente, de elipse, parábola e hipérbole. Isso explica a razão pelo quais essas curvas são conhecidas como seções cônicas (DORIGO, 2006, p. 17)

Apolônio consagrou-se com sua obra mais importante **As Cônicas**, que aperfeiçoou e superou os estudos anteriores sobre o assunto, sendo o responsável

⁵ Consiste em um conjunto de pontos que formam a interseção de um plano com a superfície cônica.

pela nomenclatura das cônicas conhecidas atualmente: elipse, parábola e hipérbole. Ele ainda mostrou que era possível obter as três espécies de seções a partir de um único cone, variando-se a inclinação do plano que secciona a superfície cônica (**Figura 1**), relacionando assim as curvas umas com as outras (RIBEIRO, 2013, p. 6). E ainda mostrou que as propriedades das curvas independem da inclinação do cone, ou seja, são válidas em cones oblíquos ou retos.

Figura 1: Seções Cônicas



Fonte: Site matemática.pt (2021)

O cone duplo apresentado na ilustração acima é conhecido como clépsidra. Caso ela seja seccionada por um plano que não passe pelo centro (vértice coincidente dos cones), teremos: uma *elipse* ou uma *circunferência* (caso particular da elipse); uma *parábola*; uma *hipérbole* (curva com dois ramos).

Esse estudo trouxe grandes contribuições para a Astronomia e para a geometria que conhecemos hoje. Um exemplo disso é que Copérnico, Kepler, Halley e Isaac Newton fizeram uso desse conhecimento para explicar fenômenos físicos, como a trajetória elíptica dos planetas ao redor do sol e a trajetória descrita por um projétil. Sua importância e aplicabilidade foram ampliadas com o desenvolvimento da Geometria Analítica de René Descartes (1596-1650), pois essas curvas foram definidas como um lugar geométrico (conjunto de pontos que verificam uma certa propriedade) e ganharam uma expressão algébrica que as representam em um sistema de coordenadas cartesianas.

2.1.3 Os árabes e os métodos resolutivos de uma equação quadrática

A contribuição árabe para a matemática também merece destaque neste trabalho, principalmente em relação aos métodos resolutivos para a equação

polinomial do segundo grau, vez que se mostraram bastante hábeis em articular a abordagem geométrica utilizada pelos gregos e a algébrica empregada pelos babilônicos. Deve-se a eles a ousadia de demonstrar algebricamente e, logo em seguida, geometricamente, a resolução da equação quadrática (RIBEIRO, 2013).

Nesse resgate histórico, destaca-se *Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi* (780-850), primeiro matemático muçulmano a escrever um livro sobre álgebra, e a civilização hindu que se desenvolveu em uma região onde hoje se localiza a Índia, sendo grande parte do seu conhecimento matemático desenvolvido por Aryabhata (475-505), Brahmagupta (598-665), Bhaskara I e Bhaskara II.

Mohammed trabalhou em sua obra intitulada *Al-Kitab al-jabr wa'l Muqabalah*, que pode ser traduzido como **O livro da restauração e do balanceamento**, dando explicações detalhadas sobre a resolução utilizando o método de completar quadrados, estratégia comumente utilizada hoje no processo resolutivo de equações desse tipo. Todavia, os matemáticos islâmicos dessa época não aceitavam números negativos como raízes ou coeficientes da equação. Desse modo, em conformidade com Rufino (2013), Mohammed apresentou seis tipos de equações polinomiais nos quais eram considerados apenas coeficientes e soluções positivas, isto é, alguns casos particulares. Além disso, como *Al-Khwarizmi* não utilizava símbolos nas equações quadráticas, as resoluções eram dadas por regras “culinárias”, assim como faziam os babilônios.

No tocante ao conhecimento hindu sobre equação quadrática, merece destaque Brahmagupta que estudou a fórmula escrita e, posteriormente, seu aluno Bhaskara I (século VI) que contempla em suas obras *Lilāvati* (bela) e *Vijaganita* (extração de raízes) grande parte desse conhecimento algébrico. Eles aceitavam os números negativos e irracionais, sabiam que uma equação quadrática tinha duas raízes formais resolvendo estas pelo método de completar quadrado, também conhecido como método hindu. Um fato interessante é que os hindus tinham costume de escrever os problemas de forma poética porque os textos escolares eram escritos em versos.

Diante do que foi exposto, percebe-se a contribuição de muitos matemáticos no que tange à solução de problemas que envolvem a equação polinomial do segundo grau. No entanto, aqui no Brasil, temos o hábito de dar o nome de Bhaskara para a fórmula resolutiva desse tipo de equação. Segundo Vailati (2007, p. 5-6), “[...] somente no Brasil em 1960, a fórmula geral para a solução das equações do 2º grau está ligada

ao matemático hindu Bháskara II”. Essa designação é utilizada até hoje nos livros didáticos brasileiros, ou seja, é um hábito associado à história da educação matemática brasileira.

Sendo assim, podemos dizer que a generalização apresentada por Bhaskara, cuja autoria é atribuída ao matemático hindu Shihara, é resultado da contribuição de outros cientistas. Por isso, Vailati (2007, p. 5-6) afirma que “[...] a equação quadrática é resultante de um processo longo de sistematização do conhecimento iniciado pelos babilônicos (2000 a.C) e culminando na Renascença Europeia (Séc. XV e XVI)”. Portanto, embora não se deva negar a importância e a riqueza da obra de Bhaskara, não é correto atribuir a ele a fórmula de resolução da equação quadrática.

2.1.4 O período renascentista e a modernização algébrica de François de Viète

Antes de tratarmos do período renascentista, devemos saber que na Baixa Idade Média (Séc. V ao XI) o desenvolvimento do conhecimento matemático foi inibido, pois o saber grego, as artes e os antigos ofícios foram esquecidos.

O fascínio dos gregos em descrever o movimento dos planetas causou grande impacto na concepção de universo conhecida pela humanidade. Diante dos valores da Antiguidade Clássica, surgiu um movimento cultural, artístico e político conhecido como Renascimento, iniciado na Itália nos séculos XIV e XV. Esse período revolucionou o período medieval e deu início à Idade Moderna.

Em relação à matemática, particularmente sobre a equação do segundo grau, os europeus aprimoraram a técnica de obtenção das raízes fornecida pelos árabes e desenvolveram a álgebra simbólica, pois, como visto, antes era totalmente descritiva. Foi o matemático François de Viète, que viveu de 1540 a 1603, quem deu um tratamento mais formal e algébrico (ganhamos símbolos, as letras) para a fórmula geral das equações do 2º grau. Em vista disso, ele é o responsável pela modernização da álgebra. Ressalta-se que seus trabalhos também foram desenvolvidos por outro francês, chamado René Descartes.

Por meio de sua mais famosa obra *In artem*, Viète desenvolveu a simbologia algébrica, que fazia uso de vogais para representar incógnitas e de consoantes para representar constantes. E ainda usa a mesma letra, adequadamente qualificada, para as várias potências de quantidade (RIBEIRO, 2013). Isto é, expressa por *A*, *A quadratum* e *A cubum* o que indicamos, atualmente, por x , x^2 e x^3 .

3 A ABORDAGEM DOS DOCUMENTOS NORMATIVOS SOBRE O CONTEÚDO DE FUNÇÕES

Nesta seção, apresentam-se algumas informações e discussões, contidas nos PCNs e na BNCC do Ensino Médio, a respeito do conteúdo de funções, com ênfase na função quadrática.

3.1 OS PCNs E O ESTUDO DAS FUNÇÕES

Os movimentos de reorientação curricular ocorridos no Brasil a partir dos anos 20 resultaram na criação dos PCNs. Nas décadas de 60/70, a área da Matemática sofreu influência de um movimento revolucionário que ficou conhecido como Matemática Moderna. Com isso, o ensino de matemática era marcado pela formalização precoce e excessiva de conceitos, por exemplo, instituía a teoria dos conjuntos nas séries iniciais e um predomínio algébrico nas séries finais do ensino final. Assim, essa abordagem complexa e as poucas aplicações práticas dos conteúdos comprometeram a aprendizagem da maioria dos alunos.

Em contrapartida, a fim de mudar essa situação da disciplina de matemática, os PCNs a caracteriza como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana, na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural (BRASIL, 1998).

Esse documento orientador menciona que o ensino de Matemática deve garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas, incentivando a busca por soluções e ajustando seus conhecimentos sobre o tema, para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (BRASIL, 1998).

Com os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (PCNEM), essa abordagem da matemática se amplia, já que o documento propõe que os alunos percebam as aplicações da disciplina em várias situações. Nessa etapa de ensino, o papel da matemática não é apenas formativo ou instrumental, mas também deve ser visto como ciência, com características estruturais específicas, destacando a necessidade de o aluno perceber definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos, com a função de construir novos conceitos e estruturas, a partir de outros, para servir de validação de intuições, dando sentido às técnicas aplicadas (BRASIL, 1999).

No tocante a funções, o documento afirma que:

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (BRASIL, 1999, p. 44).

Em 2002, o Ministério da Educação (MEC) lançou uma nova versão do documento, intitulado PCN+EM: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Essa versão ressalta que a ênfase no estudo das diferentes funções deve estar em seu conceito, em suas propriedades operatórias, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações práticas.

Sobre essa aplicação, as Orientações Educacionais dizem que:

Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas [...] (BRASIL, 2002, p. 121).

Ainda podemos destacar as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), documento disponibilizado em 2006 pelo MEC, com a finalidade de contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática profissional docente. Ele apresenta uma nova divisão dos temas a serem trabalhados no ensino médio, assim, os conteúdos básicos são organizados em quatro blocos: *Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade*. Portanto, o estudo das funções ganhou um bloco exclusivo.

Ademais, apresenta a seguinte análise específica sobre a função quadrática que é o conteúdo de interesse desta pesquisa

O estudo da função quadrática pode ser motivado via problemas de aplicação, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima). O estudo dessa função – posição do gráfico, coordenadas do ponto de máximo/mínimo, zeros da função – deve ser realizado de forma que o aluno consiga estabelecer as

relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando-se a memorização de regras. O trabalho com a forma fatorada $(f(x) = a \cdot (x - n)^2 + n)$ pode ser um auxiliar importante nessa compreensão. Nesse estudo, também é pertinente deduzir a fórmula que calcula os zeros da função quadrática (a fórmula de Baskara) e a identificação do gráfico da função quadrática com a curva parábola, entendida esta como o lugar geométrico dos pontos do plano que são equidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta (a diretriz) (BRASIL, 2006, p. 73).

Constata-se, então, que esse documento considera relevante o ensino da função quadrática por meio de aplicações práticas. Além disso, chama a atenção para a importância da demonstração da fórmula de Bhaskara e para o estudo analítico da parábola.

Faz-se necessário salientar, que, no atual cenário educacional brasileiro, os PCNs constituem-se como documentos orientadores não obrigatórios, vez que os currículos das escolas passaram a ser normatizados pela BNCC. Por conseguinte, a base estabelece as habilidades específicas para o conteúdo de função quadrática que os alunos devem desenvolver. Essa pauta será discutida com mais detalhes na próxima subseção.

3.2 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC) E O ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

As orientações anteriores estabelecidas pelos PCNs e pelas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs), documento não discutido nesse trabalho, basearam a elaboração da BNCC, que, obrigatoriamente, deverá normatizar os currículos de todas as escolas públicas e particulares do país. A partir da oficialização desse novo documento normativo, os documentos anteriores possuem papel apenas de orientadores.

Para melhor contextualizar as informações dessa subseção, iniciaremos com a caracterização da BNCC, a saber:

documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2018, p. 7).

Em outras palavras, esse documento orienta a construção do currículo das escolas em âmbito Municipal, Estadual e Federal. Com a finalidade de elaborar esse currículo, a BNCC sugere que este assegure aos alunos o desenvolvimento de suas dez competências gerais, que devem ser trabalhadas nas três etapas da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), a fim de proporcionar o desenvolvimento de habilidades específicas de cada área do conhecimento.

Conforme menciona a BNCC do ensino médio, a área de Matemática e suas Tecnologias é a continuação do que foi estabelecido para etapa anterior, sendo que “[...] propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018, p. 527).

Além disso, essa área apresenta cinco competências específicas, que não possuem uma ordem preestabelecida, já que formam um todo conectado, sendo que o desenvolvimento de uma requer a mobilização de outras, em determinadas situações. No entanto, embora as habilidades estejam relacionadas a determinadas competências, isso não significa que ela não sirva para o desenvolvimento de outras (BRASIL, 2018). Então, as habilidades são indicadas para todo o ensino médio, o que possibilita uma maior flexibilização da definição anual dos currículos e propostas pedagógicas de cada escola, sendo que o professor assume o papel principal de direcionar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos, com base na especificidade da escola e da realidade educacional de seus alunos.

Diante do exposto, conforme o **Quadro 1**, a BNCC propõe as seguintes competências específicas e habilidades para o conteúdo de função polinomial do segundo grau:

Quadro 1: Competências e Habilidades da BNCC - Função quadrática

Competências Específicas	Habilidades
Competência Específica 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.	(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Competência Específica 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
Competência Específica 5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$. (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

As seis habilidades descritas devem estar presentes nos livros aprovados pelo PNLD 2021. Assim, uma constante análise sobre os currículos oficiais vigentes num sociedades é necessária; e, mais ainda, sobre os instrumentos que contribuem para sua execução, como os livros didáticos.

4 ITINERÁRIO METODOLÓGICO

Por não se prender a dados numéricos, esta é uma pesquisa qualitativa, pois trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e

atitudes, aspectos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (MINAYO, 2007). Acerca dos procedimentos técnicos de pesquisa, trata-se de uma pesquisa documental, haja vista a natureza das fontes que serão analisadas, sendo mais diversificadas e dispersas sem tratamento analítico (GIL, 2008; FONSECA, 2002). Além disso, esse estudo é de caráter descritivo-exploratório por descrever fatos e fenômenos de determinada realidade (TRIVIÑOS, 1987) e proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses (GIL, 2008).

Para a realização desta investigação, foram selecionados dois livros que fazem parte de duas das dez coleções aprovadas pelo PNLD 2021, para a área de Matemática e suas Tecnologias. A escolha das obras justifica-se pela qualidade editorial e pela facilidade de acesso ao material.

Após a escolha dos livros, estes foram analisados a fim de averiguar se atendem às propostas estabelecidas pela BNCC para o ensino do conteúdo de função polinomial do segundo grau, conforme foi descrito no objetivo geral desta pesquisa.

O **Quadro 2** contém informações que identificam os livros escolhidos. Para evitar repetição dos títulos dos livros durante a discussão dos dados, estes foram nomeados em L_1 e L_2 .

Quadro 2: Livros de Matemática analisados

Livros	Título	Editora	Público-alvo	Ano
L_1	Multiversos Matemática - Funções e suas Aplicações	FTD	Ensino Médio	2020
L_2	Conexões Matemática e suas Tecnologias - Funções e Aplicações	Moderna	Ensino Médio	2020

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

A análise considerou aspectos referentes à abordagem introdutória do conteúdo de função quadrática; às definições; à contextualização ou não de conceitos em situações práticas do cotidiano; à retomada de conteúdos anteriores quando

necessário; à realização do processo demonstrativo de fórmulas importantes; e como são trabalhados os subtemas do assunto função do 2º grau.

5 DISCUSSÃO DOS DADOS

O livro L_1 realiza uma abordagem introdutória do conteúdo de função quadrática por meio do conceito de lançamento oblíquo. Para facilitar a compreensão desse fenômeno físico, exemplifica-o através da trajetória realizada por um atleta de salto em distância. Após a exposição dessas informações, propõe que os alunos representem essa trajetória no caderno, destacando a posição da maior altura atingida e a distância horizontal percorrida. Com isso, percebe-se um procedimento didático para apresentar ao aluno a curva denominada Parábola e, só depois, sua nomenclatura. Em seguida, são apresentados os elementos geométricos da parábola: foco, eixo de simetria, diretriz e o vértice. Essa abordagem contextualizada do conteúdo é defendida pela BNCC, para que a aprendizagem ocorra de maneira significativa (BRASIL, 2018).

Antes de apresentar a definição formal de função quadrática, o L_1 trabalha com uma situação-problema, envolvendo as dimensões de um campo de futebol, pois esta pode ser modelada por uma função polinomial do segundo grau. Dessa forma, trabalha-se a habilidade EM13MAT302 (Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais). Sua aprendizagem é intensificada por meio das atividades propostas neste tópico do livro. Somente após a solução do problema proposto, a definição é exposta.

Além disso, a fim de complementar o conteúdo em análise, o material apresenta boxes que favorecem a compreensão, a reflexão e a argumentação sobre conceitos, quais sejam: “Dicas”, “Conexões”, “Para Pensar” e “Matemática na História”. Nesse último box, são apresentadas notas sobre a história da matemática, que informam sobre atos isolados de personalidades singulares em detrimento de discutir a matemática como uma conquista científica de diversos membros da comunidade.

Nesse sentido, há questões que são contextualizadas a partir do contexto histórico da matemática (**Figura 2**).

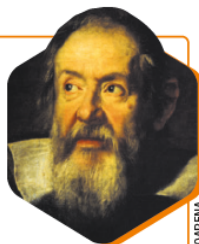
Figura 2: Questão 9

9. Leia o texto a seguir e depois faça o que se pede.

Matemática na História

O italiano Galileu Galilei (1564-1642) é considerado um dos mais importantes cientistas do século XVII. Dentre suas contribuições, está a relação conhecida como **lei dos corpos em queda**. Ao analisar o movimento de objetos em queda, Galileu concluiu que, desprezando a resistência do ar, a distância percorrida por um objeto em queda livre, abandonado em repouso, é proporcional ao quadrado do tempo de sua queda.

Fonte dos dados: EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004. p. 354.



» Galileu Galilei (1564-1642).

ORSI BATTAGLINI/ANG-IMAGES/ALBUMFOTOGRAFIA

Observe, a seguir, o registro da distância percorrida por um objeto em queda livre, abandonado em repouso, no decorrer do tempo.

9. a) $f(t) = 4,9t^2$

Tempo (s)	0	1	2	3	4	...
Distância (m)	0	4,9	19,6	44,1	78,4	...

- a) Escreva a lei de formação de uma função, definida por $f(t) = k \cdot t^2$, que determina a distância percorrida por esse objeto, em metros, de acordo com o tempo t de queda, em segundos.
- b) Calcule a distância percorrida por esse objeto após 10 s em queda livre. **490 m**
- c) De acordo com a situação apresentada, na função f , o tempo t pode assumir qualquer valor real positivo? Justifique.

Fonte: Souza (2020)

A BNCC considera importante incluir a história da matemática para despertar o interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar matemática. Para isso, é preciso que ele esteja integrado a situações que propiciem a reflexão, com o objetivo de contribuir para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2018). E de fato o L_1 está bem alinhado quanto a essa perspectiva, o que pode ser ilustrado pelo contexto apresentado na **Figura 3: Questão 9**, que possibilita a formalização do conceito de função quadrática exposto até esse momento pelo livro.

O tópico seguinte abordado é “Zeros de uma função quadrática”. Para iniciar, faz uso de uma situação contextualizada e interdisciplinar. Essa ideia é preconizada pelos PCNs, cuja orientação é de que o tema de funções permita conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre as demais ciências (BRASIL, 1998). Acerca dessas aplicações da matemática nas diversas áreas, Silva et al (2018) afirma que estas são feitas principalmente por modelos matemáticos já que por meio deles é possível representar uma determinada situação ou fenômeno a partir de variáveis e suas relações. Esse ponto de vista do autor está em conformidade com a habilidade EM13MAT302, mencionada anteriormente, proposta pela BNCC.

Em continuidade ao conteúdo do livro (L_1), é definido o conceito de zero (ou raiz) da função. Nesse momento do assunto, é interessante retomar a noção de zero da função afim, para que o aluno perceba a semelhança das definições, sendo a

quantidade de raízes a única diferença existente. Todavia, o livro não estabelece essa relação.

No que se refere à fórmula resolutiva de uma equação de 2º grau (fórmula de Bhaskara), a obra faz uma exposição muito interessante, pois, além de enfatizar o aspecto histórico, explica detalhadamente o processo dedutivo da fórmula. Esse tratamento torna-se pertinente nesse nível de ensino, já que aprofunda o estudo de equação quadrática iniciado no 8º e 9º ano do ensino fundamental, conforme recomenda a BNCC.

Para complementar esse estudo algébrico, realiza a análise das raízes da equação com base no discriminante, isto é, enfatiza que, quando ele assume valor positivo, a função apresenta duas raízes reais distintas; caso seja nulo, estas serão iguais; se for um valor negativo, a função não apresenta raiz real. Esse detalhe é importante para o estudo gráfico da função quadrática, pois possibilita saber em quantos pontos a parábola intercepta o eixo das abscissas (eixo x).

Dando continuidade, o estudo geométrico do conteúdo é trabalhado no tópico intitulado “Gráfico de uma função quadrática”. De início, a construção gráfica é feita por meio da atribuição de valores arbitrários para variável independente (x), dispostos em uma tabela, que são substituídos na lei de formação da função para obtenção de um par ordenado (x, y). Com isso, esses pares são representados em um plano cartesiano para que seja possível traçar a curva parabólica. Além do mais, expõe um conceito interessante (chamaremos de propriedade 1): a média aritmética das abscissas entre dois pontos simétricos corresponde à abscissa do vértice da parábola. E, depois, chama a atenção para os pontos de interseção do gráfico com os eixos cartesianos.

Neste ponto, as orientações curriculares para o ensino médio ressaltam que é importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes (BRASIL, 2006, p. 72). Nesse sentido, em L_1 , o impacto da variação de cada um dos parâmetros⁶ da função do 2º grau, em seu comportamento gráfico, é comentado detalhadamente.

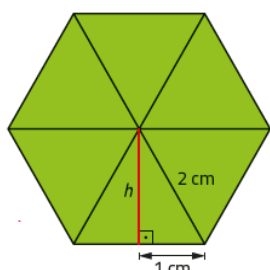
Vale salientar que a habilidade EM13MAT302 é desenvolvida em muitas questões propostas pelo livro, inclusive na **Questão 24 (figura 3)**. Em particular,

⁶ Em uma função quadrática $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ os termos a , b e c são chamados de parâmetros ou coeficientes da função.

podemos perceber que esse exercício também articula a habilidade EM13MAT506 (Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas).

Figura 3: Questão 24

24. Para calcular a área de um polígono regular, podemos decompô-lo em triângulos congruentes e determinar a área de cada um deles. Observe, por exemplo, o cálculo da área A de um hexágono regular de lados medindo 2 cm.



$$2^2 = 1^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{3}$$

$$A = 6 \cdot \left(\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} \right) = 6\sqrt{3} \rightarrow 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Agora, considerando um hexágono regular de lados medindo x centímetros, com $x > 0$, resolva os itens a seguir.

- b)** Escreva uma função f para expressar o perímetro desse hexágono regular de acordo com a medida x . $f(x) = 6x$
- c)** Escreva uma função g para expressar a área desse hexágono regular de acordo com a medida x . $g(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2$
- d)** Classifique f e g em: função afim, função linear, função modular ou função quadrática.
- f)** Em um mesmo plano cartesiano, represente os gráficos de f e g . Você pode esboçar esses gráficos em uma malha quadriculada ou utilizando um programa de computador.
- g)** Leia as afirmativas verdadeiras a seguir e justifique a validade delas.
- O perímetro de um hexágono regular é diretamente proporcional à medida de seu lado.
 - A área de um hexágono regular é diretamente proporcional ao quadrado da medida de seu lado.

Fonte: Souza (2020)

Observa-se que os **itens b e c** solicitam a expressão algébrica que representa o perímetro e a área, respectivamente, do hexágono regular em função do seu lado de medida x . Somado a isso, com base nos modelos matemáticos encontrados, é preciso representá-los no plano cartesiano através do **item f**. Essa proposta de atividade do **L₁** vai ao encontro do mencionado por Silva (2007), pois o autor salienta a necessidade de se propor situações que possibilitem a conversão entre os registros gráficos e algébricos nos dois sentidos. Complementando essa ideia, a BNCC recomenda que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática (BRASIL, 2018).

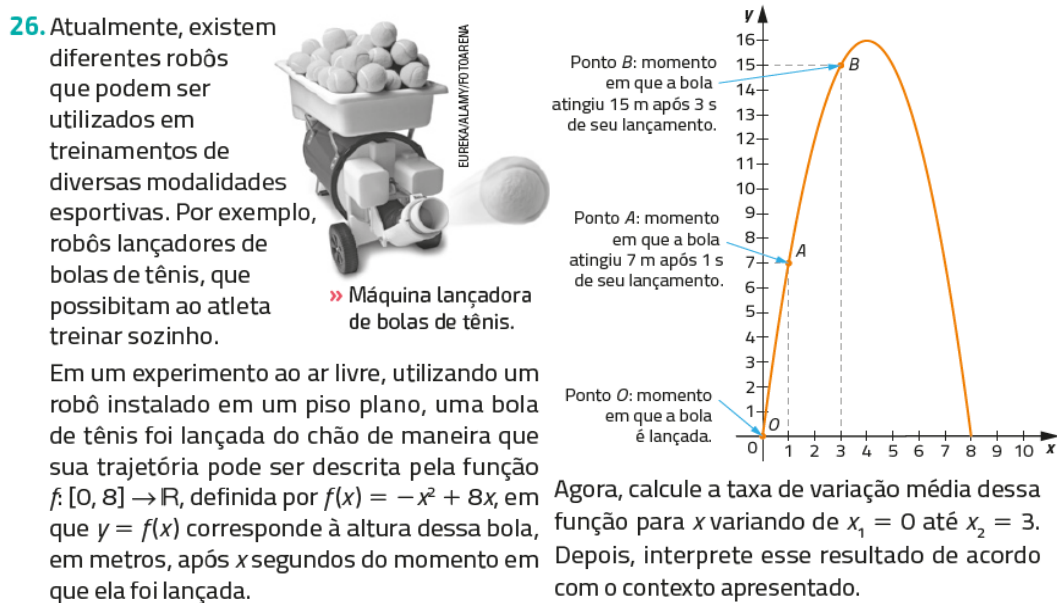
Para completar o que propõe a habilidade, o **item d** requer a classificação das funções envolvidas no problema, nesse caso, a função f (função afim) e g (função quadrática). Como o perímetro da figura plana é modelado por uma função do primeiro

grau, entende-se que há a retomada de um conceito que os alunos já detêm conhecimento.

E ainda, na mesma questão, verifica-se a habilidade EM13MAT402 (Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais), por meio dos **itens f e g**. Dessa forma, é perceptível que a questão é bem completa, por possibilitar o desenvolvimento de três habilidades propostas pela BNCC para a aprendizagem de função quadrática.

L_1 também contempla questões que se relacionam à habilidade EM13MAT101 (Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais). Um exemplo disso é a **Questão 26 (Figura 4)**, que exige a análise e a interpretação de informações, considerando o modelo matemático e o gráfico em seu enunciado.

Figura 4: Questão 26



Fonte: Souza (2020)

É nítido que as grandezas envolvidas nesse contexto são a altura (variável dependente) e o tempo (variável independente). Aliás, para o aluno justificar suas

conclusões será necessário não só o entendimento do contexto apresentado pela questão, mas também sobre a taxa de variação da função no intervalo de tempo solicitado. Além do mais, podemos verificar a presença de questões que apresentam valores tabelados que instituem uma relação que pode ser expressa por uma função polinomial do 2º grau. A **Questão 29 (Figura 5)** exemplifica esse aspecto.

Figura 5: Questão 29

29. Os fabricantes de ar-condicionado geralmente disponibilizam informações que auxiliam na escolha da melhor opção para a compra do equipamento, de acordo com alguns aspectos. Um dos aspectos que deve ser considerado, por exemplo, é a relação entre a quantidade de BTUs do ar-condicionado e a área da região que se pretende resfriar. Observe a seguir as recomendações de certo fabricante no que se refere à relação entre a medida do lado de uma região quadrada e a quantidade mínima de BTUs de um ar-condicionado. Nesse caso, está sendo desconsiderada a existência de aparelhos elétricos e de pessoas na região.

Medida do lado (m)	1	2	3	4	5
Quantidade de BTUs	600	2400	5400	9600	15000

- a) Em um plano cartesiano, represente a relação indicada acima. *Resposta nas Orientações para o professor.*
- b) Agora, com base no item **a**, escreva a lei de formação de uma função que relaciona a quantidade q de BTUs do ar-condicionado à medida do lado ℓ de uma região quadrada, em metro, com $\ell > 0$ $q(\ell) = 600\ell^2$

Fonte: Souza (2020)

Por esse motivo, o exemplo acima auxilia no desenvolvimento da habilidade EM13MAT502 (Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y=ax^2$), pois, pode-se verificar a representação em resposta ao **item a** e a função da forma $y=ax^2$ ao **item b**. Logo depois, em L_1 , é estudado o modo para obter as coordenadas do vértice da parábola. Para tal, retoma a Propriedade 1, a partir da qual generaliza o procedimento mediante demonstração e estabelece a fórmula para o cálculo da abscissa e ordenada do vértice.

L_1 aproveita esse estudo analítico do vértice para estabelecer o conjunto imagem de uma função quadrática. Quanto ao valor máximo ou mínimo da função quadrática, há um tópico específico direcionado à habilidade EM13MAT503 (Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos

envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais). Essa aprendizagem é desenvolvida por meio das atividades propostas e resolvidas, dentre as quais se observam questões contextualizadas a partir de situações diversas (economia, esportes, ciência da natureza e outras) e sem contextualização, isto é, situações em que o aluno obtém a resposta para o problema de maneira direta, apenas com aplicação de uma fórmula matemática.

Em L_1 , o estudo do sinal da função quadrática também recebe um tratamento especial. Logo de início, deixa claro o que significa esta análise ao dizer que consiste em verificar os valores do domínio para os quais a função é positiva, negativa ou nula. Para esse entendimento, apresenta todos os casos possíveis e faz uso de uma arte gráfica que contribui para a compreensão do leitor.

Para completar o estudo da função polinomial do segundo grau, a parábola é estudada de maneira analítica por meio de sua equação. Então, percebe-se que L_1 retoma conceitos (elementos da parábola) para facilitar o entendimento da equação da curva e de suas particularidades. A partir disso, na seção “Integrando”, é elucidado o porquê de as antenas parabólicas terem esse formato. Com isso, mais uma vez o livro utiliza o conteúdo de função quadrática para explicar uma situação do cotidiano.

É pertinente destacar que a BNCC considera relevante o uso de tecnologias, por possibilitar aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações (BRASIL, 2018). Com relação a esse recurso, o L_1 propõe seu uso na seção “Você Conectado”, com atividades que utilizam o software de geometria dinâmica Geogebra e planilhas eletrônicas no LibreOffice Calc.

Em relação ao L_2 , o conteúdo é introduzido de maneira contextualizada por meio da trajetória que uma bola de vôlei realiza no saque “Jornada nas Estrelas”, com base na distância vertical percorrida pela bola, na descida em queda livre, em função do tempo. Para tal, apresenta um modelo matemático, isto é, uma função quadrática. Em seguida, já apresenta a definição de função do 2º grau. Logo, percebe-se que, diferentemente do L_1 , o processo didático utilizado por L_2 é mais direto, pois apresenta o conceito antes mesmo de trabalhar uma situação-problema sobre a temática ou de provocar a compreensão do que seria uma trajetória parabólica.

Após estabelecer a definição, retoma a situação inicial e atribui valores à variável independente (tempo) para encontrar valores correspondentes para a função (distância percorrida pela bola). Além disso, utiliza o processo de fatoração para resolver um problema geométrico que é modelado por uma sentença matemática, cuja lei de formação é uma função quadrática. Com base nisso, enfatiza que nem sempre essa estratégia permite resolver esse tipo de equação. Desse modo, aproveita essa informação para comentar sobre a fórmula de Bhaskara.

Neste ponto, o L_2 realiza o processo demonstrativo da fórmula, de maneira semelhante ao que foi feito em L_1 , pois ambos utilizam o método de completar quadrados para determinar um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro da igualdade. No entanto, se diferem em alguns passos durante o processo dedutivo. Vale mencionar que o L_2 não abrange o aspecto histórico acerca da fórmula de Bhaskara, detalhe que é enfatizado em L_1 .

Ao longo da obra (L_2), é possível verificar o desenvolvimento da habilidade EM13MAT302, por meio dos exercícios propostos e resolvidos. Para exemplificar, pode-se destacar a **Questão 5 (Figura 6)**, por meio da qual o aluno é desafiado a investigar a relação entre números expressos em tabelas (o número de pessoas e a quantidade de *e-mails* enviados), construídas no **item b** e com base no **item a**, para elaborar um modelo de função do 2º grau para solucionar o **item c** do exercício.

Figura 6: Questão 5

5. Um grupo de estudo formou uma lista de discussão pela internet. O combinado foi que, depois de cada aula, os integrantes trocariam *e-mails* com as conclusões individuais sobre a aula e os mandariam para todos os integrantes da lista. Todos cumpriram o combinado.
- a) Se o grupo fosse formado por 2 pessoas, quantos *e-mails* seriam enviados após uma aula? E se o grupo fosse formado por 3 pessoas, quantos *e-mails* seriam enviados? E se fossem 4 pessoas? E se fossem 10? 2; 6; 12; 90
- b) Construa um quadro com os resultados obtidos no item a e mostre como você calculou o número de *e-mails* para cada número de pessoas. Ver resolução no Guia do professor.
- c) Encontre a expressão que determina o número de *e-mails* em função do número de pessoas do grupo. Sendo n o número de pessoas, o número de *e-mails* é $n(n - 1)$.
- d) Calcule o número de integrantes do grupo sabendo que foram enviados 132 *e-mails* após uma aula. 12 integrantes

Fonte: Leonardo (2020)

Em seguida, no livro (L_2), é explicada a relação do discriminante com a quantidade de raízes da função. Na seção “Gráfico da função quadrática”, o estudo geométrico inicial, em L_2 , é análogo ao que foi feito em L_1 , com os primeiros gráficos sendo construídos a partir da obtenção de pares ordenados. Após essa etapa, são

apresentados os elementos da parábola que, nesse caso, resumem-se em pontos especiais: ponto de interseção com o eixo y (coeficiente c da parábola), com o eixo x (raízes) e o vértice. Cada um deles é trabalhado em subseções, porém sem utilizar uma situação contextualizada e interdisciplinar no início do estudo.

No tocante ao impacto da modificação dos parâmetros no gráfico da função, ainda na mesma seção, o **coeficiente a** é relacionado à concavidade da parábola (voltada para cima ou para baixo). O estudo da amplitude da parábola com base nesse **parâmetro a** (quanto maior é o valor absoluto de **a**, menor é a abertura da parábola) e do comportamento gráfico da curva em relação ao **coeficiente b** é evidenciado, respectivamente, nas **Questões 14 e 16** do tópico “Exercícios complementares”, conforme mostra a **Figura 7**, abaixo:

Figura 7: Exercícios complementares – Questões 14 e 16

- 14.** Usando um *software* de construção de gráfico, construa, em um mesmo plano cartesiano, as parábolas correspondentes às funções dadas pelas leis a seguir. **Aprofundamento**
- a) $y = 5x^2$ c) $y = \frac{1}{4}x^2$
- b) $y = -5x^2$ d) $y = -\frac{1}{4}x^2$
- Que relação você observa entre a forma da parábola e o coeficiente de x^2 ?
- 16.** Existem parábolas que têm o vértice sobre o eixo y. Nos demais casos, o vértice pode estar à direita ou à esquerda desse eixo.
- a) Quando a função é do tipo $y = x^2 + bx + c$, o que determina a posição do vértice em relação ao eixo y? Justifique.
- b) E quando a função é do tipo $y = ax^2 + bx + c$? Justifique.

Fonte: Leonardo (2020)

O uso do *software* proposto pela **Questão 14** corrobora com a proposta de Silva (2007), haja vista que o autor sugere a inserção desse recurso tecnológico para estudar as modificações nas variáveis visuais do gráfico, à medida que os coeficientes da função são alterados. Além disso, a **Questão 16** propõe a análise da posição da parábola em relação ao eixo y, com a finalidade de que o aluno perceba que esse deslocamento depende do parâmetro **b**, sendo o **item a** um caso particular e o **item b** a generalização para qualquer função quadrática.

É interessante mencionar que **L₂** não aborda o estudo analítico da parábola, como é feito em **L₁**. Isso impossibilita a abordagem de algumas propriedades e aplicações importantes da parábola no cotidiano. Ademais, a obra (**L₂**) não contempla situações para o desenvolvimento da habilidade EM13MAT506. Por outro lado, verifica-se a articulação das habilidades EM13MAT402 e EM13MAT502. Observe a **Questão 10 (Figura 8)** a seguir:

Figura 8: Questão 10

10. Considere uma função $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e alguns valores assumidos por essa função, expressos na tabela a seguir.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	-16	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	-16

- a) Analise cada valor de x e o valor correspondente de $g(x)$. Você percebe alguma relação entre esses valores? Você saberia expressar essa relação por meio de uma lei? respostas pessoais
- b) Usando um *software* de construção de gráficos, represente cada par da tabela por um ponto no plano cartesiano. Como esses pontos se dispõem em relação ao eixo das ordenadas? Você percebe algum padrão na disposição desses pontos? Ver resolução no Guia do Professor.
- c) Você acredita que existe uma parábola que passa por esses pontos? Em caso afirmativo,

qual seria o vértice e como seria a concavidade dessa parábola? O vértice seria o ponto (0, 0) e a concavidade seria voltada para baixo.

- d) Considerando os valores da tabela, a função g poderia ser do 2º grau expressa por uma lei do tipo $g(x) = ax^2$. Encontre a lei da função g nesse caso. $g(x) = -x^2$
- e) No *software* de construção de gráficos, no mesmo plano cartesiano que você representou os pontos do item b, trace agora o gráfico da função g cuja lei você determinou no item d. Comprove se o gráfico passa pelos pontos, ou seja, se a lei determinada realmente pode ser a lei da função g , cujos valores estão expressos na tabela.

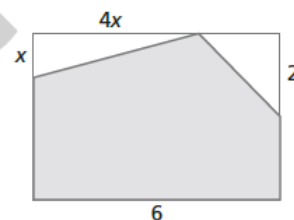
Fonte: Leonardo (2020)

É importante perceber que, além do aluno ter que investigar a relação entre os números expressos na tabela, é necessário que estabeleça a lei de formação da função para o problema (neste caso consiste em uma função quadrática da forma $y=ax^2$). E ainda deve converter essa representação algébrica no plano cartesiano com auxílio de *software* de construção gráfica. Essa orientação para o uso de tecnologias é vista ao longo de todo o conteúdo, através dos exercícios propostos.

Em L_2 , o estudo do sinal da função e do vértice ocorre de forma similar ao que foi apresentado em L_1 . Tanto que o processo dedutivo da fórmula para determinar o vértice da parábola também utiliza a Propriedade 1, já mencionada durante a análise de L_1 , para auxiliar a demonstração. Em relação ao conjunto imagem, sua análise ocorre de forma simultânea ao estudo do valor máximo e mínimo da função quadrática. Por conseguinte, desenvolve-se a habilidade EM13MAT503 por meio de exercício, é o caso da **Questão 37 (Figura 9)**, que envolve a área máxima de uma região a ser pintada.

Figura 9: Questão 37

37. (UFMS-RS) Na parede da sala de aula de Manolito, que tem 4 m de altura e 6 m de largura, será pintado um painel, conforme a figura apresentada. O valor de x para que a área pintada seja máxima é:



- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) 4 alternativa c

Fonte: Leonardo (2020)

Em continuidade ao conteúdo de função quadrática, o L_2 explica o processo para construção gráfica da parábola. Para tal, utiliza os pontos especiais (interseção com os eixos cartesianos e o vértice), já que são fundamentais nesse procedimento. Além disso, o livro (L_2) propõe problemas a serem resolvidos com base na análise do gráfico da função. Dessa maneira, constata-se situações direcionadas à habilidade EM13MAT101 que são relacionadas, majoritariamente, ao contexto da física. Para ilustrar, pode-se destacar a **Questão 46 (Figura 10)**.

Figura 10: Questão 46

46. Resolva o exercício a seguir usando um software de construção de gráficos.

(Enem) Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica, é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo.

Em uma indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função

$$T(t) = \begin{cases} \frac{7}{5}t + 20, & \text{para } 0 \leq t < 100 \\ \frac{2}{125}t^2 - \frac{16}{5}t + 320, & \text{para } t \geq 100 \end{cases}$$

em que T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e t é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado.

Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48°C e retirada quando a temperatura for 200°C .

O tempo de permanência dessa peça no forno é, em minutos, igual a: **alternativa d**

- a) 100 c) 128 e) 150
b) 108 d) 130

Fonte: Leonardo (2020)

Então, com apoio da tecnologia digital para análise gráfica, o aluno deve verificar a variação da temperatura do forno (grandeza dependente) em função do tempo (grandeza independente) para responder ao exercício, conforme estabelece a habilidade. Em seguida, para complementar o estudo de função quadrática, o L_2 trabalha com as inequações do 2º grau e seus casos particulares. Neste tópico, percebe-se a retomada de conceitos, pois verifica-se questões que envolvem não só função quadrática, mas também função afim. Ainda é possível perceber que a obra explora, em algumas questões, a ideia de aula invertida, vez que estas são propostas antes mesmo de discutir o assunto explorado pelo exercício.

Diante da análise realizada até este momento, pode-se perceber que L_1 e L_2 realizam abordagens semelhantes em alguns tópicos para o estudo da função do segundo grau. Nesse sentido, um ponto comum que merece destaque é a proposta

feita pela **Questão 19** em L_1 e **Questão 4** em L_2 (este exemplo encontra-se no tópico “Compreensão de texto”). Ambas estão representadas na **Figura 11**, abaixo:

Figura 11: Demonstre os Teoremas

19. Junte-se a um colega e, utilizando a fórmula resolutiva, mostrem que, sendo x_1 e x_2 zeros da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos que $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

4. O “Teorema de Etienne” pode ser enunciado como: “O ponto P, simétrico do ponto (0, c), em relação ao eixo de simetria da parábola, tem como abscissa o número real $x_p = x_1 + x_2$, sendo x_1 e x_2 os zeros da função quadrática que tem a parábola como gráfico.”

Junte-se a um colega e demonstrem esse teorema.

Dicas:

- Percebam que, independente de como é o gráfico da função quadrática f , a ordenada de P será sempre c, ou seja, $f(x_p) = c$.
- Seja uma equação do 2º grau dada por $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, a soma das raízes dessa equação é dada por $-\frac{b}{a}$ e o produto é dado por $\frac{c}{a}$. [Ver resolução no Guia do Professor.](#)

Fonte: Souza (2020) e Leonardo (2020)

Além das questões serem realizadas em grupo, elas desafiam os alunos a realizarem uma demonstração matemática para validação de teoremas. Essa perspectiva está de acordo com a BNCC, pois o documento indica que, a partir do estabelecimento de conjecturas acerca de conceitos e propriedades, o discente deve, se for necessário, realizar uma demonstração formal que comprove suas hipóteses (BRASIL, 2018). Isso consiste na quinta competência específica da área de matemática e suas tecnologias.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa de abordagem qualitativa e com objetivos descritivo-exploratórios foi realizada por meio da análise documental de dois livros destinados ao Ensino Médio, cujas coleções foram aprovadas pelo PNLD 2021, a fim de analisar se essas obras didáticas atendem às propostas estabelecidas pela BNCC para o ensino do conteúdo de função polinomial do segundo grau.

Após a discussão dos dados, constatou-se que os livros realizam uma abordagem introdutória do conteúdo de maneira contextualizada e interdisciplinar, o que favorece a aprendizagem e a significância das funções quadráticas em diferentes

contextos. No entanto, vale destacar que, nesse aspecto, o L_1 se sobressai em relação ao L_2 . Além disso, verificou-se que as obras articulam, adequadamente, os principais conceitos, demonstrações e subtemas do conteúdo, mas somente L_1 realiza o estudo analítico da parábola, enquanto as inequações do segundo grau são evidenciadas apenas em L_2 . Em relação às habilidades contempladas em L_1 e L_2 , identificou-se que L_1 abrange todas que estão elencadas no **Quadro 1**. Em contrapartida, em L_2 , não se evidencia uma destas aprendizagens essenciais, neste caso, a EM13MAT506.

Diante disso, de acordo com os objetivos propostos, torna-se interessante sugerir algumas adaptações ao livro (L_2) para o ensino de função do segundo grau, quais sejam: propor situações que envolvam o contexto histórico da matemática e que desenvolvam a habilidade ausente neste material, já que a BNCC considera importantes esses aspectos. Salienta-se, no entanto, que, de modo geral, as obras analisadas estão em conformidade com a BNCC, uma vez que desenvolvem as habilidades estabelecidas pelo documento normativo, principalmente, por meio das atividades propostas.

Por fim, é válido salientar que pesquisas relacionadas à análise de livros didáticos com base na BNCC — atual balizador curricular da educação brasileira — é um campo que merece atenção de professores e pesquisadores em educação, por se tratar de materiais imprescindíveis para o contexto do processo de ensino-aprendizagem. Portanto, espera-se que este trabalho contribua para que os professores e a escola, de maneira geral, despertem ainda mais para a necessidade de uma análise criteriosa dos livros didáticos a serem adotados pela escola, balizada nas habilidades propostas pela BNCC e pelas orientações dos PCNs, no que diz respeito aos objetivos pretendidos para a formação crítica e cidadã do aluno. Além disso, almeja-se que o resultado deste estudo e incite a realização de outras pesquisas sobre o assunto.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf. Acesso em: 21 de agosto de 2021.

_____. Senado Federal. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, 1988.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEMTEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em 22 de agosto de 2021.

_____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

_____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **PCN + Ensino médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

_____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Orientações curriculares para o ensino médio**; v. 2 Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias /. Brasília: MEC/Semtec, 2006.

DORIGO, M. **Função Quadrática**: Um Estudo Sobre as Representações Gráficas. Monografia (Especialização em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo, 2006.

HOWSON, Geoffrey. **The development of mathematics textbooks**: historical reflections from a personal perspective. ZDM Mathematics Educations, v. 45, p. 647-658, 2013.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões matemática e suas tecnologias: funções e aplicações**. Ensino médio. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2020.

PONTE, João Pedro da. O Conceito de Função no Currículo de Matemática. **Educação e Matemática**, nº 15, p. 3-9, 1990.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. **Álgebra para a formação do professor**: Explorando os conceitos de equação e de função. Coleção Tendências em Educação Matemática. 1ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

RIBEIRO, D. M. A. A. **Uma Abordagem Didática Para Função Quadrática**. Mestrado, Universidade Federal do Norte Fluminense-Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2013. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/08/22032013Dayse-Maria-Alves-de-Andrade-Ribeiro.pdf>. Acesso em 15 de novembro de 2021.

RUFINO, Francisco Aldrin Armstrong. **Métodos Algébricos E Geométricos Para Determinação Das Raízes Das Equações Polinomiais De Graus Dois, Três E Quatro**. Dissertação submetida à Universidade Federal da Paraíba para obtenção do grau de Mestre em Matemática, João Pessoa-PB. UFPB, junho 2013.

SILVA, Alexandre Souza da; et al. **Livro aberto de matemática**: Repensando o ensino de matemática através de uma iniciativa aberta e colaborativa: Ensino Médio: Introdução às funções, 2018.

SILVA, Umberto Almeida. **Análise da Abordagem de Função Adotada em Livros Didáticos em Matemática da Educação Básica**. São Paulo, 2007. 110 f. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos matemática: funções e suas aplicações**. Ensino médio. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

VAILATI, J. S. **Equações Algébricas**: intrigas e desafios intelectuais. Laranjeiras do Sul, 2007. Trabalho apresentado ao Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-2.pdf>. Acesso 15 de novembro de 2021.

ZUFFI, Edna Maura. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Hipátia**, Campos do Jordão (SP), v. 1, n.1, p. 1-10, dez. 2016. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/436/75>. Acesso em 10 de outubro de 2021.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, sou grato a Deus que não me deixou fraquejar durante o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço a minha família por todo incentivo, em especial a minha mãe Teresa, por estar presente em minhas decisões, pelo apoio incondicional e por sempre fazer de tudo para que eu conquistasse meus objetivos da melhor maneira possível. Também sou grato a minha namorada Letícia, pelas palavras de motivação para a realização do trabalho.

Agradeço ao meu orientador, Francismar Holanda e a minha coorientadora Francisca da Rocha Barros por toda dedicação, orientação, compromisso, pelas palavras de apoio e, principalmente, por sempre acreditarem na minha capacidade. Tudo isso foi fundamental para conclusão da minha pesquisa.

Também agradeço aos meus amigos, pela amizade verdadeira que nunca permitiu, diante de toda a dificuldade, que nenhum de nós desistisse da nossa formação. Em especial, agradeço a minha amiga Maria Rosa, por compartilhar comigo o sentimento de que todo esforço foi recompensado.

Sem vocês, eu não teria conseguido. Obrigado!