

PROBABILIDADE NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: PROPOSTAS DE ENSINO

Nallyson Francisco Silva Souza¹
Profa. Claudia Maria Lima da Costa²

Resumo

Pensar intencionalmente a Matemática a partir de propostas de ensino é considerar o sucesso das aprendizagens, sem esquecer da constante revisão delas. Neste estudo objetivou-se descrever propostas de ensino para o conteúdo probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. Para tanto, teve-se a abordagem qualitativa como diretriz para a produção dos dados e procedimentos e a pesquisa exploratória quanto ao propósito geral do trabalho. A pesquisa bibliográfica foi o método que conduziu as técnicas e instrumento de coleta de dados, tendo sido escolhidas três dissertações cujo autores demonstrassem propostas de ensino para o conteúdo probabilidade. Utilizou-se para as inferências a análise interpretativa fenomenológica (TRIVIÑUS, 2012). Verificou-se que nos estudos observados as propostas de ensino atenderam ao processo de aprendizagem do conteúdo probabilidade, mesmo quando demonstraram as dificuldades de compreensão dos alunos. Sugere-se ao professor de matemática o estudo teórico-prático de propostas de ensino a fim de mediar aprendizagens eficazes.

Palavras-chave: Probabilidade. Matemática. Propostas de ensino. Ensino Fundamental.

PROBABILITY IN THE FINAL YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL: WHICH TEACHING PROPOSALS?

Abstract

To intentionally think about Mathematics from teaching proposals is to consider the success of learning, without forgetting their constant review. This study aimed to describe teaching proposals for the probability content in the final years of Elementary School. To this end, a qualitative approach was used as a guideline to produce data and procedures and exploratory research regarding the general purpose of the work. The bibliographic research was the method that led to the techniques and instrument of data collection, having been chosen three dissertations whose authors demonstrated teaching proposals for the probability content. The phenomenological interpretive analysis was used for inferences (TRIVINUS, 2012). It was found that in the observed studies, the teaching proposals met the probability content learning process, even when they demonstrated the students' comprehension difficulties. It is suggested to the mathematics teacher the theoretical-practical study of teaching proposals to mediate effective learning.

Keywords: Probability. Math. Teaching proposals. Elementary School.

1. Introdução

¹ Aluno do curso de Licenciatura em Matemática/IFPI *Campus* Teresina Central

² Profa. IFPI *Campus* Teresina Central

Quando se pensa sobre matemática vem a questão da exatidão, dos cálculos e resultados precisos. Mas assim como a vida, a matemática comporta incertezas, e nela está a probabilidade, que lida com as possibilidades de acontecimentos movidos pelo acaso, como quando em um lançamento de dado, qual a chance de sair um número qualquer?

No dia a dia de forma inconsciente acaba-se sendo influenciado por esse ramo da matemática quando, por exemplo antes de sair pode-se ver no jornal se existe possibilidade de chover e então porta-se um guarda-chuva, ou ainda, quando se precisa calcular o tempo afim de se decidir qual trajeto está com mais ou menos engarrafamento para se chegar ao trabalho ou à escola.

Em se tratando da educação formal nos anos finais do ensino fundamental o foco sobre o uso de fórmulas do conteúdo de probabilidade não deve ser trabalhado como uma finalidade exclusiva, mas, deve-se atentar para propostas de ensino diferenciadas, que considerem os diferentes tempos e níveis de aprendizagem dos alunos, de forma a considerar os seus contextos cotidianos.

Quais propostas de ensino podem auxiliar a aprendizagem do conteúdo probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental? É o problema que norteou este estudo.

E como objetivo geral: descrever propostas de ensino para o conteúdo probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental.

E por objetivos específicos: Contextualizar o objeto de conhecimento probabilidade no contexto da matemática do Ensino Fundamental anos finais; Caracterizar método, ensino, aprendizagem; Avaliar propostas de ensino para o conteúdo probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental a partir de estudos científicos dispostos em meios eletrônicos.

Para a justificativa do estudo, considerou-se parâmetros pessoais, de contribuição acadêmica e de importância para o Instituto Federal do Piauí.

Durante o estágio, percebi que alguns alunos demonstravam entraves para assimilar o conteúdo de probabilidade, fazendo-me lembrar que passei pelas mesmas dificuldades concluindo então, que o problema não fosse pessoal, mas, oriundo da forma ineficaz do ensino. Essa vivência impulsionou-me a querer desenvolver um estudo científico que apresentasse uma resposta para as fragilidades do ensino e aprendizagem do conteúdo probabilidade.

Para situar o objeto de pesquisa no mundo acadêmico, buscou-se na Base Institucional Acadêmica do Instituto Federal do Piauí trabalhos já realizados com a mesma temática utilizando-se como descritor: probabilidade. Foram notificados cinco trabalhos contendo o descritor probabilidade. Porém o trabalho que se aproximou do estudo em questão foi “Propostas de atividades para o ensino de geometria plana e espacial, teoria das probabilidades

e álgebra utilizando um material didático” de Pereira (2017). Com este trabalho o autor objetivou aplicar atividades utilizando jogos e materiais didáticos para o ensino de geometria plana e espacial, teoria das probabilidades e álgebra.

Para a instituição formadora, o Instituto Federal do Piauí pretende-se dar visibilidade a questões sobre a contribuição de propostas de ensino para o conteúdo probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental, bem como possibilitar que outros estudos possam partir das considerações finais do trabalho, seja para refutar, aprofundar ou suscitar novos questionamentos; bem como, subsidiar discussões junto as disciplinas de Didática e Modelagem Matemática.

2. Probabilidade no contexto do Ensino Fundamental anos finais

A história da probabilidade vem desde o advento de jogos de azar na antiguidade. O mais antigo que se tem conhecimento é o jogo Astrágalo, que era jogado por várias civilizações, entre estas, polinésios e siberianos, com a utilização de ossos de animais (talo – osso do pé) sem lados idênticos, de modo que as probabilidades de se obter um resultado determinado não eram iguais (MOREIRA, 2015).

Alguns conceitos referentes ao termo probabilidade, encontrados em dicionários de português e matemática indicam:

“(...) Razão que faz supor a verdade ou possibilidade de um fato. Tendência favorável para que alguma coisa ocorra; possibilidade. (DICIONÁRIO ONLINE DE PORTUGUÊS, 2021).” “(...) quociente entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis em uma experiência. (SÓ MATEMÁTICA, 2021).” “(...) 2. Aquilo que nos faz pensar que algo é possível ou verdadeiro. 3. A possibilidade, maior ou menor, de uma coisa ser verdadeira ou de vir a acontecer. (MINI AURÉLIO, 2001)”

Conceitos esses que notificam que a probabilidade trata da dualidade dos resultados de um evento, sendo esses favoráveis ou não, ficando a critério do interesse que se tem nas possibilidades que ele oferece. Considerando ainda que os resultados se completam em uma unidade, em que se obtém a partir da razão do que se quer e do que se é possível obter.

Quando se fala em probabilidade como um conteúdo, tem-se os primeiros trabalhos relevantes realizados pelos matemáticos italianos Gerolamo Cardano (1501 - 1576) e Niccolò Tartaglia (1499 -1557). Cardano era um apaixonado por jogos de azar e apostas, tendo escrito sobre o tema das apostas com o título “Liber de Ludo Aleae” (Livro de Jogos de Azar), possivelmente sendo este o primeiro trabalho a desenvolver princípios de probabilidade (MORAES, 2014).

O assunto foi pioneiramente tratado, como um ramo da matemática, e publicado por Jacques Bernoulli (Basileia, 1654 – 1705) e Abraham de Moivre (França, 1667 – 1754), respectivamente em seus tratados *Ars Conjectandi* (Arte da Conjectura) e *The Doctrine of Chances* (Doutrina da Probabilidade) (GONDIM, 2013).

A probabilidade conhecida atualmente como frequentista, foi abordada por Bernoulli em *Ars Conjectandi* (1713), em que ele aproxima a probabilidade de ocorrer um evento a partir da observação de uma experiência repetida muitas vezes. Bernoulli propôs um teorema (Teorema de Bernoulli), no qual a probabilidade de um evento ocorrer tende a ser constante quando o número de ensaios desse evento tende ao infinito (GONDIM, 2013). Ou seja, quanto maior o número de vezes maior a chance do resultado ser constante.

A probabilidade hoje conhecida como Laplaciana, foi elaborada por Pierre Simon Laplace (1749-1827), tendo aprimorado “[...] o método de estimar a probabilidade utilizando a proporção do número de caso favoráveis, comparado ao número total de casos possíveis [...]” (GONDIM, 2013, p. 4).

Foi somente no século XX, com os avanços no ensino, que uma teoria matemática rigorosa foi desenvolvida com axiomas, definições e teoremas, sendo Andrei Nikolaevich Kolmogorov (Rússia, 1903 – 1987) e Richard Threlkeld Cox (Estados Unidos da América, 1898 – 1991) os responsáveis pelo desenvolvimento bem sucedido de uma base axiomática completa e consistente do cálculo de probabilidades (GONDIM, 2013).

A probabilidade como conteúdo matemático nos Parâmetros Curriculares Nacionais tem por finalidade

(...) que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (BRASIL, 1998, p. 52).

Fora do âmbito escolar tem-se a ideia do aleatório, do acaso e da incerteza e a escola como um espaço de aprendizagem pode trabalhar isso, de maneira que o aluno possa sair do senso comum para um conhecimento mais elaborado, sendo capaz de associar o uso da probabilidade aos fatos do cotidiano, através do uso de diversas estratégias de ensino em sala de aula.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) para o terceiro ciclo o ensino de Matemática tem como objetivos realizar observações de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo as relações que existem entre eles, utilizando-se o conhecimento

matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); para o quarto ciclo prevê que o aluno tenha capacidade de construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um evento. (BRASIL, 1998).

Como metodologia de ensino para o conteúdo probabilidade os PCN's indicam que se deve partir da leitura e discussão sobre as informações que aparecem em jornais; fazer uso da calculadora, que pode ser um instrumento imprescindível em razão dos extensos cálculos; diferentes representações gráficas: tabelas, diagramas e fluxogramas, gráficos (barras, setores, linhas, pictóricos, histogramas e polígonos de frequência). Outra forma de trabalhar com o assunto é propor pesquisas dirigidas aos interesses dos alunos, permitindo que estes possam construir o conceito de amostra e assim realizar inferências sobre a sua representatividade (BRASIL, 1998).

Com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) houve uma reformulação no currículo da matemática e o conteúdo probabilidade e estatística apresentam inovação didático-pedagógica. Nos PCN's é parte do eixo Tratamento da Informação e na BNCC passa a ser uma das cinco unidades temáticas de matemática, Probabilidade e Estatística (BRASIL, 1998; BRASIL, 2017).

A BNCC ressalta que “A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório” (BRASIL, 2017, p. 265). Corroborando com o fato de que a ideia de probabilidade se faz presente no cotidiano humano.

Indica a valorização de conceitos, procedimentos e habilidades que devem ser abordados ano a ano, com uma organização didático-pedagógica com foco em estratégias de pesquisa permitindo a construção do conhecimento baseada em estruturas cognitivas (BRASIL, 2017).

Como uma das competências específicas para o ensino da Matemática a BNCC prevê que o aluno seja capaz de compreender as relações entre conceitos e procedimentos em todos os campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) a fim de ser capaz de construir e aplicar conhecimentos matemáticos na resolução de problemas (BRASIL, 2017).

Como recurso didático a BNCC orienta o uso de materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, e a inclusão da história da Matemática com vistas despertar o interesse do aluno para uma

aprendizagem eficaz. No entanto, esses recursos e materiais precisam estar alinhados com situações que permitam a reflexão e contribuam para a sistematização e formalização dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2017).

Para o 6º ano do ensino fundamental a BNCC pretende que o aluno perceba que o cálculo da probabilidade é o resultado da razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável por meio do uso de repetições em experimentos (BRASIL, 2017).

Como exemplo tem-se: Guilherme, Mariana, Cauê e Karina estavam jogando um jogo de tabuleiro. Depois de várias jogadas, Cauê precisava tirar um 6 como resultado para vencer a partida. Na tabela abaixo tem-se os resultados obtidos por todos os jogadores até então (NOVA ESCOLA, 2021, p. 1).

Imagem 1: Tabela de resultados dos dados

Jogador/Resultado	●	●●	●●●	●●●●	●●●●●	●●●●●●
Cauê	4	6	8	2	7	3
Karina	8	7	5	3	2	5
Mariana	7	3	8	5	4	2
Guilherme	3	7	5	5	3	5

$$4 + 6 + 8 + 2 + 7 + 3 = 30$$

Fonte: Nova Escola, 2021

O aluno ao perceber que o total das possibilidades é o resultado da soma do desfecho, e que como para vencer necessita do 6, logo para aferição do resultado basta Cauê realizar a divisão de quantas vezes obteve a mesma quantidade de vezes que jogou o dado, assim como na imagem abaixo (NOVA ESCOLA, 2021, p. 1):

Imagem 2: Probabilidade do evento

Assim a probabilidade dele conseguir vencer jogo baseada na tabela é de

$$\frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0,1$$

Ou representando em forma de porcentagem.

$$0,1 \cdot 100 = 10\%$$

Fonte: Nova Escola, 2021

Para o 7º ano espera-se que o aluno seja capaz de planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas utilizando o princípio multiplicativo da contagem ou por meio de frequência de ocorrências em eventos (BRASIL, 2017).

Como exemplo tem-se: José ganha 60 reais de mesada. Para conseguir um aumento, ele fez uma proposta para sua mãe. – (José) Vou colocar na gaveta duas notas de 10 reais, três notas

de 20 reais, duas notas de 50 reais e uma nota de 100 reais. – (José) Você retira, sem olhar, duas notas e o valor que você retirou, se for maior do que eu ganho atualmente, corresponderá à minha nova mesada. – (mãe de José) Você sabe que só tem 50% de chance de aumentar sua mesada? – (José) Mas eu fiz esse experimento 30 vezes e em 20 consegui um valor maior que a minha mesada (NOVA ESCOLA, 2021, p. 1).

Inicialmente o aluno deve perceber que há a necessidade de montar o espaço amostral das possibilidades de retirada das notas da gaveta, vendo então que são 56 possibilidades, onde apenas em 28 oportunidades será possível obter um resultado favorável. Assim como na imagem abaixo (NOVA ESCOLA, 2021, p. 1).

Imagem 3: Quadro de possibilidades do evento

		Notas (em reais)							
		10	10	20	20	20	50	50	100
Notas (em reais)	10		20	30	30	30	60	60	110
	10	20		30	30	30	60	60	110
	20	30	30		40	40	70	70	120
	20	30	30	40		40	70	70	120
	20	30	30	40	40		70	70	120
	50	60	60	70	70	70		100	150
	50	60	60	70	70	70	100		150
	100	110	110	120	120	120	150	150	

Fonte: Nova Escola, 2021

Comprovando assim que a mãe de José tinha razão ao afirmar que ele tinha 50% de chance de obter resultado favorável e 50% de insucesso. Assim como mostra a figura abaixo.

Imagem 4: Probabilidade do evento

$$p(A) = \frac{\text{Número de casos favoráveis (evento A ocorre)}}{\text{Número total de casos possíveis}}$$

$$p(A) = \frac{28}{56} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

Esse é o valor da probabilidade clássica calculada pela mãe de José.

Fonte: Nova Escola, 2021

Para o 8º ano, espera-se que o aluno seja capaz de calcular a probabilidade de um evento baseando-se na construção do espaço amostral a partir do uso do princípio multiplicativo, e que reconheça que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1 (BRASIL, 2017).

Como exemplo tem-se: Roberta vai colocar em uma urna todas as cartas de um baralho. Então vai pedir para sua prima Mariana que retire uma carta, sem olhar, com rei ou rainha, tendo como prêmio em caso de sucesso um sorvete para a vencedora. Qual a probabilidade de Roberta ganhar? E a de Mariana? (NOVA ESCOLA, 2021, p. 1).

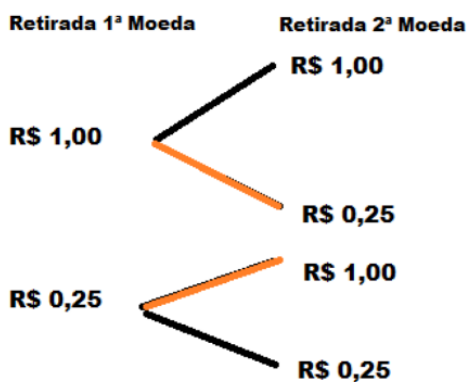
Sabendo que o total de carta em um baralho é 52 e que 4 são os naipes, o aluno deve atentar-se para a existência de um rei para cada naipe. Então ele deve perceber a existência de dois eventos nesse problema, sendo o primeiro (E_1) a ocorrência do rei e o segundo (E_2) a ocorrência da rainha, calculando cada um separadamente temos, Probabilidade do (E_1) é $4/52$ e Probabilidade do (E_2) é $4/52$ e ainda a ocorrência da retira de uma única carta que é $1/52$. Logo, tem-se que a probabilidade da retirada de uma carta de rei ou rainha é dada pela soma do (E_1) e do (E_2) menos a retirada de uma única carta, resultando em $7/52$ ou 0,13 ou 13% (NOVA ESCOLA, 2021, p. 1).

Para o 9º ano é esperado que o aluno reconheça que em experimentos aleatórios os eventos podem ser independentes ou dependentes e a partir disso seja capaz de calcular a probabilidade de sua ocorrência, em ambos os casos (BRASIL, 2017).

Como exemplo tem-se: Maria vem juntando dinheiro de sua mesada durante um mês para comprar um presente de Natal. Percebeu que dentro do seu cofrinho tinha 20 moedas de R\$ 0,25 e 30 moedas de R\$ 1,00. Certo dia ela resolveu retirar do cofre R\$1,25 para comprar um picolé, só que ela não queria quebrá-lo, então teve que sacudi-lo um pouco para que a moeda caísse. Qual a probabilidade de ela, ao retirar duas moedas, uma seguida da outra, obter o valor desejado? (NOVA ESCOLA, 2021, p. 1).

Para descobrir faz-se necessário a construção de uma árvore de possibilidades de forma que o aluno perceba as chances do resultado desejado. Vendo então que ao retirar a primeira moeda, duas são as possibilidades na retirada da segunda (NOVA ESCOLA, 2021, p. 1).

Imagem 5: Árvore de possibilidades



Fonte: Nova Escola, 2021

Como o total de moedas é 50, tem-se então que no primeiro caso na retirada da primeira moeda considerando ser R\$1,00 obtém-se a possibilidade de 30/50 e na retirada da segunda moeda sendo R\$0,25 a possibilidade de 20/49, e como o resultado, o produto entre as duas que é 0,24 ou 24%. No segundo caso, considera-se sair uma moeda de R\$0,25 na primeira retirada e R\$ 1,00 na segunda, logo a probabilidade é dada por: $30/49 * 20/50$ 0,24 ou 24%. No entanto, ressalta-se que existe duas formas de acontecer, neste caso o que se deve fazer no final? Os alunos devem responder que deverão somar as probabilidades, tendo então $0,24+0,24= 0,48$ ou 48%, observando assim, se os eventos são dependentes ou independentes (NOVA ESCOLA, 2021, p. 1).

A finalidade de noções de probabilidade nos anos finais para o Ensino Fundamental visa à condução ao entendimento de que nem todos os fenômenos são fatalísticos, por isso a introdução das noções de incerteza, para os anos finais. Busca-se a ampliação e aprofundamento dos primeiros conceitos, utilizando-se de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a teoria e a prática, ou seja, acrescentando aprendizagens dentro do contexto das experiências e prática de situações-problema. (BRASIL, 2017).

3. Ensino, aprendizagem e método no contexto das propostas de ensino

O professor que entende que a matemática deve ser vista como uma ciência exata, lógica, organizada sem influência da história, acabada, provavelmente terá uma prática diferente daquele que a concebe como uma ciência viva, dinâmica, que valoriza a história, sensível as necessidades sociais (FIORENTINI, 1995).

No mesmo sentido, o professor que entende a aprendizagem da Matemática focada na memorização de regras ou princípios transmitidos pelo professor ou pela repetição de exercícios, agirá opostamente àquele que a entende a partir de ações reflexivas sobre materiais e atividades, ou a partir de situações encontradas em problematizações do saber matemático (FIORENTINI, 1995).

Ensinar não é um processo simples, uma vez que envolve professor, aluno, conteúdo, diferentes aprendizagens, diferentes métodos de ensino, e busca-se atender a diferentes perspectivas de aprendizagens (LIBANEO, 1994). Processo que demanda ação didática intencional quanto à relação entre o aluno e a matéria, com o objetivo da apropriação de conhecimentos sob a mediação do professor em que as inter-relações entre professor, aluno e

matéria sejam ampliadas e convirjam para o ensino e aprendizagens eficazes (LIBÂNEO, 1994).

O ensino é a combinação de ações que se constrói através da assimilação ativa do aluno sob a condução do professor rumo à aquisição de novas matérias, ou seja, o professor direciona a busca ativa de conhecimentos, e para tal organiza os conteúdos para que os alunos possam ter uma relação autônoma com eles; ajuda os alunos a conhecerem as suas possibilidades de aprender, orienta quanto às dificuldades e objetivos da aprendizagem. Na expectativa de que ocorram novas adaptações comportamentais do aluno (LIBÂNEO, 1994).

Pode-se ainda ressaltar a correlação entre ensino e aprendizagem. O ensino visa assegurar o acesso aos conhecimentos elaborados até o presente momento através da seleção e organização de conteúdos e métodos e a aprendizagem uma reação, assimilação e adaptação comportamental autônoma frente aos conhecimentos acessados (LIBÂNEO, 1994).

Quanto aos conteúdos de ensino, LIBÂNEO (1994), entre outros aspectos, fala de composição: conhecimentos sistematizados; habilidades e hábitos; atitudes e convicções. Esses aspectos estão ligados à prática social e histórica dos homens e vão sendo sistematizados e transformados em objetos de conhecimento; assimilados e reelaborados sendo instrumentos de ação na prática social e histórica.

Outro aspecto a se considerar são os métodos e meios para se alcançar os objetivos de aprendizagem. Configuram-se como orientações sobre determinados conceitos e ações a partir de um passo-a-passo, observando-se condições externas e procedimentos que resultem no desenvolvimento autônomo de capacidades cognitivas e operacionais dos alunos (LIBÂNEO, 1994).

As diversas possibilidades de métodos de ensino, assim como procedimentos didáticos variam de acordo com as características de cada disciplina. Dois critérios básicos devem ser considerados nesse processo de escolha, um aspecto externo (os conteúdos de ensino) e um aspecto interno (as condições mentais e físicas dos alunos para assimilação dos conteúdos), ou seja, de um lado há a matéria a ser ensinada de forma facilitada e de outro o aluno que deve ser preparado para assimilá-la (LIBÂNEO, 1994).

As metodologias de ensino, de um modo geral, são definidas por estratégias pedagógicas desenvolvidas para abraçar os alunos em um processo de ensino aprendizagem que instigue comportamento ativo, engajado e de significado, possibilitando a reflexão sobre o que estão fazendo; situando-os em um contexto social, otimizando estratégias cognitivas e o processo de construção de conhecimento autônomo (SAMPAIO, 2020).

Dentre os quais vale destacar como metodologias ativas de ensino, o Ensino Híbrido, que é uma prática pedagógica que combina ensino presencial e à distância, contribuindo para que estudantes possam ter autonomia ao organizar seu modo, horário, local e ritmo de aprendizagem (SAMPAIO, 2020).

A Sala de Aula Invertida, caracteriza-se por se tratar de um arranjo didático onde o professor com antecedência à aula presencial, planeja sua prática preparando materiais disponibilizando aos estudantes de forma que tenham contato prévio com o assunto a ser tratado (SAMPAIO, 2020).

A Instrução por Pares, é um método de ensino que se baseia no estudo prévio de materiais disponibilizados pelo professor e posterior apresentação de questões conceituais, em sala de aula, com vistas a discussão entre os alunos. Objetivando a promoção da aprendizagem de conceitos fundamentais em estudo, por meio de interação entre os pares (ARAÚJO e MAZUR, 2013).

Na Rotação por Estações de aprendizagem (REA) os alunos devem cumprir um circuito, dentro da sala de aula, divididos em pequenos grupos em que realizam atividades definidas pelo professor, fazendo um rodízio por essas estações, seguindo um roteiro pré-estabelecido (SAMPAIO, 2020).

A Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL) se inicia com um problema, com finalidades educacionais em que os estudantes são instigados a tomar decisões, formular hipóteses, e de maneira interativa e colaborativa construir soluções para a problemática apresentada. (SAMPAIO, 2020).

A gamificação vem ganhando notoriedade devido a crescente implementação do uso de tecnologias no ambiente escolar, como recurso de auxílio a aprendizagem. Assim definida por Vianna et al. (2013, p. 13), “a gamificação (do original em inglês gamification) corresponde ao uso de mecanismos de jogos orientados ao objetivo de resolver problemas práticos ou de despertar engajamento entre um público específico”.

Outro conceito para gamificação traz a perspectiva de que consiste no uso de elementos, mecânica, estilos e forma de pensar dos games associados a um contexto não game, como forma de solução de problemas e engajamento dos sujeitos. Apropriado pela área da educação, esse conceito tem possibilitado a construção em ambientes de ensino e de aprendizagem, situações de engajamento, na definição e solução de problemas, contribuindo para repensar o contexto educacional formal (SCHLEMMER, 2014)

Segundo SCHLEMMER (2014), pode-se pensar a gamificação sendo desenvolvida a partir de duas possibilidades: persuasiva, onde estimula-se a competição através de um sistema

de pontuação, recompensa, premiação etc., reforçando uma perspectiva epistemológica empirista, do ponto de vista educacional; construção colaborativa e cooperativa, impulsionada por desafios, missões, descobertas, empoderamento em grupo, levando à perspectiva epistemológica internacionalista-construtivista-sistêmica.

A metodologia baseada em Design Experiments, segue uma sequência de ciclos, assim como explicam Kneubil; Pietrocola (2017)

A pesquisa baseada em design gerencia o processo como um todo, desde a ideia da inovação/criação até sua efetiva implementação em um ambiente real. Além disso, é essencial que haja uma análise do processo inteiro e não apenas do produto final, pois os resultados tirados dessa análise deverão ser incorporados na própria metodologia visando seu aprimoramento. Por isso, uma importante característica da DBR (Design-Based Research) é seu funcionamento em ciclos, já que o que é aprendido de um primeiro design deve ser utilizado nos próximos (KNEUBIL; PIETROCOLA, 2017, p.3).

Nessa metodologia há uma sequência de atividades em que o aluno tem a possibilidade de construir a sua aprendizagem a partir de uma sequência de passos de forma que o anterior leve ao desenvolvimento do próximo passo culminando com a aprendizagem do conteúdo.

A modelagem matemática como metodologia de ensino apresenta como característica fundamental trazer para o ambiente escolar a vivência do aluno e transformá-la em um problema matemático, de maneira a capacitá-lo a perceber que os problemas encontrados em sala de aula podem e devem ser utilizados para solucionar os dilemas da vida (BIEMBENGUT; BASSANEZI, 1995).

Reforça-se que Modelagem Matemática como método de pesquisa particularmente utilizado nas Ciências, tem como procedimentos os mesmos da pesquisa científica: (1º) reconhecimento da situação-problema, (2º) familiarização com o assunto a ser modelado, (3º) formulação do problema, (4º) formulação de um modelo, (5º) resolução do problema a partir do modelo e (6º) validação do modelo BIEMBENGUT (2012).

Diante do que foi exposto, ressalte-se que as propostas de ensino devem estar alinhadas com o conteúdo e com o próprio ato de ensinar e aprender. Pouco adianta ter diversidade de método, técnica se não houver um nexo-causal entre o que aprender, como aprender e para quê aprender.

4. Método de estudo

Segundo a natureza dos dados e procedimentos utilizados, este estudo classifica-se como pesquisa qualitativa. Segundo Minayo (2015), a pesquisa qualitativa preocupa-se com as

questões subjetivas, como o sujeito se percebe dentro do contexto em que esteja inserido, de modo que suas emoções, crenças, valores, atitudes interessam ao pesquisador.

Quanto ao propósito geral se configura como uma pesquisa exploratória. Segundo Gil (2019), este tipo de pesquisa visa um maior reconhecimento do objeto de estudo, explicá-lo melhor ou ainda suscitar novas indagações.

Para a coleta de dados utilizou-se a pesquisa bibliográfica. Para Gil (2019, p. 28), “a pesquisa bibliográfica é elaborada com base em material já publicado” em que se baseia para ratificar, aprofundar ou ainda estabelecer novos parâmetros, e neste estudo observou-se os seguintes procedimentos: “escolha do tema; levantamento bibliográfico, leitura do material, organização lógica do assunto e redação do texto” (GIL, 2019, p. 42). A seguir a relação dos trabalhos escolhidos:

Quadro 1: Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental

Título	Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental
Autor/ano	Indaclécio Paulo dos Santos/2019
Base de dados	BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
Conteúdo	Probabilidade: Aleatoriedade, Espaço Amostral e Quantificação e Comparação de Probabilidades
Proposta de ensino	O uso de uma sequência de atividades por meio de Design Experiments (Experiências de projeto).

Fonte: Pesquisa, 2021.

Quadro 2: A modelagem como proposta para a introdução à probabilidade por meio dos passeios aleatórios da Mônica

Título	A modelagem como proposta para a introdução à probabilidade por meio dos passeios aleatórios da Mônica
Autor/ano	Paulo Avelino dos Santos/2010
Base de dados	BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
Conteúdo	Introdução à probabilidade
Proposta de ensino	Modelagem matemática com aplicação de atividades dirigidas.

Fonte: Pesquisa, 2021.

Quadro 3: Jogos no Processo de Ensino-Aprendizagem em Probabilidade

Título	Jogos no Processo de Ensino-Aprendizagem em Probabilidade
Autor/ano	Fabricio Meneses Netto da Silva/2013
Base de dados	BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
Conteúdo	Probabilidade

Proposta de ensino	Aplicação de jogos matemáticos
---------------------------	--------------------------------

Fonte: Pesquisa, 2021.

A escolha dos trabalhos acima considerou como critério as propostas de ensino para o conteúdo probabilidade presentes em trabalhos já produzidos e disponíveis em meios eletrônicos.

Para as inferências dos dados produzidos, partiu-se da análise interpretativa fenomenológica que se apoia

em três aspectos fundamentais: a) nos resultados alcançados no estudo (respostas aos instrumentos, ideias dos documentos etc.); b) na fundamentação teórica (manejo dos conceitos-chaves das teorias e de outros pontos de vista); c) na experiência pessoal do investigador (TRIVIÑOS, 2012, p. 173).

Avaliando-se assim, propostas de ensino para o conteúdo probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental.

5. Propostas de ensino para o conteúdo probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental

O conteúdo probabilidade assim como todos os outros da matemática demandam diferentes metodologias de ensino, a fim de que os alunos possam desenvolver suas habilidades e construir seus conhecimentos.

5.1 Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental

Na dissertação de mestrado “Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental” de autoria de Indaclécio Paulo dos Santos (2019), o ensino do conteúdo de probabilidade foi desenvolvido através do uso de uma sequência de atividades orientadas pela metodologia de ensino Design Experiments (Experiências de Projeto), dividida em três ciclos.

No primeiro ciclo as atividades foram: “Jogo Caça-níqueis”, “O problema das cartas de João”, “As fichas de Jade”, “Tabuleiro de bolinhas”, “Jogo do par ou ímpar”, “Impossíveis versus improváveis”. A partir delas o autor buscou ensinar a natureza aleatória de um evento; o reconhecimento dos tipos de eventos (certo, possível, impossível, improvável, mais provável, menos provável, igualmente prováveis) através de perguntas pontuais e dirigidas. Ao longo dos jogos os alunos foram instigados a perceber que era possível prever os próximos resultados e a

identificar os termos utilizados no estudo de probabilidade, com a intenção de estimular a familiaridade com eles.

Entendendo-se que o ensino é a combinação de ações que se constrói através da assimilação ativa do aluno sob a condução do professor rumo à aquisição de novas matérias, viu-se que o autor direcionou a busca ativa de conhecimentos, organizando os conteúdos para que os alunos de maneira autônoma e com sua ajuda, conhecessem suas possibilidades de aprender e superar as dificuldades de aprendizagem (LIBÂNEO, 1994).

No segundo ciclo, a partir das atividades: “Os filhos de Romeu e Julieta”, “Corrida de cavalos” e “Passeios aleatórios da Mônica” o autor buscou fortalecer o pensamento aleatório e o raciocínio combinatório.

Cada atividade objetivava que o aluno analisasse a situação para perceber as possibilidades de combinações dos eventos, determinasse o espaço amostral, calculasse as probabilidades usando os conceitos frequentista, observação da frequência de ocorrência do evento dentro de um espaço amostral, e clássico, bem como estimasse a probabilidade utilizando a divisão dos casos favoráveis pelos casos possíveis GONDIM (2013). Chegando então, a classificá-los como certo, possível, impossível, improvável, mais provável, menos provável ou igualmente prováveis.

No terceiro ciclo, através das atividades “Clube de danças”, “Bolinhas no saco”, “Blocos no saco” buscou-se desenvolver junto aos alunos a percepção de espaço amostral e de identificação de eventos dentro deste espaço de possibilidades com vistas a quantificar probabilidades por meio do significado clássico de probabilidade ou laplaciano.

O desenvolvimento das atividades ocorreu de forma que o aluno se deparava com a escolha entre duas opções, e munido apenas dos conhecimentos adquiridos nos ciclos anteriores, deveria analisar a proposta, e proceder com a comparação dos eventos dentro do espaço amostral, distinguindo qual era o mais provável de ocorrer, resultando na aprendizagem do conteúdo proposto.

A organização das atividades acima descritas em ciclos, em que para a execução do próximo ciclo, faz-se necessário o encerramento do anterior com aprendizagem satisfatória configura-se como a proposta de ensino Design Experiments (Experiências de Projeto). A ideia das Experiências de Projeto em ciclos é possibilitar ao aluno ver que o todo da aprendizagem pode ser alcançado nas partes (ciclos) de maneira que o aprendizado do primeiro ciclo leve ao desenvolvimento satisfatório do próximo até fechar o ciclo da aprendizagem proposta. (KNEUBIL; PIETROCOLA, 2017).

5.2 A modelagem como proposta para a introdução à probabilidade por meio dos passeios aleatórios da Mônica

A dissertação de mestrado “A modelagem como proposta para a introdução à probabilidade por meio dos passeios aleatórios da Mônica”, de Paulo Avelino dos Santos (2010), tratou das contribuições que uma sequência de ensino, quando aplicada em sentido inverso da praxeologia usual traz para a apropriação introdutória do conteúdo de probabilidade. Para isso utilizou-se como metodologia a modelagem matemática com aplicação de atividades dirigidas em encontros com turmas de ensino fundamental.

No primeiro encontro trabalhou-se a atividade “Passeios Aleatórios da Mônica”, em que se buscou introduzir noções de experimentos determinístico e aleatório, e espaço amostral, de maneira hipotética através do reconhecimento pelos alunos de quais probabilidades os amigos da Mônica tinham de ser visitados pela mesma, analisando-se duas situações: quando ela visitava seus amigos de uma forma pré-estabelecida e quando passa a depender da sorte para visitá-los. Trabalha-se então a notação codificada para diferenciação dos lançamentos, possibilitando com isso o trabalho de conceitos matemáticos e atribuição de valores probabilísticos, caracterizando-se como etapa em que o aluno passa a ter o reconhecimento da situação-problema BIEMBENGUT (2012).

No trabalho a atividade é indicada para que os alunos repitam a experiência ao visitar seus amigos, com a intenção de conexão entre a prática e a teoria, corroborando com a ideia de que a modelagem matemática como proposta de ensino propõe a conexão do ambiente escolar e o de vivência do aluno a partir de um problema matemático, com vistas a capacitá-lo a perceber que os problemas encontrados em sala de aula podem e devem ser utilizados para solucionar os dilemas da vida (BIEMBENGUT; BASSANEZI, 1995).

No segundo encontro voltou-se para a experimentação prática através do lançamento de moeda, quatro vezes para determinar qual o caminho Mônica iria tomar, com posterior anotação dos resultados em um quadro resumo, conforme exemplo abaixo:

Imagem 6: Exemplo de quadro preenchido na atividade

Repetição	Sequência	Amigo visitado	Repetição	Sequência	Amigo visitado
1.	CCCX	MAGALI	16.	CCCX	CEBOLINHA
2.	XXCC	MAGALI	17.	CXCX	MAGALI
3.	XXCC	MAGALI	18.	CCCX	CEBOLINHA
4.	XXCC	MAGALI	19.	XCCC	CEBOLINHA
5.	XXCC	MAGALI	20.	CXCC	CEBOLINHA
6.	CXXX	CASCÃO	21.	CCCC	HORÁCIO
7.	CCXC	CEBOLINHA	22.	XCCX	MAGALI
8.	CCXX	MAGALI	23.	CCXX	MAGALI
9.	XCXC	MAGALI	24.	XXXX	BIDU
10.	XXCC	MAGALI	25.	XCXC	MAGALI
11.	CCXX	MAGALI	26.	XCXX	CASCÃO
12.	CXCC	CEBOLINHA	27.	XCXC	MAGALI
13.	XXXC	CASCÃO	28.	CXCC	CEBOLINHA
14.	CXCX	MAGALI	29.	XCXC	MAGALI
15.	XXXX	BIDU	30.	XCXC	MAGALI

Fonte: Santos (2010)

De forma que para o preenchimento desta tabela, os alunos partiram do uso de uma moeda que lançavam quatro vezes para determinar um registro (linha na tabela), com repetição desses lançamentos por trinta vezes, anotavam o resultado na tabela, devendo associar os resultados cara a letra C e o resultado coroa a letra X, fazendo associação do sorteio aleatório das moedas com a noção de caminhos aleatórios obtidos, caracterizando assim de forma esquemática os caminhos dos passeios da Mônica. Evidenciando, com esse processo utilizado a probabilidade frequentista que foi inicialmente desenvolvida por Bernoulli, onde parte-se da análise da repetição de um experimento realizado várias vezes para perceber a frequência em que ocorre o evento (GONDIM, 2013).

Compreende-se que esta etapa se adequa, segundo BIEMBENGUT (2012), ao processo de formulação do problema, visto que partindo-se do experimento físico de lançar uma moeda quatro vezes e ao realizar a repetição mais trinta vezes com posterior anotação obtém-se um caminho a ser percorrido por Mônica.

Ressalta-se que a escolha do procedimento para a execução do processo demonstra que foi analisado prerrogativas para escolha da proposta de ensino: o conteúdo está adequado às condições mentais do aluno, e que os alunos passem do conhecimento adquirido com o lançamento da moeda para o conhecimento formal ao realizar a anotação do resultado obtido (LIBÂNEO, 1994).

O terceiro encontro teve como intuito a construção de forma organizada dos caminhos que a personagem percorre para chegar aos seus amigos, e assim possibilitar aos alunos a construção do espaço amostral, permitindo a conexão com o próximo procedimento da

No quarto encontro trabalhou-se a construção da árvore de possibilidades, em que os alunos foram desafiados a preencher a mesma em uma ficha, assim como mostra a imagem abaixo:

Ponto de partida	Primeiro sorteio	Segundo sorteio	Terceiro sorteio	Quarto sorteio	Seqüência sorteadas	Número de caras	Amigo visitado
				C	XCCC	3	CEBOLINHA
			C	C			
				X	XCCX	2	MAGALI
		C		C	XCXC	2	MAGALI
			X	C			
				X	XCXX	1	CASCÃO
Mônica	X						
				C	XXCC	2	MAGALI
			C				
				X	XXCX	3	CASCÃO
		X					
				C	XXXC	1	CASCÃO
			X				
				X	XXXX	0	BIDU

Realizando-se a análise das possibilidades de eventos, relacionada às probabilidades laplaciana e a frequentista, tornou-se possível a utilização de conceitos da Teoria das Probabilidades, caracterizando o terceiro e quartos procedimentos da Modelagem Matemática, formulação do problema e a formulação de um modelo BIEMBENGUT (2012).

Os procedimentos utilizados nas atividades descritas cumprem os requisitos da Modelagem Matemática: reconhecimento do problema, familiarização com o assunto a ser modelado, formulação do problema, formulação de um modelo, resolução do problema a partir

do modelo e validação do modelo (BIEMBENGUT, 2012) tendo como cenário a conexão entre o ambiente escolar e a vivência do aluno mediado por vieses matemáticos.

5.3 Jogos no Processo de Ensino-Aprendizagem em Probabilidade

A dissertação de mestrado “Jogos no Processo de Ensino-Aprendizagem em Probabilidade” de Fabricio Meneses Netto da Silva (2013), objetivou o estudo de boas práticas pedagógicas almejando a melhor aprendizagem dos alunos sobre probabilidade, através de aplicações cotidianas ou dos jogos.

Inspirado por um programa de televisão “O Último Passageiro”, no quadro “Prova da Esteira”, o autor adaptou seu jogo em que os alunos ficaram divididos em três equipes e os participantes de cada equipe em fila, e assim, participaram de um jogo de perguntas e repostas.

O estudo foi dividido em sete atividades em que a primeira contemplava a dinâmica do jogo de perguntas e respostas, perguntas essas sem ligação com o conteúdo da aprendizagem pretendido, uma vez que se pretendia promover descontração e o engajamento entre os alunos (VIANNA et al., 2013).

A segunda atividade foi realizada já em sala, quando divididos em grupos de até três integrantes, a fim de responder um questionário de percepção sobre as possibilidades de desfecho do jogo e análise crítica, através de questões discursivas a respeito das diversas injustiças e variações que poderiam ocorrer no decorrer do jogo. Através dessas perguntas tinha-se a intenção de que os alunos percebessem, sem uma formalização teórica do conteúdo, as chances de cada equipe durante a realização do jogo, exercitando as noções iniciais de probabilidade: evento, aleatoriedade e espaço amostral. Configurando-se a construção colaborativa e cooperativa, impulsionada por desafios, missões, descobertas, empoderamento em grupo (SCHLEMMER, 2014).

Na terceira atividade os alunos preencheram uma tabela, conforme exemplo da imagem abaixo, com a formalização dos cálculos das probabilidades dos resultados obtidos com o desenvolver do jogo, momento em que alguns conseguiram verbalizar como calcular as probabilidades, porém não conseguiam formalizar, precisando da intervenção do professor.

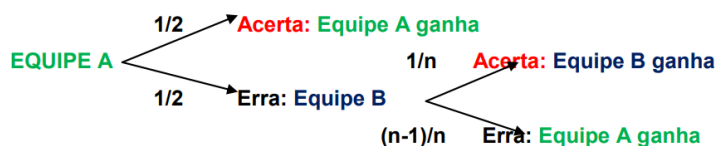
Imagem 8: Tabela de probabilidade com duas equipes

Nº de chaves Equipe A	Nº de chaves Equipe B	Fração que representa a chance da equipe A vencer	% da equipe A vencer	Fração que representa a chance da equipe B vencer	% da equipe B vencer
2	3	$5/6$	83,3%	$1/6$	16,6%
2	4	$7/8$	87,5%	$1/8$	12,5%
2	5	$9/10$	90,0%	$1/10$	10,0%
2	6	$11/12$	91,6%	$1/12$	8,3%
2	7	$13/14$	92,8%	$1/14$	7,1%
2	8	$15/16$	93,7%	$1/16$	6,2%
2	9	$17/18$	94,4%	$1/18$	5,5%
2	10	$19/20$	95,0%	$1/20$	5%
2	11	$21/22$	95,4%	$1/22$	4,5%
2	N	$2N-1$	Tende a 100%	1	Tende a 0%
		2N		2N	

Fonte: Silva (2013)

Para desenvolvimento da referida etapa os alunos foram direcionados a obter os resultados, com a intervenção do autor fazendo uso da ilustração do raciocínio conforme imagem abaixo.

Imagem 9: Representação das probabilidades através do diagrama de árvore onde n é o número de chaves que a equipe B recebe.



Fonte: Silva (2013)

Considera-se aqui a falta de maior explanação sobre como decorreu a explicação, pelo autor, de fato, como se deu a solução das dúvidas dos alunos a respeito do entendimento de como se dá as chances de cada equipe lograr êxito em realizar a tarefa. Mas acredita-se que houve explicação de que a probabilidade da equipe A é de 1 em 2 na primeira tentativa, tanto para erro como para acerto, e em caso de erro assume a vez a equipe B que parte da quantidade de chaves que recebeu, aqui representado pela letra “n”, onde em caso de acerto a equipe B vence e do contrário a equipe A.

Na quarta atividade cabia aos alunos representar graficamente as informações que eles colocaram na tabela, de maneira a alcançar outra etapa do ensino de probabilidade, a análise de tabelas e gráficos.

A quinta atividade consistia em responder um questionário com perguntas discursivas a fim de refletir e incentivar o debate, sobre como se desenvolveria o jogo em caso de haver três

equipes ao invés de apenas duas, reforçando assim o que já foi estudado sobre uma das finalidades da Aprendizagem Baseada em Problemas qual seja, de que os estudantes instigados tomem decisões, formulem hipóteses além de interagir em um contexto de aprendizagem coletiva e colaborativa (SAMPAIO, 2020).

Terminada a discussão a respeito do andamento do jogo com três equipes, sem a execução dele, a sexta atividade consistia em fazer novamente o que foi realizado nas atividades dois e três, responder o questionário de percepção sobre o jogo e preencher a tabela, somar as probabilidades aferidas, agora pensando na nova proposta de três equipes e considerando que o número de chaves das equipes B e C variavam.

Resultando, para surpresa do autor, na resolução da atividade sem precisarem da intervenção do professor, o que configura a aprendizagem por pares, na qual tem-se como principal intenção a promoção da aprendizagem de conceitos fundamentais em estudo, por meio de interação entre os pares (ARAÚJO; MAZUR, 2013).

A sétima atividade encerrou o estudo com os alunos produzindo os gráficos, assim como na atividade quatro, utilizando materiais disponibilizados pelo autor, com o diferencial de que agora com o jogo envolvendo três equipes, os alunos percebessem que o gráfico teria um novo vetor, e precisaria então de um gráfico 2D. Fato que provocou aos alunos os cálculos a respeito da medida do material utilizado, uma vez que havia variação dos dados da equipe B e C. Reforçando a ideia de que os estudantes quando instigados a tomar decisões, formular hipóteses, além de interagirem, aprendem e buscam soluções coletiva (SAMPAIO, 2020).

O trabalho de Silva (2013) apresenta características de duas propostas de ensino: Aprendizagem Baseada em Problemas, onde partiu-se de um problema para gerar conhecimento do conteúdo probabilidade, assim como usou-se as características da gamificação ao fazer uso de mecanismos de jogos com sistema de pontuação e premiação, com finalidade de engajamento da turma (SAMPAIO, 2020); (SCHLEMMER, 2014).

Considerações finais

O presente estudo partiu do problema “Quais propostas de ensino podem auxiliar a aprendizagem do conteúdo probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental?” E como resposta obteve-se que os trabalhos de SANTOS (2019), SANTOS (2010) e SILVA (2013) implementaram em suas pesquisas aspectos teórico-práticos como: atividades em ciclos, sequência de procedimentos que geram um modelo e uso de elemento de jogos como pontuação, e processos. Ciclos desenvolvidos a partir do anterior, apropriação do ambiente de vivência para o ambiente escolar, colaboração em equipe ou dupla, entre outros, de maneira que se pode

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais para o terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental**, Ministério da Educação, Brasília, 1998. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso em 29 maio 2021

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais para o terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental**, Ministério da Educação, Brasília, 1998. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/matematica.pdf>. Acesso em 30 jun. 2021

DICIONÁRIO MATEMÁTICO. **Só Matemática**. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2021. Disponível em <https://www.somatematica.com.br/dicionarioMatematico/p3.php>. Acesso em 29 maio 2021.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 3, n. 1, 2009. DOI: 10.20396/zet.v3i4.8646877. Disponível em <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em 7 jul. 2021.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2019.

GONDIM, H. F. **Probabilidade e probabilidade geométrica: conceitos e exemplos aplicáveis no ensino básico**. 2013. Disponível em <https://repositorio.ufms.br/bitstream/123456789/2243/1/Hellen%20Fernandes%20Gondim.pdf>. Acesso em 25 abr. 2021

KNEUBIL, F. B.; PIETROCOLA, M. A pesquisa baseada em design: visão geral e contribuições para o ensino de ciências. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 22, n. 2, p. 3, 2017. Disponível em <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/310/pdf>. Acesso em 15 dez. 2021.

LIBANEO, J. C. **Didática**. Ed Cortez: São Paulo, 1994. Disponível em <https://docero.com.br/doc/s5s1n1>. Acesso em 16 maio 2021

MINAYO, M. C. de S. (Org.) **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 34. ed. - Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

MORAES, L. C. L. et al. **Ensino de Probabilidade: historicidade e interdisciplinaridade**. 2014. Disponível em <https://tede.ufrj.br/jspui/bitstream/jspui/2984/2/2014%20-%20Lu%20ads%20Cl%20a1udio%20Longo%20Moraes.pdf>. Acesso em 29 maio 2021.

MOREIRA, A. de P. M. **Aplicações da teoria da decisão e probabilidade subjetiva em sala de aula do ensino médio**. Campinas: São Paulo, 2015. Disponível em <https://www.ime.unicamp.br/~laurarifo/alunos/dissertacaoAndrea.pdf>. Acesso em 29 maio 2021.

PEREIRA, I. L. **Propostas de atividades para o ensino de geometria plana e espacial, teoria das probabilidades e álgebra utilizando um material didático**. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina Central, Licenciatura em Matemática, 2017. Disponível em

<http://bia.ifpi.edu.br:8080/jspui/bitstream/prefix/59/1/monografia.pdf>. Acesso em 17 jun. 2021.

PLANO DE AULA: Comparando probabilidade frequentista com a clássica. **Nova Escola**. 2021. Disponível em <https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/6ano/matematica/comparando-probabilidade-frequentista-com-a-classica/493>. Acesso em 30 jun. 2021

PLANO DE AULA: E o cofrinho? Qual a probabilidade de retirar 1,25?. **Nova Escola**. 2021. Disponível em: <https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/9ano/matematica/e-o-cofrinho-qual-a-probabilidade-de-retirar-1-25/1447>. Acesso em: 30 jun. 2021

PLANO DE AULA: Estabelecendo relações entre a probabilidade clássica e a frequentista. **Nova Escola**. 2021. Disponível em: <https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/7ano/matematica/estabelecendo-relacoes-entre-a-probabilidade-classica-e-a-frequentista/617>. Acesso em: 30 jun. 2021

PLANO DE AULA: Eventos independentes. **Nova Escola**. 2021. Disponível em: <https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/8ano/matematica/eventos-independentes/1475>. Acesso em: 30 jun. 2021

PROBABILIDADE. In: **DICIO, Dicionário Online de Português**. Porto: 7Graus, 2021. Disponível em <https://www.dicio.com.br/probabilidade/>. Acesso em 29 maio 2021.

PROBABILIDADE. In: **Mini Aurélio Século XXI**. Minidicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

SAMPAIO, C. M. **Metodologias ativas: um novo (?) método (?) de ensinar (?)**. 2020. 114 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Universidade Nove de Julho, São Paulo, 2020. Disponível em <http://bibliotecatede.uninove.br/bitstream/tede/2340/2/Carlos%20Magno%20Sampaio.pdf>. Acesso em 09 jul. 2021.

SANTOS, P. A. **A modelagem como proposta para a introdução à probabilidade por meio dos passeios aleatórios da Mônica**. 2010. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10846/1/PAULO%20AVELINO%20DOS%20SANTOS.pdf>. Acesso em 24 abr. 2021.

SANTOS, I. P. **Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019. Disponível em <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/35084/1/DISSERTA%20c3%87%20c3%83O%20Inda%20c3%a9cio%20Paulo%20dos%20Santos.pdf>. Acesso em 24 jul. 2021.

SCHLEMMER, E. **Gamificação em Espaços de Convivência Híbridos e Multimodais: Design e Cognição em Discussão**. Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade. Salvador. 2014. Disponível em <https://www.revistas.uneb.br/index.php/faceba/article/view/1029>. Acesso em 15 jan. 2022.

SILVA, F. M. N. **Jogos no processo de ensino-aprendizagem em probabilidade**. 2013. 71 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013. Disponível em <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/5943/5470.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 9 jun. 2021.

TRIVINOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**. São Paulo: Atlas, 1987. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4233509/mod_resource/content/0/Trivinos-Introducao-Pesquisa-em_Ciencias-Sociais.pdf. Acesso em 07 jun. 2021.

VIANNA, Y. et al. **Gamification, Inc.:** Como reinventar empresas a partir de jogos. Rio de Janeiro: Mjv Press, 2013. 116 p. Disponível em <https://acervo-digital.espm.br/E-BOOKS/2020/365430.pdf>. Acesso em 10 jul. 2021.