



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS CAMPO MAIOR
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

GLEIDIANA DE SOUSA OLIVEIRA DA SILVA

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA EDUCACIONAL DE
FUNÇÃO QUADRÁTICA**

CAMPUS CAMPO MAIOR

2023

GLEIDIANA DE SOUSA OLIVEIRA DA SILVA

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA EDUCACIONAL DE
FUNÇÃO QUADRÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Campo Maior.

Orientador: Prof. Me. Fabio Barbosa de Oliveira

CAMPO MAIOR

2023

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA EDUCACIONAL DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

Gleidiana de Sousa Oliveira da Silva¹

Fabio Barbosa de Oliveira²

RESUMO

A Matemática é uma das mais importantes ciências, pois, está presente em todas as situações do nosso cotidiano. Além disso, a matemática está presente também em diversas áreas do conhecimento. Mesmo com tanta facilidade no ensino e grandes possibilidades de aprendizado, a matemática ainda assim é um grande desafio para algumas pessoas. Os estudantes, por varias vezes, deixam passar despercebido essa ciência no seu dia a dia, dificultando, desse modo, o entendimento, sendo a mesma em certas ocasiões uma ciência abstrata. Por causa disso, este trabalho tem como objetivo mostrar utilizando, como ferramenta, uma didática básica para o ensino médio, que auxiliará no ensino da função quadrática. Desse modo a modelagem matemática se apresenta com o objetivo de mudar a metodologia tradicional, em que o professor aplicava aula expositiva dos conteúdos e os alunos por sua vez, memorizam desta forma passiva os assuntos apresentados.

Palavra-chave: Matemática, Função Quadrática, Modelagem Matemática, Metodologia.

ABSTRACT

Mathematics is one of the most important sciences, because it is present in all situations of our daily lives. In addition, mathematics is also present in several areas of knowledge. Even with such ease in teaching and great learning possibilities, mathematics is still a great challenge for some people. Students, on several occasions, miss this science in their day-to-day life, thus hindering understanding, being the same on certain occasions an abstract science. Because of this, this work aims to show using, as a tool, a basic didactics for high school, which will help in the teaching of quadratic function. Thus, mathematical modeling is presented with the objective of changing the traditional methodology, in which the teacher applied an exhibition class of the contents and the students in turn, in this way, passively memorize the subjects presented.

Keyword: Mathematics, Quadratic Function, Mathematical Modeling, Methodology.

Data de aprovação: 18/01/2023

¹ Aluna do curso de Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal do Piauí - IFPI

² Docente do curso de Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal do Piauí - IFPI

1 INTRODUÇÃO

A Matemática configura-se como uma disciplina exata que permite soluções inovadoras de problemas. Tal matéria é de extrema importância, pois está presente em todos os momentos da vida humana, sendo fundamental para o desenvolvimento tecnológico e científico, possibilitando que diversas situações do cotidiano possam ser modeladas. Desta maneira, a Modelagem Matemática consiste em integrar situações reais a eventos que exigem respostas quantitativas, ou seja, a modelagem utiliza de acontecimentos do dia a dia para resolver problemas matemáticos.

Neste contexto, o interesse central deste trabalho é demonstrar a importância da Modelagem Matemática como método educacional do ensino de função quadrática, visto que a Matemática necessita de ferramentas facilitadoras que contribuam positivamente para o seu ensino. Desse modo, este método utilizará de situações-problemas detectadas a partir de situações vividas no dia a dia, levando em consideração, as experiências dos alunos. Assim, o aluno construirá familiaridade com o conteúdo e irá desenvolvê-lo com maior facilidade. Além disso, a Modelagem Matemática poderá estimular a imaginação e com isso, despertando entusiasmo durante as aulas de Matemática.

Conforme Bassanezi (2002):

A modelagem matemática aplicada ao ensino pode ser um caminho para despertar maior interesse, ampliar o conhecimento do aluno e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir. (BASSANEZI, 2002)

A Modelagem Matemática como ferramenta de ensino desperta a criatividade e interesse dos alunos em conteúdos que eles não conseguiriam visualizar nas situações do cotidiano.

O presente artigo tem como objetivo geral aplicar a modelagem matemática como método de ajuda no ensino da função quadrática. Com isso, podemos destacar os seguintes objetivos específicos: investigar o benefício da utilização da Modelagem Matemática como ferramenta do ensino da função quadrática, além disso, indicar os aspectos positivos do aproveitamento da modelagem no ensino da função quadrática.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA: CONCEITO

A Modelagem Matemática configura-se como uma estratégia de ensino que relaciona situações do cotidiano a conteúdos matemáticos, sua utilização é uma estratégia e um método em que considera o conhecimento popular dos alunos um importante processo para o ensino. Dessa forma, a Modelagem Matemática é construída desde as vivências do dia a dia, marcadas por um pertencimento sociocultural e, a partir dessa realidade diagnosticada, trabalha-se tal método considerando as experiências do indivíduo.

Segundo Biembengut (2019, p-12), a Modelagem Matemática é um processo que envolve a obtenção de um modelo. Sob esta óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que para se elaborar um modelo, além de conhecimento matemático, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adequa e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

Biembengut e Hein (2000, p.13), se refere a Modelagem Matemática como um processo que traduz a linguagem do mundo real para o mundo matemático. Para que isso ocorra, os autores destacam os procedimentos para obtenção de um modelo. Os procedimentos são agrupados em três etapas:

1. **Interação com o assunto** – etapa onde ocorre o envolvimento com o tema a ser estudado;
2. **Matematicalização** - onde ocorre a interpretação da situação-problema para a linguagem matemática. É nesta etapa que se elabora um problema e busca-se uma resolução segundo um modelo matemático;
3. **Modelo Matemático** - etapa onde acontece a avaliação do modelo obtido, por meio da análise das respostas que o modelo disponibiliza quando aplicado á situação-problema.

Para Bassanezi (2015), a capacidade de aplicar a Matemática em situações reais e em outras áreas do conhecimento humano compreende em utilizar-se um problema do cotidiano e transformá-lo em um modelo matemático. O que se observa é a Modelagem Matemática contribuindo de forma significativa para o ensino da Matemática, pois, através dela é possível reconhecer que as experiências cotidianas dos estudantes possuem também são importantes para o ensino dos mesmos.

Conforme Bassanezi (2015, p.12):

O uso da modelagem no processo de ensino-aprendizagem propicia a oportunidade de exercer a criatividade não somente em relação as aplicações das habilidades matemáticas, mas, principalmente, na formulação de problemas originais uma etapa tão estimulante quanto a da resolução. (BASSANEZI 2015, p.12)

Nesse sentido, é possível observar que a Modelagem Matemática incentiva, não somente a criatividade dos alunos, mas a dos professores, visto que para a resolução de determinado problema é necessário utilizar situações do dia a dia que possam ser resolvidas utilizando o conteúdo matemático estudado em sala.

De acordo com Biembengut e Hein (2010) a Modelagem Matemática é “uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma situação particular, mas que também sirvam posteriormente para outras aplicações”.

Ainda de acordo com Biembengut e Hein (2010)

"A modelagem matemática, originalmente, como metodologia de ensino aprendizagem parte de um tema e sobre ele desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e de pesquisa sobre o tema. [...] O trabalho de modelagem tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos. Os alunos escolhem o tema e a direção do próprio trabalho, cabendo ao professor promover essa autonomia". (BIEMBENGUT; HEIN, 2010)

Desse modo, a Modelagem Matemática surge como um farol que guia o barco em meio a escuridão. Ela mostra e ajuda a tornar o conteúdo, antes difícil de se trabalhar, em algo mais prazeroso, qualificando-se como uma oportunidade para as atividades serem vivenciadas em salas de aulas. Ao mesmo levando os estudantes a conhecer as aplicações matemáticas com outra visão.

2.1. FUNÇÃO QUADRÁTICA

Uma função polinomial é conhecida como função do 2º grau, ou também como função quadrática, quando em sua lei de formação ela possui um polinômio de grau dois, ou seja, $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a , b e c são números reais, sendo $a \neq 0$. Além da lei de formação, essa função possui domínio e contradomínio no conjunto dos números reais, ou seja, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

2.1.1 RAÍZES (ZEROS DA FUNÇÃO)

Para encontrar as raízes da função quadrática, conhecidas também como zeros da função. Para resolver uma equação quadrática, há vários métodos, como a fórmula Resolutiva e por meio da soma e produto.

As raízes de uma função quadrática são os valores de x que fazem com que $f(x) = 0$. Sendo assim, para encontrar as raízes, faremos:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Vale ressaltar que a fórmula Resolutiva, mais conhecida como fórmula de Bhaskara é expressa por: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde o discriminante é expresso por: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Vejamos o exemplo a seguir: Seja a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$ determine as suas raízes.

Resolução:

Dada a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$ os valores de $a = 1$, $b = 2$ e $c = -3$. Assim,

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)$$

$$\Delta = 4 + 12$$

$$\Delta = 16$$

Substituindo o valor do discriminante (Δ) na expressão $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$

Temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

Da expressão acima teremos dois resultados para x .

$$x_1 = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-2 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Então, os zeros da função são $\{1, -3\}$.

O valor do discriminante (Δ) nos permite saber quantos zeros a função quadrática vai ter. Podemos separar em três casos:

- $\Delta > 0 \rightarrow$ a função possui duas raízes reais distintas;
- $\Delta = 0 \rightarrow$ a função possui duas raízes reais iguais;
- $\Delta < 0 \rightarrow$ a função não possui raiz real.

2.1.2 GRÁFICO

O gráfico da função quadrática é sempre uma parábola. Citemos alguns exemplos:

a) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

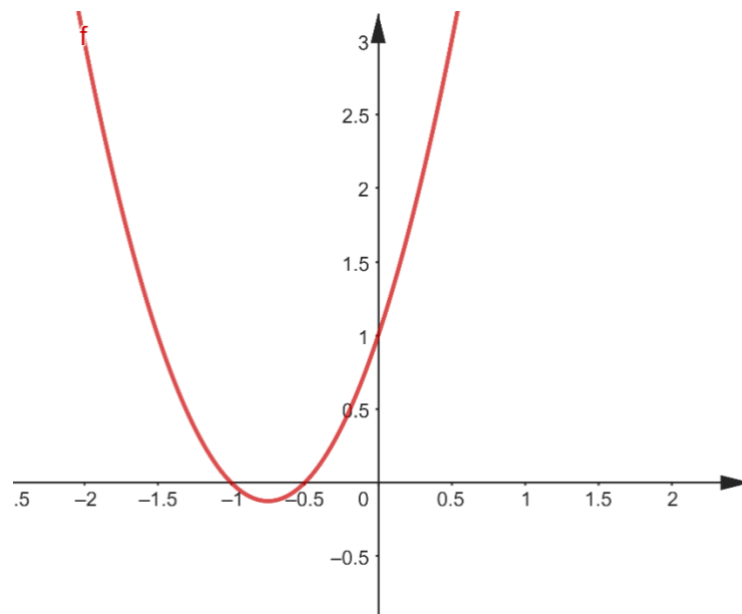


Figura 1. Fonte: Autor (2022).

b) $g(x) = -x^2 + 4$

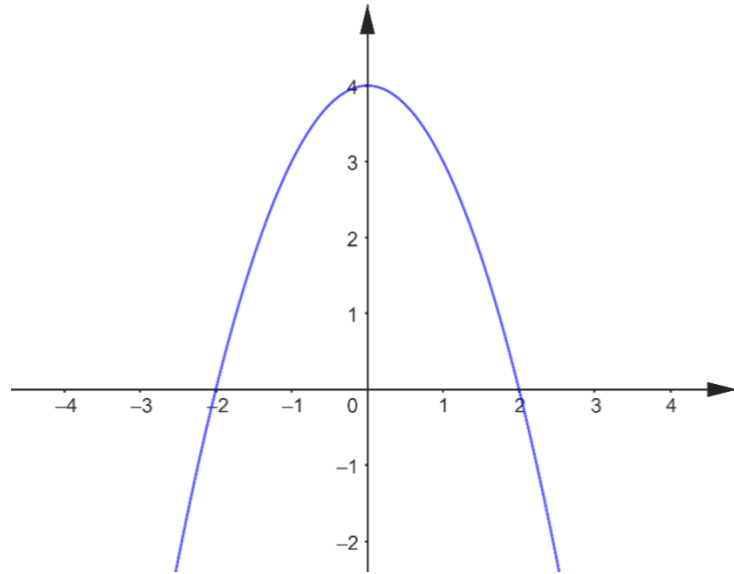


Figura 2. Fonte: Autor (2022).

c) $h(x) = x^2 - x$

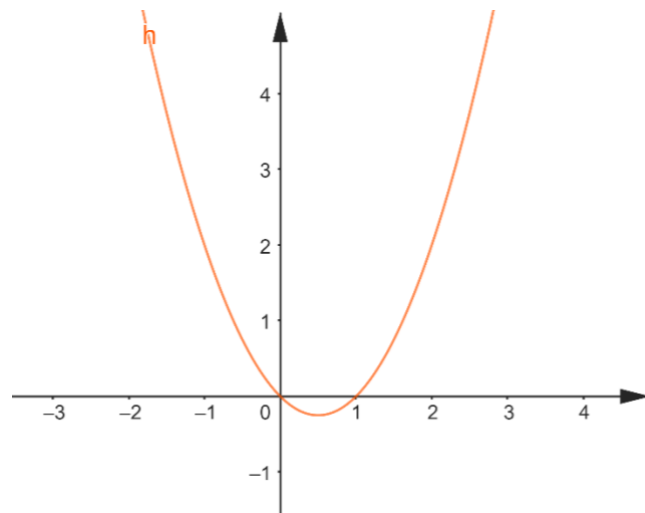


Figura 3. Fonte: Autor (2022).

2.1.3 VÉRTICE DA FUNÇÃO

Toda função quadrática é representada geometricamente por uma parábola, que é uma figura geométrica plana. As parábolas ligadas a função quadrática possuem ponto de máximo ou ponto de mínimo. O maior candidato a um desses é chamado de vértice da parábola.

Para a obtenção das coordenadas do vértice usam-se de duas maneiras. A primeira utiliza uma das seguintes fórmulas:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Nessas fórmulas, x_v e y_v são as coordenadas do vértice da função quadrática, ou seja, $V(x_v, y_v)$.

Vejam os ver o seguinte exemplo: Encontre as coordenadas do vértice da função $f(x) = x^2 - 16$.

Resolução:

Usando as fórmulas citadas acima, obtemos o x_v :

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$x_v = \frac{-0}{2}$$

$$x_v = 0$$

Já com respeito ao y_v teremos:

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y_v = -\frac{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}{4a}$$

$$y_v = -\frac{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16)}{4}$$

$$y_v = -\frac{-4 \cdot (-16)}{4}$$

$$y_v = \frac{-64}{4}$$

$$y_v = -16$$

Portanto, O vértice desta função quadrática será $(0, -16)$

2.2 PROBLEMAS DO COTIDIANO RELACIONADOS COM FUNÇÃO QUADRÁTICA

A função quadrática pode ser utilizada em várias aplicações e também nas diversas situações e áreas de conhecimento humano. Assim, vamos aplicar a função quadrática em

problemas do dia a dia, utilizando como exemplo um estúdio de tranças afro conhecido como Stúdo Jokasa Hair Style. Nessa empresa o seu sistema comercial é organizado como mostra o seguinte enunciado:

1) Na venda de produtos para confecção de tranças afro a qual é utilizado o material sintético jumbo, por exemplo, um cliente faz um pedido de x unidades, cada unidade vendida, com determinada restrição, o preço unitário será $100 - \frac{x}{4}$ reais, sendo assim a receita será dada por uma função quadrática ou do segundo grau. Analisando essa função-receita vai nos levar a algumas decisões visando melhorar o lucro da empresa em questão.

O lucro mensal (ou prejuízo) L , obtido com a venda de x pacote de jumbo será dado por:

$$L(x) = -0,005x^2 - 13x + 1250$$

Quantos pacotes de jumbo serão necessários ser vendidos para que o lucro obtido seja o máximo e o valor do lucro?

Resolução:

Por se tratar no lucro máximo obtido usaremos a expressão do vértice para tal onde temos:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

Assim, temos a equação quadrática $L(x) = -0,005x^2 - 13x + 1250$ cujos valores de $a = -0,005$, $b = -13$ e $c = 1250$. Substituindo os valores teremos:

$$\begin{aligned} x_v &= \frac{-b}{2a} \\ x_v &= -\frac{(-13)}{2 \cdot (-0,005)} \\ x_v &= 1300 \end{aligned}$$

Portanto, $x_v = 1300$.

Logo, deverão ser vendidos 1.300 pacotes de jumbo para se obter lucro máximo.

Desse modo, para o lucro ser máximo usamos a expressão:

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Assim, temos:

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= (-13)^2 - 4 \cdot (-0,005) \cdot 1250 \\ \Delta &= 194 \end{aligned}$$

Substituindo os valores obtemos:

$$y_v = -\frac{194}{4 \cdot (-0,005)} = 9.700$$

Portanto, vai obter um lucro de 9.700,00 reais.

Funções quadráticas também são úteis para calcular velocidades. Como podemos ver no exemplo abaixo.

2) Um jogador de futebol chuta uma bola em sentido vertical logo é representado pela equação $y = x^2 - 4x$, onde y é a altura em metros atingidos pela bola tempo depois do seu lançamento. Qual a altura máxima atingida e o tempo em que a bola permanece no ar, respectivamente?

Resolução:

Com base na função dada $y = x^2 - 4x$ temos os valores de $a = 1$, $b = -4$ e $c = 0$. Usando a expressão $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ temos:

$$\begin{aligned} y_v &= -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ y_v &= \frac{4^2 - 4 \cdot (1) \cdot 0}{4 \cdot 1} \\ y_v &= \frac{16}{4} \\ y_v &= 4 \end{aligned}$$

Logo a bola atinge a altura máxima de 4 metros.

Assim usando o x_v para obter o tempo da subida da bola temos:

$$\begin{aligned} x_v &= \frac{-b}{2a} \\ x_v &= \frac{4}{2 \cdot 1} \\ x_v &= 2 \end{aligned}$$

Portanto, a bola levou 2 segundos para atingir a altura de 4 metros e da mesma forma 2 segundos para voltar ao solo.

A Função quadrática também é usada nas aplicações na física na função horário dos espaços no MUV (movimento uniformemente variado). Nesse movimento podemos destacar a equação de Torricelli que foi desenvolvida pelo matemático italiano Evangelista Torricelli.

Tal equação permite calcular algumas grandezas como velocidade inicial e final, aceleração, como também o deslocamento expresso por:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

Onde;

v = velocidade

v_0 = velocidade inicial

a = aceleração

Δs = variação do espaço

3) Um corpo parte de um ponto inicial em movimento uniformemente variado, e depois de percorrer 6m, encontra-se animado com sua velocidade escalar de 3m/s. Qual a aceleração?

Resolução:

Da questão podemos obter os seguintes dados: $\Delta s = 6 \text{ m}$, $v = 3 \text{ m/s}$ e $v_0 = 0$

Para calcular vamos utilizar a equação de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$3^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot 6$$

$$9 = 12a$$

$$a = \frac{9}{12}$$

$$a = 0,75 \text{ m/s}^2$$

Portanto, a aceleração desenvolvida pelo móvel foi de $0,75 \text{ m/s}^2$.

4) O Movimento Retilíneo (MR) de um objeto é obtido pela equação $v = 10 - 2t$, onde v é a velocidade em metros por segundos e t é o tempo dado em segundos. Depois dos primeiros 5 segundos, qual será a distância percorrida (usar metros)?

Resolução:

No movimento uniformemente variado a expressão da velocidade é dado por: $v = v_0 + a \cdot t$.

Assim, com velocidade inicial $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Calculemos a velocidade final quando $t = 5 \text{ s}$.

$$V = 10 - 2t$$

$$V = 10 - 2 \cdot 5$$

$$V = 10 - 10$$

$$V = 0$$

Para encontrar a aceleração vamos substituir na expressão

$$a = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a = \frac{0 - 10}{5 - 0}$$

$$a = \frac{-10}{5}$$

$$a = -2m/s^2$$

Para descobrirmos a distância vamos aplicar a equação de Torricelli que segue:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$

$$0^2 = 10^2 - 2 \cdot (-2) \cdot \Delta s$$

$$0 = 100 - 4 \cdot \Delta s$$

$$4\Delta s = 100$$

$$\Delta s = \frac{100}{4}$$

$$\Delta s = 25 \text{ m}$$

A distância percorrida pelo objeto é de 25 metros.

A equação quadrática pode ser usada também no MRUV (movimento retilíneo uniformemente variado).

5) Um móvel se desloca em um movimento retilíneo e que obedece a função horária $s = -40 - 2t + 2t^2$ (no SI)

a) Qual a sua posição inicial, velocidade inicial e aceleração?

Resolução:

Pela expressão $s = -40 - 2t + 2t^2$ temos que a posição inicial é de $s_0 = -40 \text{ m}$. Já a velocidade inicial é de $v_0 = -2 \text{ m/s}$ e, a aceleração é de $a = 4 \text{ m/s}^2$.

b) Qual a função horária da velocidade?

Resolução:

Pelas informações do item anterior e sabendo que $v = v_0 + at$ temos:

$$v = -2 + 4t$$

c) Qual a posição do móvel no instante $t = 2 \text{ s}$?

Resolução:

$$s = -40 - 2t + 2t^2$$

$$s = -40 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2$$

$$s = -40 - 4 + 8$$

$$s = -36 \text{ m}$$

d) Qual o instante que o móvel mude de sentido da trajetória?

Resolução:

O instante em que o móvel irá mudar o sentido da trajetória irá ocorrer quando $v = 0$. Assim,

$$v = -2 + 4t$$

$$0 = -2 + 4t$$

$$2 = 4t$$

$$t = 0,5 \text{ s}$$

e) Qual o instante que o móvel passa pela origem da trajetória?

Resolução:

O instante em que o móvel passa pela origem da trajetória irá ocorrer quando $s = 0$. Assim,

$$s = -40 - 2t + 2t^2$$

$$0 = -40 - 2t + 2t^2$$

$$2t^2 - 2t - 40 = 0 \div 2$$

$$t^2 - t - 20 = 0$$

Para concluirmos o item faz-se necessário resolver a equação do 2º grau acima:

$$t^2 - t - 20 = 0$$

Assim, o valor do discriminante será:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1^2 - 4.1.(-20)$$

$$\Delta = 81$$

De posse do valor do discriminante teremos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm 9}{2}$$

Concluimos, desta forma que:

$$x_1 = \frac{1 + 9}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{1 - 9}{2} = -4$$

Então o móvel passa pela origem no instante 5 s que é positiva.

4 METODOLOGIA

A construção deste artigo baseou-se na pesquisa qualitativa, de caráter descritivo, por meio da técnica bibliográfica.

Foram feitas pesquisas em sites, artigos acadêmicos e livros sobre a temática para a organização e escolha dos materiais adequados para o uso como referência durante o processo de leitura.

Após a organização dos materiais escolhidos, foram realizadas leituras breves dos resumos para filtrar e identificar os conteúdos que abrangem o mesmo ramo do tema escolhido para este artigo.

Por fim, após a identificação dos materiais adequados, foram feitas leituras e análises sobre os assuntos tratados afim de coletar dados e informações suficientes para a elaboração do presente trabalho.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através desse artigo, mostramos que é possível utilizar a Modelagem Matemática como ferramenta educacional no ensino da função quadrática, com o objetivo de tornar a Matemática usual numa disciplina de fácil compreensão dentro dos parâmetros exigidos, visando dessa forma nova adaptação no seu ensino e aprendizagem. O uso da Modelagem Matemática mostrou-se ao longo deste trabalho uma eficaz ferramenta para o ensino de função quadrática, com isso, sua formulação nas conjecturas desperta a curiosidade e instiga os alunos ao interesse por este conteúdo matemático.

Desse modo esse trabalho vem contribuir para que cada vez mais estudantes possam utilizar esse método na sua vida cotidiana e também acadêmica. Todas as aplicações visam demonstrar que por meio da modelagem matemática é possível adquirir um entendimento sobre tudo com a matemática aqui aplicada de maneira fácil e de perspicaz trazendo assim uma nova visão dos conteúdos.

Os resultados das resoluções de algumas situações do cotidiano mostram que a Modelagem Matemática proporciona aos alunos uma nova compreensão da contextura do conteúdo de função quadrática. Usamos situações reais, que desse modo, favoreceu a fixação do assunto estudado, e isso, aumenta a capacidade de instrução na formação de cidadãos críticos e participativos. Desse modo, a Modelagem Matemática como ferramenta de ensino de função quadrática se mostra um método eficiente às aulas de matemática.

6 REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas.** Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 26, p. 17 – 25, 2009.

BRASIL. Neurochispas, **Aprender Intuitivamente. Aplicações das Funções Quadráticas.** Disponível em: <https://br.neurochispas.com/algebra/aplicacoes-de-funcoes-quadraticas>, acesso em: 13 jan, 2023

BRASIL. **Dissertações do PROFMAT. Giuliano Eduardo Batista Cutrim. Função Quadrática na Modelagem Matemática no Lançamento de Foguete de Garrafa Pet com alunos do 1º ano do Ensino Médio.** Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=modelagem&polo=>, acesso em 13 jan, 2023

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática no. 5.** Ed., 5º reimpressão. - São Paulo: Contexto, 2019.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática.** – São Paulo: Contexto, 2015.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar/ Conjuntos Funções.** 9º edição | São Paulo – 2013.

MELO, Alex Gonçalves de. **Modelagem Matemática no estudo das funções afim e quadrática.** Maceió, 2017.

VILCENT, Wedson; PETRY, Vitor José. **Uso da Modelagem Matemática no estudo de funções.** Disponível em: <file:///C:/Users/Derivaldo/Downloads/13606-Arquivo-47047-1-10-20190912-1.pdf>. Acesso em: 25 de Novembro de 2022.