

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
EUNÍCIO OLIVEIRA NUNES**

**ENSINO DE DERIVADAS NA GRADUAÇÃO: UMA ANÁLISE DA LICENCIATURA
EM MATEMÁTICA DO IFPI CAMPUS SÃO RAIMUNDO NONATO**

SÃO RAIMUNDO NONATO/PI

2016

EUNÍCIO OLIVEIRA NUNES

**ENSINO DE DERIVADAS NA GRADUAÇÃO: UMA ANÁLISE DA LICENCIATURA
EM MATEMÁTICA DO IFPI CAMPUS SÃO RAIMUNDO NONATO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí Campus São Raimundo Nonato, como requisito parcial à obtenção do Grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Professor Me. Antônio Carlos Nascimento

SÃO RAIMUNDO NONATO/PI

2016

EUNÍCIO OLIVEIRA NUNES

**ENSINO DE DERIVADAS NA GRADUAÇÃO: UMA ANÁLISE NO CURSO DE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO IFPI CAMPUS SÃO RAIMUNDO
NONATO**

Aprovado em: 27/04/2016

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof.^a Me. Antonio Carlos do Nascimento IFPI/SRN

Prof.^a (Título) (Nome) (Local de vínculo)

Prof.^a (Título) (Nome) (Local de vínculo)

À minha família, Pelo apoio para que este
sonho se tornasse realidade e
Em especial ao meu pai, meu maior exemplo
hombridade e caráter.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Me. Antônio Carlos Nascimento pela orientação, pelas ideias e por me ajudar a organizar todo o trabalho, me dando autonomia para expressar minhas ideias.

Ao Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI, Campus São Raimundo Nonato, em especial a Coordenação de Matemática, seu corpo docente, direção e administração.

Aos alunos participantes desse trabalho, pela disposição e disponibilidade para participarem desse estudo.

Aos professores do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI, Campus São Raimundo Nonato, com os quais pude adquirir conhecimentos matemáticos e pedagógicos, que construirão para o meu futuro como docente.

Aos colegas da Licenciatura em Matemática do IFPI São Raimundo Nonato, pela excelente convivência e pelas experiências trocadas que contribuíram a minha formação.

Aos meus familiares, Em especial ao meu pai Antônio, e a minha mãe Maria, meus irmãos Edvan e Leandro, por todo o apoio e por compreenderem a minha ausência em alguns momentos durante o tempo em estive dedicado ao curso.

A Lidineia, minha noiva, companheira e amiga, por me apoiar nos momentos de dificuldade e a creditar que esta conquista seria possível.

A Deus, que não permitiu que nenhum dos obstáculos na minha caminhada interrompesse essa conquista

“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos”.

Isaac Newton (1642-1727)

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal investigar as causas da reprovação na disciplina Cálculo diferencial com uma variável (Cálculo I) e as suas relações com a compreensão do conceito derivadas. O estudo se deu por meio de pesquisa de campo (aplicação de questionários, pré-testes, entrevistas, intervenção, pós-testes e análise dos dados), visando identificar o posicionamento dos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, testar uma metodologia de ensino baseada na interpretação e aplicabilidade dos conteúdos e também do levantamento bibliográfico (livros, revistas, artigos e outros), buscando entender a visão de outros pesquisadores a respeito do assunto. A intervenção se deu por meio da parceria com o projeto de extensão intitulado *Cálculo Diferencial I, Limites e Derivadas: Entendendo as dificuldades de aprendizagem para propor uma nova solução*. A análise dos dados revelou uma significativa evolução da aprendizagem dos com a referida intervenção.

Palavras-chave: Cálculo I, reprovação, ensino derivadas

ABSTRACT

This study aims to investigate the causes of failure in the differential calculus course with a variable (Calculus I) and its relations with understanding the concept derived. The study was through field research (questionnaires, pre-tests, interviews, intervention, post-test and data analysis), to identify the position of those involved in the teaching-learning process, test a teaching methodology based on the interpretation and applicability of content and also the literature (books, magazines, articles and others), seeking to understand the vision of other researchers on the subject. The intervention was through the partnership with the extension project entitled Differential Calculus I, Limits and Derivatives: Understanding learning difficulties to propose a new solution. Data analysis revealed a significant evolution of learning with that intervention.

Keywords: Calculus I, reproof, derived teaching

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1-Reta tangente a circunferência.....	19
Figura 2-Reta secante ao gráfico.....	20
Figura 3- Reta tangente ao gráfico	20
Figura 4-Gráfico da função $f(x) = x $	23
Figura 5- Derivada $f(x) = x $	23
Figura 6- Gráfico da função $f(x) = x^{1/3}$	24
Figura 7- Derivada da função $f(x) = x^{1/3}$	24
Figura 8- Gráfico da função $f(x) = x^3$	25
Figura 9- Derivada da função $f(x) = x^3$	25
Figura 10- Gráfico da função $f(x) = \sin x$	27
Figura 11- Derivada da função $f(x) = \sin x$	28
Figura 12- Gráfico dos índices de reprovação na disciplina Cálculo diferencial com uma variável no FPI São Raimundo Nonato.....	37
Figura 13- Gráfico do percentual anual de reprovação na disciplina Cálculo diferencial com uma variável no FPI São Raimundo Nonato entre os anos de 2011e 2014.....	38

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
CAPÍTULO 1. UM BREVE HISTÓRICO SOBRE A DESCOBERTA DO CÁLCULO DIFERENCIAL.....	12
1.1 CONTRIBUIÇÕES DE FERMAT E DESCARTES.....	13
1.2 DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO POR ISAAC NEWTON.....	14
1.3 O DESENVOLVIMENTO DO CALCULO POR GOTTFRIED WILHELM VON LEIBNIZ.....	16
1.4 A DISPUTA PELA DESCOBERTA DO CÁLCULO.....	17
CAPÍTULO 2. O ESTUDO DE DERIVADAS.....	19
2.1 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA.....	19
2.2 INTERPRETAÇÃO FÍSICA DA DERIVADA.....	21
2.3 DERIVADA DAS FUNÇÕES ELEMENTARES.....	22
CAPÍTULO 3. DISCUSSÃO TEÓRICA.....	29
CAPÍTULO 4. METODOLOGIA.....	33
4.1 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO PROJETO.....	33
4.1.1 CÁLCULO APROXIMADO DA VELOCIDADE INSTANTÂNEA.....	34
4.1.2 RECONHECENDO O GRÁFICO DA DERIVADA.....	34
4.1.3 RESOLVENDO PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO.....	35
4.14 GINCANA DERIVADA.....	35
CAPÍTULO 5. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	36
5.1 REPROVAÇÃO NA DISCIPLINA CÁLCULO DIFERENCIAL COM UMA VARIÁVEL NO IFPI SÃO RAIMUNDO NONATO.....	36
5.2 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO.....	37
5.3 ANÁLISE DO PRÉ-TESTE	38
5.4 ANÁLISE DO PÓS-TESTE.....	39
5.5 ANÁLISE DA ENTREVISTA COM O PROFESSOR.....	40
CAPÍTULO 6. CONCLUSÃO.....	42
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	44
APÊNDICES	

INTRODUÇÃO

O cálculo diferencial é parte essencial da grade curricular de vários cursos de graduação no Brasil e no mundo. Diante da sua vasta aplicabilidade, a disciplina constitui-se como um conhecimento indispensável em diversas áreas e, dessa forma, não fica restrita a cursos de matemática. Por outro lado, é preocupante que apesar de sua importância esta disciplina apresenta um alto índice de reprovação. O presente trabalho investiga as causas do alto índice de reprovações, e além disso, investiga como a compreensão do conceito derivadas contribui para a diminuição do número de reprovações. Sobretudo na disciplina Cálculo diferencial com uma variável (Cálculo I) ministrada no segundo período do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia do Piauí – IFPI Campus São Raimundo Nonato.

Diante dos constantes relatos de discentes reprovados nesta disciplina, surge a necessidade de apontar possíveis soluções para este grave problema que afeta a trajetória dos acadêmicos no IFPI de São Raimundo Nonato, tendo em vista que a referida disciplina é parte essencial de uma linha de pré-requisitos, que começa no primeiro período e se estende até o quinto período, o que prolonga o tempo para conclusão do curso ou até mesmo provoca o desligamento do aluno.

A compreensão dos conceitos matemáticos cria um elo entre a realidade e os problemas estudados, consolidando o aprendizado. Porém, infelizmente, o ensino de Matemática, por muitas vezes, se desenvolve de forma pragmática (ou até mesmo mecânica) ocultando os conceitos que são cruciais para que os alunos desenvolvam o raciocínio lógico, e consigam associar situações do seu cotidiano a teoria aplicada.

O ensino tradicional do Cálculo Diferencial dedica boa parte do seu tempo às regras de derivação, o que suprime a parte conceitual da disciplina que dá significado a teoria aplicada. Dall'anese (2000) chama de “obrigações contratuais” o processo de ensino-aprendizagem do Cálculo, em que o professor apresenta as definições, propriedades e exemplos e os alunos resolvem os exercícios. A este respeito surgem questionamentos a cerca do potencial dos graduandos. Eles dão significado à definição de derivadas? No seu futuro como professores, eles conseguiram terão convicção dos conceitos que estão ministrando?

O presente trabalho almeja (também) propor uma sequência pedagógica eficaz no ensino de Cálculo, por meio de atividades lúdicas que atraem a atenção dos alunos para a

essência do conceito trabalhado. O estudo derivada foi escolhida como ferramenta para este estudo (em detrimento de outros tópicos do cálculo diferencial) pela sua vasta aplicabilidade e as várias possibilidades de contextualização.

A pesquisa visa diagnosticar como o estudo do Cálculo no ensino médio, poderia influenciar no ensino do mesmo na graduação. Segundo alguns autores, a falta de conhecimento prévio de derivadas é apontada como uma possível causa para as dificuldades de seu ensino.

O trabalho foi estruturado, visando entendimento do leitor sobre a teoria discutida. No primeiro capítulo faremos uma breve contextualização histórica sobre a descoberta do Cálculo Diferencial, no qual abordamos o momento histórico no qual estavam inseridos os cientistas que contribuíram para o seu desenvolvimento, narrando de forma sucinta a obra dos principais colaboradores para a notória descoberta.

No capítulo será definido o conceito de derivada. Tal conceito traz uma motivação física, no caso da velocidade instantânea e interpretação geométrica, no caso da reta tangente, e abordo a derivada das funções elementares.

No capítulo três será apresentada a visão de alguns autores, sobre as possíveis causas para a dificuldade na compreensão do conceito de derivada por parte dos discentes de cursos superiores. Além de algumas propostas pedagógicas que visam sanar estas dificuldades.

No capítulo quatro será descrita a metodologia aplicada na pesquisa, e as atividades desenvolvidas na intervenção.

No Capítulo cinco serão analisados os dados obtidos, gerando dados percentuais e projeções gráficas para tais.

No Capítulo seis serão apresentadas as considerações finais a respeito deste trabalho.

CAPÍTULO 1

UM BREVE HISTÓRICO SOBRE A DESCOBERTA DO CÁLCULO DIFERENCIAL

Este capítulo traz o contexto histórico no qual estavam inseridos os cientistas que contribuíram para o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e relata de forma sucinta a sua história.

O advento do Cálculo Diferencial se deu em um período de grandes avanços na ciência, o qual ficou conhecido como “Revolução científica”. Esse foi um processo no qual a ciência se desvinculou da filosofia e passou a ser um conhecimento estruturado e prático. Nesta época, o Renascimento enraizou novas ideologias, que se opunham principalmente à igreja católica. Isto se deu em especial com o humanismo. Essa corrente ideológica se afastou do teocentrismo, que atribuía a todos os fenômenos uma origem divina. Segundo Araújo (2010, p.2):

A reflexão humanista acerca da sociedade, da cultura, das artes e das ciências medievais levou a profundas e consideráveis críticas acompanhadas de soluções de caráter antropocêntrico em oposição ao teocentrismo ortodoxo.

O humanismo pregou o senso crítico. A partir disso, os cientistas começaram a se questionar sobre os fenômenos que estavam ao seu redor e descobrir leis que regem a natureza, e não mais as aceitando como dádivas ou castigos divinos.

O século XVII foi um período de muitas transformações na ciência, principalmente com o advento das academias Europeias de ciência, que surgem com o objetivo de fomentar a produção científica da época, e se estabeleceram principalmente na Inglaterra, na França, na Itália e na Alemanha. Dentre elas está a academia de Lincei, em Roma, da qual fez parte Galileu Galilei. Considerada a mais antiga academia do mundo, tinha ênfase nas ciências naturais. Foi nesse período, também, que nasceu a Royal Society, academia inglesa da qual fizeram parte Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Von Leibniz. As academias funcionavam como ferramenta de divulgação da produção científica da época, pois nesse período as universidades tiveram a sua atuação limitada. Segundo Rosa (2012, p.27) “As universidades se concentraram, na realidade, no ensino acadêmico e na preservação da cultura e do conhecimento herdados da Antiguidade e na reafirmação, incontestável, da autoridade”.

1.1 CONTRIBUIÇÕES DE FERMAT E DESCARTES

Pierre Fermat, nascido em 17 de agosto de 1601, na cidade de Beaumont-de-Lomagne na França, foi um dos matemáticos que mais se aproximou da descoberta do Cálculo Diferencial. As suas pesquisas se desenvolveram quando Fermat começa a se corresponder com outro matemático francês, Marin Mersenne, para quem enviou problemas sobre a determinação de máximos e mínimos. Mais tarde, ao divulgar o seu método para a solução do problema, Fermat propõe que o mesmo seja utilizado para determinar tangentes a curvas. O método era inspirado numa ideia de um matemático alemão chamado Johannes Kepler, que ao estudar a melhor forma para toneis de vinho, afirmou que, perto do máximo, qualquer variação é imperceptível. Pires (2004, p.17) descreve o método da seguinte forma:

Usando notações atuais, se para um certo valor da variável x a expressão $F(x)$ tomar um valor máximo (ou mínimo), considerando valores próximos de x , isto é $x+e$ ou $x-e$, a variação de $F(x)$ é incomparavelmente menor que e , tomando este já pequeno. Nestas condições se igualarmos as duas expressões $F(x)$ e $F(x+e)$, eliminarmos as partes comuns e todas as potências de e superiores ou iguais a dois e dividirmos em seguida por e (quantidade pequena diferente de zero), obtém-se o valor ou valores de x onde a expressão $F(x)$ se torna máxima ou mínima.

Porém, o Matemático francês René Descartes, que era amigo de Mersenne, criticou o método de Fermat e o considerou defeituoso. Ao aplicar o método descrito, Descartes vislumbrou uma forma geral para determinação da tangente. Contudo, ao escolher a parábola, ele encontra um resultado não compatível com o problema. Dessa forma, ele considerou a regra defeituosa.

Mesmo não conseguindo uma regra geral para a determinação da reta tangente a curvas, Fermat aprimorou a noção de aproximações arbitrárias que havia sido introduzida por Kepler ao admitir que $f(x)$ não é igual a $f(x+e)$, mas em aproximações muito pequenas podem ser tomados como se fossem. Os seus contemporâneos não consideraram seu método pela falta de fundamentação teórica, porém o método se aproxima das definições usadas hoje. Segundo Silva (2010, p.198):

No entanto, a forma vaga e concisa com que Fermat se expressa em seu “Méthodus” é minimizada em função das inúmeras interpretações dadas ao método em termos de cálculo diferencial ou método de limites; nele está o pronúncio do cálculo de uma derivada que se iguala a zero. E, portanto, embora o método de Fermat carecesse de clareza e fundamentação teórica, uma vez que não se baseava em nenhum conceito de infinitesimais e, sim em conceitos algébricos de quantidades finitas, derivados da teoria das equações de viète, muitos matemáticos franceses posteriores a ele consideraram como o inventor do Cálculo Diferencial.

Diante do problema apresentado por Fermat e da frustrada tentativa de validar os seus métodos, Descartes elaborou alguns métodos para a determinação da reta tangente a curvas

dadas, investigando e aprimorando este método. O primeiro método recorre a uma curva auxiliar, normalmente a circunferência. Essa curva auxiliar deve tocar a curva a qual se deve traçar a tangente em dois pontos, um onde se pretende determinar a tangente. Depois se deve fazer com que os dois coincidam. Assim, o ponto de tangência e o centro da circunferência definem a normal à curva, tornando a determinação da tangente mais simplificada. Descartes elaborou, ainda, mais dois métodos. Em um deles, não utiliza uma curva auxiliar, e sim uma secante desenhada próximo ao ponto de tangência. No outro método, que se aproxima do utilizado hoje, fixa-se um ponto de abscissa e se faz com que outro ponto da curva se aproxime desse ponto e conseqüentemente a reta secante se aproxima da reta tangente.

Os avanços alcançados com Fermat e Descartes contribuíram para que o Cálculo Diferencial e Integral fosse formulado como conhecemos hoje. Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz são os dois matemáticos que dividem esse feito.

1.2 DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO POR ISAAC NEWTON

Nascido em 1642 na Inglaterra, Isaac Newton foi um dos maiores cientistas da história com grandes contribuições na Matemática, na Física e em outros campos do conhecimento. Para Oliveira (2009 p.4) “Newton pode ser considerado o cérebro mais refinado que a humanidade já produziu. Sua obra apresenta um grande avanço do nosso pensamento”.

Apesar de pertencer a uma família de condição financeira confortável, Newton teve uma infância conturbada por não ter conhecido o seu pai. Ainda na infância teve o seu primeiro contato com os livros, pois o seu padrasto montou um quarto com cerca de 300 livros, mais tarde, aos onze anos, Newton saiu do vilarejo onde morava para estudar em Grantham, onde ficou até os dezessete anos quando sua mãe o traz de volta para casa para tome conta dos negócios da família.

Sem mostrar aptidão alguma pelos negócios Newton ingressa em 1661 na universidade de Cambridge na condição de subsizar. Segundo Oliveira (2009, p.6) “Esses alunos estavam numa escala social abaixo dos demais estudantes, uma vez que não podiam comer com os alunos fidalgos. Em algumas faculdades, tinham becas especiais para que esses alunos ricos pudessem ignorá-los”. Newton foi submetido a essa condição porque sua mãe não aceitava que o filho ingressasse no meio acadêmico.

A partir daí, Newton começa a estudar os textos de Gassendi, Hobbes, e Boyle, além de Copérnico, Kepler, Galileu e em especial René Descartes que lhe proporcionou o contato

com a geometria analítica, conhecimento que viria a facilitar o desenvolvimento de seus fabulosos trabalhos. Em 1665 Newton recebe o título de bacharel, porém a sua genialidade não havia sido mostrada. Uma epidemia de peste bubônica que se alastrava pela Europa fez com que Universidade de Cambridge fechasse portas, o que o fez voltar para o vilarejo de sua família onde aprofundou os seus estudos. Neste período Newton fez grandes descobertas com o teorema binomial, a lei da gravitação universal e o Cálculo que denominava como o método dos fluxos que só é descrito com maior precisão em 1736 quando foi publicada postumamente a sua última obra intitulada *Method of Fluxions*, e melhor compreendido mais tarde com a formalização do conceito de limite. Segundo Pires (2004 p.50):

O método de Newton, para obter a razão entre as fluxões, consiste primeiro em provocar um pequeno acréscimo a cada variável (fluente) num intervalo de tempo curto o , substituir esse pequeno acréscimo nos fluentes da equação de ligação e efectuar os cálculos. De seguida eliminam-se os termos em o de ordem superior a 1, uma vez que, sendo o uma quantidade muito pequena, as suas potências são ainda mais pequenas e portanto desprezáveis. Finalmente devemos atender à relação inicial entre as variáveis, e dividir por o , pois embora esta seja uma quantidade pequena é diferente de 0.

Newton era um sujeito excêntrico muito cauteloso ao divulgar suas descobertas talvez por temer plágio, isso se refletia na descrição dos seus métodos que por muitas vezes era feita de forma confusa, e assim aconteceu com a explicação do método dos fluxos que eram entendidos como velocidades e fora descrito em seu livro *Principia* em 1687. A notação usada por Newton para a diferenciação está fortemente associada aos autores que ele estudara, não havia uma só notação e sim uma série de simbologias que representavam os fluxos em várias situações. Segundo Pires (2004 p.46)

Newton preocupava-se mais com o fenómeno cinemático em si, do que com a simbologia usada na sua representação que considerava secundária.
As notações mais usadas por Newton foram:
a, b, c ... Constantes
x, y, z .. Variáveis (fluentes)
p ou $\dot{x}$ Velocidade associada a x (fluxão)
q ou $\dot{y}$ Velocidade associada a y (fluxão)
o Quantidade muito pequena, geralmente associada ao tempo.
p.o ou $\dot{x}.o$ (q.o ou .o) $\dot{y}.o$ Momento de fluxão x (y), ou seja, acréscimo da variável x (y)

Ao aplicar o método das fluxões no para determinar a inclinação da reta tangente Isaac Newton notou uma importante relação entre esse declive quando nulo e os pontos de máximos e mínimos de uma função. Porém a “paternidade” do cálculo não é exclusividade de Newton.

1.3 O DESENVOLVIMENTO DO CALCULO POR GOTTFRIED WILHELM VON LEIBNIZ

O alemão Gottfried Wilhelm Von Leibniz nascido na cidade de Leipzig em 1646 teve o seu primeiro contato com os livros logo nos primeiros anos de sua infância, com uma vasta biblioteca deixada por seu pai que professor Universitário e faleceu quando ainda tinha seis anos de idade, com uma capacidade de aprendizado forra do comum Leibniz aprendeu ainda na puberdade latim e grego.

Logo aos quinze anos ingressou na universidade de Leipzig onde recebeu o título de bacharel em direito, mas foi lhe negado o título de doutor por conta da sua pouca idade, que adquirira posteriormente ao ingressar na universidade de Altdorf .

Apesar do sua notória contribuição para a Matemática Leibniz tinha como principal atividade a diplomacia. Segundo Stewart (2010 p.143) “o serviço diplomático o levou a passar a maior parte da sua vida viajando pelas capitais europeias em missões políticas. Em particular, empenhou-se em afastar uma ameaça militar da França contra a Alemanha e tentou reconciliar as igrejas católica e protestante”. Esta por sua vez lhe proporcionou a oportunidade de se corresponder com vários cientistas da época, foram as suas missões diplomáticas que permitiram ingressar na academia de ciências da França e mais tarde na Royal Society na Inglaterra.

Quando Leibniz tentou o doutoramento na sua cidade natal ele propôs um trabalho que se baseava na ideia de tentar reduzir o pensamento a combinações de caracteres básicos, ou seja, se a teoria fosse concretizada em vez de conversas teríamos simples exercícios computacionais na linguagem apropriada. Um pensamento que chega a ser ingênuo para os dias atuais

Leibniz também desenvolveu o sistema de numeração binário utilizado hoje na computação. Há exemplo de Newton que teve que fugir da peste bubônica, Leibniz foi Forçado a regressar a Paris por conta da morte do Eleitor de Mainz, neste momento Leibniz aprofundou os seus trabalhos matemáticos e desenvolveu uma notação apropriada para o cálculo diferencial. Leibniz se correspondeu de forma indireta com Newton, Oldenburg, secretário da Royal Society, o mantinha informado sobre os avanços alcançados por Newton e Gregory no tratamento dos diferenciais.

A notação desenvolvida por Leibniz para a diferenciação foi de grande importância, pois associa de forma mais clara as variáveis envolvidas, segundo Pires (2004 p.77). “A preocupação de usar simbologia clara e significativa, associada à procura constante de

algoritmos para tratar os diferenciais nas mais variadas situações caracteriza o método de Leibniz”. O desenvolvimento desta notação é descrito por Pires (2004 p.77):

Leibniz considerou uma curva descrita em termos de infinitas seqüências de valores de y associadas a determinada seqüência de valores de x . Esta indicava a ordem (índice) dos diferentes valores de y na curva (processo atomístico). Representava por l diferença entre ordenadas consecutivas e tomava-a como grandeza infinitesimal, ou seja, desprezável quando comparada com o valor de y . Esta notação evoluiu para dy , estendendo-se a outras variáveis em presença como, por exemplo, dx e ds . Na relação entre estas quantidades infinitesimais usou o triângulo característico⁵⁰, de catetos dy e dx , adaptado a cada caso específico (determinação da tangente, quadratura e rectificação de curvas).

Além da sua notação Leibniz contribuiu para o desenvolvimento do Cálculo como conhecemos hoje ao elaborar duas das principais regras de diferenciação, a regra do produto e a regra que permite derivar facilmente qualquer polinômio como relata Silva (2012 p.12) “Em 1675 ele escreveu um artigo manuscrito onde usava pela primeira vez a notação $f(x)dx$. No mesmo artigo apresentou a regra para a diferenciação do produto. Em 1676 Leibniz apresentou a diferenciação $dx^n = nx^{n-1}$ ”.

Leibniz foi fundamental para o formalismo do Cálculo diferencial as suas notações deram maior clareza ao conceito de derivada, contribuiu também com o desenvolvimento das regras de derivação que possibilitam que o cálculo da derivada de funções mais complexas possa ser feito sem que se recorra à definição.

Um ponto importante que devemos ressaltar é que a gênese do Cálculo se deu sem o conhecimento do conceito de função. De acordo com Silva (2012 p.14) “Nem Leibniz Nem Newton pensavam em termos de funções e sim em gráficos envolvidos”, este conceito só foi formalizado posteriormente outro conceito essencial para a definição atual de derivada que estava definido é o de limite, segundo Silva (2012 p.15) “Leibniz nunca considerou a derivada como um limite, um conceito só desenvolvido mais tarde com o trabalho de d’Alembert”.

1.4 A DISPUTA PELA DESCOBERTA DO CÁLCULO

A descoberta do Cálculo Diferencial não se deu forma amistosa, os seus descobridores travaram uma disputa ferrenha, Newton acusou Leibniz de Plágio o que desencadeou um longo processo de investigação na Royal Society segundo Silva (2012 p.15) “Em sua defesa Leibniz argumentou que não tivera contato com o Cálculo dos Fluxos”. A academia formou uma comissão para julgar o caso, da qual faziam parte membros partidários de Newton os chamados “Newtonianos”. Segundo Nobre (2004 p.538)

Ao final do processo, ele próprio escreveu o relatório referente ao processo instaurado e publicou anonimamente. Neste famoso relatório, intitulado *Commercium epistolicum de analysi promota* (copia da página inicial baixo), Newton escreveu uma abordagem histórica a cerca do assunto em questão com o intuito de chegar a um resultado conclusivo que, naturalmente, foi a seu favor.

Nos últimos anos de sua vida Leibniz dedicou boa parte da sua produção a disputa sobre a “paternidade” do Cálculo Diferencial. Porém morreu sem provar a veracidade do que dizia e descreditado pela comunidade científica da época, após o seu falecimento os seus seguidores prosseguiram com o processo, porém os fatos só vieram a se elucidar mais tarde.

Exercendo o seu poder como presidente da Royal Society Newton, recebeu todo o mérito pela descoberta, e isto se arrastou por um longo período de tempo, até 1675 quando foram encontrados manuscritos de Leibniz que comprovaram que ele chegou anteriormente e forma independente descoberta do Cálculo Diferencial e Integral. Comprovada a inexistência de plágio, a comunidade científica atribuiu desde então, a ambos, a honra pelo desenvolvimento desta teoria. Diante poder estabelecido por Newton no comando de Royal Society, as descoberta e notória contribuição de Leibniz para o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral teriam sido apagadas da história.

A essência da ciência vem da contestação, da inquietação diante das descobertas anteriores, com o Cálculo Diferencial não foi diferente desde os primeiros métodos de Fermat e Descartes até a sua descoberta por Newton e Leibniz. Assim surgiu um dos mais importantes ramos da Matemática e das Ciências de modo geral.

CAPÍTULO 2

O ESTUDO DE DERIVADAS

O conceito de derivadas está intimamente ligado ao estudo de taxas de variação instantânea. O estudo destas taxas de variação está presente na física, a partir dos conceitos de velocidade e aceleração instantânea, na economia através do cálculo da inflação instantânea e em diversas outras áreas. Do ponto de vista geométrico o conceito de derivadas está associado ao coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de uma função f em um ponto x_0 .

Este capítulo traz a definição de derivada, motivada pela interpretação física, no caso da velocidade instantânea, interpretação geométrica no caso da reta tangente, e trata ainda da derivada das funções elementares.

2.1 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA

Como já mencionamos no capítulo anterior, o conceito de derivadas data do século XVII, e surgiu inicialmente da necessidade de encontrar um processo para traçar uma reta tangente a uma curva num ponto dado. Desta forma, partiremos desse problema para analisar a interpretação geométrica da derivada.

Se a curva em questão for uma circunferência, o problema é facilmente resolvido, pois a reta tangente t a circunferência em um ponto P , é a uma reta perpendicular ao seu raio, ou seja, que a toca apenas em um ponto como ilustrado a seguir.

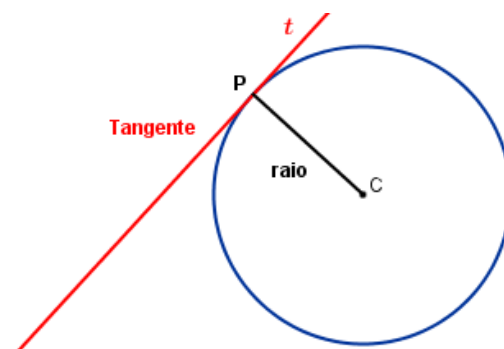


Figura 1

Porém, quando tratamos de outras curvas, isto não se aplica, pois nem sempre podemos definir um raio, ou mesmo afirmar que a reta que toca a curva em um só ponto é uma reta tangente. Assim, devemos considerar a curva como o gráfico de uma função $f(x)$ e

as coordenadas do ponto P , onde desejamos traçar a reta tangente sejam $(x_0, f(x_0))$, tomemos ainda, outro ponto Q de coordenadas $(x_0 + h, f(x_0 + h))$. A partir dos pontos P e Q devemos traçar uma reta secante r_s que passa por esses dois pontos.

Fazendo-se o ponto Q aproximar-se arbitrariamente do ponto P através do gráfico de f , veremos que as retas secantes obtidas por este processo tendem a uma posição limite. Definiremos reta tangente à curva no ponto P como a reta limite das retas secantes que foram descritas no parágrafo anterior.

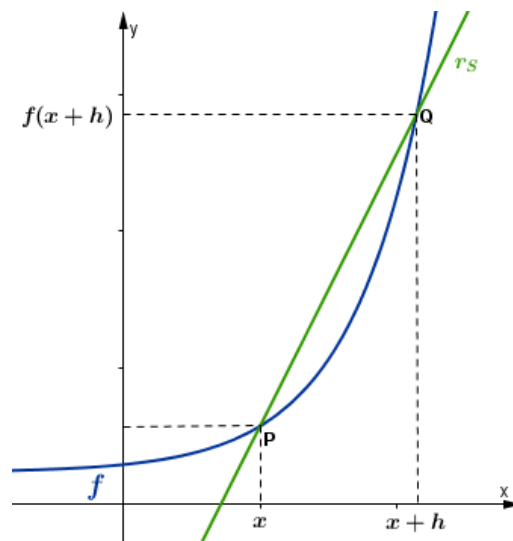


Figura 2

Sabe-se que o coeficiente angular m_s da reta secante ao gráfico de $f(x)$ nos pontos $(x_0, f(x_0))$ e $(x_0 + h, f(x_0 + h))$ é dado pela razão:

$$m_s = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Notemos que, quando h tende a zero, a reta secante aproxima-se da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto P de abscissa $x = x_0$.

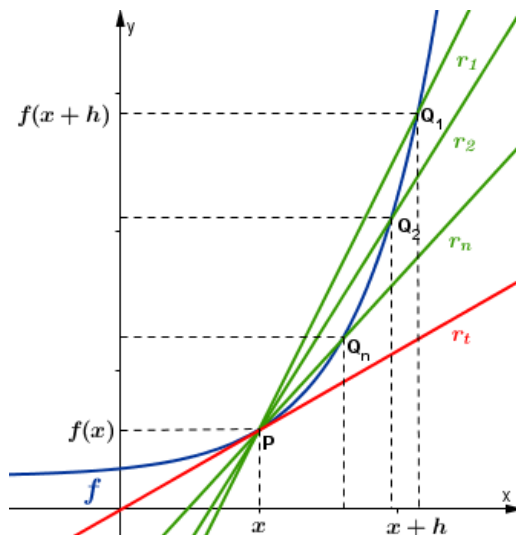


Figura 3

Dessa forma constatamos que o coeficiente angular m_t da reta tangente ao gráfico no ponto $x = x_0$ é dado por:

$$m_t = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Quando tal limite existe e é finito, o denominamos de derivada da função $f(x)$ no ponto de abscissa x_0 , que neste caso representa o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto de abscissa $x = x_0$.

2.2 INTERPRETAÇÃO FÍSICA DA DERIVADA

A velocidade média de um determinado móvel é definida pela razão entre a variação da sua posição (diferença entre a sua posição final e sua posição inicial) e a variação do tempo (diferença entre o instante final e o instante inicial). Representando por s a posição do móvel e por t o tempo gasto a velocidade média é dada por:

$$V_m = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i}$$

Como podemos observar cotidianamente, a velocidade média representa apenas uma taxa de variação ao longo de um intervalo de tempo e, dessa forma, não nos dá informação sobre a velocidade em um instante t_0 . Notamos que ao considerarmos as velocidades médias em intervalos de tempo cada vez menores poderemos nos aproximar da velocidade instantânea. É o que detalharemos a seguir.

Considerando uma função $s(t)$ que determina a posição de certo objeto em função do instante de tempo t a velocidade média entre os instantes t_0 e $t_0 + h$ em que h é a variação do tempo gasto é dada por:

$$V_m = \frac{s(t_0 + h) - s(t_0)}{h}$$

Assim, a velocidade instantânea é obtida quando fazemos o intervalo de tempo diminuir arbitrariamente. Em termos de limites, temos:

$$V_i = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(t_0 + h) - s(t_0)}{h}$$

Chamamos esse limite de derivada da função s no tempo t_0 , quando ele existe e é finito. Este valor representa a taxa de variação de $s(t)$ em relação ao tempo no instante $t = t_0$ que neste caso representa a *velocidade instantânea* no instante $t = t_0$.

2.3 DERIVADA DAS FUNÇÕES ELEMENTARES

Motivados pelos exemplos anteriores apresentamos a seguir a definição formal de derivada, a partir de tal definição será possível calcular a derivada de algumas funções e estabelecer algumas propriedades operatórias.

Definição: Seja f uma função real definida num intervalo I . Seja $x_0 \in I$, chamamos de derivada de f no ponto x_0 , e denotamos $f'(x_0)$, ao limite.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Quando tal limite existe, dizemos que **f é derivável** em x_0 .

Diante da definição de derivadas enunciada anteriormente, podemos calcular algumas derivadas de funções elementares. Este procedimento consiste em calcular o limite acima em um ponto genérico do domínio.

Como podemos observar a existência da derivada é um fenômeno local, visto que a existência do limite que a define é calculada em ponto x_0 específico. Todavia x_0 pode ser tomado arbitrariamente dentro do domínio da função $Dom(f)$. Assim, nos pontos onde tal limite existir fica definida a seguinte função:

$$f': Dom(f') \rightarrow \mathbb{R} \text{ Tal que } x \rightarrow f'(x).$$

Onde $Dom(f')$ é o conjunto dos pontos onde a função f o limite

Exemplo A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = |x|$ possui derivada em $Dom(f') = \mathbb{R} - \{0\}$.

Note que f não é derivável em 0. Para provar isto vamos mostrar que não existe $f'(0)$, demonstrando que os limites laterais do quociente a seguir são diferentes.

$$f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0 + h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|h| - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|h|}{h}$$

Dessa forma, para $h > 0$ temos:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 1 = 1$$

Para $h < 0$,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} -1 = -1$$

Assim o limite não existe não no ponto $x_0 = 0$, logo função não é diferenciável neste ponto.

Portanto a função,

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x & \text{se } x < 0 \\ x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

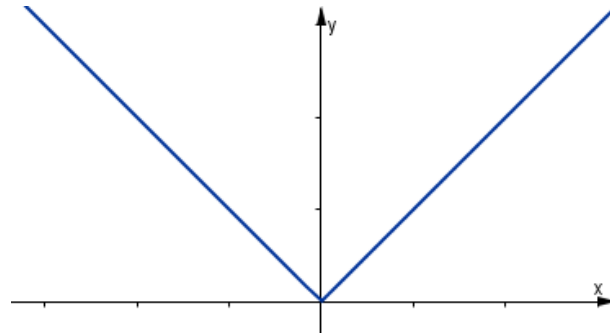


Figura 4

Tem derivada definida da seguinte forma:

$$f'(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

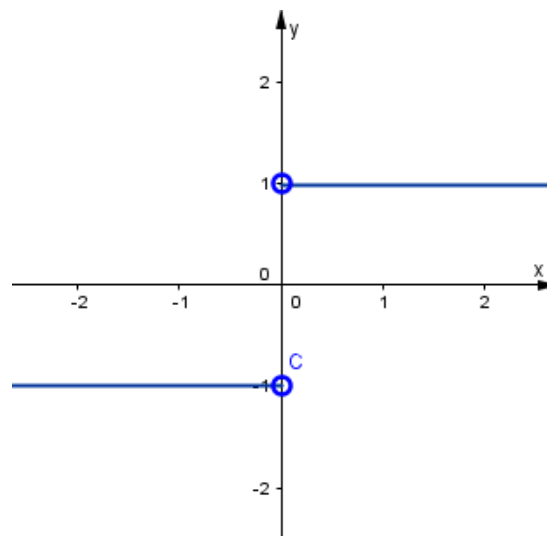


Figura 5

Exemplo: A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^{1/3}$ que possui derivada em $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$.

Para provar que função não é diferenciável em $x_0 = 0$, vamos mostrar que não existe $f'(0)$, demonstrando que o limite a seguir é infinito.

$$f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^{1/3} - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^{2/3}} = \infty$$

Assim o limite é infinito no ponto $x_0 = 0$, logo função não é diferenciável neste ponto.

Portanto a função,

$$f(x) = x^{1/3}$$

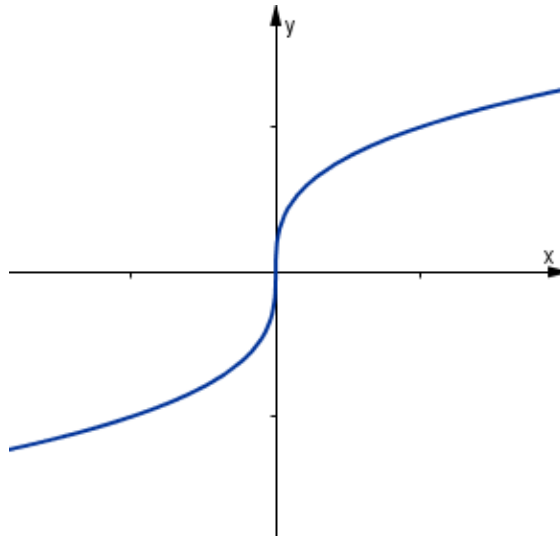


Figura 6

Tem derivada,

$$f'(x) = \frac{x^{-2/3}}{3}$$

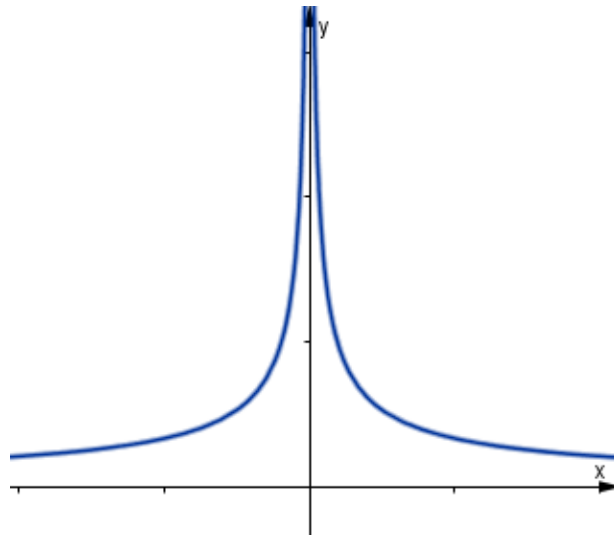


Figura 7

Observando a figura 6 podemos notar que no ponto de abscissa $x_0 = 0$ a reta tangente ao gráfico assumiria a inclinação de 90° , porém esse ângulo não possui tangente. Isso fica evidente ao observarmos a figura 8 que representa a derivada da função $f(x) = x^{1/3}$ o gráfico não tem imagem no ponto de abscissa $x_0 = 0$. Logo a função não é diferenciável neste ponto.

Exemplo: A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^3$ que possui derivada para todo $x \in \mathbb{R}$.

Obtemos a sua derivada da seguinte forma:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3x^2 + 3xh + h^2)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} 3x^2 + 3xh + h^2 = 3x^2$$

Graficamente a função $f(x) = x^3$,

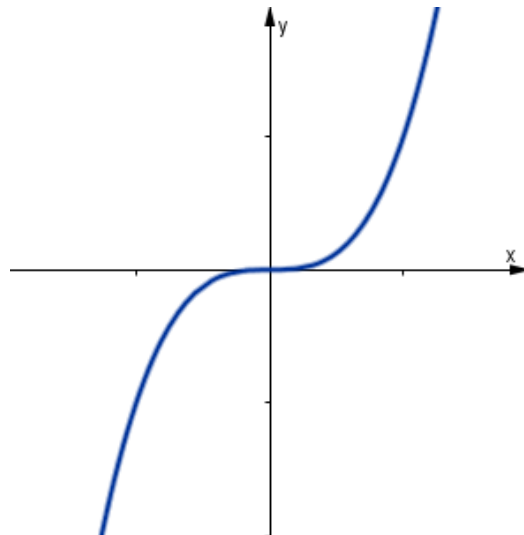


Figura 8

Tem derivada $f'(x) = 3x^2$,

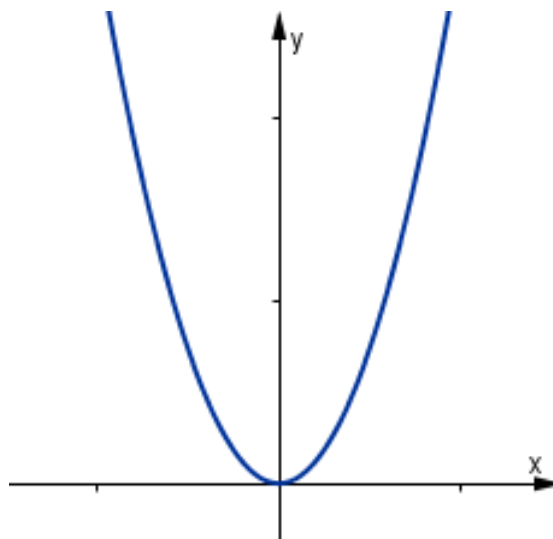


Figura 9

Neste caso podemos observar que a função polinomial $f(x) = x^3$ de grau três possui derivada $f'(x) = 3x^2$ de grau dois. Mais geralmente, se f uma função polinomial de grau $n > 1$, então a sua derivada f' será de grau $n - 1$. Podemos demonstrar este fato pela definição, primeiro mostrando a função $f(x) = x^n$ possui derivada $f'(x) = nx^{n-1}$.

De fato, temos:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$$

Desenvolvendo $(x+h)^n$, através do teorema binomial de Newton obtemos:

$$(x+h)^n = \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} h^p x^{n-p}.$$

Assim,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nhx^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}h^2x^{n-2} + \dots + nxh^{n-1} + h^n - x^n}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{nhx^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}h^2x^{n-2} + \dots + nxh^{n-1} + h^n}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(nx^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}hx^{n-2} + \dots + nxh^{n-2} + h^{n-1})}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} nx^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}hx^{n-2} + \dots + nxh^{n-2} + h^{n-1}$$

Note que todos os termos da soma, com exceção do primeiro, dependem de h . Desta forma todos esses termos tendem a zero, consequentemente,

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

Agora mostraremos que se $h(x) = f(x) + g(x)$ então $h'(x) = f'(x) + g'(x)$.

$$h'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h) + g(x+h)] - [f(x) + g(x)]}{h}$$

$$h'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

$$h'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

$$h'(x) = f'(x) + g'(x)$$

Portanto as funções polinomiais de grau n da forma $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, possuem derivada de grau $n - 1$ $p'(x) = n a_n x^{n-1} + (n - 1) a_{n-1} x^{n-2} + \dots + a_1$.

Exemplo: A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \sin x$ que possui derivada em $x \in \mathbb{R}$. Novamente usaremos a definição para calcular essa derivada.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \cosh + \sinh \cdot \cos x - \sin x}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \cosh + \sinh \cdot \cos x - \sin x}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sinh \cdot \cos x + \sin x \cdot (\cosh - 1)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sinh \cdot \cos x}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot (\cosh - 1)}{h}$$

$$f'(x) = \left(\lim_{h \rightarrow 0} \cos x \right) \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sinh}{h} \right) + \left(\lim_{h \rightarrow 0} \sin x \right) \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cosh - 1}{h} \right)$$

$$f'(x) = \cos x \cdot 1 + \sin x \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cosh - 1}{h} \right) = \cos x + \sin x \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cosh - 1}{h} \cdot \frac{\cosh + 1}{\cosh + 1} \right)$$

$$f'(x) = \cos x + \sin x \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos^2 h - 1}{h(\cosh + 1)} \right) = \cos x + \sin x \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 h}{h(\cosh + 1)} \right)$$

$$f'(x) = \cos x + \sin x \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sinh(-\sinh)}{h(\cosh + 1)} \right)$$

$$f'(x) = \cos x + \sin x \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} \right) \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-\sin h}{\cos h + 1} \right)$$

$$f'(x) = \cos x$$

Graficamente, a função $f(x) = \sin x$,

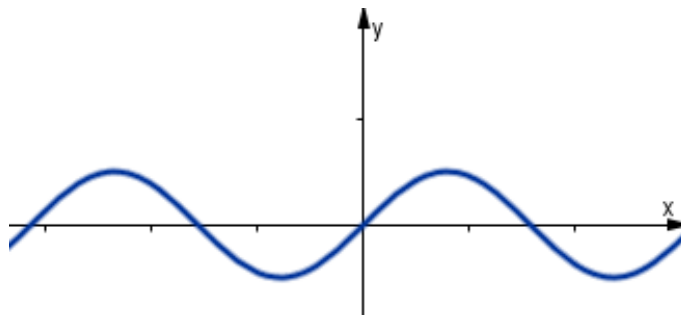


Figura 10

Possui derivada $f'(x) = \cos x$,

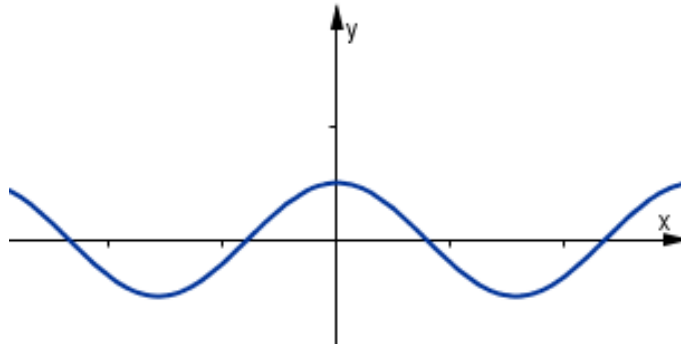


Figura 11

Note que a igualdade $\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$, se originou da relação trigonométrica $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. E ainda que o $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$, este é o chamado limite fundamental trigonométrico. De forma análoga, podemos mostrar que a função $f(x) = \cos x$ tem derivada $f'(x) = -\sin x$.

O cálculo da derivada de algumas funções, que envolvem, por exemplo: funções compostas, produto de funções e razão entre funções, exigem regras que facilitam esse cálculo, é o caso da regra da cadeia, da regra do produto, da regra do quociente entre outras.

CAPÍTULO 3

DISCUSSÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta a visão de alguns autores, sobre as possíveis causas para a dificuldade na compreensão do conceito de derivada por parte dos discentes de cursos superiores. Além de algumas propostas pedagógicas que visam sanar estas dificuldades.

Os alunos desde as séries iniciais da educação básica apresentam dificuldades na compreensão dos conceitos matemáticos, muitos deles não associam os conteúdos trabalhados em sala de aula a aplicações no seu cotidiano, em geral isto se estende por toda a sua trajetória estudantil, tendo em vista que o aprendizado de um conteúdo é necessário para a compreensão do conceito seguinte. Estas dificuldades se estendem até o ensino superior, aqui faremos a análise das dificuldades de aprendizagem referentes ao Cálculo Diferencial.

Com vasta aplicação nas mais diversas áreas do conhecimento, o Cálculo Diferencial, é parte essencial do currículo de boa parte dos cursos de graduação no Brasil, estando presente não apenas em cursos de matemática, mas também em cursos Engenharia, Física, Biologia, Química entre outros. As inúmeras dificuldades encontradas no cálculo diferencial acabam, muitas vezes, conduzindo os discentes a reprovação ou ao abandono.

Paradoxalmente, a compreensão dos conceitos do Cálculo Diferencial acaba ficando de lado, pois há uma excessiva valorização dos métodos e simbologias. Desta forma os alunos não encontram significado da prática aplicada, o que os leva ao desinteresse, a reprovação e a evasão. Ávila (1993, p.1) afirma que “a linguagem não motiva ninguém, ideias sim. Nenhum aluno pode se interessar por qualquer coisa onde não veja algum elemento que lhe satisfaça ou aguce a curiosidade”.

Quando falamos de derivada esse problema é ainda mais evidente, pois na prática, o ensino mecânico das regras de derivação tem recebido mais importância do que a compreensão do conceito, e assim presenciamos atividades que priorizam o método acima do significado. Isso se reflete quando são trabalhados problemas aplicados, nos quais os discentes tem muita dificuldade, pois os mesmos estão habituados a problemas da forma: “derive a função”, que não exigem conhecimento do conceito, mas sim o domínio de regras e fórmulas. Neste sentido Dall’anese (2000, p.9) afirma que:

Os conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, muitas vezes são introduzidos através de uma aula expositiva, em que o professor apresenta as definições,

propriedades e exemplos e por sua vez, os alunos resolvem listas de exercícios. Desta forma, as “obrigações contratuais” tanto do ponto de vista do professor quanto dos alunos parecem ter sido cumpridas.

A derivada possui aplicações em diversas áreas do conhecimento, como por exemplo, na física através do cálculo de velocidade e aceleração instantâneas, na biologia no cálculo da taxa de crescimento da população de uma determinada espécie, e em outros ramos da matemática como a geometria analítica através da determinação da reta tangente a curvas, ou como ferramenta para resolução de limite, entre outras tantas aplicações. Deste modo a relação com outras disciplinas se faz de modo necessário e natural.

A priorização dos métodos de derivação provoca a ocultação dos conceitos essenciais do Cálculo, fazendo com que os discentes tenham dificuldades na resolução de problemas aplicados envolvendo taxas de variação e necessitando de maior compreensão do conceito. Segundo Dall'anese (2000, p.13) “O que fica para os alunos é a derivada como um processo mecânico, algoritmo de cálculo ou resultado de uma operação”.

Os alunos estão inclinados a decorar os métodos de derivação, sem dar significação para os resultados obtidos, um bom exemplo, é que ao resolverem questões que envolvem determinação de pontos de máximo e mínimo, ao seguirem o procedimento padrão chegam ao resultado, mas sem associa-lo a inclinação da reta tangente. Deste modo a não compreensão do conceito de derivadas é uma das possíveis causas para o alto índice de reprovação e evasão da disciplina Cálculo Diferencial.

Podemos afirmar que uma das possíveis causas para a dificuldade de compreensão do conceito de derivadas é a falta de contextualização, onde os alunos, por concentrarem-se apenas nas técnicas de derivação, não conseguem “visualizar” aplicabilidade do conceito, isso é ainda mais nítido em cursos não específicos em matemática. Como Sossae, Sablón e Yacoub (2005, p.2) afirmam sobre ensino de Cálculo em cursos de engenharia.

“na maioria das universidades, é oferecido por professores do departamento de Matemática, sendo geralmente abordado de maneira mais teórica que prática. Os alunos, normalmente ingressantes na faculdade, estão ansiosos por conhecimentos técnicos relacionados à Engenharia e apresentam uma certa relutância no aprendizado de matérias abstratas como o Cálculo, não percebendo sua fundamental importância em disciplinas futuras. Outro fator que dificulta a compreensão é a diferença entre a notação adotada nos livros de Cálculo e a usada nas disciplinas do curso de Engenharia”.

Diante disso, é nítida a necessidade de que o ensino de matemática se articule com as demais disciplinas de modo a promover a compreensão dos conceitos do Cálculo e uma aprendizagem de forma significativa. Visando sanar as dificuldades dos alunos, alguns autores

vêm elaborando propostas de ensino que se alicerçam em na construção do conceito de derivadas a partir de problemas aplicados.

Dall'anese (2000) propõe uma sequência didática voltada para a compreensão do conceito de derivadas, baseada na substituição da aula expositiva pela apresentação de questões investigativas visando à construção do conceito pelo estudante, com objetivo de sanar as dificuldades que alunos apresentam no aprendizado de conceitos abordados pelo Cálculo Diferencial. Durante a aplicação deste estudo o autor identificou deficiências nos alunos na compreensão da essência do conceito de derivadas, pois na sua maioria, os alunos não eram capazes de interpretar geometricamente a *variação*, encontrando apenas um resultado numérico sem entender o que tal número significava. O método que consiste na utilização de fichas se mostrou eficiente, pois os alunos assimilaram de forma satisfatória os conceitos aplicados.

A metodologia de ensino do Cálculo aplicada nos cursos de graduação deve ser direcionada para a realidade, para o cotidiano, para que os graduandos vejam significado no conceito visto. Para Jesus, Lucas e Mapa (2010, p.4) “a crença dos alunos e professores, que consideram normal a reprovação e o fracasso nessa disciplina, apenas serve para ignorar o fato de que é necessário buscar uma solução para o problema e para omitir a responsabilidade que cada um tem nisso”.

Tendo em vista o elevado número de reprovações na disciplina de cálculo diferencial é necessário e urgente uma mobilização para elaboração de propostas pedagógicas, visando a permanência de dos discentes nesses cursos, tendo em vista a carência de profissionais qualificados nestas áreas.

Outra possível causa para o grande índice de reprovação e evasão na disciplina de Cálculo Diferencial é a falta de conhecimento prévio de conceitos aplicados na disciplina. Fora da maioria dos currículos de ensino médio no Brasil, e mesmo quando incluído, na maioria das vezes no final da última série, o Cálculo se configura como uma disciplina nova e estranha à maioria dos alunos da graduação. Desta forma, como o primeiro contato o Cálculo se dá logo nos períodos iniciais dos cursos de graduação, fase em que a maior parte dos alunos está se habituando ao ritmo de estudo e o formalismo exigido pelo ensino superior, há a necessidade de inseri-lo em de forma objetiva no currículo do ensino médio.

Neste sentido, Ávila (1994) defende a inserção das derivadas desde a primeira série do ensino médio, por pelo menos dois motivos, o primeiro pela melhor compreensão do conceito de função, na análise da variação das funções, do seu crescimento ou decréscimo. O segundo está associado ao ensino da disciplina de Física, sobretudo da cinemática, quando se

estuda conceito de velocidade e aceleração instantâneas. O autor ressalta que desta forma, a matemática ganha pela articulação com a Física.

O estudo de conteúdos do ensino médio associados ao conceito de derivadas maximizaria o aprendizado, pois além de auxiliar na compreensão, do conteúdo preparariam o aluno para uma posterior formalização dos conceitos do Cálculo Diferencial. O Cálculo poderia ser trabalhado no estudo de equações do segundo grau, para melhor compreensão da determinação dos vértices da parábola, da concavidade da parábola, dando significado as formulas envolvidas nesses processos, dando a oportunidade do aluno construir o conceito com o direcionamento do professor. No estudo dos movimentos associado a Física abrindo um leque de estudo maior, pois desta forma se poderia trabalhar problemas mais gerais que são definidos por funções, casos que seriam muito difíceis de dar algum significado com os conceitos trabalhados.

Jaqueline Molon (2013) ao aplicar sua proposta de inserção das noções intuitivas do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, adaptando as abordagens aos conteúdos, visando proporcionar aos estudantes um ensino baseado na experimentação, na visualização e na aplicação dos conceitos com o auxílio do software Geogebra. Chegou a resultados bem satisfatórios no que se refere à derivada, pois mesmo sem conhecimento de conceitos de geometria analítica, os alunos entenderam o conceito reta tangente a curva. Autora destaca que os alunos se mostraram interessados pelos problemas aplicados, perguntavam sobre a aplicação dos mesmos no seu cotidiano.

A utilização de softwares para a melhor compreensão do conceito de derivadas é extremamente proveitosa, pois o professor não consegue reproduzir fielmente os gráficos a serem estudados, além da possibilidade de se trabalhar com animações entre outros recursos. No caso do Geogebra pode-se plotar o gráfico e traçar a reta tangente em um ponto e fazer com que a reta tangente percorra o gráfico mostrando o seu comportamento destacando bem os pontos de máximo de mínimo e também os pontos de inflexão.

Políticas que visem baixar os índices de evasão nos cursos superiores nas ciências exatas, Sobretudo nas licenciaturas devem adotadas para que estas áreas possam contar com um número maior de profissionais. O entendimento do conceito de derivadas é imprescindível para uma boa trajetória dentro desses cursos, tendo em vista que o cálculo Diferencial apenas do início de uma linha de pré-requisitos que é seguida pela maioria das instituições de ensino superior. Deste modo o ensino efetivo dos conceitos de derivadas deve ser feito, para que assim a evasão diminua.

CAPITULO 4

METODOLOGIA

A presente pesquisa partiu dos constantes relatos de discente do curso de Licenciatura em matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI, Campus São Raimundo Nonato, sobre as reprovações na Disciplina de Cálculo Diferencial com uma variável (Cálculo I). A fim de investigar essa questão iniciamos o trabalho a partir de um levantamento de dados relevantes sobre o assunto junto ao controle acadêmico do Campus. Isso nos mostrou uma visão numérica e objetiva do problema. Desta forma podendo analisar os índices de aprovação e reprovação desde as primeiras turmas.

O estudo se deu por meio de pesquisa de campo (aplicação de questionários, pré-testes, entrevistas, intervenção, pós-testes e análise dos dados), visando identificar o posicionamento dos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, testar uma metodologia de ensino baseada na interpretação e aplicabilidade dos conteúdos e também do levantamento bibliográfico (livros, revistas, artigos e outros), buscando entender a visão de outros pesquisadores a respeito do assunto.

Foram aplicados questionários, pré-testes e pós-testes. Esse método nos permitiu a obtenção de dados relevantes para a pesquisa. Tais questionários foram compostos de perguntas diretas e objetivas. Também foram realizadas entrevistas com um professor da Graduação em Licenciatura em matemática que ministrou a disciplina Calculo I. Tal entrevista foi composta principalmente de perguntas subjetivas, permitindo a detecção de expressões relevantes para a pesquisa.

A intervenção se deu por meio da parceria com o projeto de extensão intitulado *Cálculo Diferencial I, Limites e Derivadas: Entendendo as dificuldades de aprendizagem para propor uma nova solução*, idealizado pelos discentes Laés de Castro Cavalcante, Shelda Trindade de Holanda e João Neto Pereira de Alencar, e ministrado pelo Professor Me. Antonio Carlos do Nascimento, docente integrante do quadro efetivo do campus do IFPI do campus de São Raimundo Nonato.

4.1 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO PROJETO

O Projeto *Cálculo Diferencial I, Limites e Derivadas: Entendendo as dificuldades de aprendizagem para propor uma nova solução*, teve início em 19 de fevereiro de 2016. No primeiro encontro foi aplicado um pré-teste com os alunos inscritos, visando diagnosticar as deficiências e o grau de amadurecimento dos discentes na compreensão do conceito de derivadas. A dinâmica dos encontros era composta de um momento de exposição dialogada da teoria e conteúdos estudados no decorrer do curso, além de um segundo momento de atividades em grupo no qual os participantes montavam estratégias de resolução dos problemas propostos. A seguir listamos algumas das atividades contempladas no curso.

4.1.1 CÁLCULO APROXIMADO DA VELOCIDADE INSTANTÂNEA

Buscamos nesta atividade um procedimento para a obtenção de estimativas para o cálculo da velocidade instantânea desenvolvida por um corredor em dado instante t_0 . Neste procedimento calculamos a velocidade instantânea a partir de estimativas de velocidades médias em intervalos de tempo cada vez menores.

Solicitamos a um dos alunos que corresse ao redor da quadra e a cada 5 segundos marcávamos posição do corredor. Deste modo obtivemos uma função que determina o espaço s em função de t (para alguns valores de $t=0,5,10,\dots,60$). Também plotamos o gráfico desta função por meio do software winplot. Em seguida fixamos um $t_0 = 5$ seg e calculamos a velocidade média do corredor nos intervalos $[5,25]$, $[5,20]$, $[5,15]$, $[5,10]$. Pela definição de taxa de variação instantânea, sabe-se que quanto menor for o intervalo de tempo, mais próximos estaremos do valor da velocidade instantânea em t_0 . Feito isso encontramos aproximações cada vez mais precisas para a velocidade instantânea no tempo $t_0=5$ seg. Analogamente, repetimos o procedimento para calcular a velocidade no instante $t_0=25$. A partir deste fato definimos a velocidade instantânea a partir do limite que dá origem ao conceito de derivada.

4.1.2 RECONHECENDO O GRÁFICO DA DERIVADA

Em conformidade com o que discutimos no capítulo II, podemos definir em cada ponto $x \in D_f$ de uma função derivável (em x), uma correspondência que associa cada x ao valor de $f'(x)$. Fica assim definida a correspondência entre uma função f e sua derivada f' . Quando a função é dada a partir de uma lei de formação, esta correspondência é feita a partir das regras de derivação.

A partir da discussão geométrica do conceito de derivada trabalhamos uma procedimento que permite esboçar o gráfico de f' a partir do gráfico de f . Através desta interpretação, discutimos que a função derivada associa cada ponto x_0 ao valor do coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de f no ponto x_0 .

Após a exposição da teoria, solicitamos aos alunos que, em grupo de 4 componentes, fizessem a associação do gráfico de uma função f e do gráfico de sua derivada. Ao fim do prazo constatamos que todos os grupos cumpriram sua atividade e acertaram todas as associações.

4.1.3 RESOLVENDO PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO.

Uma das aplicações mais significativas da teoria de derivadas é a obtenção de máximos ou mínimos para as funções, estes valores, em geral, representam os pontos que otimizam as funções.

Após exposição da teoria, dividimos os participantes em três grupos e em forma de dinâmica lançamos uma situação problema para cada grupo que deveria encontrar os resultados que aperfeiçoavam as funções que modelavam o problema dado. Em seguida cada grupo foi convidado a socializar suas conclusões.

4.1.4 GINCANA DERIVADA

A fim de retomar os conteúdos estudados e também fazer uma avaliação das atividades desenvolvidas realizou-se uma gincana, cujas provas estavam relacionadas com as habilidades desenvolvidas. Por meio desta atividade tivemos a oportunidade de verificar o grau de autonomia e desenvolvimento dos discentes envolvidos. Além disso também

favorecemos a atividade em grupo e possibilitamos a oportunidade de um trabalho coo participativo.

A descrição das provas da gincana, bem como os registros fotográficos da atividade encontram-se nos anexos.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo será feita a análise e discussão dos dados obtidos na pesquisa. Isto será feito a partir dos dados fornecidos pelo controle acadêmico do Instituto Federal do Piauí Campus São Raimundo Nonato, e também por meio de questionários, entrevistas, pré-testes e pós-teste, aplicados na pesquisa de campo, além da análise da intervenção feita.

5.1 REPROVAÇÃO NA DISCIPLINA CÁLCULO DIFERENCIAL COM UMA VARIÁVEL NO IFPI SÃO RAIMUNDO NONATO

Os dados levantados no início da pesquisa junto ao controle acadêmico do Instituto Federal de Educação Ciência e tecnologia do Piauí-IFPI, Campus São Raimundo Nonato, mostram um número alarmante de reprovações na disciplina Cálculo desde as primeiras turmas. Vejamos o gráfico a seguir.

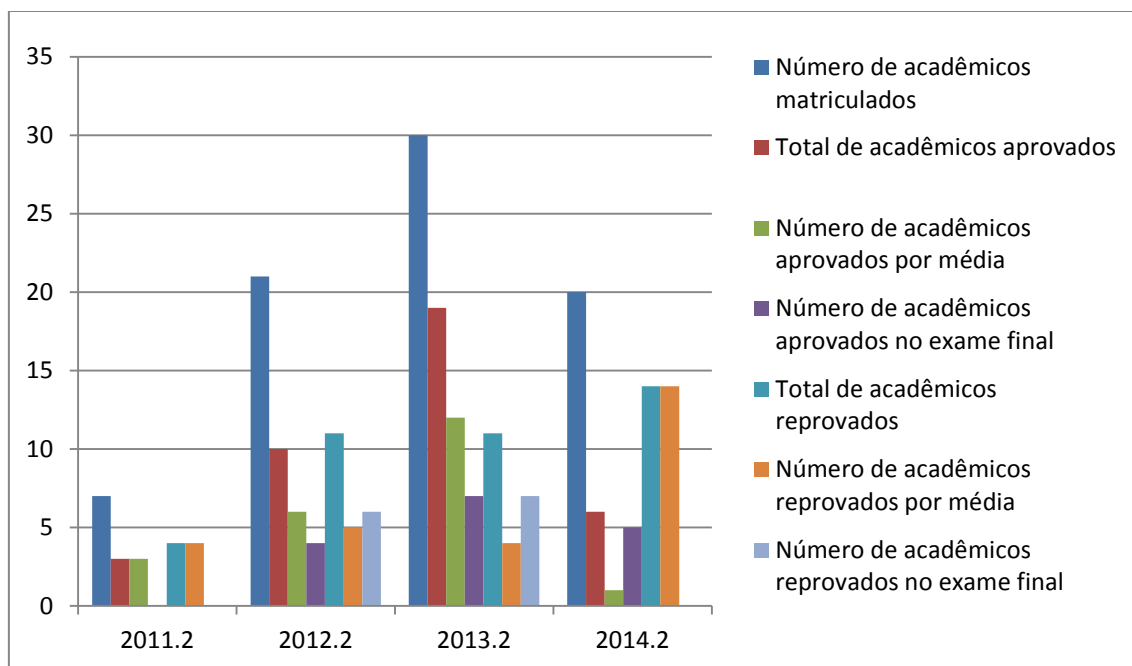


Figura 12

Analisando o gráfico, podemos notar que de 78 matriculas efetuadas nos quarto anos estudados, houve 38 aprovações apenas, e 40 reprovações o que representa aproximadamente

51.3%. É necessário observar também que em três dos quatro anos estudados o índice de reprovações supera o de aprovações.

Nos anos de 2011 e 2012 os índices de reprovação em valores aproximados foram respectivamente 57.1% e 52.4%, o que revelou uma leve queda. No ano 2013 este índice despencou chegando a 36.67%, o menor índice apontado desde a criação do Campus. Porém, em 2014 o índice voltou a subir de forma preocupante chegando a 70% maior índice entre todos os anos estudados.

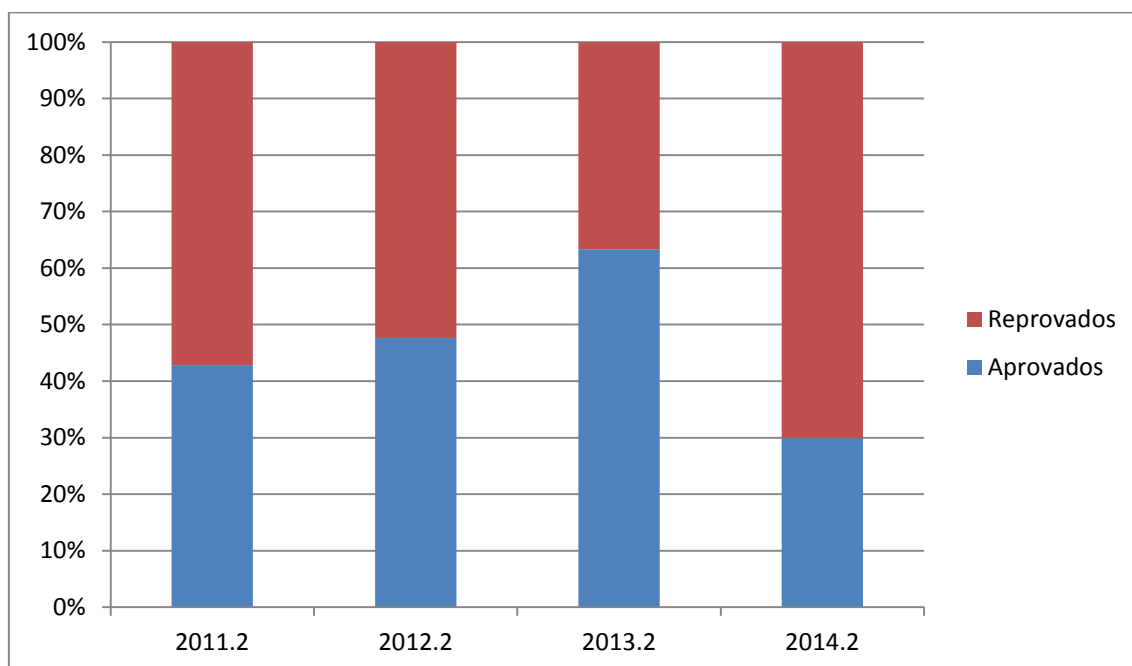


Figura13

Esses números não podem ser justificados apenas pela complexidade da disciplina, surge a necessidade de se investigar os motivos que a causam a reprovação, por fazer parte de uma linha de pré-requisitos que se estende desde o primeiro período, com a disciplina de funções, até quinto período com equações diferenciais e ordinárias, Cálculo diferencial com uma variável, é fundamental para a permanência dos alunos no curso, tendo em vista que reprovações repetitivas, em geral, levam evasão.

5.2 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO

Os questionários aplicados tiveram o objetivo de compreender como o estudo do Cálculo no ensino médio pode contribuir para a redução da reprovação de Cálculo I nos cursos de graduação dos quais essa disciplina integra a grade curricular.

Dos alunos que participaram do estudo, nenhum estudou qualquer noção de Cálculo diferencial no ensino médio, 15.4% deles consideram que o a falta desse conhecimento prévio

prejudica todo o processo de ensino aprendizagem durante a disciplina, 30.8% consideram que essa deficiência atrasa a compreensão dos conceitos da disciplina, e 46.2% consideram as duas afirmações, apenas 7.7% consideram não é a falta desse conhecimento prévio prejudica a sua aprendizagem e sim que a falta conhecimentos de outros assuntos como funções, fatoração de polinômios, entre outros.

Todos os alunos colaboradores consideram que o conceito de derivadas deve ser trabalhado no ensino médio nas séries iniciais associados à Física e a outras disciplinas, e que seu desempenho na disciplina de Cálculo I, seria melhor caso esta fosse a realidade. Os benefícios segundo 61.5% dos alunos compreensão do conteúdo mesmo quando ele é for aprofundado, 23.1% apontam a desmistificação do Cálculo como uma disciplina de difícil compreensão e 15.4% concordam com ambas as afirmações.

5.3 ANÁLISE DO PRÉ-TESTE

De forma preocupante, o pré-teste aplicado no início das atividades do projeto, aponta para deficiências graves na compreensão do conceito de derivadas, quando indagados sobre o seu entendimento de derivadas, 35.3% dos alunos não souberam responder, apenas 23.33% entendem a derivada como taxa de variação, 11.76% entendem a derivada como velocidade instantânea, 5.88% entendem a derivada apenas como uma sentença matemática. Estes dados mostram que a priorização dos métodos de derivação suprime o entendimento do conceito derivadas. Os números são ainda piores quando se trata do entendimento vetorial da derivada como velocidade instantânea, neste caso 82.4% não soube responder, o que indica que falta aos alunos domínio de conceitos básicos da Física.

Quando desafiados a resolver um problema básico de velocidade escalar média, a maioria, mais de 70% dos alunos, mostrou ter conhecimento básico para resolver o problema e entendimento de que a velocidade média não representa a velocidade instantânea, mas dentre os quase 30% restantes, tiveram alunos que não conseguiram resolver o problema e até alunos que não consegue diferenciar velocidade média de velocidade instantânea.

Outro aspecto relevante a se destacar é que apesar de, na sua maioria, apresentarem conhecimento de velocidade média, um percentual também acima de 70% dos alunos não é capaz de associar conceito, quando se trata de funções, a razão $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ a velocidade média, ou mesmo o seu limite com h tendendo a zero com a velocidade instantânea.

Quando se envolve outra função, distintas das funções, posição e velocidade em relação ao tempo, os alunos não entenderam a derivada como taxa de variação, não associam a variação pontual.

5.4 ANÁLISE DO PÓS-TESTE

O pós-teste aplicado ao final das atividades do Projeto, mostrou clara evolução na interpretação física e geométrica da derivada, apenas 15.4% dos alunos não conseguiram responder a esta indagação, 61.5% agora compreendem essas duas interpretações, um pequeno percentual 15.4% ainda não conseguem enxergar a interpretação física da derivada e um percentual ainda menor 7.7% não conseguem interpreta-la geometricamente.

Ao serem questionados sobre o que representa a derivada quando se considera uma função $f(x)$ que determina a velocidade de certo objeto em função do instante de tempo x , quase 70% dos alunos entende a derivada como a aceleração instantânea, dos pouco mais de 30% restantes a metade não soube responder e a outra metade confunde a derivada, nesse caso com a velocidade instantânea.

A evolução é ainda mais evidente no que se refere a interpretação da derivada como taxa de variação, quando instigados a interpretar a derivada em outra função não relacionada aos movimentos 46.2% dos alunos conseguiram compreender a derivada como taxa de variação, conseguiram interpretar o seu teor pontual além de compreenderem a relação da derivada com o crescimento da função, 23% não compreenderam esta relação, apenas 7.7% não entendem a como algo pontual e o mesmo percentual não soube responder

Provocados a resolver a seguinte questão: Uma bola é lançada do solo verticalmente para cima, e tem posições S no decorrer do tempo t dadas pela função horária $S = 60t - 5t^2$ (S em metros e t em segundos). Calcule o tempo gasto para que a bola atinja a altura máxima. Depois determine a altura máxima da bola em relação ao solo. Verificou-se que alguns alunos agora são capazes de associar a derivada aos pontos de máximo ou de mínimo, assim como de calcular corretamente o ponto de abscissa em que a função atinge o valor máximo ou mínimo e o valor máximo ou mínimo da função, estes alunos somam 53.9% dos alunos, 15.4% não conseguiram calcular o valor máximo da função, 7.7% utilizaram métodos que não são eficazes para funções quadráticas, mas não surtem efeito para outras funções, logo não associaram a relação da derivada com os pontos de máximo e mínimo, 23% não souberam responder.

Neste sentido, os alunos são capazes de associar a derivada com a formula estudada no ensino médio para calcular o x do vértice, apesar de 30.8% deles não saberem responder e a este questionamento e 23% associarem relação da $f'(x) = 0$ com os pontos de máximos e

mínimos das funções do segundo grau, mas não calcularem de forma correta, 46.2% deles foi capaz de mostrar essa relação.

5.5 ANÁLISE DA ENTREVISTA COM PROFESSORES

A entrevista realizada com um dos professores que ministrou o Cálculo I no IFPI, campus São Raimundo Nonato, me proporcionou analisar o ponto de vista do gestor do processo de ensino-aprendizagem sobre a dinâmica do ensino de derivadas.

Quando questionado a respeito importância da compreensão do conceito de derivadas, e a sua relação com os elevados índices de reprovação no Cálculo I, o professor ressalta que qualquer conceito deve ser compreendido para que o aprendizado se concretize, e define conceito como “uma representação mental que fazemos para interpretar uma teoria, essa representação é o ínfimo do aprendizado”. E relata que quando ministrou cálculo I, conceitos elementares não estavam claros na mente dos alunos, o que dificultava a operacionalização do conceito e ensino das derivadas.

Instigado a apontar tópicos relacionados ao ensino de derivadas, que no seu entendimento, deveriam ser trabalhados de maneira mais incisiva, apontou primeiramente a interpretação física e geométrica, ressaltando a sua significativa aplicabilidade para visualização do conceito abordado. No entanto não rejeita a importância das propriedades, afirmando que “demonstra-las é mostrar para os alunos que existem regras e que elas devem ser observadas, é o que chamamos de princípios operacionais”.

Avalia que a abordagem de forma isolada do conceito de derivadas pode dificultar a compreensão dos alunos e aponta como exemplo, a importância do significado do conceito de reta da geometria analítica para definição do conceito de derivada, ressaltando que os livros não trazem essa ligação, de forma clara, e muitas vezes o professor não aborda o tópico por não estar na ementa o que dificulta a construção e interpretação do conceito por parte dos alunos.

O professor é cauteloso ao falar de derivadas no ensino médio, ele narrou a sua experiência como aluno no neste nível para justificar o seu posicionamento, que definiu como “péssima”. Ele descreve que o professor inseriu as derivadas ainda que de modo intuitivo para resolver problemas da cinemática escalar relacionados ao movimento uniformemente variado, o que teve seu lado positivo do ponto de vista dos cálculos, pois eles puderam simplificá-los. Porém as dúvidas se tornaram obstáculos para chegarmos à clareza do verdadeiro conceito de derivada. “De onde veio esse conceito? qual o fundamento disso? por que no livro não tem?”

Essas dúvidas foram piores do que o conceito introduzido”. Porém afirma que não é contrario, desde que sejam tomados os devidos cuidados para que isso não gere mais problemas. Ele afirma que o aluno deve ter clareza o conceito de relação, função, limites para ter uma participação orgânica nas discussões sobre derivadas, se isto não acontece será apenas mais um conceito a decorar.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO

A pesquisa mostrou os altos índices de reprovação na disciplina Cálculo diferencial com uma variável no IFPI São Raimundo Nonato, que justificaram todo o trabalho investigativo.

Uma das hipóteses consideradas, na gênese deste trabalho, foi a de que a falta de conhecimento prévio de derivadas, influencia negativamente no desempenho do aluno na disciplina. A este respeito, os resultados tanto bibliográficos quanto da pesquisa de campo, assinalam que a abordagem da derivada no ensino médio é possível. No entanto, deve ser feita com muita cautela para seja efetiva.

As atividades propostas podem ser inseridas dentro das metodologias já existentes, desde que adaptadas aos conteúdos a serem abordados, proporcionando aos alunos métodos alternativos (desde métodos lúdicos até o trabalho em forma de oficinas) de ensino fundamentados na construção do conceito, a partir de uma situação problema.

Vimos à acentuada evolução dos alunos estudados, quanto à interpretação física e geométrica da derivada, assim como, forma a interpretação da derivada como taxa de variação também melhorou, o que aponta que os alunos passaram entender a derivada a partir de outras perspectivas, não se limitando aos seus problemas geradores, ou seja, ao problema da velocidade instantânea e o problema da reta tangente.

Foi observado que os alunos trazem heranças da sua vida estudantil relacionadas à associação da matemática com algoritmos, e não com conceitos, que os leva a decorar fórmulas e métodos sem dar a eles significado. É evidente a necessidade de se propor práticas que visem o aprendizado concreto desde a educação básica para que conceitos da magnitude da derivada e outros conceitos estudados no ensino superior sejam melhor compreendidos.

Os discentes aceitaram bem a proposta pedagógica proposta implantada, mostrando grande evolução em alguns aspectos abordados na pesquisa, o que indica que métodos lúdicos de ensino podem e devem ser adotados também no ensino superior, pois além de favorecer o aprendizado estimula o discente a adotar métodos semelhantes no seu futuro como professor.

O ensino dos conceitos é imprescindível para a efetiva aprendizagem dos alunos nos diferentes níveis de ensino. Sobretudo no ensino superior, pois desses alunos espera-se conhecimento aprofundado da disciplina, é dever do licenciado em matemática saber a

essência dos conceitos da disciplina, sem associa-la a simples algoritmos. A final, o objetivo da licenciatura em Matemática é formar professores e não “calculadoras” humanas.

Por fim, destaca-se que o presente trabalho tem o objetivo de chamar a atenção para um problema grave que afeta o curso de licenciatura em Matemática do IFPI, Campus São Raimundo Nonato, a reprovação em disciplinas do seu núcleo específico, a pesquisa teve como foco o Cálculo I, mas outras disciplinas também apresentam elevados índices de reprovação. De forma, feitas as adaptações cabíveis, a intervenção pedagógica abordada pode ser adotada para o ensino de outros conceitos, assim como, outras propostas podem e devem ser feitas para que o campus melhore cada vez mais a formação dos seus licenciandos em Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Leonel Martins. Europa Renovada: Renascimento E Humanismo: Renascimento e Humanismo do Maneirismo ao Barroco. **Revista da Católica**, Uberlândia, v. 3, n. 5, p.01-20, jun. 2011. Disponível em: <<http://catolicaonline.com.br/revistadacatolica2/artigosn4v2/11-historia.pdf>>. Acesso em: 03 jan. 2016.

ÁVILA, Geraldo. Ensino de Matemática. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 23, p.01-02, 1993. Disponível em: <<http://www.rpm.org.br/cdrpm/23/1.htm>>. Acesso em: 10 jan. 2016.

ÁVILA, Geraldo. **Introdução às Funções e à Derivada**. São Paulo: Atual, 1994.

DALL'ANESE, Claudio. **Conceito de Derivada: Uma Proposta para Seu Ensino e Aprendizagem**. 2000. 140 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, São Paulo, 2000.

JESUS, Cristiano Sílvio de; LUCAS, Jucileide das Dores; MAPA, Thierrse Fany Modesto. Reflexões sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I. **Revista da Educação Matemática**, Ouro Preto, Vol I, 2011 - X Semana da Matemática e II Semana da Estatística, p.01-05, 2010. Disponível em: <<http://www.cead.ufop.br/jornal/index.php/redumat/article/view/328/286>>. Acesso em: 11 dez. 2015.

MOLON, Jaqueline. **Cálculo no Ensino Médio: Uma Abordagem Possível e Necessária com Auxílio do Software Geogebra**. 2013. 198 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (profmat), Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

NOBRE, Sergio. Leitura Crítica da História: Reflexões Sobre A História da Matemática. **Ciência & Educação**, v. 10, n. 3, p.531-543, fev. 2004. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/15.pdf>>. Acesso em: 11 out. 2015.

OLIVEIRA, Raimundo A.P. **Isaac Newton**. João Pessoa, 2009. 13 p. Disponível em: <[http://www.fisica.ufpb.br/~pet/Monografias/Isaac Newton - Raimundo Albenes.pdf](http://www.fisica.ufpb.br/~pet/Monografias/Isaac%20Newton%20-%20Raimundo%20Albenes.pdf)>. Acesso em: 26 nov. 2015.

PIRES, José Agostinho Lopes. **Cálculo Diferencial: Estudo histórico sobre a evolução do Cálculo Diferencial no século XVII**. 2004. 152 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino da Matemática, Universidade de Trás-os-montes e Alto Douro, Vila Real, 2004.

ROSA, Carlos Augusto de Proença. A ciência moderna: o advento da ciência moderna. In: ROSA, Carlos Augusto de Proença. **HISTÓRIA DA CIÊNCIA: A Ciência Moderna**. 2. ed. Brasília: Fundação Alexandre Gusmão, 2012. Cap. 6. p. 13-35. Disponível em: <[http://funag.gov.br/loja/download/1020-Historia_da_Ciencia_-_Vol. II_Tomo_I_-_A_Ciencia_Moderna.pdf](http://funag.gov.br/loja/download/1020-Historia_da_Ciencia_-_Vol._II_Tomo_I_-_A_Ciencia_Moderna.pdf)>. Acesso em: 10 dez. 2015.

SILVA, Juscelino Pereira da. In: II COLOQUIO DE MATEMÁTICA DA REGIÃO NORDESTE, 2012, Teresina. **A derivada e Algumas Aplicações**. Teresina: Edufpi, 2012. p. 5 - 75.

SILVA, Maria Deusa Ferreira da. **Problemas e modelos que contribuíram com o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral**: dos Gregos a Newton. 2010. 239 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Educação Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

SOSSAE, Renata Cristina; SABLÓN, Vicente Becerra; YACOUB, Maria Nídia R. D.. Ensino de Derivadas no Curso de Engenharia. **Revista Ciência e Tecnologia**, São Paulo, v. 13, n. 8, p.02-14, jan. 2005. Disponível em:
<<http://www.revista.unisal.br/sj/index.php/123/article/view/75/88>>. Acesso em: 12 dez. 2015.

STEWART, James. Limites e Derivadas. In: STEWART, James. **Cálculo**. 7. ed. São Paulo: Trilha, 2013. p. 76-154.

APÊNDICES

GINCANA DERIVADA

PROVA 1- POESIA DERIVADA

A matemática é apaixonante. Todos nós já sabemos. Sendo assim, um participante de cada equipe terá que apresentar no final da gincana um poema composto de três estrofes, cada um com quatro versos sobre o tema: "Derivadas". Segue uma inspiração.

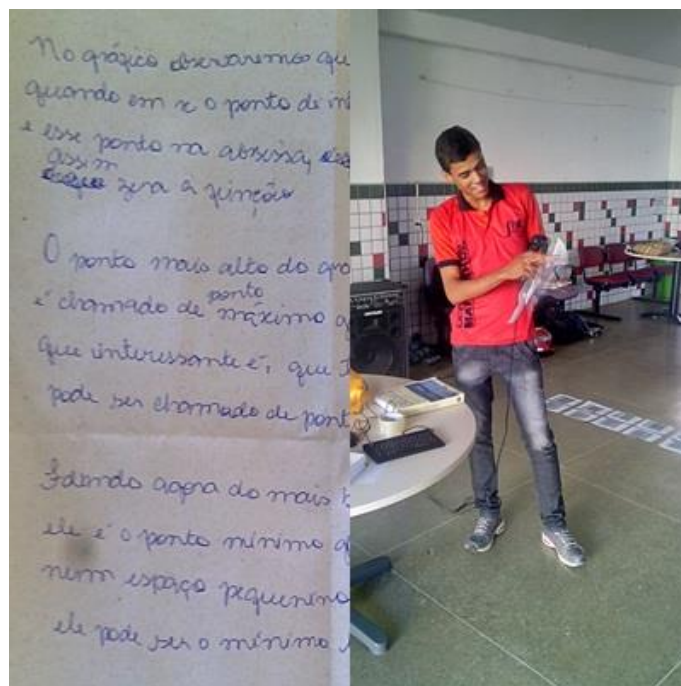
"Sigo em frente derivando

Presto muita atenção

Mudando o sinal da derivada

Encontro os pontos de inflexão".

O júri da prova escolherá apenas um dos poemas como vencedor.



PROVA 2- DERIVAQUIZ

Definição:

1- Participantes: 1 por equipe

2- Será feita uma pergunta e após um sinal sonoro os participantes que souberem a resposta deverão correr até um determinado ponto. O participante que chegar primeiro ao ponto terá direito a responder a pergunta. Em caso de resposta correta o participante pontua para sua equipe e em caso de resposta errada seus oponentes pontuam. Ao final de todas as perguntas será computada a pontuação de cada equipe e será vencedora da prova a equipe que pontuar mais.

Perguntas

1. Qual o limite que deve existir para que uma função f seja derivável em um ponto x_0 ?
2. Em termos geométricos, o que indica $f'(x_0)$?
3. O que são pontos críticos de uma função f ?
4. Se $f=f(t)$ é uma função derivável que mede a velocidade em um função do tempo, o que indica $f'(t_0)$?
5. Se $f(t) = u(t).v(t)$ então qual a expressão para $f'(t)$?
6. O que são pontos de inflexão de uma função f ?
7. Defina ponto de máximo local



PROVA 3- O BOLICHE DAS DEVIVADAS

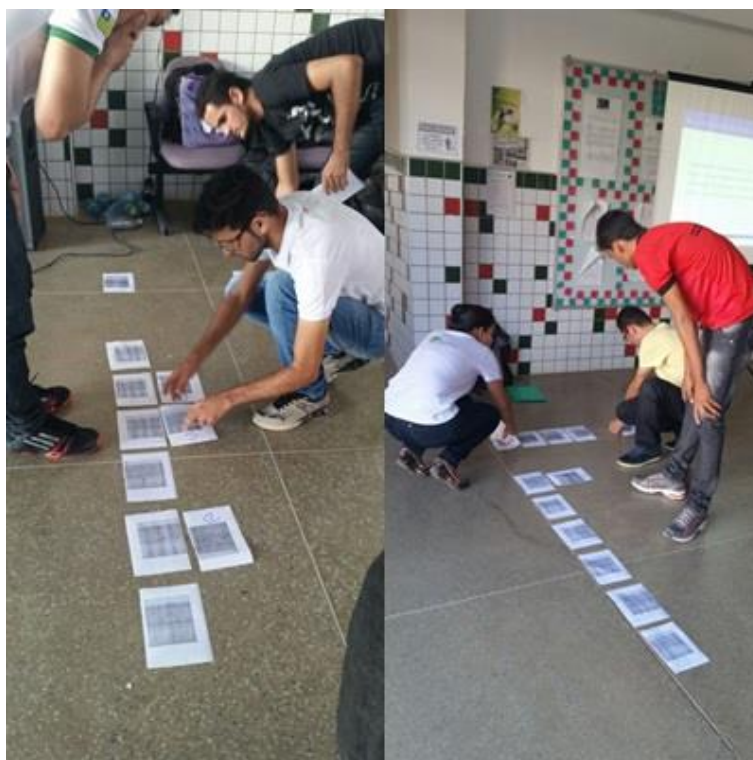
Um participante de cada equipe arrefeçará a bola em direção aos pinos numerados. A cada número corresponde um problema a ser resolvido juntamente com os integrantes de sua equipe. A equipe só poderá responder as perguntas correspondentes aos pinos que foram derrubados. Ao final de 5 minutos será feita a contagem dos problemas certos e pontua a equipe que apresentar mais acertos.



PROVA 4- FUNÇÃO E SUA DERIVADA

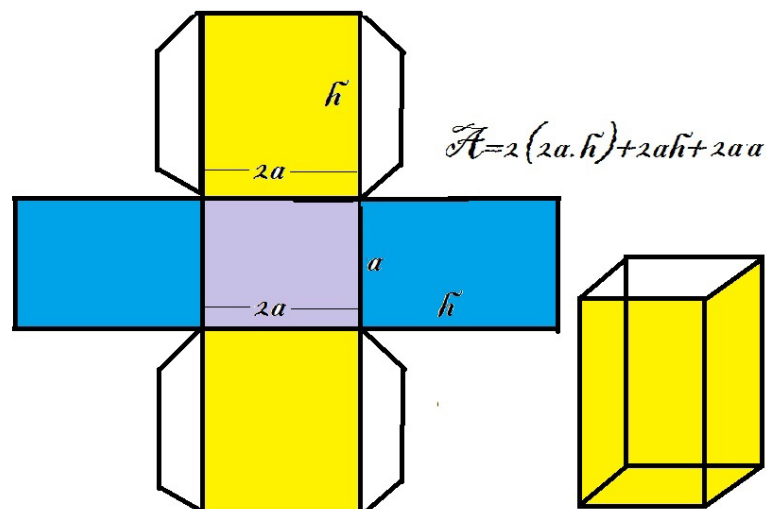
Três participantes de cada equipe receberão fichas com gráficos de funções e de suas respectivas derivadas e terão que associá-las corretamente. A verificação será feita pelos fiscais da prova.

Pontua a equipe que concluir a prova primeiro.



PROVA 5- OTIMIZANDO FUNÇÕES

Cada grupo receberá papel, tesoura, régua e cola para produzir uma caixa sem tampa, cuja base é um retângulo de medidas a e $2a$, de modo que o volume desta caixa seja igual a $V = 2304 \text{ cm}^3$ e que seja gasto, em sua confecção a menor quantidade de papel. Ao final pontuarão as equipes que apresentarem a caixa com as dimensões corretas.



QUESTIONÁRIO

Ano de ingresso no curso de matemática:

☐ 2011 ☐ 2012 ☐ 2013 ☐ 2014 ☐ 2015

Período em que cursou **pela primeira vez** a disciplina de Cálculo diferencial com uma variável (Cálculo1):

☐ 2011.2 ☐ 2012.2 ☐ 2013.2 ☐ 2014.2 ☐ 2015.2

1. No ensino médio, você estudou conceitos de limites e derivadas?

☐ SIM

☐ NÃO

2. Se sua resposta na questão **1** foi **SIM**, você considera que esse conhecimento prévio facilitou a compreensão do conteúdo ministrado na disciplina de Cálculo diferencial com uma variável (Cálculo1)?

☐ NÃO

☐ SIM

Justifique:

3. Se sua resposta na questão **1** foi **NÃO**, você considera que a falta desse conhecimento prévio dificultou a compreensão do conteúdo ministrado na disciplina de Cálculo diferencial com uma variável (Cálculo1)?

☐ NÃO

☐ SIM

Justifique:

4. Você considera que se tivesse estudado ainda no primeiro ano do ensino médio os conceitos de derivada associados à física e a outras disciplinas o seu desempenho no Cálculo diferencial com uma variável (Cálculo1) seria melhor? Justifique.

PRÉ-TESTE

Ano de ingresso no curso de matemática:

() 2011 () 2012 () 2013 () 2014 () 2015

Período em que cursou **pela primeira vez** a disciplina de Cálculo diferencial com uma variável (Cálculo1):

() 2011.2 () 2012.2 () 2013.2 () 2014.2 () 2015.2

1. Qual o seu entendimento sobre derivada?

2. Seja $S(t)$ uma função que expressa a posição de um móvel no instante t . Suponha que $s'(t_0)$ seja negativa. O que isso significa?

3. Um motorista de caminhão pretende fazer uma viagem de Juiz de fora a Belo Horizonte, passando por Barbacena (cidade situada a 100 km de Juiz de fora e a 180 km de Belo Horizonte). O motorista passou em Barbacena as 14:00 e Chegou a a Belo Horizonte as 17:00.
 - a) Qual foi a velocidade média desenvolvida entre Barbacena e Belo Horizonte?
 - b) A velocidade média obtida no item anterior expressa a velocidade em cada instante?

4. Considere uma função que expressa a posição de certo objeto no instante de tempo x .
 - a) como se pode calcular a velocidade média entre os instantes x_0 e $x_0 + h$?
 - b) como se pode calcular a velocidade instantânea no instante x_0

5. Um fabricante produz peças de tecidos com tamanho fixo. O custo (aluguel do espaço, investimento em máquinas, salário de pessoal), em dólares, da produção de x metros de tecido é dado é $C = f(x)$.
 - a) Neste caso, qual o significado da derivada $f'(x)$?
 - b) Em termos práticos, o que significa dizer que $f'(1000) = 9$
 - c) O que você acha que é maior, $f'(5)$, $f'(50)$, $f'(500)$?

PÓS-TESTE

Ano de ingresso no curso de matemática:

() 2011 () 2012 () 2013 () 2014 () 2015

Período em que cursou **pela primeira vez** a disciplina de Cálculo diferencial com uma variável (Cálculo1):

() 2011.2 () 2012.2 () 2013.2 () 2014.2 () 2015.2

1- o que você entende por derivada no ponto x_0 .

a) Do ponto de vista da Física, Considerando uma função $f(x)$ que determina a posição de certo objeto em função do instante de tempo x .

b) Do ponto de vista da geométrico.

2- Considerando uma função $f(x)$ que determina a velocidade de certo objeto em função do instante de tempo x . O que a derivada da função no instante x_0 representa neste caso?

3- Um fabricante produz peças de tecidos com tamanho fixo. O custo (aluguel do espaço, investimento em máquinas, salário de pessoal), em dólares, da produção de x metros de tecido é dado é $C = f(x)$.

a) Neste caso, qual o significado da derivada $f'(x)$?

b) Em termos práticos, o que significa dizer que $f'(1000) = 9$

c) O que você acha que é maior, $f'(5)$, $f'(50)$, $f'(500)$?

4- Uma bola é lançada do solo verticalmente para cima, e tem posições S no decorrer do tempo t dadas pela função horária $S = 60t - 5t^2$ (S em metros e t em segundos).

a) Calcule o tempo gasto para que a bola atinja a altura máxima.

b) Determine a altura máxima da bola em relação ao solo.

4- Sabendo que a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a < 0$ é derivável em todo o seu domínio. Mostre que o ponto de abscissa x_v em que a função assume o valor máximo é igual $\frac{-b}{2a}$.