



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS TERESINA CENTRAL
DEPARTAMENTO DE INDÚSTRIA, SEGURANÇA E PRODUÇÃO CULTURAL
BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

JOÃO LUCAS JACOB ARAÚJO

**ANÁLISE GEOMÉTRICA DE UM SISTEMA DE SUSPENSÃO DIANTEIRO TIPO
DUPLO-A OTIMIZADO DE UM VEÍCULO TIPO BAJA SAE**

TERESINA-PI

2021

JOÃO LUCAS JACOB ARAÚJO

**ANÁLISE GEOMÉTRICA DE UM SISTEMA DE SUSPENSÃO DIANTEIRO TIPO
DUPLO-A OTIMIZADO DE UM VEÍCULO TIPO BAJA SAE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica pelo curso de Engenharia Mecânica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. Campus Teresina-Central.

Orientador: Prof. Me. Antônio Ítalo Rodrigues Pedrosa

TERESINA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Araújo, João Lucas Jacob

A658a Análise geométrica de um sistema de suspensão dianteiro tipo duplo A
otimizado de um veículo tipo Baja SAE / João Lucas Jacob Araújo. - 2021.
84 f.: il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica)
- Instituto Federal do Piauí, Campus Teresina Central, 2021.

Orientador : Prof. Me. Antônio Ítalo Rodrigues Pedrosa.

1. Sistemas de suspensão. 2. Baja. 3. Otimização. 4. Automóveis. I. Título.

CDD - 620

Elaborado por Sindya Santos Melo CRB 3/1085

JOÃO LUCAS JACOB ARAÚJO

**ANÁLISE GEOMÉTRICA DE UM SISTEMA DE SUSPENSÃO DIANTEIRO TIPO
DUPLO-A OTIMIZADO DE UM VEÍCULO TIPO BAJA SAE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para
obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica pelo curso de
Engenharia Mecânica do Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Piauí. Campus Teresina-Central.

Orientador: Antônio Ítalo Pedrosa.

Aprovada em: _03__/_12__/_2021__.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Antônio Ítalo Rodrigues Pedrosa (Orientador)
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Prof. Me. Ricardo Cardoso Soares
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Prof. Me. Armyston Gonçalves Ferreira de Araújo
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

TERESINA (PI)

2021

Somente agradecer a meus pais, Edilma e João Batista que fizeram e ainda fazem o esforço para que nunca faltasse nada para conseguir ir além;a meu irmão João Marcos e minha noiva Elizabete por todo o apoio em toda esta jornada.

AGRADECIMENTOS

Nesta jornada, foram muitos desafios, percursos e situações onde nos perguntamos e tiramos forças para conseguir superar cada empreitada a nossa frente.

É aqui, nesta finalização de jornada acadêmica que venho a agradecer ao Instituto Federal do Piauí por me proporcionar tais vivências acadêmicas, em especial aos professores do curso de Engenharia Mecânica, que me influenciaram de forma direta ou indireta para a ir além e obter capacidade profissional para o destaque no mercado de trabalho.

À minha família, que partilhou comigo toda esta jornada, tenho gratidão por tudo.

Aos amigos que compartilhei vivências, ensinamentos e desafios juntos. Muito obrigado a todos!

RESUMO

No âmbito do mundo automotivo a procura por novos métodos e tecnologias que possam facilitar a construção de veículos cada vez mais controlados para um melhor desempenho sempre foi objetivo de engenheiros. Em projetos Baja Sae isto não é diferente; desde sua criação em 1976 na Universidade da Carolina do Sul nos Estados Unidos até as competições atuais organizadas pela SAE BRASIL onde é proposto aos alunos conforme regulamento (2018a) o projeto e construção de um protótipo fora de estrada (offroad), monoposto, robusto, visando comercialização ao público entusiasta e não profissional. Este veículo deve ser seguro, facilmente transportado e de simples manutenção e operação, bem como ser capaz de vencer terrenos acidentados em qualquer condição climática. A equipe de Baja SAE do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Piauí IFPI Baja SAE criada em 2009 com sua primeira competição em 2010, sempre tentou aliar os conhecimentos técnicos vistos em sala de aula à aplicabilidade na competição, almejando melhoria contínua nas competições. O autor deste estudo, e ex-membro da equipe, identificou a necessidade do aperfeiçoamento de uma geometria de suspensão bem definida em etapas iniciais do projeto e obtendo desta forma, um melhor desempenho do veículo. Assim, este trabalho tem como objetivo analisar o comportamento da geometria de uma suspensão dianteira tipo duplo A otimizada. Onde para isto é aplicado uma rotina de otimização baseada na altura do centro de rolagem do sistema e em restrições de parâmetros de curso de trabalho de uma suspensão como variação de cambagem e bitola. Com isto obteremos um padrão de geometria de suspensão inicial capaz de satisfazer e manter a estabilidade do veículo ao entrar em curvas, bem como servindo de uma base sólida e consolidada para consequentes estudos na área de sistemas de suspensão e suas otimizações.

Palavras-Chave: Sistemas de suspensão. Baja. Otimização. Automóveis.

ABSTRACT

Within the automotive world, the search for new methods and technologies that can facilitate the construction of increasingly controlled vehicles for better performance has always been the objective of engineers. In Baja Sae projects this is no different; since its creation in 1976 at the University of South Carolina in the United States to the current competitions organized by SAE BRAZIL where it is proposed to students according to regulation (2018a) the design and construction of an off-road prototype, single-seat, robust, aimed at marketing to enthusiastic and non-professional audiences. This vehicle must be safe, easily transported and simple to maintain and operate, as well as being capable of overcoming rough terrain in any weather condition. The Baja SAE team of the Federal Institute of Science and Technology of Piauí IFPI Baja SAE created in 2009 with its first competition in 2010, has always tried to combine the technical knowledge seen in the classroom with the applicability in the competition, aiming for continuous improvement in competitions. The author of this study, and a former member of the team, identified the need to improve a defined suspension geometry in the early stages of the project, thus obtaining better vehicle performance. Thus, this work aims to analyze the behavior of the geometry of an optimized double-A front suspension. Where for this an optimization routine based on the height of the roll center of the system and on restrictions of the working travel parameters of a suspension such as camber and gauge variation is applied. With this, we will obtain an initial suspension geometry pattern capable of satisfying and maintaining the vehicle's stability when entering curves, as well as serving as a solid and consolidated basis for subsequent studies in the area of suspension systems and their optimizations.

Keywords: Suspension systems. Baja. Optimization. Automobiles

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Sistema de suspensão tipo Duplo A.....	20
Figura 2.2 - Bandeja de suspensão.....	20
Figura 2.3 - Terminal rotular	21
Figura 2.4 - Terminal rotular automotivo.....	21
Figura 2.5 -Amortecedor tipo telescópio.....	22
Figura 2.6 - Feixe de molas.....	23
Figura 2.7 - Mola helicoidal e Barra de torção.....	23
Figura 2.8 - Barra estabilizadora.....	24
Figura 2.9 - Montante de roda.....	24
Figura 2.10 - Roda de aço prensado.....	25
Figura 2.11 - Roda de liga leve.....	25
Figura 2.12 - Sistema de suspensão com eixo	26
Figura 2.13 - Suspensão tipo McPherson.....	27
Figura 2.14 - Suspensão tipo duplo A.....	28
Figura 2.15 - Sistema de direção pinhão cremalheira.....	29
Figura 2.16 - Sistema rosca sem fim.....	30
Figura 2.17 - Sistemas de coordenadas	31
Figura 2.18 - Ângulos de deriva em curva.....	32
Figura 2.19 - Sistema de coordenadas da roda.....	32
Figura 2.20 - Ângulo de cambagem.....	33
Figura 2.21 - Bitola e entre eixos de um veículo.....	34

Figura 2.22 - Pino mestre.....	35
Figura 2.23 - Cambagem.....	36
Figura 2.24a- Ângulo de caster.....	36
Figura 2.24b- Ângulo de caster.....	37
Figura 2.25 - Angulo de Toe.....	37
Figura 2.26a - Roll center em eixos tipo rígido.....	38
Figura 2.26b - Roll center em eixos tipo Mcpherson.....	38
Figura 2.26a - Centro de rolagem geométrico positivo.....	39
Figura 2.26b - Centro de rolagem geométrico negativo.....	39
Figura 2.26bc- Centro de rolagem geométrico paralelo.....	39
Figura 2.27 - Efeito Jacking em curvas.....	40
Figura 2.28-Ângulo de deriva em curva.....	41
Figura 2.29 - Raio de curva do centro de gravidade do veículo.....	41
Figura 2.30 - Razão para ângulo de esterçamento.....	42
Figura 2.31- Geometria Anti-dive.....	44
Figura 2.32-Centro instantâneo de reação.....	44
Figura 2.33-Geometria Anti-dive.....	45
Figura 2.34-Geometria anti-agachamento.....	46
Figura 3.1-Frequência natural.....	48
Figura 3.2: Modelo de $\frac{1}{4}$ " do veículo.....	48
Figura 3.3-Curva de Amortecimento.....	50
Figura 3.4- Vista lateral do veículo.....	51

Figura 3.5-Disposição de forças em transferências de cargas.....	52
Figura 3.6- Distribuição de carregamento de esforços longitudinal em situação de frenagem...	53
Figura 3.7-Ângulo de deriva em uma curva.....	54
Figura 3.8-Curva de slip angle.....	55
Figura 3.9-Modelo de bicicleta para análise de deriva.....	56
Figura 3.10-Descrição dos esforços em uma curva.....	59
Figura 3.11-Fator de estabilidade em curva.....	60
Figura 4.1-Centro de rolagem geométrico-CRG.....	63
Figura 4.2-Suspensão duplo A com geometria positiva.....	63
Figura 4.3-Configuração negativo.....	64
Figura 4.4-Configuração braços paralelos.....	64
Figura 4.5-Braços paralelos inclinados.....	65
Figura 4.6-Efeito Jacking.....	66
Figura 4.7-Posicionamento do centro de rolagem geométrico.....	67
Figura 4.8-Pontos de saída da otimização.....	70
Figura 4.9-Dados geométricos de entrada.....	71
Figura 4.10-Geometria inicial.....	72
Figura 4.11-Geometria otimizada.....	72
Figura 4.12-Altura do centro de rolagem X número de iterações.....	73
Figura 5.1-Protótipo Zetta.....	73
Figura 5.2-Croqui de geometria otimizada.....	74
Figura 5.3-Configuração de sistema de suspensão utilizado.....	74

Figura 5.4-Modelagem de sistema de suspensão.....	75
Figura 5.5-Variação de cambagem ao longo do curso de trabalho-Software Lotus.....	76
Figura 5.5- Variação de bitola ao longo do curso de trabalho-Software Lotus.....	76
Figura 5.6- Tabela com dados cinemáticos de suspensão modelada.....	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1-Componentes de suspensão.....	19
Tabela 4.1-Dados de entrada.....	61
Tabela 4.2-Dados de saída	61
Tabela 4.3-Dados de entrada.....	68
Tabela 4.4-Coordenadas iniciais da geometria.....	69
Tabela 4.5-Coordenadas otimizadas da geometria.....	70
Tabela 4.6-Dados cinemáticos da geometria otimizada.....	71
Tabela 5.1-Características geométricas do veículo.....	72
Tabela 5.2-Comparação com dados otimizados e software.....	78

Sumário

1. INTRODUÇÃO	16
1.1. BAJA SAE	16
1.2. JUSTIFICATIVA.....	17
1.3. OBJETIVOS	18
1.3.1. Objetivo Geral	18
1.3.2. Objetivos específicos	18
1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO	18
2. SISTEMAS DE SUSPENSÃO E DIREÇÃO	19
2.1.1. Braços articulados	20
2.1.2. Terminais rotulares.....	21
2.1.3. Amortecedores.....	21
2.1.4. Molas	23
2.1.5. Barras estabilizadoras.....	24
2.1.6. Mangas de eixo	24
2.1.7. Cubos de roda	25
2.1.8. Rodas	25
2.1.9. Pneus.....	26
2.2. TIPOS DE SUSPENSÃO.....	26
2.2.1. Eixo rígido.....	27
2.2.2. MacPherson	27
2.2.3. Duplo A	28
2.3. SISTEMAS DE DIREÇÃO	29
2.3.1. Pinhão Cremalheira	29
2.3.2. Rosca sem Fim	30
2.4. SISTEMAS DE COORDENADAS	30
2.4.1. Sistema de coordenadas fixas no veículo	31
2.4.2. Sistema de coordenadas inercialeleli	31
2.4.3. Sistemas de coordenadas da roda	32
2.5. GEOMETRIA DE SUSPENSÃO E DIREÇÃO	34
2.5.1. Bitola e entre eixos.....	34
2.5.2. Pino Mestre	35
2.5.3. Ângulo de Cambagem.....	36
2.5.4. Ângulo de Caster	36
2.5.5. Ângulo de Convergência.....	37
2.5.6. Centro de rolagem.....	38

2.5.7. Geometria de direção	41
2.5.8. Geometrias “Anti”	43
3.DINÂMICA VEICULAR	47
3.1. DINÂMICA VERTICAL	47
3.1.1. Faixa de atuação e frequências naturais	47
3.1.2. Modelo de $\frac{1}{4}$ do veículo	48
3.1.4. Amortecimento	50
3.2. DINÂMICA LONGITUDINAL	51
3.2.1. Análise de $\frac{1}{2}$ de um carro	51
3.3. DINÂMICA LATERAL	54
3.3.1. Trajetória em regime permanente	54
3.3.2. Curvas em velocidade	55
3.3.3. Velocidade Característica	59
3.3.4. Velocidade crítica	59
3.3.5. Ganho de Aceleração lateral	59
3.3.6. Limite de tombamento lateral, modelo para rolagem	60
4. OTIMIZAÇÃO DE GEOMETRIA DE SUSPENSÃO TIPO DUPLO A	62
4.3. OTIMIZAÇÃO DA SUSPENSÃO DUPLO A	67
5. ESTUDO DE CASO: CINEMÁTICA DA SUSPENSÃO OTIMIZADA	74
6. CONCLUSÃO	79

1. INTRODUÇÃO

Define-se por suspensão veicular o conjunto de componentes responsável por absorver e amortecer as interferências, vibrações ou irregularidades do solo que sejam transferidos para o motorista ou estrutura do veículo. O sistema de suspensão também está diretamente ligado a estabilidade e, conseqüentemente a segurança do veículo.

Para atingir a eficiência de um sistema de suspensão no âmbito dinâmico e ergonômico, é necessário possuir um conhecimento de que tipo de suspensão se adequa melhor a um protótipo. Além disto, é necessário entender como os parâmetros geométricos de uma suspensão influenciam no comportamento do veículo.

O presente trabalho aborda aplicações de suspensões tipo Duplo A. Estas possuem parâmetros essenciais para se projetar um sistema, como altura do centro de rolagem, ângulos de caster, camber e toe, inclinação do pino mestre e bitola do eixo nos estágios de atuação da suspensão. Desta forma se faz necessário uma análise da geometria de suspensão em suas variedades, bem como na aplicabilidade de otimização de sua geometria afim de obter um ponto ótimo capaz de fornecer melhores condições de estabilidade ao veículo. A necessidade de otimização de um sistema de suspensão tipo duplo A se deve ao fato de o mesmo necessitar de um dimensionamento criterioso para o correto funcionamento, o que faz possível um estudo inicial das características de otimização de sua geometria.

1.1. BAJA SAE

O Programa Baja SAE foi criado na Universidade da Carolina do Sul, Estados Unidos, sob a direção do Dr. John F. Stevens, tendo sua primeira edição em 1976. O ano de 1991 marcou o início das atividades da SAE BRASIL, que, em 1994, lançava o Programa Baja SAE BRASIL. No ano seguinte, em 1995, seria realizada a primeira competição nacional, e desde 1997 que também são realizadas eventos regionais do Baja SAE BRASIL, sendo as principais: Etapa Sudeste, Etapa Nordeste e Etapa Sul. SAE BRASIL (2010b).

O Programa Baja SAE, de acordo com o regulamento competição baja SAE BRASIL (2010a), é um desafio estudantil com o objetivo de promover aos participantes uma experiência de aplicar na prática seus conhecimentos adquiridos academicamente, sob a forma de um processo integrado de desenvolvimento, garantindo excelência no âmbito internacional. A sua

preparação para o mercado de trabalho e uma vivência real no desenvolvimento de um projeto são os seus principais aspectos.

Cada equipe, para participar da competição, deve projetar e construir um veículo monoposto, fora-de-estrada, esportivo, cuja estrutura contenha o condutor. O veículo deve buscar desempenho líder de mercado em termos de velocidade, manobrabilidade, conforto e robustez em terreno acidentado e condições fora-de-estrada.

1.2. JUSTIFICATIVA

O estudo de sistemas de suspensão quando aplicado, pode ser responsável por proporcionar mais segurança e estabilidade para veículos de passeio e/ou oferecer melhor desempenho para veículos de competição. Desta forma, é de grande importância a viabilização de estudos que desenvolvam esta área de conhecimento.

A equipe IFPI Baja SAE, que representa o Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Piauí nas competições de Baja SAE Brasil, vem aplicando novas melhorias de construção de seus protótipos, inclusive no sistema de suspensão, o que necessita de um dimensionamento e projeto minucioso, levando a procura por novas técnicas de definição de uma geometria de suspensão que satisfaça os requisitos iniciais do projeto sendo isto a maior dificuldade encontrada pela equipe no dimensionamento de sistemas de suspensão. Para isso, é necessário avaliar características geométricas que proporcionem um melhor desempenho do sistema, bem como a otimização de sua geometria para uma melhoria na estabilidade do protótipo em curvas.

Neste âmbito, faz-se necessário uma análise inicial da geometria de suspensão dianteira tipo duplo A, aplicando uma rotina de otimização do centro de rolagem geométrico, atribuindo assim, maior estabilidade ao veículo em curvas, bem como validação da geometria por meio do comportamento de variações de cambagem e bitola do sistema, características necessárias para a estabilidade do veículo e trabalho de suspensão em terrenos irregulares. Estudo este inédito para equipe IFPI Baja SAE, que proporcionará uma melhoria no dimensionamento de sistemas de suspensão.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo a análise geométrica de um sistema de suspensão de um protótipo tipo Baja SAE a partir de uma geometria de suspensão dianteira otimizada baseada no conceito de centro de rolagem do sistema de suspensão.

1.3.2. Objetivos específicos

- Definir os parâmetros iniciais do sistema de suspensão a serem analisados;
- Elaborar rotina no MATLAB® para otimização da geometria de suspensão tipo duplo A obtida do sistema de suspensão fornecido pela equipe IFPI Baja SAE;
- Realizar análise geométrica do sistema de suspensão otimizado, bem como corroborar o funcionamento do mesmo ao longo de seu curso de trabalho nas características de bitola e cambagem através do software LOTUS SUSPENSION ANALISYS VERSION 5.03;
- Confrontar os resultados obtidos pelo software com os fornecidos pela rotina de otimização elaborada, bem como fomentar pesquisas futuras para complementação do estudo feito neste trabalho;

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho apresentado será dividido em sete capítulos de acordo com os seguintes enunciados:

- Capítulo 1: Discorre sobre o tipo de ambiente de estudo a ser abordado no trabalho, bem como a contextualização da motivação de escolha do assunto abordado e sistemas selecionados para o estudo, onde objetivos gerais e específicos foram enunciados, estes por sua vez que serviram de base para o estudo proposto;
- Capítulo 2: Revisão bibliográfica dos sistemas de suspensão e direção comumente utilizados e tipos, bem como características específicas de cada um. Além disso, orientação dos sistemas de coordenadas que serão aplicados no decorrer deste estudo. Também será realizado a revisão bibliográfica dos parâmetros e características da

geometria de suspensão de um veículo que influenciam no comportamento do protótipo ao longo de um terreno acidentado, bem como ainda as definições de alguns conceitos e particularidades a serem adequadas ao estudo proposto;

- Capítulo 3: Revisão bibliográfica do comportamento dinâmico do veículo, onde se divide em longitudinal, vertical e lateral onde o propósito é determinar faixa de parâmetros recomendadas, além de determinar padrões específicos de desempenho e determinação dos esforços teóricos provenientes e determinadas situações;
- Capítulo 4: Definição de metodologia e dos parâmetros geométricos a serem utilizados no estudo proposto de acordo com as solicitações do projeto inicial da Equipe IFPI Baja, no protótipo Zetta, respeitando o regulamento da competição SAE BRASIL. Consequente será realizado a otimização da geometria fornecida baseado na redução da altura do centro de rolagem através de uma rotina matemática elaborada no *software* MATLAB®. Após geometria otimizada é coletado dados geométricos de variação de bitola e cambagem, determinantes no comportamento e estabilidade do protótipo.
- Capítulo 5: Análise da geometria de suspensão otimizada por meio do software Lotus Shark Suspensions, onde podemos corroborar os dados geométricos de variação de bitola e cambagem obtidos da rotina de otimização elaborada com os dados provenientes do software, validando assim a rotina aplicada.
- Capítulo 6: Conclusão;
- Referências bibliográficas utilizadas;
- Anexo das rotinas de cálculo utilizadas;

2. SISTEMAS DE SUSPENSÃO E DIREÇÃO

De acordo com Gillespie (1992), as principais funções da suspensão de um veículo são sustentação do veículo, distribuição da carga do chassi, condutor e toda estrutura acima, da suspensão para o solo através dos pneus, bem como ainda resistir a rolagens do chassi em curvas e trepidações. Outra função realizada é a manutenção constante dos pneus em contato com o solo mesmo nas mínimas variações.

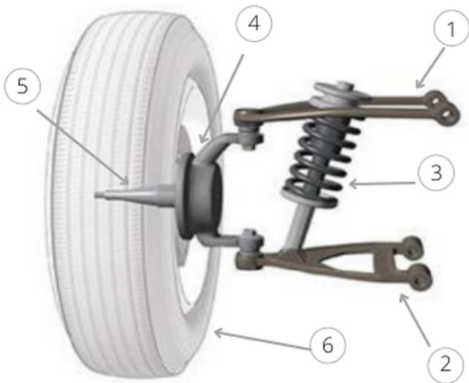
Gillespie (1992), discorre ainda que além dos citados acima, outro propósito da suspensão de um veículo é o comportamento cinemático de sua geometria quando excitado por forças transmitidas do pneu para o chassi, como forças longitudinais (acelerações e frenagens), forças laterais (veículo entrando em curvas), além de forças em curvas com frenagens.

2.1. COMPONENTES

A indústria automotiva utiliza de diferentes tipos de suspensões e configurações das mesmas, estas por sua vez, tem suas particularidades quanto a configuração dos componentes que constituem o sistema de suspensão dianteiro de um veículo. Para Rill (2009), o sistema de suspensão consiste em dois tipos de grupos de componentes, os elementos guia (como tirantes de direção, braços de controle, pivôs, terminais rotulares) e elementos de força (como molas, amortecedores, barras de torção e barras de rolagens).

Neste trabalho, no entanto, será feito uma demonstração mais abrangente dos componentes de uma suspensão tipo duplo A, estes por sua vez, estão ilustrados na Figura 2.1 e listados na Tabela 2.1.

Figura 2.1 - Sistema de suspensão tipo Duplo A



Fonte: Revista 4 rodas, 2010

Tabela 2.1-Componentes de suspensão

Item	Descrição
1	Bandeja superior
2	Bandeja inferior
3	conjunto mola-amortecedor
4	Montante
5	Ponta de eixo
6	Conjunto roda-pneu

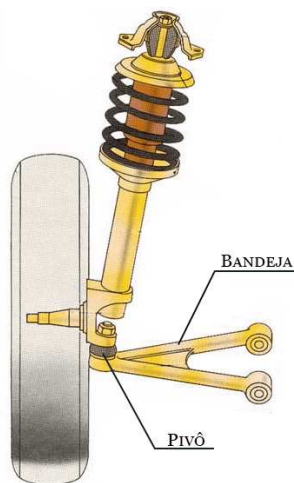
Fonte: Autor-Araújo, 2021

2.1.1. Braços articulados

Conhecidos também como bandejas de articulação (Figura 2.2), são estruturas que conectam através dos seus terminais, o sistema de suspensão e direção com o chassi do veículo.

A mesma deve suprir a necessidade dos esforços propostos pelo veículo em diferentes terrenos e situações de acordo com o estipulado em etapas de projetos, como material utilizado forma básica da estrutura da bandeja.

Figura 2.2 - Bandeja de suspensão



Fonte: Costa, 2002

2.1.2. Terminais rotulares

Terminais rotulares são dispositivos mecânicos que podem ser utilizados para rotação ou movimentação radial e/ou axial em qualquer tipo de articulação, os mesmos são encontrados de diversos formatos e tipos (Figuras 2.3 e 2.4), sempre se adequando às características do projeto.

Figura 2.3 - Terminal rotular



Fonte: Cobrasman, 2017

Figura 2.4 - Terminal rotular automotivo



Fonte: RHD automotiva, 2015

2.1.3. Amortecedores

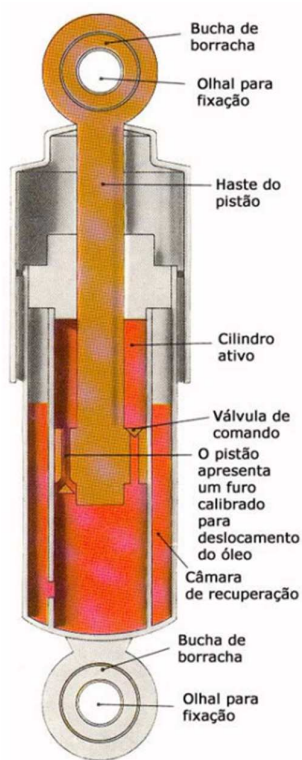
Os amortecedores possuem a função de amortecer ou absorver as vibrações para que as molas não oscilem continuamente para cima e para baixo.

De acordo com Dixon (2007), o objetivo dos amortecedores é dissipar qualquer energia provinda do chassi ou das rodas em movimento vertical, sendo esse movimento decorrente de perturbações oscilatórias de estradas irregulares ou movimentação do chassi.

Os primeiros amortecedores, que se baseavam no atrito de um ou vários discos, foram substituídos por amortecedores hidráulicos, nos quais o movimento de um pistão faz escoar o óleo através de pequenos orifícios que oferecem resistência à sua passagem.

O amortecedor telescópico é mais usado atualmente (Figura 2.5). Consiste essencialmente num cilindro que contém um pistão ligado a uma haste. A extremidade fechada do cilindro está à articulação ou ao eixo da roda, enquanto a extremidade exterior da haste, que passa através de um vedador existente no cilindro, está ligada à carroceria.

Figura 2.5 - Amortecedor tipo telescópico



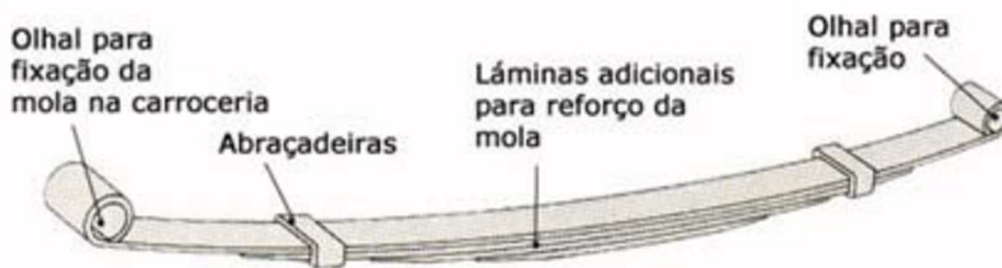
Fonte: Costa, 2002

2.1.4. Molas

Atuando como acumuladores de energia, possui a função de proteger o chassi e os ocupantes do veículo contra solavancos provocados pelas irregularidades de um terreno acidentado, ou qualquer desnível provocado pelo terreno que o veículo ande.

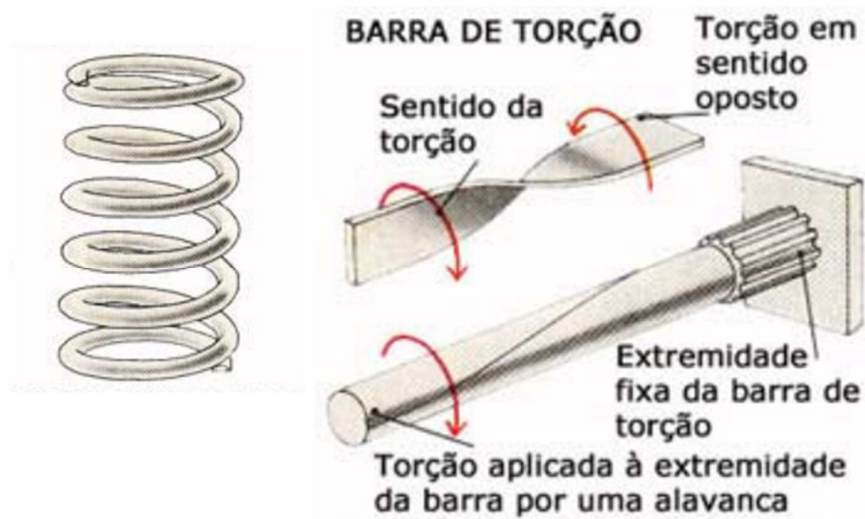
As molas armazenam energia ao fletirem, ou seja, ao serem esforçadas para uma posição diferente da sua conformidade original, como acontece com as molas de folhas (Figura 2.6), ou ainda serem torcidas, como acontece com as molas helicoidais (Figura 2.7) e as barras de torção (Figura 2.8). A energia acumulada é dissipada quando a mola volta à sua posição original.

Figura 2.6 - Feixe de molas



Fonte: Costa, 2002

Figura 2.7 - Mola helicoidal e Barra de torção



Fonte: Costa, 2002

2.1.5. Barras estabilizadoras

Segundo Rill (2009), sistema anti-rolagem, ou barra estabilizadora (Figura 2.8), são usados para reduzir a rolagem da carroceria do veículo em curvas, tornando assim o sistema mais rígido nessas situações.

Figura 2.8 - Barra estabilizadora

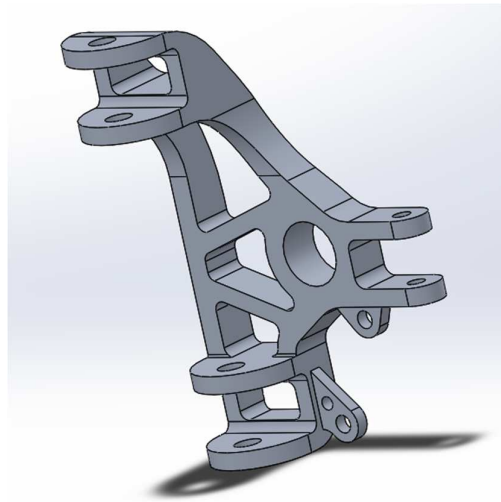


Fonte: Chacon, 2009

2.1.6. Mangas de eixo

Um dos principais elementos estruturais do sistema de suspensão e direção, é a manga de eixo ou montante (Figura 2.9), responsável pela ligação entre o conjunto do cubo da roda, por meio da ponta de eixo, bem como servindo de elo de orientação das rodas através do sistema de direção. Este componente ainda é essencial para definição de geometria da suspensão, onde se é definido através das posições dos braços de suspensão, características como o esterçamento do veículo e comportamento da direção em curvas. A manga de eixo pode ser projetada para acoplar outros conjuntos, como o sistema de freio e extensão do braço da direção.

Figura 2.9 - Montante de roda



Fonte: Autor-Araújo, 2021

2.1.7. Cubos de roda

São componentes que fazem a ligação do sistema de suspensão através do montante com a parte girante, no caso o pneu. São fixados através de parafusos na roda, além disso geralmente possuem a estrutura para alocar o disco de freio.

2.1.8. Rodas

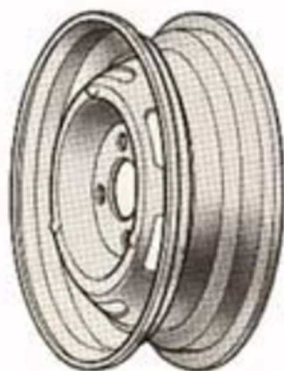
Possuem a função de ligar as partes de trem de força do veículo, da suspensão e direção com elementos de tração do veículo, os pneus. Além disso, deve ser leve, bem equilibrada, elástica para determinados tipos de esforços e rígida sob a ação de outras forças, além claro de possuir manufatura e fabricação econômica.

Atualmente as rodas estão divididas em rodas de aço prensado e rodas fundidas em ligas leves:

- **Rodas de aço prensado:** Atualmente as rodas dos veículos, possuem em sua maioria, rodas de aço prensado (Figura 2.10). São rígidas, fortes e resistentes a dano ocasionais, além de terem um baixo custo de fabricação.
- **Rodas de liga leve:** Utilizando ligas de alumínio e magnésio em sua fabricação, possuem um menor peso, permitindo por sua vez a utilização de seções mais espessas aumentando assim a rigidez da mesma. As rodas de liga leve (Figura 2.11) dissipam

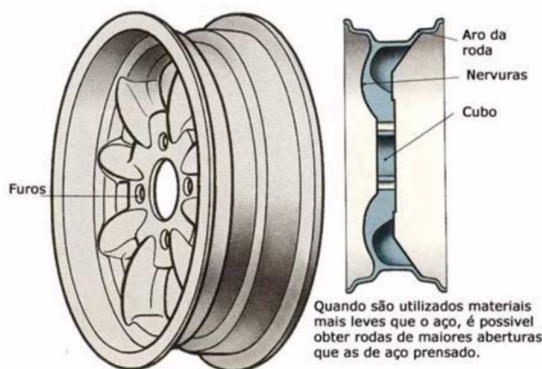
com mais facilidade o calor gerado do que as rodas de aço prensado, porem demandam de uma fabricação mais onerosa do que a anterior citada.

Figura 2.10 - Roda de aço prensado



Fonte: Costa, 2002

Figura 2.11 - Roda de liga leve



Fonte: Costa, 2002

2.1.9. Pneus

Segundo Costa (2002), o pneu funciona como um sistema de almofada de ar sobre o qual o veículo se apoia, o mesmo deve suportar esforços consideráveis quando o veículo acelera, freia ou realiza uma curva. Além disso, deve responder com precisão os estímulos acionados pelo comando de direção sem flexões causadas por irregularidades do pavimento ou terreno.

Costa (2002) ainda comenta que o pneu deve assegurar uma boa aderência na tração, aceleração e ao fazer curvas, sem sobre aquecer. Mantendo sempre a sensação de uma condução confortável. Atualmente, é aconselhável projetar ou utilizar determinado tipo de suspensão de acordo com o pneu. No caso de veículos *off-road* é recomendado pneus com configurações que consigam obter o melhor das características citadas acima.

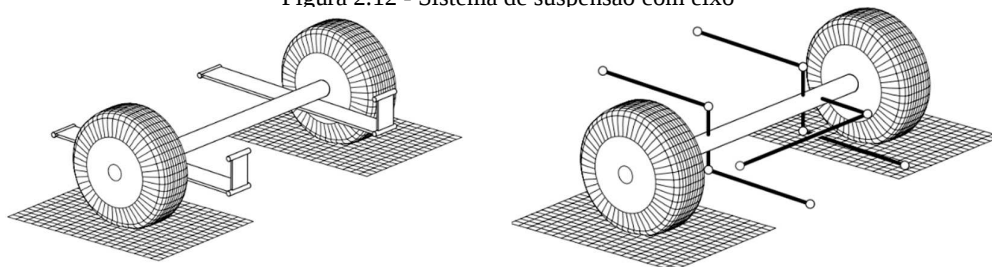
2.2. TIPOS DE SUSPENSÃO

Como visto a suspensão é composta por elementos que ligam os elementos girantes (pneus, cubo de roda e rodas) ao chassi, estes por sua vez possuem diversas características. A seguir serão comentados alguns tipos de suspensões convencionais, visto que as diversas configurações podem ser de uma gama maior, dependendo do projetista e da aplicação específica para cada tipo de suspensão.

2.2.1. Eixo rígido

Conhecido como um dos sistemas de suspensão dependentes, ou seja, onde as variações ocorridas em uma roda são passadas para a outra, por meio de uma ligação por um eixo rígido (como mostra a Figura 2.12).

Figura 2.12 - Sistema de suspensão com eixo



Fonte: Jazar, 2008

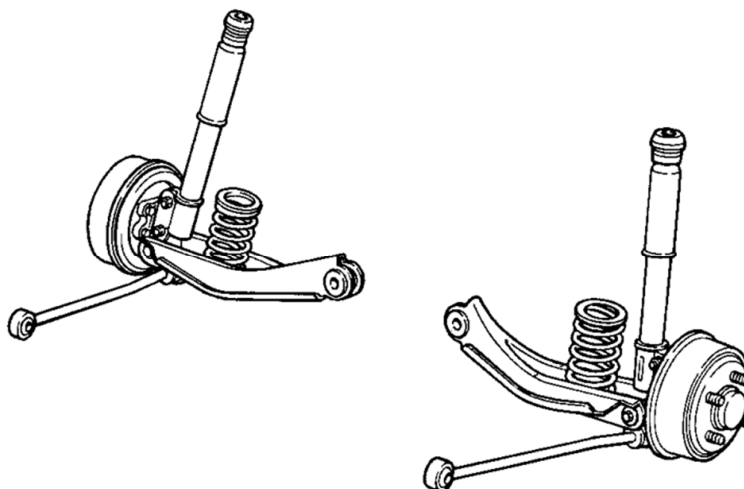
Segundo Gillespie (1992), eixos rígidos são usados comumente no sistema de suspensão traseiro, onde no mesmo, a roda não é afetada pela rolagem da carroceria.

2.2.2. MacPherson

Diferente do sistema de suspensão dependente, o sistema MacPherson é um sistema de suspensão independente, ou seja, cada roda se move verticalmente sem interferir ou afetar o desempenho da roda oposta. Na suspensão MacPherson a mola é montada com uma inclinação, onde a extremidade superior do sistema de amortecimento é fixada no chassi e a extremidade inferior é ligada diretamente na manga de eixo (Figura 2.13).

Gillespie (1992) comenta que por essa configuração espacial do sistema de suspensão MacPherson, a mesma concede vantagens de espaço para componentes transversais do sistema de transmissão de veículos, desta forma a suspensão MacPherson é bastante utilizada em carros populares com sistema de tração dianteira. Uma de suas desvantagens é a altura de instalação do sistema, que limita o projetista em diminuir a altura frontal do veículo.

Figura 2.13 - Suspensão tipo McPherson

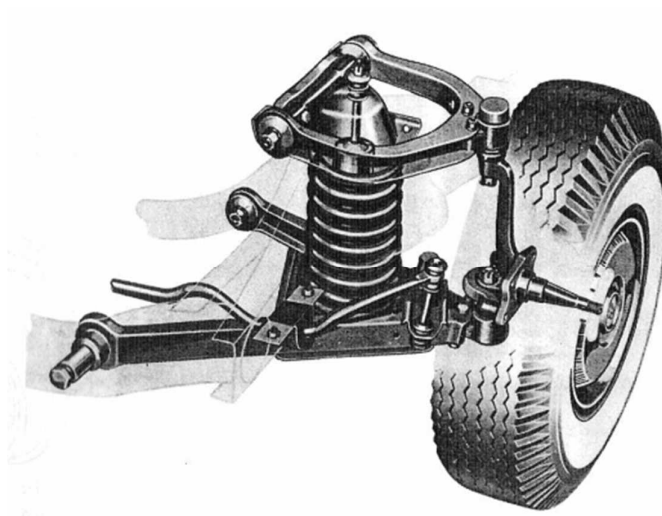


Fonte: Gillespie, 1992

2.2.3. Duplo A

O sistema de suspensão conhecido no Brasil como “duplo A”, ou “*double wishbone*”, é constituído de dois braços como estrutura de ligação, um superior e outro inferior, os mesmos são fixados no chassi do veículo e no sistema de manga de eixo, como é ilustrado na Figura 2.14.

Figura 2.14 - Suspensão tipo duplo A



Fonte: Gillespie, 1992

Este sistema de suspensão permite um fino ajuste nas suas características principais como variação de cambagem e variação de bitola, por esta razão é um sistema que é comumente

utilizado em carros de alta performance por possibilitar tal aplicação e controle refinado de dados de desempenho.

As principais vantagens do sistema “Duplo A” em relação aos demais sistemas de suspensão são:

- Curso útil alongado;
- Cargas de flexão reduzidas nos elementos de ligação (braços de suspensão);
- Transferência de cargas reduzida em curvas;
- Elementos robustos e resistentes;

A principal desvantagem do sistema de suspensão tipo “Duplo A” é a sua redundância demasiada de componentes de ligação, provendo o aumento significativo de massa global do veículo. Outra desvantagem é a necessidade de um dimensionamento mais criterioso quanto as configurações propostas de acordo com o projeto de suspensão selecionado, uma vez que, com diversos elementos a eventualidade do não funcionamento ou do funcionamento precário do sistema pode se agravar caso não haja um cuidado correto para o dimensionamento do mesmo.

2.3. SISTEMAS DE DIREÇÃO

O sistema de suspensão possui a função de esterçar as rodas dianteiras à resposta do condutor através de comandos do volante realizando assim, o controle direcional do veículo. O sistema por sua vez, deve ser capaz de suportar todos os esforços provindos tanto do condutor, quanto das respostas de reações dos pneus ao andar por qualquer terreno. Segundo Gillespie (1992), o design do sistema de direção junto com o a geometria de suspensão, influenciam diretamente em como o ângulo de esterçamento durante uma curva irá se comportar.

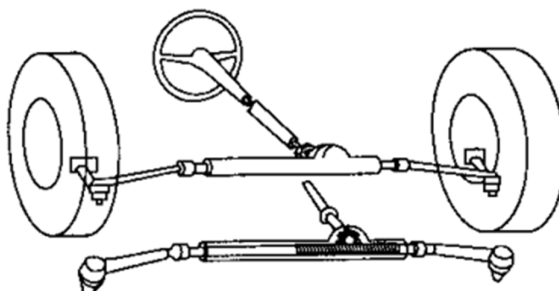
A seguir será percorrido sobre dois sistemas de direção comumente mais usados no meio automobilístico.

2.3.1. Pinhão Cremalheira

O sistema pinhão cremalheira (Figura 2.17) é um dos mais comuns em veículos, o sistema consiste em converter os movimentos de rotação do volante em movimentos lineares através de uma cremalheira que recebe o torque através de um pinhão dentado, o movimento é passado para as rodas através de tirantes de direção que por sua vez, controlam o movimento

de esterçamento para as rodas. Um sistema compacto com poucos componentes, diminuindo desgastes e futuras folgas.

Figura 2.15 - Sistema de direção pinhão cremalheira

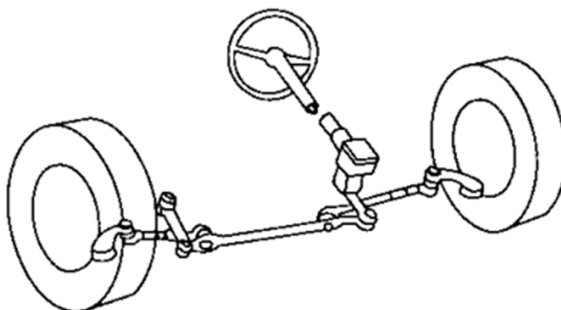


Fonte: Gillespie, 1992

2.3.2. Rosca sem Fim

Este tipo de design alternativo é usado comumente em carros de passeio e pequenos caminhões. A sua diferença em relação ao sistema pinhão cremalheira é que neste, uma rosca sem fim montada na caixa de direção aciona um segmento de comando, o eixo Pitman, este transfere o comando para os tirantes de direção, controlando assim o movimento das rodas de acordo com o movimento do volante. A Figura 2.16 demonstra como o sistema é montado.

Figura 2.16 - Sistema rosca sem fim



Fonte: Gillespie, 1992

2.4. SISTEMAS DE COORDENADAS

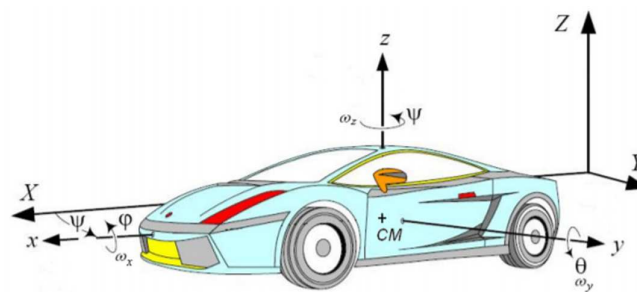
Em uma análise elementar do veículo e seu comportamento Gillespie (1992), considera que toda a massa do veículo seja representada em um determinado ponto, o centro de gravidade (CG), este responde por toda a massa suspensa do veículo (peso dos componentes internos do

veículo, chassi, motor, sistema de transmissão) este tipo de técnica é utilizada para análises em situações de aceleração, frenagens e estudos de curva do veículo. Para análises de comportamento de percurso do veículo é necessário separar a massa suspensa da massa não suspensa (rodas e conjuntos de rodas).

2.4.1. Sistema de coordenadas fixas no veículo

Nos estudos de comportamento físico de um veículo, é definido os movimentos através do centro de gravidade (CG), assumindo o mesmo como rígido, onde todos os movimentos são feitos com referencial no CG. Desta forma como parâmetro é traçado coordenadas cartesianas (eixos x , y e z) representando as translações possíveis do corpo rígido e rotações em torno dos eixos (Figura 2.17).

Figura 2.17 - Sistemas de coordenadas



Fonte: Jazar, 2008

Nesta definição de acordo com a norma SAE J670, o sistema possui seis graus de liberdade como podemos observar na Figura 2.17, estes por sua vez são:

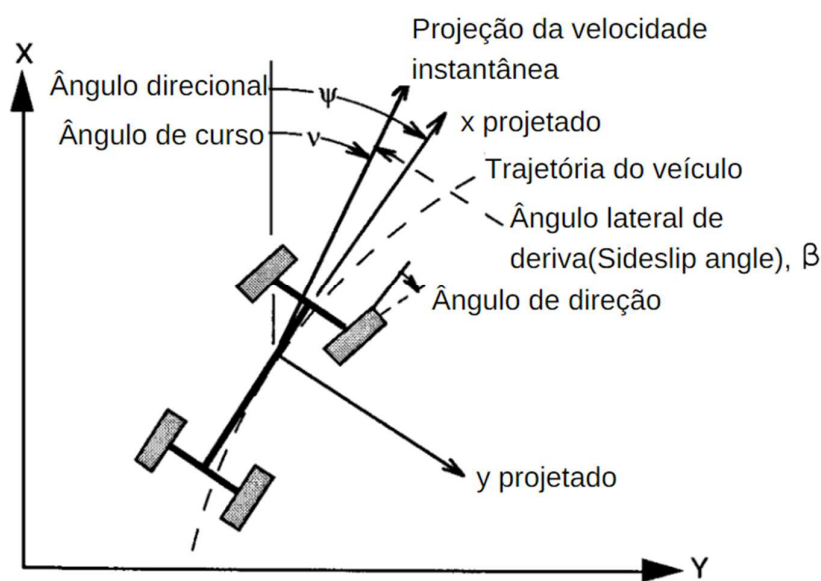
- x : Movimento de translação longitudinal do corpo rígido ao longo do eixo x ;
- y : Movimento de translação lateral do corpo rígido ao longo do eixo y ;
- z : Movimento de translação vertical do corpo rígido ao longo do eixo z ;
- ϕ : Velocidade angular sobre o eixo x (*Roll*);
- θ : Velocidade angular sobre o eixo y (*Pitch*);
- ψ : Velocidade angular sobre o eixo z (*Yaw*);

2.4.2. Sistema de coordenadas inercial

Gillespie (1992), comenta que o comportamento e trajetória do veículo ao longo de uma curva será definido através das velocidades sobre um sistema de coordenadas com um ponto específico onde o veículo realizará uma trajetória em torno do mesmo. As coordenadas dessa análise são:

- Deslocamento frontal em X
- Deslocamento lateral em Y
- Deslocamento vertical em Z (positivo para cima)

Figura 2.18 - Ângulos de deriva em curva

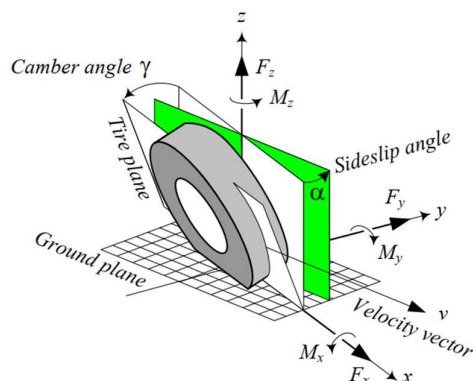


Fonte: Gillespie, 1992. Adaptado

2.4.3. Sistemas de coordenadas da roda

Jazar (2008) comenta que, para descrever as interações da roda/pneu com os esforços provindos do terreno e do veículo, é necessário estipular um sistema cartesiano no centro de rolagem da roda como demonstra a Figura 2.19. O eixo x é a interseção entre o solo e o contato do pneu com o mesmo, o eixo z é perpendicular ao solo, e com sentido positivo oposto ao sentido da aceleração gravitacional enquanto o eixo y é a orientação da coordenada frontal do pneu.

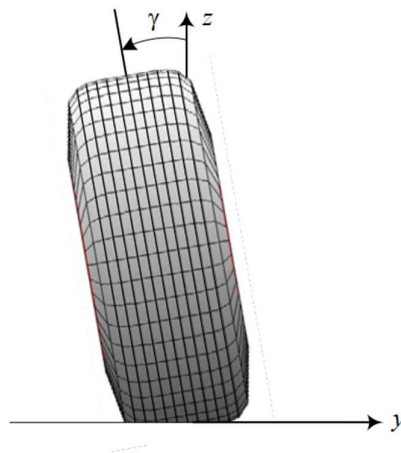
Figura 2.19 - Sistema de coordenadas da roda



Fonte: Jazar, 2008

Para a orientação do pneu no plano é usado dois ângulos: ângulo de cambagem (γ) e o ângulo de esterçamento (α). O ângulo de cambagem é o ângulo entre o plano central do pneu e o plano vertical medido a partir do solo, o mesmo pode ser observado mais facilmente na Figura 2.20. O ângulo de esterçamento da roda é formado entre o vetor velocidade v e o eixo x , medido sobre o eixo z .

Figura 2.20 - Ângulo de cambagem



Fonte: Jazar, 2008

2.5. GEOMETRIA DE SUSPENSÃO E DIREÇÃO

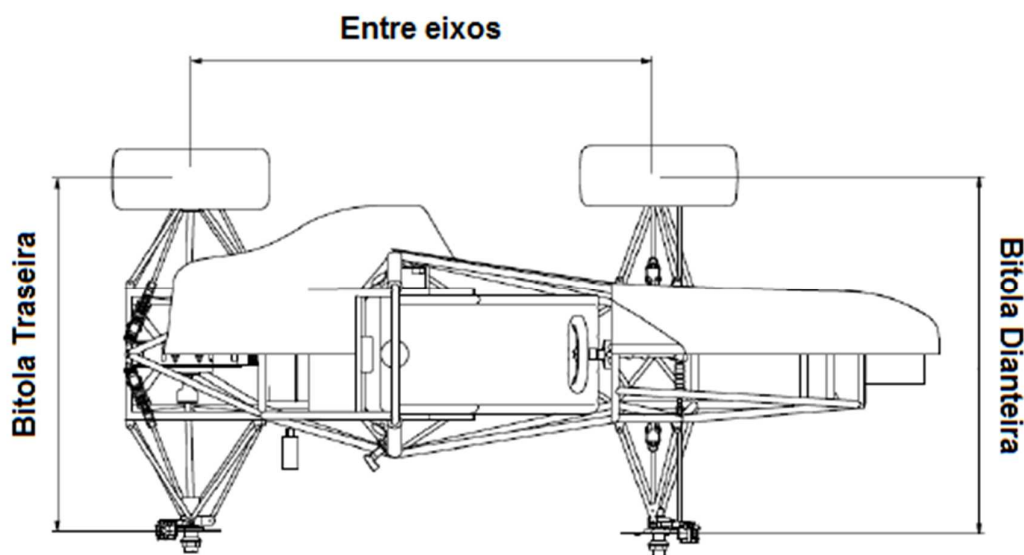
Visando a melhor compreensão da terminologia a ser utilizada neste trabalho, nesta seção será discorrida sobre os principais parâmetros geométricos que influenciam diretamente no comportamento de sistemas de suspensões dianteiras.

2.5.1. Bitola e entre eixos

A bitola de um veículo consiste na distância entre o centro da banda de rodagem dos pneus de um mesmo eixo, ou seja, em um automóvel os eixos dianteiros e traseiros podem ter tamanhos de bitola diferentes. Já o entre eixos é a medida entre cada eixo dianteiro e traseiro do veículo.

A bitola afeta diretamente a estabilidade e a manobrabilidade de um veículo, ou seja, quanto maior a bitola, a dificuldade de realizar curvas de raio pequeno será maior, porém será mais fácil manobrar um veículo mais estável em curvas e em altas velocidades. O entre eixo por sua vez, para promover uma maior estabilidade do veículo é comumente projetado para ter uma dimensão maior que a bitola, uma vez que, caso seja aumentado o tamanho da bitola, a mesma formará um padrão “quadrado” do veículo resultando ainda proporcionalmente em uma maior performance.

Figura 2.21 - Bitola e entre eixos de um veículo



Fonte: Bitola <https://www.researchgate.net/figure/Bitola-e-entre-eixos>

2.5.2. Pino Mestre

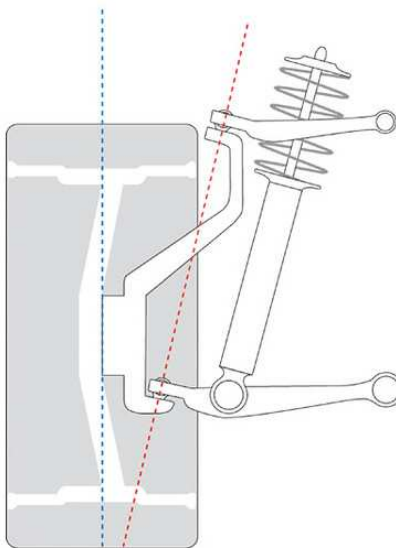
Definimos com o Pino mestre ou *Kingpin* o eixo de rotação da roda. Como estudo de caso deste trabalho será focado em suspensões tipo Duplo A. O pino mestre nesta configuração de geometria entende-se como um vetor que possui origem no ponto de articulação da manga de eixo e o braço inferior da suspensão e termina no ponto de articulação do braço superior da suspensão e a manga de eixo.

O pino mestre por sua vez, não é um elemento físico, ou seja, é apenas um vetor que representa o eixo de rotação do movimento de esterçamento da roda.

Existem dois parâmetros essenciais para um projeto de suspensão quando se analisa o pino mestre: A inclinação do pino mestre e o deslocamento do pino mestre (*Kingpin offset*).

A inclinação do pino mestre é o ângulo formado pelo vetor do pino mestre e o eixo que corta a banda de rodagem do pneu. Este ângulo possui a função de adequar diferentes cambagens a roda ao longo de um esterçamento. Denominamos *kingpin offset* a distância horizontal entre a banda de rodagem do pneu e o ponto de encontro entre a linha projetada do *kingpin* e o solo. A Figura 2.22 demonstra como estão dispostos a inclinação do pino mestre e o *kingpin offset*.

Figura 2.22 - Pino mestre



Fonte

Fonte: Google Fotos, 2020. Adaptado

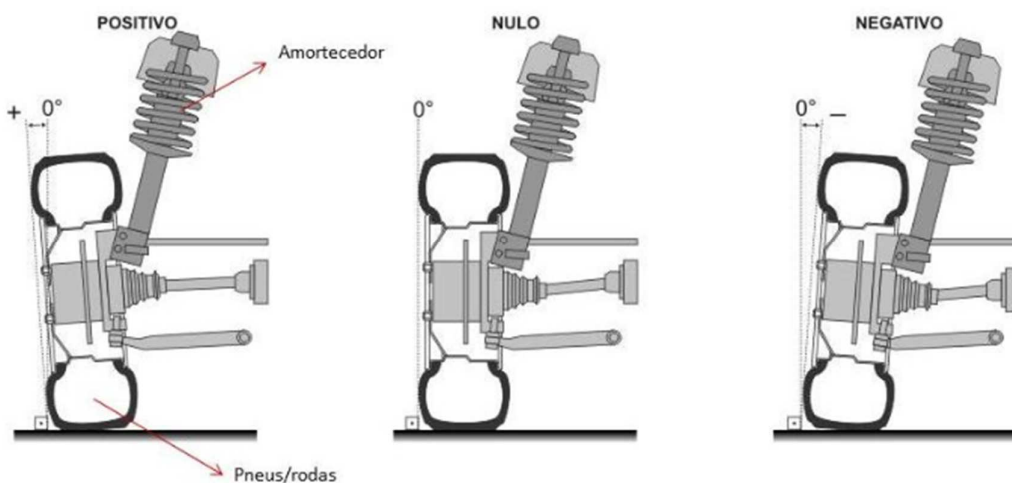
Estes parâmetros citados acima, afetam diretamente no torque e no auto alinhamento das rodas, características que influenciam de forma significativa a percepção do condutor a irregularidades na pista e controle de forma mais precisa das tomadas de decisão quanto a dirigibilidade.

2.5.3. Ângulo de Cambagem

Este por sua vez define-se como o ângulo formado entre a inclinação da banda de rodagem do pneu com relação ao eixo perpendicular ao solo. A cambagem produz forças laterais e longitudinais, além ainda de estar diretamente ligada a desgastes prematuros em pneus bem como afetando diretamente o comportamento do veículo e sua estabilidade.

Com relação ao sentido de inclinação da cambagem, esta poderá assumir uma cambagem positiva, quando a parte superior do pneu estiver afastada do centro do veículo, cambagem negativa, quando a parte superior do pneu estiver mais próxima do centro do veículo e a cambagem nula, que não tem variação de inclinação da banda de rodagem. A Figura 2.23 demonstra as possíveis posições descritas.

Figura 2.23 - Cambagem



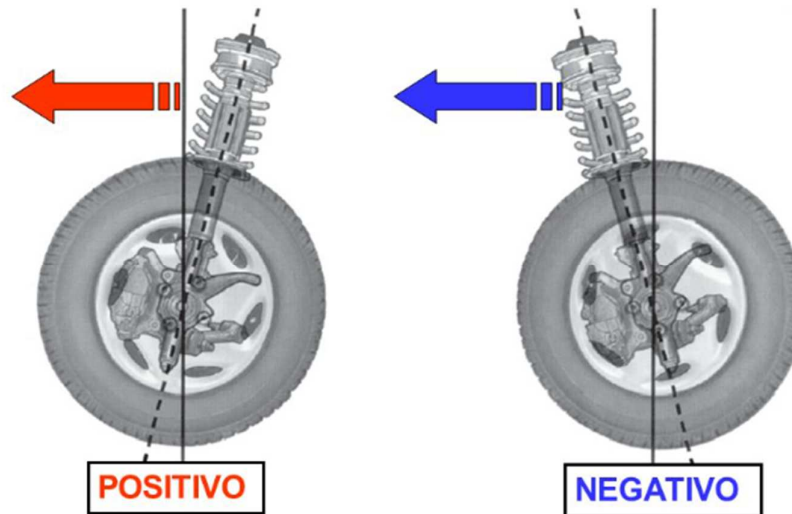
Fonte: Google Fotos, 2020

2.5.4. Ângulo de Caster

O ângulo de Caster representa na vista lateral do veículo, a inclinação entre uma linha perpendicular ao solo no centro da roda e a inclinação do pino mestre (Figura 2.24). Este ângulo

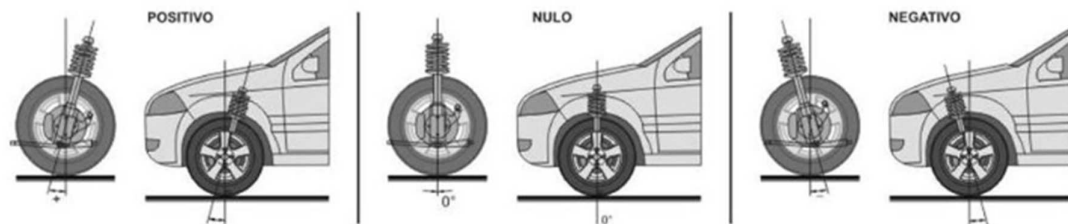
está diretamente ligado à dirigibilidade do veículo, Milliken e Milliken (1995) cita que o ângulo de caster facilita nas manobras através do auto alinhamento do veículo.

Figura 2.24a- Ângulo de caster



Fonte: Google Fotos, 2020

Figura 2.24b- Ângulo de caster



Fonte: Google Fotos, 2020

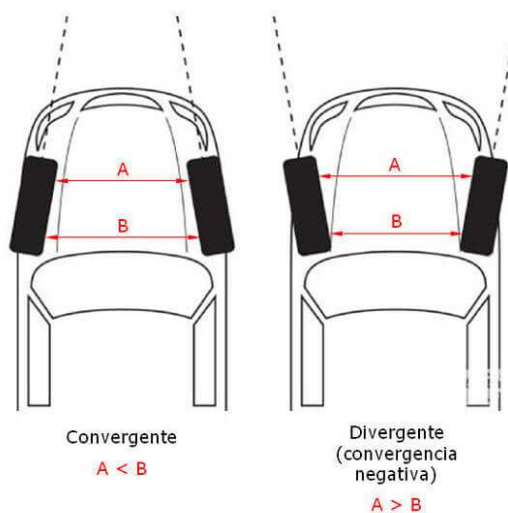
Como consequência do auto alinhamento, o ângulo de caster tem relação direta com o esforço necessário para esterçar o volante, via de regra, quanto maior o ângulo de caster, maior será o tempo de resposta da direção.

2.5.5. Ângulo de Convergência

Convergência refere-se na vista superior, a inclinação formada entre os planos que cortam o centro da roda, também conhecido como *toe angle*, pode obter uma convergência positiva quando as projeções dos planos médios das rodas cruzam-se a frente do veículo,

quando ocorre o oposto, é conhecido como convergência negativa (divergência). A Figura 2.25 exemplifica as configurações do ângulo de convergência.

Figura 2.25 - Ângulo de Toe



Fonte: Google Fotos, 2020

2.5.6. Centro de rolagem

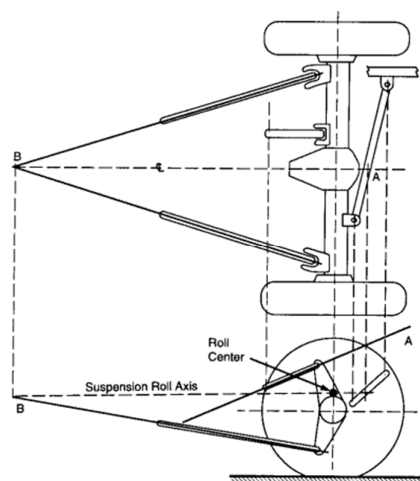
Propriedade crucial para projetos de suspensão, o centro de rolagem está ligado diretamente ao comportamento da suspensão em situações de esforços sofridos e transmitidos do solo para as rodas, Gillespie (1992) comenta ainda que este ponto afeta o comportamento tanto das massas suspensas quanto não suspensas do veículo, bem como afeta a performance do veículo em curvas.

Ao se realizar uma curva com um veículo, forças laterais são produzidas devido à aceleração centrífuga do movimento; estas forças por sua vez geram reações no pneu devido a interação de atrito entre a banda de rodagem e o solo.

O centro de rolagem (*roll center*) é um ponto onde podemos transferir todos esses esforços e forças laterais, no determinado momento de rotação, com o fim de facilitar e se obter um sistema equivalente de força.

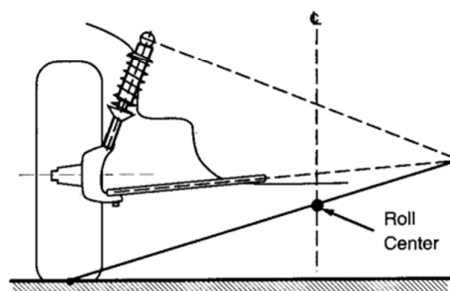
Cada tipo de suspensão possui sua determinação de centro de rolagem, a Figura 2.26 ilustra o centro de rolagem para suspensão de eixo rígido com barras de controle e para sistemas de suspensão tipo MacPherson.

Figura 2.26a - Roll center em eixos tipo rígido



Fonte: Gillespie, 1992

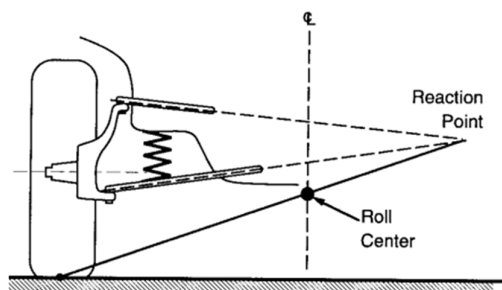
Figura 2.26b - Roll center em eixos tipo Mcpherson



Fonte: Gillespie, 1992

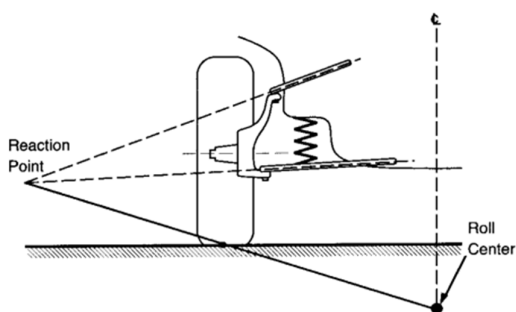
Para suspensões independentes como a Duplo A o centro de rolagem geométrico é determinado a partir da configuração dos braços de ligação da suspensão, como pode ser observado na Figura 2.27. Dixon (2009) complementa ainda que para este tipo de suspensão o centro de rolagem geométrico é um ponto transversal no plano vertical do veículo, prolongando as linhas dos braços de suspensão até a sua interseção. A Figura 2.26 ilustra o centro de rolagem geométrico em suspensões tipo Duplo A.

Figura 2.26a - Centro de rolagem geométrico positivo



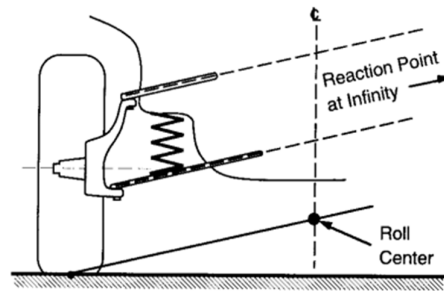
Fonte: Gillespie, 1992

Figura 2.26b - Centro de rolagem geométrico negativo



Fonte: Gillespie, 1992

Figura 2.26c - Centro de rolagem geométrico paralelo



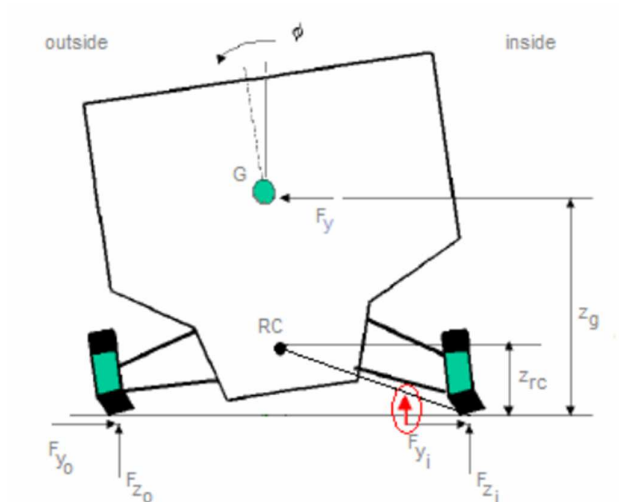
Fonte: Gillespie, 1992

Durante curvas, forças laterais afetam significativamente o comportamento do veículo, gerando o efeito *Jacking*, que é a reação destes esforços através da transferência de cargas longitudinais do veículo. O centro de rolagem evita e controla o efeito *jacking*, caso o centro de rolagem seja mais elevado, a força lateral sofrida no pneu gera um momento maior, consequentemente elevando a massa suspensa do veículo e por ventura, o tombamento do mesmo. Também pode ocorrer o oposto, um centro de rolagem baixo gera menos efeito *jacking*, por um momento de rolagem menor realizado.

Desta forma o centro de rolagem é de suma importância para um projeto de suspensão, além de determinar a distribuição de esforços laterais, demonstra como o efeito *jacking* irá se comportar na performance do veículo.

A Figura 2.27 demonstra por meio da seta em vermelho o efeito *jacking*, em momentos de rolagem do veículo em curvas.

Figura 2.27 - Efeito Jacking em curvas

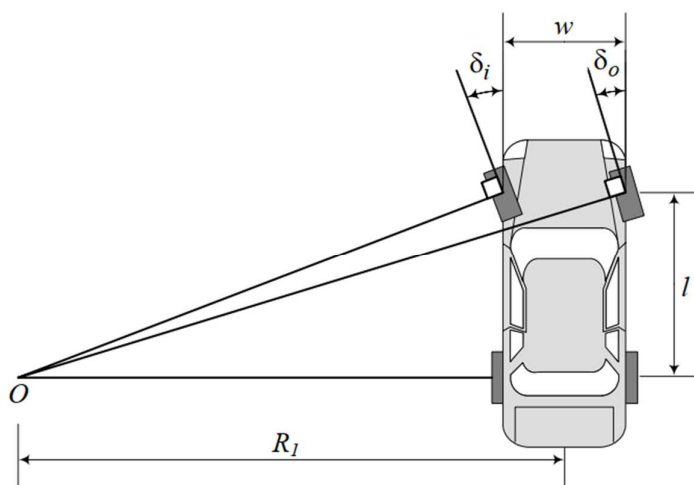


Fonte: Augusto, 2009

2.5.7. Geometria de direção

Em situações onde o veículo executa curvas em baixas velocidades as acelerações laterais são mínimas, podendo para este estudo desconsiderar efeitos de rolagem no chassi e forças laterais nos eixos. Dixon (2009) comenta que nestas situações a movimentação das rodas estão sujeitas apenas a trajetória da curva, ou seja, apenas movimentação cinemática, sem efeitos de forças laterais nos pneus. Desta forma caracterizando um sistema de análise de curvatura cinemática do veículo (Figura 2.28).

Figura 2.28-Ângulo de deriva em curva



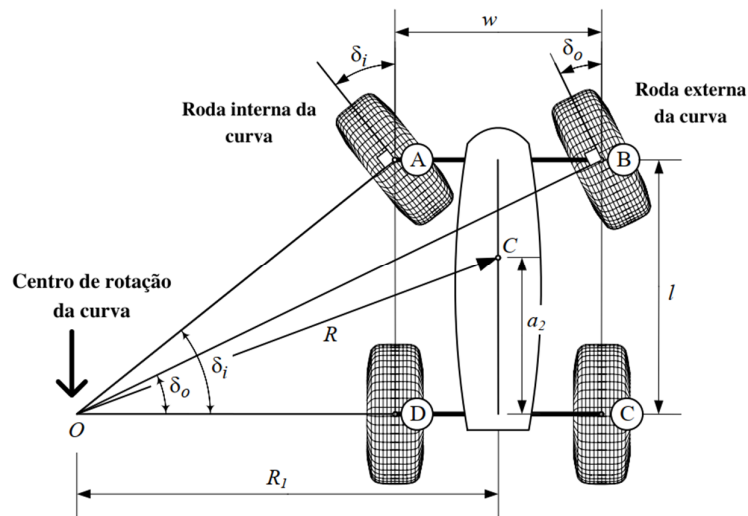
Fonte: Jazar, 2008

Jazar (2008) relata ainda que esta configuração para análise de direção se refere a condição de *Ackerman* equacionada por:

$$\cot \delta_o - \cot \delta_i = \frac{w}{l} \quad (2.1)$$

Onde δ_i é o ângulo de esterçamento da roda interna em relação a curva, e δ_o é o ângulo de esterçamento da roda externa à curva. Os ângulos de esterçamento são baseados a partir do centro da curva.

Figura 2.29 - Raio de curva do centro de gravidade do veículo



Fonte: Jazar, 2008. Adaptado

A partir dessa configuração, para encontrar o raio de curva do centro de gravidade do veículo (CG), R , Jazar (2008) utiliza a seguinte formulação:

$$R = \sqrt{a_2^2 + l^2 \cot^2 \delta} \quad (2.2)$$

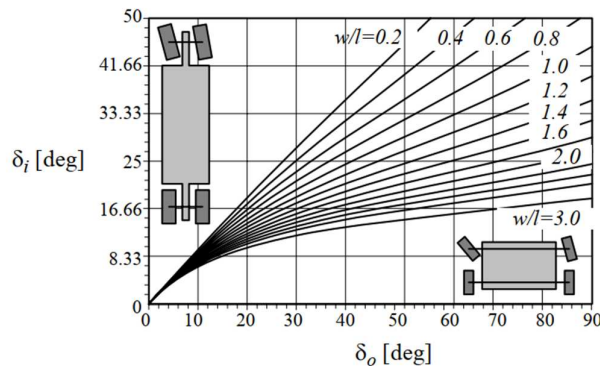
Onde $\cot \delta$ é descrito como:

$$\cot \delta = \frac{\cot \delta_o + \cot \delta_i}{2} \quad (2.3)$$

Na condição de Ackerman as rodas internas e externas à curva irão sofrer esterçamentos diferentes, devido a geometria do sistema de direção e padrão geométrico do veículo. Jazar (2008) demonstra que diferentes valores de entre eixos e bitola do veículo afetam de forma direta o esterçamento de cada roda no momento em que o veículo realiza uma curva,

a Figura 2.30 ilustra as influências da razão entre bitola(w) e entre eixo(l) no esterçamento das rodas do veículo.

Figura -2.30 - Razão para ângulo de esterçamento



Fonte: Jazar, 2008

Com relação a variação de ângulo de esterçamento dianteiro em relação ao traseiro no momento em que o veículo realizar uma curva, o mesmo pode assumir características de relevância para o piloto e respostas de dirigibilidade, estas são:

- **Direção Neutra:**

Neste tipo de configuração em uma curva de raio constante, a variação do ângulo de deslizamento do eixo dianteiro em relação ao traseiro são iguais, não proporcionando assim manobras de curvas quando submetido a perturbações externas;

- **Direção Sub-esterçante:**

Condição onde o eixo dianteiro possui um ângulo de deslizamento maior que o traseiro, configurando assim uma força lateral “oposta” ao sentido da força centrífuga. Configuração esta que concebe ao veículo a característica de ao atingir uma certa velocidade, o mesmo tende a voltar a uma trajetória retilínea, devido ao momento oposto ao da curva.

- **Direção sobre-esterçante:**

Configuração que ocorre quando o ângulo de deslizamento do eixo traseiro é maior que o do eixo dianteiro, desta forma o veículo tende a acentuar a trajetória da curva, com uma força lateral gerada no mesmo sentido da força centrífuga gerada pela curva.

2.5.8. Geometrias “Anti”

Um veículo em condições de manobras de aceleração e frenagem, geram momentos de arfagem consequente da altura em que o centro de gravidade se encontra em relação a pista.

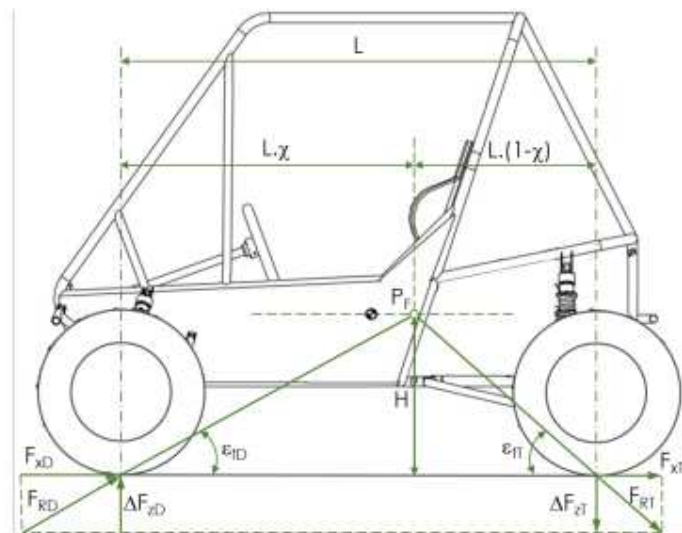
Este momento por sua vez, aumenta significativamente as forças verticais nos componentes de suspensão, bem como a variação da potência trativa do veículo em determinadas variações de esforços verticais, podendo interferir na capacidade trativa do veículo. Desta forma, faz-se necessário a utilização e geometrias de suspensão que sejam capazes de utilizar estas transferências de cargas, diminuindo seus efeitos, ou ainda, se beneficiando dos mesmos.

Anti-Mergulho

No momento em que o veículo realiza a frenagem, a transferência longitudinal de cargas incide na dianteira do veículo, causando um mergulho da dianteira e uma elevação da traseira. Gillespie (1992) discorre que neste momento, todo o torque de frenagem do veículo atua nas suspensões, assim é necessário um projeto de suspensão hábil a resistir a estes esforços.

Os esforços providos da roda no momento da frenagem encontram-se na altura do CG, um ponto denominado polo de frenagem. Suas coordenadas dependem da altura H do CG, do entre eixo e da porcentagem de frenagem estabelecida no projeto, geralmente em protótipos tipo Baja, os freios da dianteira são *outboard*, enquanto os da traseira são *inboard*, a Figura 2.31 demonstra o ponto de frenagem.

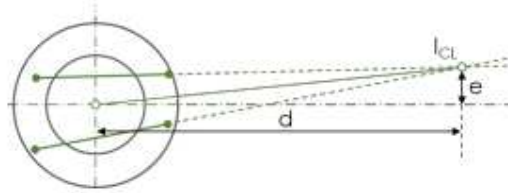
Figura 2.31 – Geometria Anti-dive



Fonte: Viegas, 2016

Em suspensões tipo duplo A, os pontos de reação por arfagem são determinados através do seu centro instantâneo de reação em uma vista lateral do veículo como pode ser visto na Figura 2.32

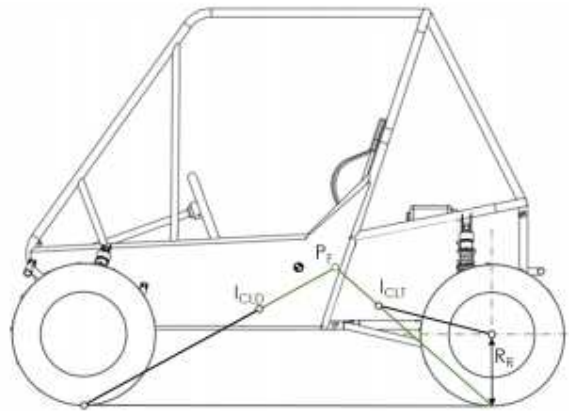
Figura 2.32-Centro instantâneo de reação



Fonte: Viegas, 2016

Desta forma, combinando os diagramas, determina-se a relação entre o polo de frenagem e as forças de reação na suspensão a Figura 2.33 demonstra esta relação.

Figura 2.33-Geometria Anti-dive



Fonte: Viegas, 2016

Milliken e Milliken (1995), relata que as porcentagens de anti-mergulho para dianteira e traseira são definidas de acordo com as relações descritas em 2.4.

$$\%Am_D = X \cdot \frac{(\varepsilon_D + R_D)}{d_D} \cdot \frac{L}{H} \quad (2.4)$$

$$\%Am_T = (1 - X) \cdot \frac{\varepsilon_T}{d_T} \cdot \frac{H}{L}$$

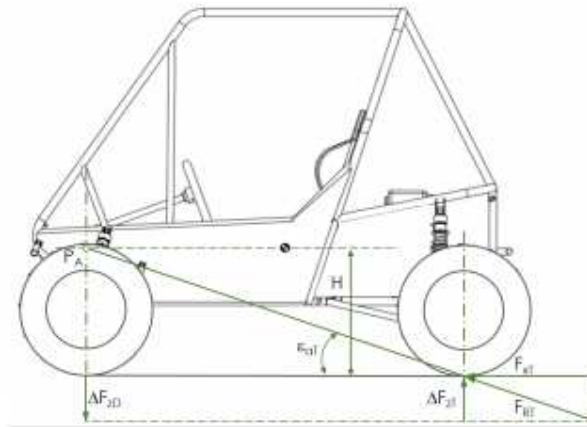
Gillespie (1992) comenta que, na prática uma geometria 100% anti-mergulho é raramente utilizada, onde o máximo comumente utilizado é 50%, essa definição é dita pelos seguintes motivos:

- Frenagens em meio plano são indesejáveis com uma configuração de 100% anti-mergulho;
- Com um sistema 100% anti-mergulho, o ângulo de caster da suspensão dianteira aumenta proporcionalmente à medida em que os esforços no sistema de direção aumentarem;
- A geometria do sistema de suspensão requerida para um sistema 100% anti-mergulho é bem mais complexa;
- A performance relacionada a ruído, vibração e resposta do sistema pode ser comprometido;

Anti-Agachamento

Em relação ao momento da saída do veículo ou arrancada, o mesmo tende a realizar a transferência de carga para o eixo traseiro do veículo. Considerando um veículo com tração traseira e suspensão independente (Figura 2.34), é determinado o ponto de aceleração.

Figura 2.34-Geometria anti-agachamento



Fonte: Viegas, 2016

Esta análise é semelhante a análise de anti-mergulho, porém, sem a necessidade de incluir a porcentagem de frenagem do veículo no equacionamento, desta forma, sua relação é determinada a seguir na equação 2.5.

$$\%AA_T = \frac{\epsilon_T}{d_T} \cdot \frac{L}{H} \quad (2.5)$$

Anti-Rolagem

A porcentagem de anti-rolagem do sistema de suspensão é calculada de acordo com a equação 2.6, esta por sua vez tem relação com a alteração do comportamento do sistema em curvas, onde a massa suspensa altera os movimentos de guinada laterais devido as transferências laterais que ocorrem entre as rodas de cada eixo.

$$\%AR = \frac{H_{CK}}{H} \quad (2.6)$$

É ideal que a porcentagem de rolagem do eixo dianteiro seja maior que o traseiro, isto devido a manter o veículo com estabilidade nas curvas e manobras bruscas.

3.DINÂMICA VEICULAR

No meio automobilístico a dinâmica veicular é imprescindível para obter os comportamentos do veículo projetado. Seu estudo se remete às interações que ocorrem entre o veículo, o ambiente e como modifica a percepção do condutor em diferentes situações.

Gillespie (1992) comenta que em uma análise do comportamento dinâmico de um veículo deve-se avaliar as características básicas do sistema de suspensão. Estas características são evidenciadas quando o sistema sofre alguma excitação externa, desta forma, respondendo através de determinadas vibrações. Estas por sua vez, com magnitudes e direções que podem ser impostas no projeto e que irão ser perceptíveis ao condutor e no comportamento do veículo.

3.1. DINÂMICA VERTICAL

A dinâmica vertical é estudada no âmbito de vibrações externas verticais sobre o veículo. Rill (2009) discorre que o objetivo da dinâmica vertical é o ajuste do sistema de suspensão para com a carroceria do veículo afim de garantir um conforto de condução e resposta mínima de vibração para o protótipo nas atribuições dadas.

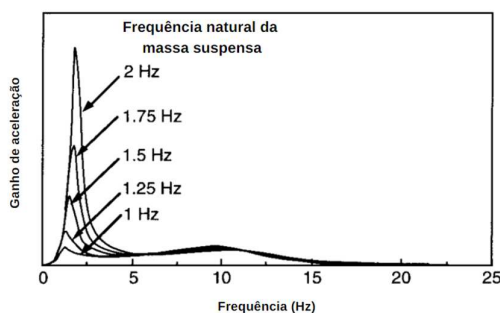
3.1.1. Faixa de atuação e frequências naturais

Gillespie (1992) comenta que a faixa de atuação de frequências naturais de cada suspensão, varia de acordo com as propriedades enfatizadas para cada tipo de veículo.

No caso de carros de passeio a variação da frequência natural do sistema fica entre 1 e 1,5 Hz, visto que é como foco de carros desta categoria, obter o máximo de conforto ao piloto e passageiros que o projeto do veículo permitir. Enquanto para carros de alta performance ou de cunho competitivo a frequência natural do sistema atua na faixa de 2 a 2,5 Hz, isto por que, nestas situações o conforto do piloto na maioria das vezes é sacrificado para um maior desempenho do sistema de suspensão.

A Figura 3.1 demonstra a variação da frequência natural da massa suspensa de um veículo à medida que o ganho de aceleração do veículo ocorre.

Figura 3.1-Frequência natural



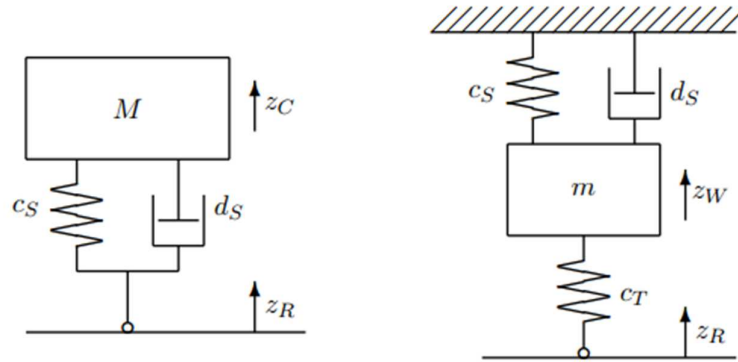
Fonte: Gillespie (1992). Adaptado

3.1.2. Modelo de $\frac{1}{4}$ do veículo

Para uma análise mais prática para a obtenção de dados de movimentos verticais da suspensão do veículo, utiliza-se o modelo de um quarto do veículo, onde o sistema de suspensão é dividido em parcelas semelhantes, seja da suspensão dianteira e da traseira. Assim, se faz a análise dos parâmetros e respostas da dinâmica vertical do veículo em um quarto da suspensão do mesmo e conseqüentemente será semelhante as demais parcelas do veículo.

O modelo de um quarto do veículo (Figura 3.2) é representado por uma massa suspensa M (parcela da massa suspensa considerada) suportada por uma suspensão primária que faz ligação com uma massa não-suspensa m (parcela da massa não-suspensa considerada) que representa a massa da roda e do eixo. Esta suspensão primária possui uma rigidez c_s e o amortecimento d_s como parâmetros básicos. O pneu é representado muitas vezes por uma mola simples c_t .

Figura 3.2: Modelo de ¼" do veículo



Fonte: Rill, 2009

Rill (2009) comenta que para a análise mais prática do sistema de um quarto do veículo, é negligenciado a deformação da roda e as forças de inércia na mesma. Desta forma, aplicando as equações de momento e diagrama de corpo livre para a massa suspensa e a não-suspensa, o autor citado acima equaciona da seguinte forma:

$$M\ddot{z}_C + d_S\dot{z}_C + c_S z_C = d_S\dot{z}_R + c_S z_R \quad (3.1)$$

$$m\ddot{z}_W + d_S\dot{z}_W + (c_S + c_T)z_W = c_T z_R$$

Onde z_C e z_W são os deslocamentos verticais da massa suspensa M e da massa não-suspensa m respectivamente. Desta forma Rill (2009) define como força aplicada na roda através da equação 3.2:

$$F_T^D = c_T(z_R + z_W) \quad (3.2)$$

Nesta formulação, c_T é a rigidez vertical do pneu e z_R refere-se às irregularidades da pista.

O modelo de um quarto de veículo trata-se de um sistema de dois graus de liberdade, onde para sistemas lineares Gillespie (1992) comenta que a frequência natural, não amortecida f_n e amortecida f_d da massa suspensa M é dado pelas equações abaixo:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{RR}{M}} \quad (3.3)$$

Onde: $RR = \frac{K_S K_t}{K_S + K_t}$

RR- Rigidez equivalente da suspensão

M- Massa suspensa

$$f_d = f_n \sqrt{1 - \zeta_s^2} \quad (3.4)$$

Onde:

$$\zeta_s = C_s / \sqrt{4K_s M}$$

ζ_s – Relação de amortecimento

C_s – Coeficiente de amortecimento da suspensão

Vale ressaltar que para frequências naturais baixas, o sistema de suspensão requer um curso maior de atuação, afim das acelerações e irregularidades da pista sejam absorvidas pelo sistema sem atingir os batentes ou fim de cursos da suspensão. É válido ressaltar que para cursos maiores é necessário um estudo geométrico do espaço disponível no projeto do veículo.

3.1.4. Amortecimento

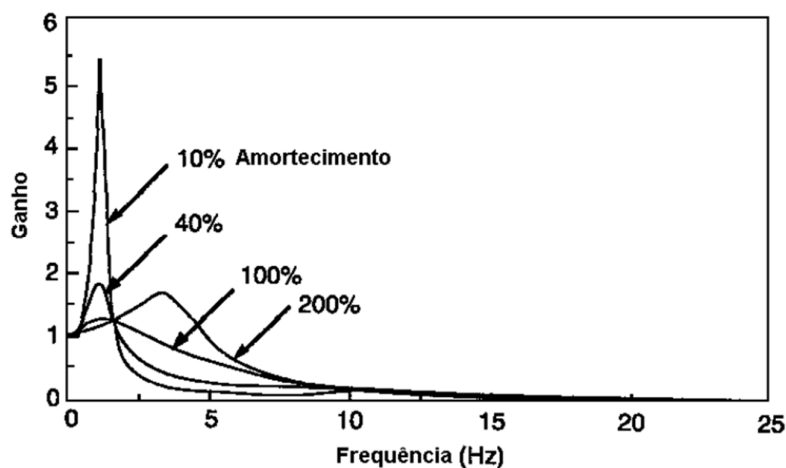
A função do sistema de amortecimento em um sistema dinâmico é armazenar e dissipar a energia provinda das alterações que a pista influi sobre o sistema de suspensão.

Gillespie (1992) comenta que para níveis de conforto em relação ao amortecimento, ζ_s fica com valores entre 0,2 e 0,4, porém o valor máximo de amplitude do pico (na frequência de ressonância) é muito sensível ao nível de amortecimento, em função disso, o nível de amortecimento pode variar de 1,5 a 3,0 para veículos de passageiros.

Para a faixa de valores de amortecimento de 0,2 e 0,4 aplicadas nas expressões de frequência natural não-amortecida (3.5) e frequência amortecida (3.6) citadas acima, os valores obtidos ficam muito próximos, devido a isso, é comumente utilizado para caracterização do veículo apenas a frequência natural não-amortecida f_n .

Segundo Gillespie (1992), em uma boa relação de amortecimento da suspensão, a taxa de amortecimento ζ_s fica em torno de 40%. Em valores destoantes desse por sua vez, podem gerar um aumento da transmissibilidade do ganho de resposta do sistema ou ainda uma redução do desempenho do mesmo, como pode ser visto na Figura 3.3.

Figura 3.3-Curva de Amortecimento



Fonte: Gillespie, 1992

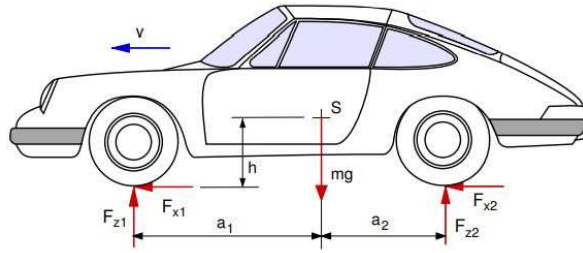
3.2. DINÂMICA LONGITUDINAL

Nesta seção de estudo é demonstrado os efeitos ocorridos no veículo e os esforços gerados a partir da transferência de carga entre os eixos longitudinais do carro (eixos dianteiro e traseiro). Fenômeno por sua vez observado em momentos de arranque e frenagem linear do veículo.

3.2.1. Análise de $\frac{1}{2}$ de um carro

Para esta análise o veículo é considerado um corpo rígido que se locomove de forma linear em uma estrada horizontal. Aplicando o princípio de d'Lambert no deslocamento de carga ao longo do eixo longitudinal de um veículo, a força gerada pela transferência de carga em uma frenagem ou arrancada é efetivamente compensada com uma força inercial de atuante no centro de massa do veículo. Rill (2009) discorre que desta forma em cada eixo do carro possui um conjunto de forças normal e longitudinal conforme demonstrado na Figura 3.4.

Figura 3.4- Vista lateral do veículo



Fonte: Rill, 2009

Desconsiderando forças aerodinâmicas a primeiro momento, as equações de momento podem ser descritas conforme descritas da seguinte forma:

$$m\dot{v} = F_{x1} + F_{x2} \quad (3.5)$$

$$0 = F_{z1} + F_{z2} - mg \quad (3.6)$$

$$0 = F_{z1}a_1 - F_{z2}a_2 + (F_{x1} + F_{x2})h \quad (3.7)$$

Onde $\dot{v}$ indica a aceleração do veículo, m a massa do veículo, as medidas $a1$ e $a2$ são as distâncias horizontais do centro de massa do carro para os eixos ($a1 + a2$ é dito como entre eixo do veículo) e h é a altura do centro de gravidade do veículo.

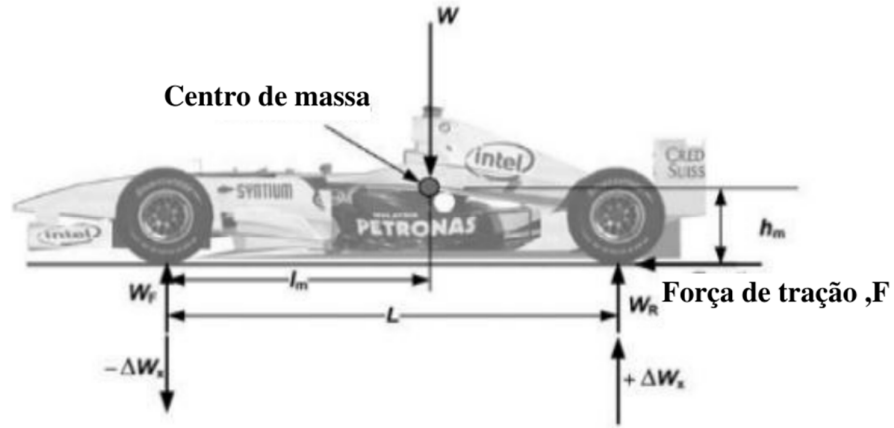
Substituindo $F_{x1} + F_{x2}$ da equação 3.5 na equação 3.7 temos solução do sistema para conhecimento das forças verticais atuantes nos eixos de acordo com a distribuição da massa como demonstrado na equação 3.8. Vale ressaltar também que a altura do centro de gravidade influência nas forças atuantes nos eixos.

$$F_{z1}^{dyn} = -mg \frac{h}{a_1 + a_2} \frac{\dot{v}}{g} \quad F_{z2}^{dyn} = +mg \frac{h}{a_1 + a_2} \frac{\dot{v}}{g} \quad (3.8)$$

Os esforços e forças atuantes no sistema podem ser afetadas também pela atuação em situações de frenagens e arrancadas de um veículo; estas por sua vez acarretam uma transferência longitudinal de carga entre os eixos dianteiros e traseiros. Seward (2014) discorre que nessas situações é inserido o valor do coeficiente de fricção do pneu. Com esta análise se dispõe a identificar os esforços atuantes nos sistemas de suspensão e transmissão no quesito de demanda de forças máximas de frenagens e arrancadas atuantes no protótipo.

Para o caso da transferência de carga no momento da aceleração do veículo (Transferência de esforços da dianteira para a traseira) temos as seguintes premissas:

Figura 3.5-Disposição de forças em transferências de cargas



Fonte: Seward, 2014. Adaptado

Carregamento de transferência longitudinal:

$$\Delta W_x = \frac{F h_m}{L} \quad (3.9)$$

Força de tração:

$$F = (W_R + \Delta W_x) \times \mu \quad (3.10)$$

$$F = (W_R + \frac{F h_m}{L}) \times \mu \quad (3.11)$$

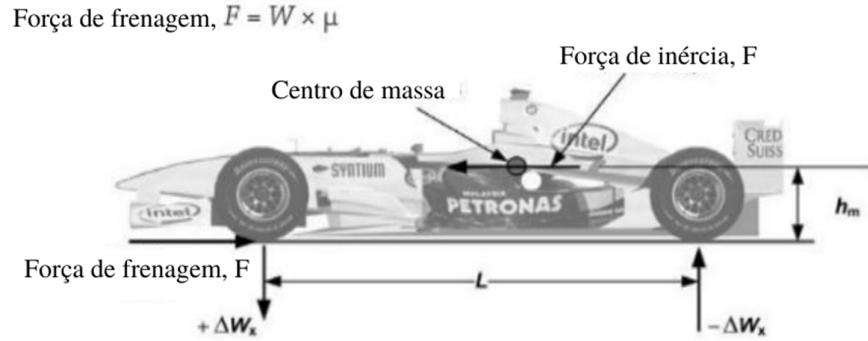
$$\therefore F - \frac{F h_m \mu}{L} = W_R \mu \quad (3.12)$$

$$F \left(1 - \frac{h_m \mu}{L} \right) = W_R \mu \quad (3.13) \quad 3.13)$$

$$F = \frac{W_R \mu}{1 - \frac{h_m \mu}{L}} \quad (3.14) \quad 3.14)$$

Na situação de uma frenagem todo o esforço e forças geradas serão transferidas para a dianteira do protótipo, ocasionando desta forma a transferência lateral de carga para dianteira.

Figura 3.6- Distribuição de carregamento de esforços longitudinal em situação de frenagem



Fonte: Seward, 2014. Adaptado

Transferência longitudinal de carga em situação de frenagem:

$$\Delta W_x = \pm \frac{F h_m}{L} = \pm \frac{W \mu h_m}{L} \quad (3.15)$$

3.3. DINÂMICA LATERAL

No que compete a dinâmica lateral, consta-se no momento em que o veículo realiza entradas em curvas, onde nas mesmas é observado os diferentes tipos de comportamentos dos componentes e esforços impostos aos sistemas de suspensão do veículo.

3.3.1. Trajetória em regime permanente

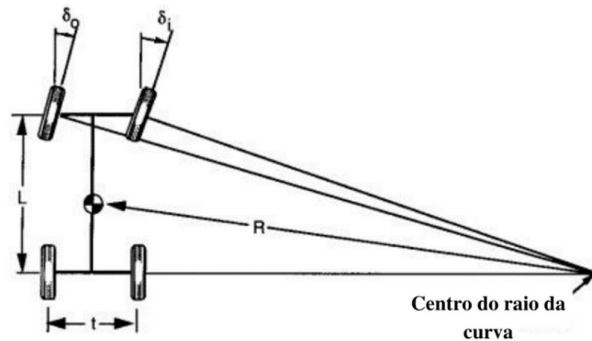
Dixon (2009) comenta que para análise, considera-se o veículo se deslocando em velocidade da aceleração lateral baixa e constante onde os esforços de rolagem possam ser desconsiderados nessa premissa de cálculo.

Desta forma, considerando que o veículo nestas condições ao realizar curvas em baixas velocidades haverá apenas esforços de atrito entre o pneu e o terreno. Contudo para realização do raio e curva proposto, as rodas dianteiras internas e externas não realizam a mesma configuração de ângulo de entrada da curva. Assim é estabelecido para geometria de curvas de um veículo assumindo variações angulares pequenas os “ângulos de direção” conforme as formulas 3.16 e 3.17

$$\delta_o \cong \frac{L}{(R + t/2)} \quad (3.16)$$

$$\delta_i \cong \frac{L}{(R - t/2)} \quad (3.17)$$

Figura 3.7-Ângulo de deriva em uma curva



Fonte: Gillespie, 1992. Adaptado

Definido como “Ângulo de Ackerman” a média dos ângulos das rodas frontais (assumindo pequenos ângulos de deriva) são conforme formula 3.18:

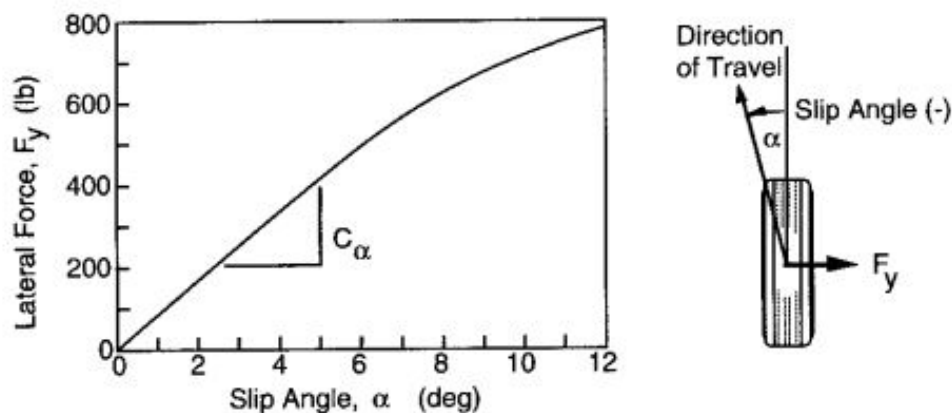
$$\delta = \frac{L}{R} \quad (3.18)$$

Este ângulo é utilizado como referência afim de identificar o erro ou derivação de cada roda no momento de entrada na curva.

3.3.2. Curvas em velocidade

Neste âmbito, curvas realizadas em velocidades maiores devem-se levar em conta o desenvolvimento de força lateral incidida no pneu. O ângulo definido entre a direção principal de trajeto do pneu e a direção no sentido da banda de rodagem do pneu é conhecido como *slip angle*.

Figura 3.8-Curva de slip angle



Fonte: Gillespie, 1992. Adaptado

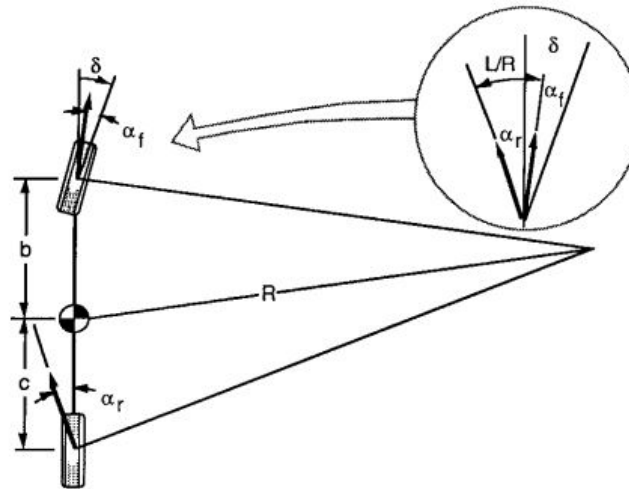
A força lateral atuante como F_y é chamada de força de curvatura, onde o ângulo e camber, segundo Gillespie (1992) é nulo. Com *slip angle* de até 5 graus a relação do mesmo com a força lateral é linear, conforme formula 3.19:

$$F_y = C_\alpha \alpha \quad (3.19)$$

O Valor do coeficiente de curvatura do Pneu C_α depende das estruturas e fabricação do respectivo pneu, bem como das condições de contorno aplicadas são aceitáveis para o respectivo projeto onde a mesma está sendo aplicado.

Desta forma as equações de curvas a baixa velocidade são deduzidas a partir da segunda lei de Newton, onde aplicando a situação de pequenos ângulos de deriva onde podemos, segundo Gillespie (1992) desconsiderar a defasagem de ângulos das rodas interna e externa. Nesse caso aplicado, podemos assumir a representação da curvatura apenas para o modelo de “bicicleta” conforme demonstrado na figura 3.9.

Figura 3.9-Modelo de bicicleta para análise de deriva



Fonte: Gillespie, 1992

Assim, para um veículo trafegando a uma velocidade V , assumimos a somatória das forças laterais atuantes no pneu do protótipo são iguais a massa vezes a aceleração centrípeta do veículo.

$$\sum F_y = F_{yf} + F_{yr} = M V^2 / R \quad (3.20)$$

Onde:

F_{yf} = Força lateral na curva no eixo dianteiro;

F_{yr} = Força lateral na curva no eixo traseiro;

M = Massa do veículo;

V = Velocidade do veículo;

R = Raio da curva;

Aplicando momento de equilíbrio no centro de gravidade do mesmo com relação ao raio da curva realizada, podemos obter os ângulos de guinada das rodas dianteiras e traseiras pelas formulas 3.21 e 3.22. Consequente, usando tais métodos na geometria total do veículo com suas específicas cargas nos eixos dianteiros e traseiros, podemos obter uma análise completa do mesmo em curva utilizando as equações descritas acima, temos desta forma a determinação do ângulo de direção das rodas pela formula 3.23:

$$\alpha_f = W_f V^2 / (C_{\alpha f} g R) \quad (3.21)$$

$$\alpha_r = W_r V^2 / (C_{\alpha r} g R) \quad (3.22)$$

$$\delta = 57,3 L/R + \alpha_f - \alpha_r \quad (3.23)$$

Aplicando 3.21 e 3.22 na equação 3.23:

$$\delta = 57,3 L/R + \left(\frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right) \frac{V^2}{gR} \quad (3.24)$$

Onde:

δ = Ângulo das rodas dianteiras

L = Entre-eixo do veículo

R = Raio da curva

V = Velocidade aplicada

g = aceleração gravitacional

W_f = Carregamento no eixo dianteiro

W_r = Carregamento no eixo traseiro

$C_{\alpha f}$ = Coeficiente de curvatura dos pneus dianteiros

$C_{\alpha r}$ = Coeficiente de curvatura dos pneus traseiros

A equação de ângulo de curvatura pode ser reformulada para obtenção de algumas análises de comportamento do sistema a partir da aceleração lateral (a_y):

$$\delta = 57,3 L/R + K a_y \quad (3.25)$$

Com estas definições podemos obter fatores distintos de comportamento do sistema de suspensão/direção, como o gradiente de esterçamento de acordo com a determinação de direção e magnitude do termo $\left(\frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right)$, onde desta forma podemos denotá-lo pelo termo K ..

- **Esterçamento neutro:** Onde o gradiente de estresse (K) é igual a zero, demonstrando que o *slip angle* encontrado na dianteira e na traseira são os mesmos;

- **Subesterçamento:** Onde o gradiente (K) é maior que zero, esta configuração por sua vez demonstra um veículo que ao realizar curvas possui uma facilidade de sair da trajetória de dianteira, aumentando o raio da curva, para este caso o *slip angle* encontrado na dianteira é maior que o encontrado na traseira;
- **Sobresterçamento:** Identificado no momento em que o gradiente (K) é menor que zero, esta configuração denota a um veículo que ao entrar na curva possui uma facilidade de sair da trajetória da curva de traseira, chegando além de diminuir o raio da curva original, derrapar a ponto de roda o mesmo, nessa situação o valor do *slip angle* da traseira é maior que o da dianteira.

3.3.3. Velocidade Característica

Em uma configuração superestressante o valor máximo aceitável de velocidade para o mesmo sem manter na curva é descrito conforme a formula 3.26

$$V_{char} = \sqrt{57,3Lg/K} \quad (3.26)$$

3.3.4. Velocidade crítica

Para este estudo temos uma análise na configuração subesterçante, que se define como a velocidade crítica em que o veículo pode ser imposto até a eminência da instabilidade do mesmo em curva. A velocidade crítica é regida pela formula 3.27.

$$V_{crit} = \sqrt{|57,3Lg/K|} \quad (3.27)$$

3.3.5. Ganho de Aceleração lateral

Tento em vista que no comportamento do sistema de direção do veículo o mesmo produz uma aceleração lateral, as equações de curva podem avaliar a performance neste quesito, onde quando obtivermos um sistema de esterçamento neutro ($K=0$) a o ganho de aceleração lateral será diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do veículo.

$$\frac{ay}{\delta} = \frac{\frac{V^2}{57,3Lg}}{1 + \frac{KV^2}{57,3Lg}} \quad (3.28)$$

O veículo possuindo por sua vez uma característica sobesterçante ($K>0$) o ganho será diminuído sempre pelo segundo termo da formula 3.28, onde o valor sempre será menor que o de esterçamento neutro do veículo. Consequinte, quanto temos uma característica

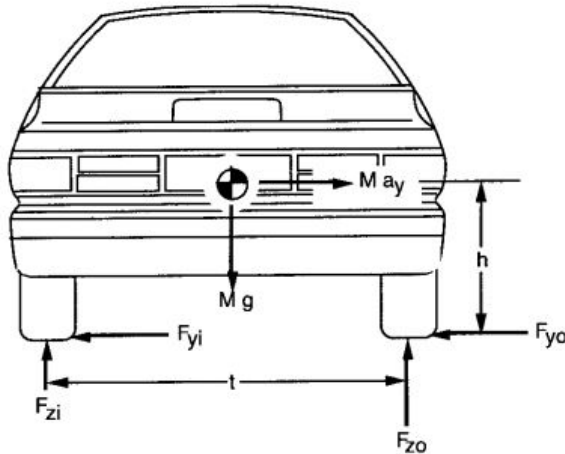
sobresterçante ($K < 0$) resulta conforme discorre Gillespie (1992) a magnitude do denominador depende do quadrado da velocidade, e tende a ir a um valor 1 quando a velocidade se aproxima da velocidade crítica.

3.3.6. Limite de tombamento lateral, modelo para rolagem

Fator de estabilidade estático

No momento em que um veículo trafega em uma curva com uma respectiva aceleração lateral, é gerado de forma reativa a força centrífuga ocasionada pelas forças laterais atuantes nos pneus. A figura 3.10 demonstra o caso de um automóvel realizando uma curva para esquerda.

Figura 3.10-Descrição dos esforços em uma curva



Fonte: Gillespie, 1992

As configurações geométricas como: Posição de centro de gravidade do veículo, altura do centro de gravidade e bitola do automóvel são determinantes no fator de geração deste momento atuante no veículo, bem como no seu comportamento ao longo da curva. De acordo com a segunda lei de Newton, a aceleração máxima nesta condição se estabelece conforme o coeficiente de atrito atuante, contudo a eminência do tombamento do veículo pode afetar o limite. Assim, conforme esta linha de raciocínio baseando-se na iminência do tombamento com os momentos de aceleração máxima atuantes para o não tombamento temos a definição da aceleração máxima aceitável:

$$Mg \frac{t}{2} - Ma_y h = 0 \rightarrow a_y = \frac{t}{2h} g \quad (3.29)$$

Assim, para um fator de estabilidade estático é dito como aprovado no teste de tombamento quando a aceleração máxima obtida exceda o atrito atuante, neste caso:

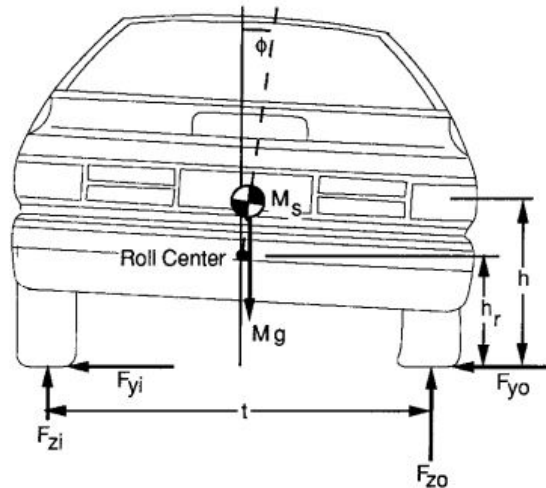
$$S_e = \frac{t}{2h} > \mu \quad (3.30)$$

Vale ressaltar que para esta metodologia aplicada por Gillespie (1992) é desconsiderado as forças de reações da suspensão, entendendo o conjunto como um corpo rígido.

Modelo básico para rolagem do veículo

Para este modelo Gillespie (1992) descreve que devemos assumir como fator de parâmetro de cálculo o centro de rolagem da suspensão, bem como a taxa de rolagem da massa suspensa. A figura 3.11 ilustra as características adicionais, para a definição do fator de estabilidade na iminência do tombamento, levando em consideração as características geométricas da suspensão.

Figura 3.11-Fator de estabilidade em curva



Fonte: Gillespie, 1992

Desta forma, temos:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t}{2h} \frac{1}{[1 + R_\phi(1 - h_r/h)]} \quad (3.31)$$

4. OTIMIZAÇÃO DE GEOMETRIA DE SUSPENSÃO TIPO DUPLO A

Neste capítulo teremos como premissa a obtenção dos dados de entrada necessários para a obtenção de valores de comportamentos geométricos dos sistemas de suspensão do protótipo Zetta da equipe de Baja IFPI BAJA que representa o Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Piauí nas competições da Baja SAE Brasil.

Estes dados serão utilizados como condições de contorno para definição do sistema geométrico de suspensão do protótipo.

Segundo Dixon (2009) o propósito de um veículo é transportar os passageiros dentro do mesmo de forma minimamente confortável e segura independente do terreno que o mesmo se proponha a percorrer. Nesta vertente também se aplica RBSB 3-emenda 0-Regulamento Baja SAE Brasil, que propõe às equipes o desafio de projetar e construir um veículo monoposto, fora de estrada (off-road), robusto, onde o mesmo deve ser seguro, facilmente transportado e de fácil manutenção e operação.

4.1. ESTUDO DE CASO: DADOS DE ENTRADA DO PROTÓTIPO

Nesta seção será demonstrado os dados de entrada utilizados para os estudos iniciais do sistema. Vale ressaltar que os dados proponentes foram fornecidos baseados nas condições de competição da SAE BRASIL, manuais de fabricantes, relatórios de projetos, especificações e dimensões de fabricação por meio de desenhos CAD, bem como na coleta de dados que a equipe IFPI Baja SAE realizou para a elaboração do projeto Zetta.

Como princípio de partida, é necessário identificar os dados de entrada, ou seja, as grandezas que servirão como base no desenvolvimento do estudo das características geométricas do protótipo. A rotina de cálculos que será elaborada terá como ponto de partida os dados listados na tabela 4.1.

Tabela 4.1-Dados de entrada

Simbologia	Descrição
B_t	Bitola
D_c	Diâmetro do conjunto roda+pneu
L_p	Largura do pneu
L_e	Curso máximo de extensão
L_c	Curso máximo de compressão
ΔB_t	Variação máxima de bitola
ΔC_t	Variação máxima de cambagem

Fonte: Autor-Araújo, 2021

Após realizado as rotinas de cálculo modeladas, teremos como dados de saída, um sistema de suspensão com geometria otimizada com seus respectivos pontos de fixação no chassi, altura de manga de eixo, comprimento das bandejas inferiores e superiores da suspensão.

Tabela 4.1-Dados de saída

Simbologia	Descrição
A	Bandeja superior-ponto de fixação no chassi
B	Bandeja superior-ponto de fixação na manga de eixo
C	Bandeja inferior-ponto de fixação no chassi
D	Bandeja inferior-ponto de fixação na manga de eixo

Fonte: Araújo, 2021

4.2. GEOMETRIA E OBJETO DE ESTUDO

Nesta fase de desenvolvimento de projeto o objetivo é encontrar uma geometria de suspensão capaz de suprir as necessidades previamente estabelecidas nas tomadas iniciais de projeto, nesse sentido se faz necessário identificar para dimensionamento do sistema os pontos principais onde a estrutura estará organizada, ou seja, quais serão as cotas de ligação do sistema de suspensão com o chassi do veículo, bem como o comprimento dos elementos de articulação (bandejas de suspensão).

Para compreensão mais prática, iremos utilizar o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro, que uma vez definido poderá ser espelhado para obtenção do sistema de suspensão do respectivo eixo.

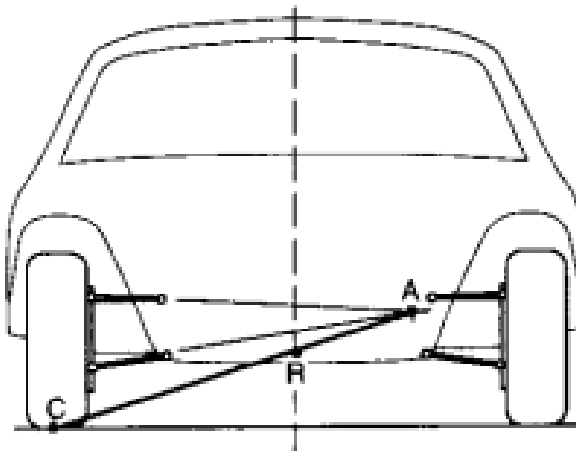
Estes pontos do sistema de suspensão devem atender e se limitar às características geométricas previamente estipuladas pelas premissas iniciais de projeto. São estas:

- Variação da bitola do sistema ao longo do trabalho da suspensão (*bump* e *rebound*);
- Variação de cambagem ao longo do curso de trabalho da suspensão;

Assim, com os parâmetros iniciais definidos, a otimização do sistema de suspensão será baseada na altura do centro de rolagem geométrico. Parâmetro este escolhido devido a todo o sistema de suspensão atuar e girar de acordo com suas condições ao longo do curso de trabalho do sistema.

Dixon (2009) define o centro de rolagem geométrico (CRG) como o ponto no plano transversal vertical da suspensão, sendo a intersecção das projeções dos braços de suspensão. Em um sistema de suspensão tipo duplo A o CRG é encontrado pela intersecção da linha projetada a partir da banda de rodagem do pneu em contato com o solo ao centro instantâneo de rotação dos braços de suspensão e a linha de centro vertical do veículo conforme figura 4.1

Figura 4.1-Centro de rolagem geométrico-CRG

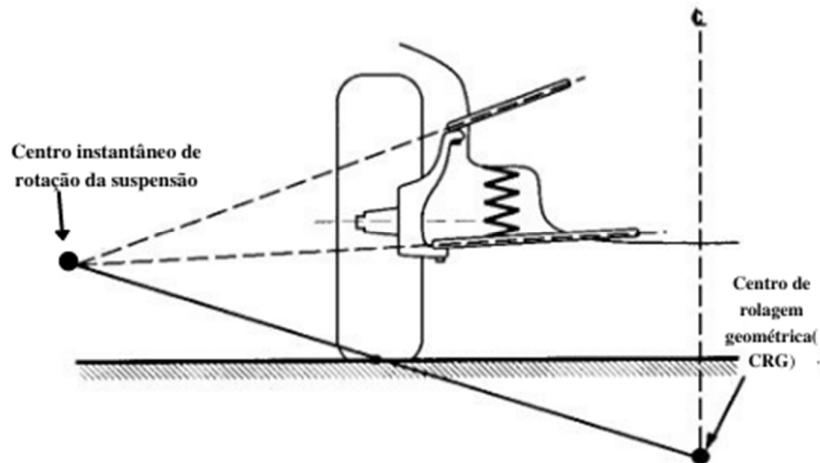


Assim, desta forma em sistemas tipo duplo A temos as configurações conforme os braços de suspensão:

- Caso duplo A positivo

- Caso duplo A negativo

Figura 4.3-Configuração negativo

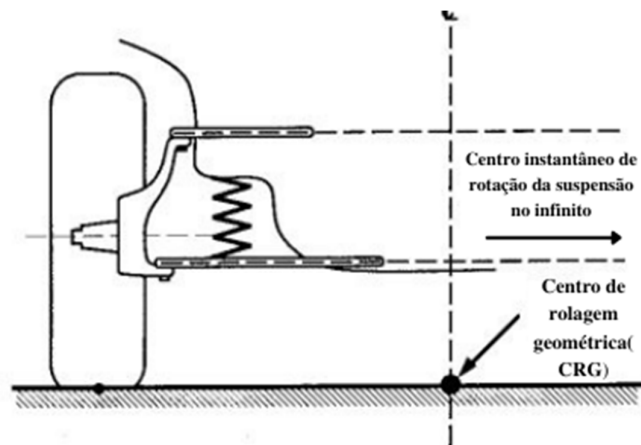


Fonte: Gillespie, 1992

Neste caso o centro de rolagem geométrico está abaixo do solo. Configurações como esta ajudam na aderência dos pneus em constante contato com o solo.

- Caso duplo A com braços horizontalmente paralelos

Figura 4.4-Configuração braços paralelos

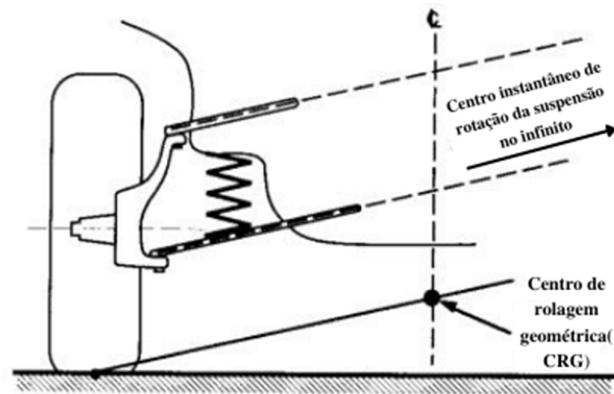


Fonte: Gillespie, 1992

Nesta configuração de geometria os braços da suspensão estão paralelos e seu centro instantâneo de rotação tende ao infinito; para estes casos o centro de rolagem geométrico é no nível do solo.

- Caso duplo A com braços paralelos inclinados

Figura 4.5-Braços paralelos inclinados



Fonte: Gillespie, 1992

Neste caso o centro instantâneo de rotação tende ao infinito, assim o centro de rolagem geométrica segue paralelamente os segmentos de projeção dos braços de suspensão.

O ponto determinante para selecionar a altura do centro de rolagem como parâmetro de otimização de uma geometria de suspensão é evidenciado na prática em veículos ao entrarem em curvas, onde a força lateral gerada no pneu ocasiona um momento de tombamento ou a perda de aderência da roda interna da curva com o solo como pode ser observado na figura 4.6. Momento este proporcional a altura do centro de rolagem do sistema de suspensão, onde toda a transferência de carga é recebida.

Este efeito é chamado de *jacking*. Seward (2014) discorre que a altura do centro de rolagem é proporcional ao momento gerado para perda de aderência de pneus com o solo ao entrar em curvas.

Figura 4.6-Efeito Jacking



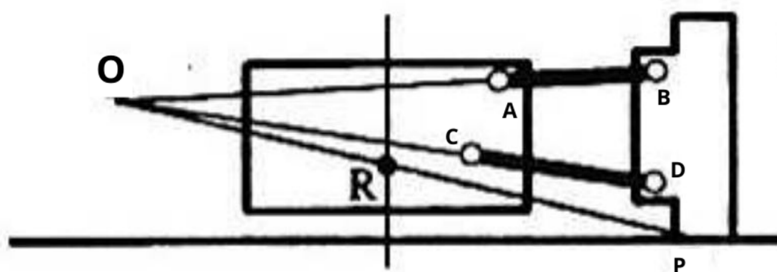
Fonte: Seward, 2014

Assim assumindo como parâmetro decisivo em um projeto a aderência constante do conjunto de rodas de um veículo ao entrar em uma curva, se faz como fator decisivo na elaboração de qualquer protótipo de sistema de suspensão.

4.3. OTIMIZAÇÃO DA SUSPENSÃO DUPLO A

Com o parâmetro de comportamento de uma suspensão selecionado, o próximo passo é identificar a função que descreve o comportamento da altura do centro de rolagem geométrico ao longo da atuação do sistema de suspensão dianteiro sob efeito do terreno.

Figura 4.7-Posicionamento do centro de rolagem geométrico



Fonte: Milliken & Milliken, 1995

A partir de dedução geométrica baseado em análise de colinearidade de pontos por meio de equações gerais de reta, a função que rege o centro de rolagem geométrico de uma suspensão tipo duplo A é descrita por:

$$(4.1)$$

$$z_{RC} = \frac{y_P z_O}{(y_P - y_O)}$$

Onde:

$$z_O = \frac{y_C - y_A + \frac{z_A}{\vartheta_A} - \frac{z_C}{\vartheta_B}}{\frac{1}{\vartheta_A} - \frac{1}{\vartheta_B}} \quad (4.2)$$

$$y_O = \frac{z_C - z_A + \vartheta_A y_A - \vartheta_B y_C}{\vartheta_A - \vartheta_B} \quad (4.3)$$

$$\vartheta_A = \frac{z_B - z_A}{y_B - y_A} \quad (4.4)$$

$$\vartheta_B = \frac{z_D - z_C}{y_D - y_C} \quad (4.5)$$

$$y_P = \frac{y_B + y_D}{2} + \frac{L_p}{2} = \frac{B_t}{2} \quad (4.6)$$

$$z_P = \frac{z_B + z_D}{2} - \frac{D_p}{2} = 0 \quad (4.7)$$

Definido a função a ser otimizada, ou seja, o ponto ótimo encontrado a partir dos dados solicitados de entrada, utilizaremos no suporte da resolução da rotina a ser elaborada o *software* MATLAB, onde o mesmo possui um solucionador de programação não linear chamado por *fmincon* que tem como objetivo encontrar o mínimo de uma função com mais de uma variável, não linear a partir de restrições e limites impostos como padrão de entrada.

$$\min f(x) \text{ tal que } \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \\ A \cdot x \leq b \\ Aeq \cdot x = beq \\ lb \leq x \leq ub \end{cases} \quad (4.8)$$

Tendo ciência que as restrições aplicadas e respeitadas ao longo da rotina de iterações executada se faz necessário aplicar o algoritmo base disponível na função *fmincon* que nos atenda neste quesito, desta forma é utilizado um método SQP (Programação sequencial

quadrática), que realiza em todas as iterações da rotina de otimização a validação de todos os limites e restrições previamente estabelecidos. Para o estudo, será realizado a iteração do incremento do curso de suspensão ao ser comprimido e estendido, identificando o ponto ótimo do centro de rolagem. Outro ponto para a escolha deste método é a baixa demanda de memória de processamento ao longo da execução do programa.

Assim, definimos como metodologia a ser aplicada neste estudo a otimização de um sistema de suspensão tipo duplo A, através do centro de rolagem geométrico da suspensão, através de controle de parâmetros de variações de bitola e cambagem ao longo do trabalho do curso de suspensão.

Desta forma para prosseguimento do estudo se faz necessário definir quais são os parâmetros de restrição e limites a serem inseridos na rotina de otimização da geometria de uma suspensão dianteira:

- Valores máximos de cambagem ao longo do curso da suspensão (seja no bump ou no rebound);

$$\Delta C_{bC} \geq \tan^{-1} \left(\frac{y_{D'} - y_{B'}}{z_{D'} - z_{B'}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{y_D - y_B}{z_D - z_B} \right) \quad (4.9)$$

Onde:

$$z_{B'} = z_B + L_C \quad (4.10)$$

$$\Delta C_{bE} \geq \tan^{-1} \left(\frac{y_{D''} - y_{B''}}{z_{D''} - z_{B''}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{y_D - y_B}{z_D - z_B} \right) \quad (4.11)$$

Onde:

$$z_{B''} = z_B + L_E \quad (4.12)$$

- Variações máximas de bitola na compressão e extensão da suspensão;

$$\Delta B_{tC} \geq \frac{1}{2} (y_{B'} + y_{D'} - y_B - y_D) + \frac{L_p}{2} (1 - \cos \Delta C_{bC}) - \frac{D_p}{2} \sin \Delta C_{bC} \quad (4.13)$$

$$\Delta B_{tE} \geq \frac{1}{2} (y_{B''} + y_{D''} - y_B - y_D) + \frac{L_p}{2} (1 - \cos \Delta C_{bE}) - \frac{D_p}{2} \sin \Delta C_{bE} \quad (4.14)$$

- Restrição referente a constante dos tamanhos das bandejas superiores e inferiores da suspensão, independente do curso ou variação de bitola ao longo do trabalho da suspensão;

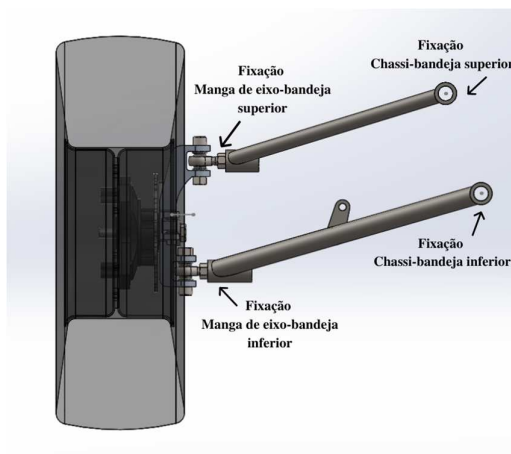
$$\sqrt{(y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} = \sqrt{(y_{B'} - y_A)^2 + (z_{B'} - z_A)^2} = \sqrt{(y_{B''} - y_A)^2 + (z_{B''} - z_A)^2} \quad (4.15)$$

$$\sqrt{(y_D - y_C)^2 + (z_D - z_C)^2} = \sqrt{(y_{D'} - y_C)^2 + (z_{D'} - z_C)^2} = \sqrt{(y_{D''} - y_C)^2 + (z_{D''} - z_C)^2} \quad (4.16)$$

$$\sqrt{(y_B - y_B')^2 + (z_B - z_D)^2} = \sqrt{(y_{B'} - y_{D'})^2 + (z_{B'} - z_D)^2} = \sqrt{(y_{B''} - y_{D''})^2 + (z_{B''} - z_{D''})^2} \quad (4.17)$$

Como resultado final da rotina de otimização, é retornado os valores dos pontos de fixação na estrutura e na manga de eixo nos estados de repouso, bump e rebound a partir do centro de rolagem mínimo otimizado como pode ser visto na figura 4.8. A rotina de cálculo utilizado é demonstrada no **Apêndice A**.

Figura 4.8-Pontos de saída da otimização



Fonte: Autor-Araújo, 2021

4.4. ESTUDO DE CASO

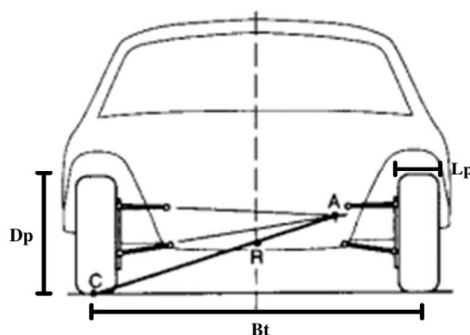
Com base no recorrido e na metodologia aplicada, é realizado um estudo de caso a partir do projeto Zetta, protótipo de veículo baja projetado pela equipa IFPI Baja SAE que por sua vez possui como pontos e valores de entrada para a otimização do sistema de suspensão dianteiro seus respectivos dados geométricos. Exemplo: bitola, entre eixos, tipo de suspensão, dados do pneu.

Tabela 4.2-Dados de entrada

Simbologia	Descrição	Valor	Und
Bt	Bitola do eixo	1420	mm
Dp	Diâmetro do pneu	533,4	mm
L _p	Largura do pneu	177,8	mm
Le	Altura do pneu na extensão	70	mm
Lc	Altura do pneu na compressão	100	mm
ΔBt	Variação de bitola do eixo	25(compressão) e 25 (extensão)	mm
ΔCt	Variação de cambagem do eixo	1º(compressão) e 1º(extensão)	deg

Fonte: Autor-Araújo, 2021

Figura 4.9- Dados geométricos de entrada



Os dados fornecidos na tabela 4.3 foram coletados a partir da definição de uma suspensão dianteira utilizada no protótipo Antares da equipe IFPI BAJA SAE, sendo desta forma um exemplo real de dimensionamento realizado.

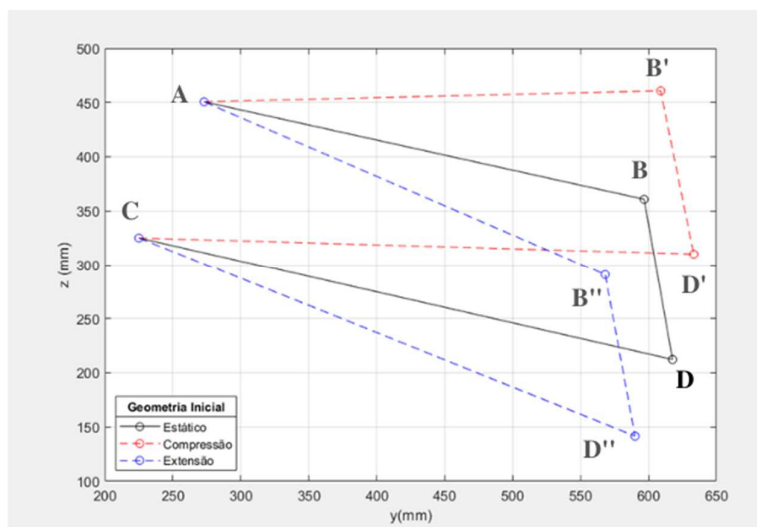
Como ponto de partida da inserção de dados para rotina de otimização aplicada, é necessário inserir um vetor contendo os valores dos pontos de fixação da suspensão nos respectivos pontos de análise: estático, estendido e comprimido.

Tabela 4.3-Coordenadas iniciais da geometria

Simbologia	Coordenadas(y,z)
A	(273.03, 450.66)
B	(596.78, 360.78)
C	(225, 325)
D	(617.65, 212.24)
D'	(633.25, 310.04)
D''	(590.03, 141.58)
yRC	212.668

Fonte: Autor-Araújo, 2021

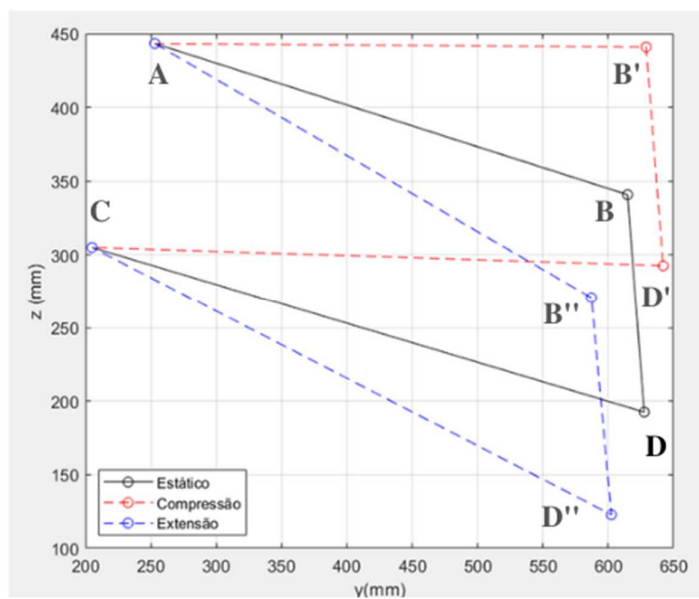
Figura 4.10-Geometria inicial fornecida



Fonte: Autor-Araújo, 2021

Iniciando o processo de otimização tendo como alteração máxima permitida em cada ponto ± 20 mm nas direções do plano zy, a rotina foi finalizada após 28 iterações encontrando um vetor de pontos ótimos que satisfaça as restrições inseridas como padrão de entrada.

Figura 4.11-Geometria otimizada



Fonte: Autor-Araújo, 2021

Tabela 4.5-Coordenadas otimizadas da geometria

Simbologia	Coordenadas(y,z)
A	(253.03, 443.15)
B	(614.74, 340.78)
C	(205, 305)
B'	(613.10,463.27)
B''	(573.1,292.15)
D	(627.46, 192.62)
D'	(633.73, 315.04)
D''	(595.03, 145.22)
yRC	174,46

Fonte: Autor- Araújo, 2021

O vetor solução possui os pontos de fixação na estrutura do chassi e no montante de fixação do conjunto da roda, desta forma conferindo à geometria de suspensão dianteira as configurações conforme a tabela 4.5. O objetivo de minimizar a altura do centro de rolagem geométrico foi atingido, realizando a redução da altura de 212,67 para 174,46 conferindo a solução para problemática proposta.

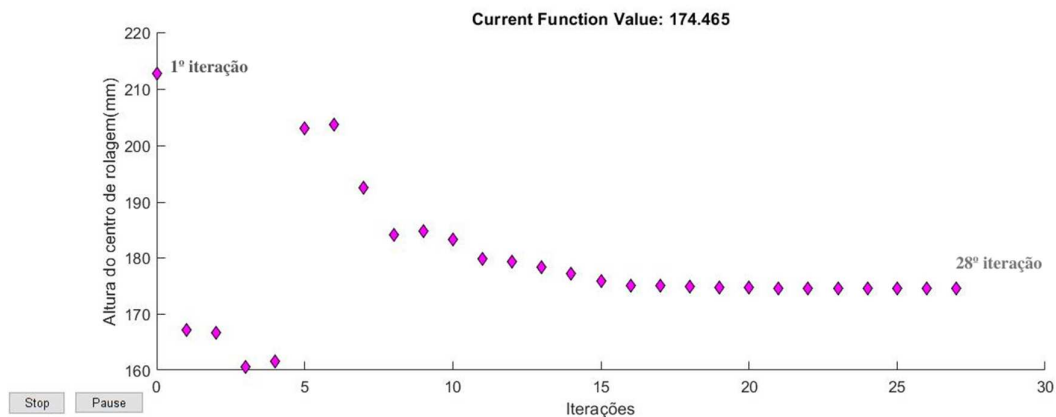
Tabela 4.6-Dados geométricos da suspensão otimizada

Simbologia	Descrição	Valor
ΔB_{tc}	Variação de bitola na compressão	28,72 mm
ΔB_{te}	Variação de bitola na extensão	-54,8 mm
ΔC_{tc}	Variação de cambagem na compressão	-0,12 graus
ΔC_{te}	Variação de cambagem na extensão	-1,05 graus

Fonte: Autor- Araújo, 2021

Na figura 4.9 temos o histórico de iterações necessárias para encontro de um ponto ótimo da altura do centro de rolagem geométrica.

Figura 4.12-Altura do centro de rolagem X número de iterações



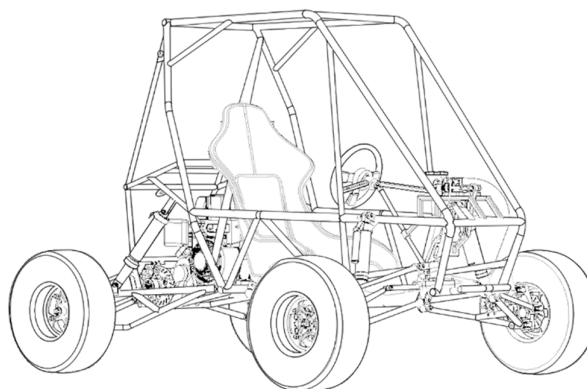
Fonte: Autor-Araújo, 2021

Obtido um valor para a problemática de ponto de partida para geometria de suspensão, é possível realizar a discriminação do comportamento geométrico de um sistema de suspensão.

5. ESTUDO DE CASO: ANÁLISE DE GEOMETRIA DE SUSPENSÃO

Com o esboço da geometria otimizada definida, faz-se necessário a corroboração da mesma em um ambiente de software capaz de nos fornecer as características principais da suspensão bem como confrontar o comportamento da mesma com as condições de contorno propostas inicialmente pela Equipe IFPI BAJA SAE para o protótipo.

Figura 5.1-Protótipo Zetta



Fonte: Equipe IFPI Baja SAE, 2019

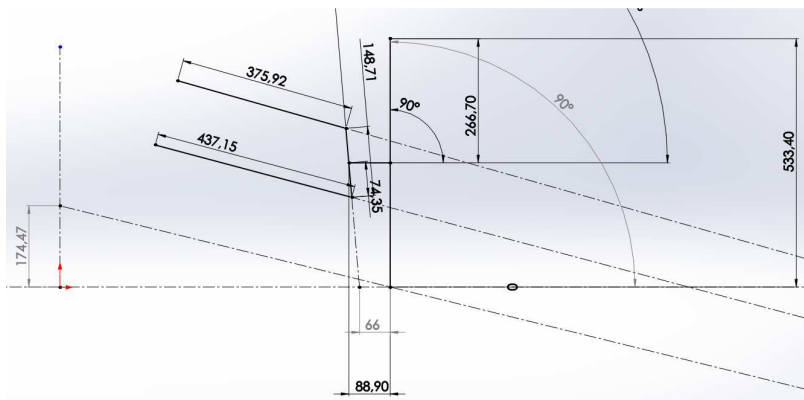
Os dados da tabela 5.1 foram fornecidos pela equipe IFPI BAJA SAE, estes por sua vez serão utilizados para análise do comportamento do sistema de suspensão.

Tabela 5.1-Características geométricas do veículo

Características Geométricas do Veículo		
Parâmetro	Valor	und
Entre-eixo	1500	mm
Bitola Dianteira	1420	mm
Bitola Traseira	1320	mm
Altura do CG	491,79	mm
Altura Roll Center Dianteiro	174,46	mm
Altura Roll Center Traseiro	238,17	mm
Tire rate	250	N/mm
Peso do carro	364	kg
Peso no eixo dianteiro	189,28	kg
Peso no eixo traseiro	283,92	kg
Velocidade de entrada na curva	20	km/h
Gravidade	9,81	m/s ²
Raio de Curva	3,5	m

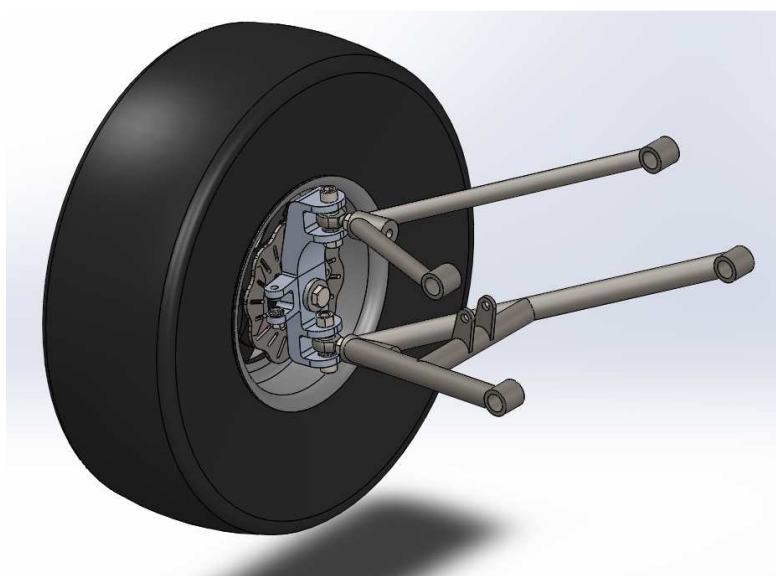
Fonte: Autor-Araújo, 2021

Figura 5.2-Croqui de geometria otimizada



Fonte: Autor-Araújo, 2021

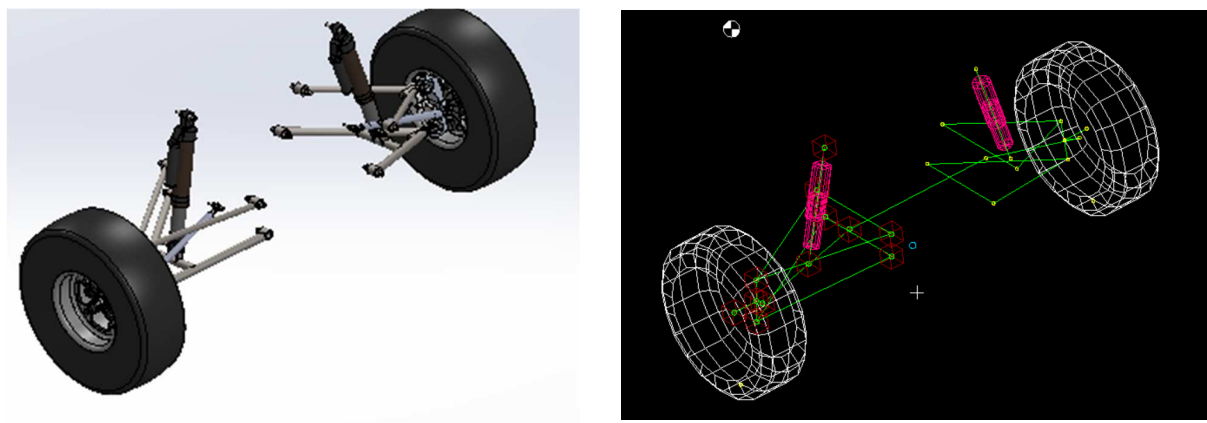
Figura 5.3-Configuração de sistema de suspensão utilizado



Fonte: Autor-Araújo, 2021

Definido os parâmetros e dados de entrada, é montado um modelo de análise no software Lotus Shark Suspensions. Neste ambiente, as cotas da geometria da suspensão são inseridas, bem como as condições de contorno.

Figura 5.4-Modelagem de sistema de suspensão



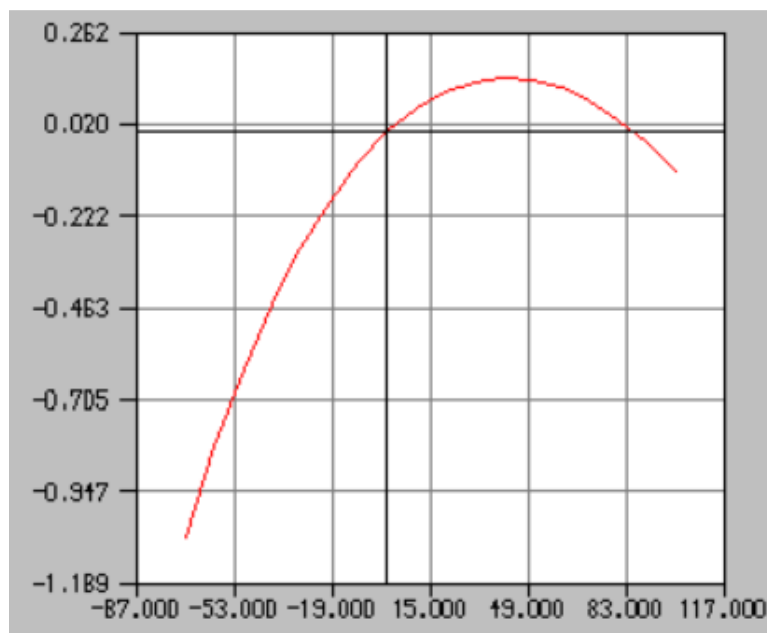
Fonte: Autor-Araújo, 2021

Neste ponto será analisado o comportamento do sistema de suspensão em suas variações máximas de cambagem e bitola, confrontando os valores da modelagem com os obtidos da rotina de otimização da suspensão dianteira.

As máximas variações de bitola e cambagem resultantes do sistema de suspensão otimizado determinados conforme item 4.4 possui valores de compressão 28,72 mm e -0,12 graus e em extensão de -54,8 mm e -1,05 graus, respectivamente.

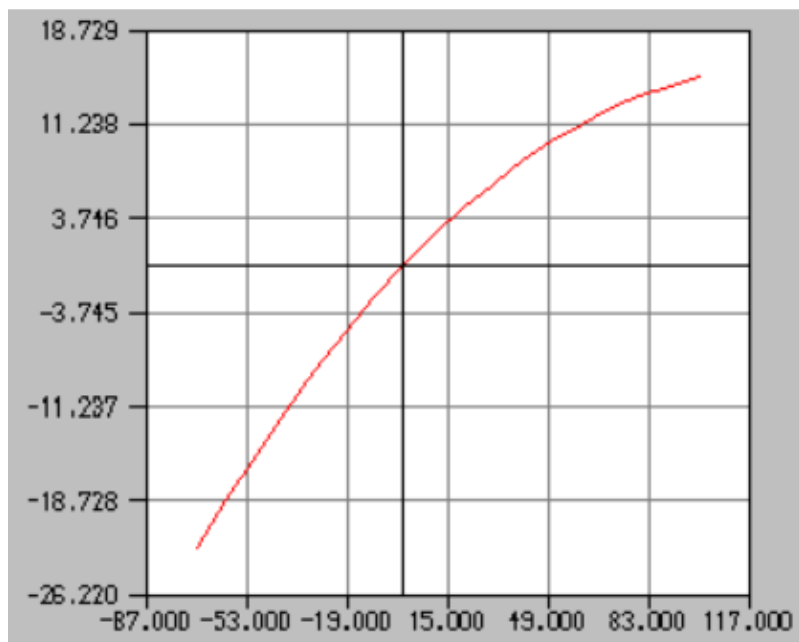
Os gráficos abaixo demonstram as variações de bitola e cambagem obtidas pelo software Lotus Shark Suspensions para geometria estudada.

Figura 5.5-Variação de cambagem ao longo do curso de trabalho-Software Lotus



Fonte: Autor-Araújo,2021

Figura 5.5- Variação de bitola ao longo do curso de trabalho-Software Lotus



Fonte: Autor-Araújo,2021

Observa-se através dos gráficos gerados que os valores máximos de variação de bitola e cambagem na compressão são de 29,96 mm e -0,105 graus e na extensão de -44,94 mm e -1,0677, conforme demonstrado na tabela 5.2

Confrontando os resultados fica evidente a eficácia da rotina de otimização aplicada para obtenção de dados geométricos de um sistema de suspensão. A diferença entre os valores obtidos pela rotina e o software Lotus devem ocorrer pelo modelo de análise utilizado neste trabalho ser bidimensional enquanto que o modelo analisado pelo software Lotus é tridimensional. Abaixo segue tabela com dados das demais características geométricas obtidas pela análise do software Lotus.

Tabela 5.2-Comparação com dados otimizados e software

	Cambagem (Graus)			Variação de bitola (mm)		
	Rotina de otimização	Software Lotus	Erro(%)	Rotina de otimização	Software Lotus	Erro(%)
Compressão	-0,12	-0,105	-12,5%	28,72	29,96	4%
Extensão	-1,05	-1,067	1,6%	-54,8	-44,94	-18%

Fonte: Autor-Araújo, 2021

Figura 5.6- Tabela com dados cinemáticos de suspensão modelada

INCREMENTAL GEOMETRY VALUES						
BUMP TRAVEL (mm)	CAMBER ANGLE (deg)	TOE ANGLE (deg)	CASTOR ANGLE (deg)	KINGPIN ANGLE (deg)	DAMPER RATIO [-]	SPRING RATIO [-]
-70.00	-1.0677	-0.7433	0.0000	6.0880	2.072	1.902
-60.00	-0.8295	-0.6421	0.0000	5.8497	2.089	1.941
-50.00	-0.6252	-0.5421	0.0000	5.6453	2.103	1.979
-40.00	-0.4510	-0.4411	0.0000	5.4710	2.116	2.016
-30.00	-0.3037	-0.3376	0.0000	5.3237	2.127	2.051
-20.00	-0.1808	-0.2301	0.0000	5.2007	2.136	2.086
-10.00	-0.0801	-0.1179	0.0000	5.1000	2.145	2.119
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	5.0199	2.152	2.152
10.00	0.0611	0.1243	0.0000	4.9588	2.159	2.184
20.00	0.1042	0.2556	0.0000	4.9157	2.165	2.216
30.00	0.1305	0.3944	0.0000	4.8895	2.170	2.247
40.00	0.1407	0.5413	0.0000	4.8794	2.174	2.278
50.00	0.1355	0.6967	0.0000	4.8847	2.178	2.308
60.00	0.1156	0.8612	0.0000	4.9049	2.182	2.338
70.00	0.0812	1.0352	0.0000	4.9395	2.185	2.368
80.00	0.0328	1.2190	0.0000	4.9882	2.188	2.397
90.00	-0.0293	1.4134	0.0000	5.0507	2.191	2.426
100.00	-0.1049	1.6186	0.0000	5.1268	2.193	2.456

INCREMENTAL SUSPENSION PARAMETER VALUES								
BUMP TRAVEL (mm)	ANTI DIVE (%)	ANTI SQUAT (%)	ROLL CENTRE HEIGHT TO BODY (mm)	ROLL CENTRE HEIGHT TO GROUND (mm)	HALF TRACK CHANGE (mm)	WHEELBASE CHANGE (mm)	DAMPER TRAVEL (mm)	SPRING TRAVEL (mm)
-70.00	1.80	0.00	204.20	274.20	-22.47	-1.23	33.05	-34.50
-60.00	1.78	0.00	199.78	259.78	-18.60	-1.05	28.24	-29.30
-50.00	1.81	0.00	195.45	245.45	-14.96	-0.87	23.47	-24.20
-40.00	1.88	0.00	191.22	231.22	-11.54	-0.71	18.73	-19.19
-30.00	1.97	0.00	187.10	217.10	-8.33	-0.54	14.02	-14.27
-20.00	2.08	0.00	183.06	203.06	-5.35	-0.36	9.33	-9.44
-10.00	2.22	0.00	179.13	189.13	-2.57	-0.18	4.65	-4.68
0.00	2.37	0.00	175.29	175.29	0.00	0.00	0.00	0.00
10.00	2.55	0.00	171.53	161.53	2.37	0.19	-4.64	4.61
20.00	2.74	0.00	167.86	147.86	4.53	0.40	-9.26	9.16
30.00	2.95	0.00	164.27	134.27	6.51	0.61	-13.88	13.64
40.00	3.17	0.00	160.76	120.76	8.28	0.84	-18.48	18.06
50.00	3.42	0.00	157.33	107.33	9.87	1.08	-23.08	22.42
60.00	3.68	0.00	153.97	93.97	11.26	1.34	-27.67	26.72
70.00	3.97	0.00	150.68	80.68	12.47	1.61	-32.25	30.97
80.00	4.27	0.00	147.45	67.45	13.49	1.90	-36.82	35.17
90.00	4.60	0.00	144.29	54.29	14.33	2.21	-41.39	39.32
100.00	4.96	0.00	141.19	41.19	14.98	2.54	-45.95	43.41

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo analisar a geometria de um sistema de suspensão tipo duplo A otimizado através de uma rotina de cálculo desenvolvida para obter os pontos ótimos de fixação do sistema e as variações de bitola e cambagem para assegurar uma maior estabilidade do veículo em curvas. Todos os fundamentos teóricos para o equacionamento da rotina de cálculo foram apresentados para que fosse realizado a metodologia de análise geométrica.

Na geometria utilizada para exemplificação deste estudo, a rotina de cálculo aplicada obteve uma otimização da altura do centro de rolagem geométrico da suspensão, diminuindo a mesma de 217,67 mm para 174,46 mm; uma redução de 43,21 mm representando uma otimização de 20%, partindo de uma geometria inicial obtida através de esboços e croquis de projeto. Este fato demonstra a eficiência da rotina já no primeiro tratamento da geometria de uma suspensão, assim abrindo espaço para posteriores otimizações e demais vertentes. Também foi verificado a geometria otimizada em software comercial, afim de validar a geometria obtida e suas respectivas características geométricas.

Para esta verificação foi utilizado o Lotus Shark Suspension, onde foi aplicado as características e restrições fornecidas pela equipe IFPI Baja SAE e comparado os resultados dos dados geométricos obtidos pela rotina de cálculo desenvolvida e os provindos do software comercial, onde os resultados se mostraram favoráveis para a maioria dos parâmetros, apresentando discrepâncias inferiores a 12,5%. Apenas nas comparações de variações de bitola na extensão do curso da suspensão que a disparidade superou 15%. A divergência dos resultados pode ser explicada pelo fato do modelo de análise utilizado neste trabalho ser bidimensional enquanto que o modelo analisado pelo software Lotus é tridimensional.

Como sugestões e melhoria do âmbito estudado para aperfeiçoamento do assunto nos nichos de graduação de engenharia mecânica, a aplicação de otimização de geometrias em suspensões com ângulos de ataque (equacionando a defasagem do plano de trabalho com o plano vertical), montagem completa de uma rotina de dimensionamento (cinemático e dinâmico) de suspensão a partir de sua geometria otimizada tridimensionalmente, para este caso em especial a discretização do conjunto de amortecimento.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Daniel de Araújo. **Dimensionamento cinemático e dinâmico de suspensão duplo A**. 2012. Monografia (Graduação) - Universidade Brasília, [S. l.], 2012.
- DIXON, John C. **Suspension Geometry and Computation**. 2. ed. [S. l.: s. n.], 2009.
- DIXON, John C.. Tires, Suspension and Handling. 2. ed. Warrendale: Society Of Automotive Engineers, 1996. GILLESPIE, Thomas D.. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale: Society Of Automotive Engineers, Inc, 1992.
- GILLESPIE, Thomas D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. 1. ed. [S. l.: s. n.], 1992.
- HIBBELER, Russel C. **Dinâmica para engenharia**. 12. ed. [S. l.: s. n.], 2010.
- JAZAR, Reza N.. **Vehicle Dynamics: theory and applications**. Ryverdale, Ny: Springer, 2008.
- MILLIKEN, William F.; MILLIKEN, Douglas L.. **Race Car Vehicle Dynamics**. Warrendale: Society Of Automotive Engineers, Inc, 1995.
- NORTON, Robert L. **Cinemática e Dinâmica dos mecanismos**. [S. l.: s. n.], 2010.
- RILL, Georg. **Vehicle Dynamics: lecture notes**. Regensburg: Crc Press, 2009.
- SAE BRASIL. **Regulamento Baja SAE Brasil: competição baja sae brasil**. São Paulo: Sae Brasil, 2018.
- SEWARD, Derek. **Race Car Design**. Lancaster: Palgrave, 2014.
- RAUBER, Felipe. **Análise estrutural e otimização aplicada a uma manga de eixo de um baja SAE**. In: RAUBER, Felipe. **Análise estrutural e otimização aplicada a uma manga de eixo de um baja SAE**. 2018. Monografia (Graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, [S. l.], 2018.
- VALENTE, Elizabeth Cristiane Marins. **Otimização em problemas de Engenharia Civil**. 2020. Monografia (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, [S. l.], 2020.
- VIEGAS, Bruno Barbo Colangelo. **Análise numérica de mangas de eixo para veículo baja sae**. 2016. Monografia (Graduação) - Universidade de Brasília, [S. l.], 2016.

APÊNDICE A-ROTINAS DE CÁLCULO UTILIZADAS

```

clear all
close all
clc

%-----PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO-----

%Constantes-----
Bt = 1420; %(mm) bitola do veiculo
Dp = 533.4; %(mm) diametro do pneu
Lp = 177.8; %(mm) largura do pneu
Lc = 100; %(mm) curso de compressao (bump)
Le = 70; %(mm) curso de extensao (rebound)

%Dados de restrição-----

Dbc=25; %variação de bitola na compressão
Dbe=25; % variação de bitola na extensão
ang_dCc=1; %máximo angulo de cambagem na compressão
ang_dCe=1; %máximo angulo de cambagem na compressão

%-----
% Calculo dos Angulos
%-----

dCc = ang_dCc*pi/180;
dCe = ang_dCe*pi/180;

%-----
%Valores iniciais
%-----

objective= @(x) Bt/2*((x(8)-x(6))*(x(2)*x(3)-x(4)*x(1))+(x(4)-
x(2))*(x(8)*x(5)-x(6)*x(7)))/(((x(3)-x(1))*(Bt/2-x(5))*(x(8)-
x(6)))+(x(3)-x(1))*(x(6)-x(2))*(x(7)-x(5))+(x(7)-x(5))*(x(4)-
x(2))*(x(1)-Bt/2)));

x0=zeros(14,1);
A=zeros(17,14);
b=zeros(17,1);
beq=zeros(2,1);
Aeq=zeros(2,14);

x0(1)=273.03; %xA
x0(2)=450.66; %yA
x0(3)=596.78; %xB
x0(4)=360.78; %yB
x0(5)=225; %xC
x0(6)=325; %yC
x0(7)=617.65; %xD
x0(8)=212.24; %yD
x0(9)=608.94; %xB'
```

```

x0(10)=568.10; %xB"
x0(11)=633.25; %xD'
x0(12)=590.03; %xD"
x0(13)=310.04; %yD'
x0(14)=141.58; %yD"

A(1,1)=-1;
A(2,2)=-1;
A(3,3)=-1;
A(4,4)=-1;
A(5,5)=-1;
A(6,6)=-1;
A(7,7)=-1;
A(8,8)=-1;
A(9,9)=-1;
A(10,10)=-1;
A(11,11)=-1;
A(12,12)=-1;
A(13,13)=-1;
A(14,14)=-1;
A(15,3)=1;
A(15,7)=-1;
A(16,9)=1;
A(16,11)=1;
A(16,3)=-1;
A(16,7)=-1;
A(17,10)=1;
A(17,12)=1;
A(17,3)=-1;
A(17,7)=-1;

b(16,1)=2*Dbc-Lp*(1-cos(dCc))+Dp*sin(dCc);
b(17,1)=2*Dbe-Lp*(1-cos(dCe))+Dp*sin(dCe);

Aeq(1,3)=1;
Aeq(1,7)=1;
Aeq(2,4)=1;
Aeq(2,8)=1;

beq(1)=Bt-Lp;
beq(2)=Dp;

lb=x0-20;
ub=x0+20;

nonlincon=@restr;

options = optimset('LargeScale', 'off', 'Display', 'iter', 'Tolcon',
1e-5, 'Tolfun', 1e-5, 'Tolx', 1e-5, 'PlotFcns', @optimplotfval);

[x,fval,ef,output,lambda]=fmincon(objective,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,non
lincon,options);

disp(x)
disp(['Inicial zrc: ' num2str(objective(x0))])

```

```

disp(['Final zrc: ' num2str(objective(x))])

[c,ceq]= restr(x)

%-----
%Impressão da geometria
%-----

figure ('name','Geometria Otimizada da Suspensao');
axes('FontSize',12);
ygeo(1) = x(1);
ygeo(2) = x(3);
ygeo(3) = x(7);
ygeo(4) = x(5);

zgeo(1) = x(2);
zgeo(2) = x(4);
zgeo(3) = x(8);
zgeo(4) = x(6);

ygeoc(1) = x(1);
ygeoc(2) = x(9);
ygeoc(3) = x(11);
ygeoc(4) = x(5);

zgeoc(1) = x(2);
zgeoc(2) = x(4)+Lc;
zgeoc(3) = x(13);
zgeoc(4) = x(6);

ygeoe(1) = x(1);
ygeoe(2) = x(10);
ygeoe(3) = x(12);
ygeoe(4) = x(5);

zgeoe(1) = x(2);
zgeoe(2) = x(4)-Le;
zgeoe(3) = x(14);
zgeoe(4) = x(6);

plot(ygeo,zgeo,'-ko',ygeoc,zgeoc,'--ro',ygeoe,zgeoe,'--
bo');ylabel('z
(mm)');xlabel('y(mm)');grid;legend('Estático','Compressão','Extensão
')

%-----
%Função de restrição
%-----

function [c, ceq]= restr(x)
    Bt = 1420; %(mm) bitola do veiculo
    Dp = 533.4; %(mm) diametro do pneu

```

```

Lp = 177.8; %(mm) largura do pneu
Lc = 100; %(mm) curso de compressao (bump)
Le = 70; %(mm) curso de extensao (rebound)
Dbc=25;
Dbe=25;
ang_dCc=1;
ang_dCe=1;
dCc = ang_dCc*pi/180;
dCe = ang_dCe*pi/180;

c= zeros(5,1);

c(1)=atan((x(7)-x(3))/(x(8)-x(4)))-atan((x(11)-x(9))/(x(13)-x(4)-
Lc))-dCc;
c(2)=atan((x(7)-x(3))/(x(8)-x(4)))-atan((x(12)-x(10))/(x(14)-
x(4)+Le))-dCe;
c(3)=0.5*(x(9)+x(11)-x(3)-x(7))-0.5*Lp*(1-cos(dCc))+0.5*Dp*sin(dCc)-
Dbc;
c(4)=0.5*(x(10)+x(12)-x(3)-x(7))-0.5*Lp*(1-
cos(dCe))+0.5*Dp*sin(dCe)-Dbe;
c(5)=x(3)- x(7);

ceq=zeros(6,1);

ceq(1) = (x(3)-x(1))^2+(x(4)-x(2))^2-(x(9)-x(1))^2-(x(4)+Lc-x(2))^2;
ceq(2) = (x(3)-x(1))^2+(x(4)-x(2))^2-(x(10)-x(1))^2-(x(4)-Le-
x(2))^2;
ceq(3) = (x(7)-x(5))^2+(x(8)-x(6))^2-(x(11)-x(5))^2-(x(13)-x(6))^2;
ceq(4) = (x(7)-x(5))^2+(x(8)-x(6))^2-(x(12)-x(5))^2-(x(14)-x(6))^2;
ceq(5) = (x(3)-x(7))^2+(x(4)-x(8))^2-(x(9)-x(11))^2-(x(4)+Lc-
x(13))^2;
ceq(6) = (x(3)-x(7))^2+(x(4)-x(8))^2-(x(10)-x(12))^2-(x(4)-Le-
x(14))^2;

```