



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ**  
**CAMPUS TERESINA CENTRAL**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**

**ERICK BAPTISTA SOARES DA SILVA**

**OTIMIZAÇÃO DE DISCOS DE FREIO APLICADO A VEÍCULOS BAJA**

**TERESINA**

**2020**

ERICK BAPTISTA SOARES DA SILVA

OTIMIZAÇÃO DE DISCOS DE FREIO APLICADO A VEÍCULOS BAJA

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)  
apresentado como exigência parcial para obten-  
ção do diploma do Curso de Engenharia Mecâ-  
nica do Instituto Federal de Educação, Ciência e  
Tecnologia do Piauí. Campus Teresina Central.

Orientador: Prof. Me. Ricardo Cardoso Soares

TERESINA

2020

### **Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Silva, Erick Baptista Soares da  
S586o      Otimização de discos de freio aplicado a veículo Baja / Erick Baptista  
Soares da Silva. - 2020.  
51 f.: il. color.  
Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica)  
- Instituto Federal do Piauí, Campus Teresina Central, 2020.  
Orientador : Prof. Me. Ricardo Cardoso Soares.  
1. Otimização de massa . 2. Veículos Baja. 3. Discos de freio. I.Título.

CDD - 620

---

**Elaborado por Sindya Santos Melo CRB 3/1085**

ERICK BAPTISTA SOARES DA SILVA

OTIMIZAÇÃO DE DISCOS DE FREIO APLICADO A VEÍCULOS BAJA

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)  
apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Engenharia Mecânica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. Campus Teresina Central.

Aprovado em: 26/10/2020.

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Me. Ricardo Cardoso Soares (Orientador)  
Instituto Federal do Piauí - IFPI

---

Prof. Me. Anderson Felipe Chaves Fortes  
Instituto Federal do Piauí - IFPI

---

Prof. Me. Antônio Italo Rodrigues Pedrosa  
Instituto Federal do Piauí - IFPI

TERESINA

2020

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente aos meus pais, João Batista e Geneci, e meus irmãos, Edrick e Erika, pela ajuda e palavras motivadoras ao longo dessa jornada.

Agradeço também a minha esposa Ingrid pelo incentivo e conforto.

Agradeço profundamente aos mestres e professores que compartilharam de seus conhecimentos da melhor forma que possível.

Agradeço aos amigos e colegas, principalmente os da equipe IFPI Baja em especial Alai, Gean Carlos, Carlos Andre, Marcus Victor, Francisco Júnior e Lucas Pessoa que contribuíram para a conclusão desse trabalho.

Finalmente agradeço a meu orientador, Ricardo Cardoso, pela ajuda e conselhos ao longo desse trabalho.

*“Nenhuma Engenharia constrói caráter, mas com caráter se faz os melhores engenheiros.”*  
*(Jordan Lucas)*

## **RESUMO**

Este projeto visa determinar um modelo de otimização de massa para os discos de freio de uma equipe Baja, para isso foi utilizado a técnica de otimização paramétrica com o algoritmo de Programação Sequencial Quadrática (SQP), respeitando restrições geométricas impostas pelo projeto de uma equipe Baja, além das restrições de comportamento necessárias para um disco de freio. Foram escolhidas 8 variáveis as quais são as mais adequadas de mudança pela equipe.

A função objetivo foi determinada pela equação de massa relacionada a densidade e o volume. Sendo o volume determinado pela área e espessura do disco. Este foi determinado através da relação com a temperatura e aquele com o raio efetivo. Realizada a otimização foi possível obter uma redução de massa dos discos de 38% para o dianteiro e 12.2% para o traseiro.

**Palavras-chaves:** otimização de massa; veículos baja; discos de freio.

## **ABSTRACT**

This project aims to determine a mass optimization model for the brake discs of a Baja team. For that, the parametric optimization technique was used with the Quadratic Sequential Programming (SQP) algorithm, respecting the geometric restrictions imposed by the design of a Baja team. , in addition to the behavior restrictions required for a brake disc. Eight variables were chosen which are the most suitable for change by the team.

The objective function was determined by the mass equation related to density and volume. The volume being determined by the area and thickness of the disc. This was determined through the relationship with the temperature and the one with the effective radius. Once the optimization was carried out, it was possible to obtain a disc mass reduction of 38 % for the front and 12.2 % for the rear.

**Key-words:** mass optimization; baja vehicles; brake discs.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Multiplicação hidráulica. . . . .                                            | 15 |
| Figura 2 – Configurações possíveis para circuitos de freio . . . . .                    | 16 |
| Figura 3 – Forças dinâmicas atuantes sobre o automóvel. . . . .                         | 17 |
| Figura 4 – Convenção dos eixos da SAE. . . . .                                          | 18 |
| Figura 5 – Diagrama de corpo livre geral. . . . .                                       | 18 |
| Figura 6 – Diagrama de corpo livre. . . . .                                             | 19 |
| Figura 7 – Efeito da temperatura sobre o sistema de freios x tempo entre frenagens. . . | 23 |
| Figura 8 – Exemplo de otimização paramétrica. . . . .                                   | 27 |
| Figura 9 – Exemplo de otimização de forma. . . . .                                      | 27 |
| Figura 10 – Exemplo de otimização de forma. . . . .                                     | 27 |
| Figura 11 – Exemplo de otimização de forma e topológica. . . . .                        | 28 |
| Figura 12 – Modelos de otimização. . . . .                                              | 31 |
| Figura 13 – Modelos de otimização. . . . .                                              | 32 |
| Figura 14 – Fluxograma de otimização paramétrica. . . . .                               | 33 |
| Figura 15 – Fluxograma de determinação do raio efetivo dianteiro. . . . .               | 36 |
| Figura 16 – Fluxograma de determinação do raio efetivo traseiro. . . . .                | 37 |
| Figura 17 – Fluxograma de determinação da menor área do disco dianteiro. . . . .        | 38 |
| Figura 18 – Fluxograma de determinação da menor área do disco traseiro. . . . .         | 39 |
| Figura 19 – Fluxograma de determinação da espessura do disco dianteiro. . . . .         | 40 |
| Figura 20 – Fluxograma de determinação da espessura do disco traseiro. . . . .          | 41 |
| Figura 21 – Fluxograma de determinação da massa do disco dianteiro. . . . .             | 42 |
| Figura 22 – Fluxograma de determinação da massa do disco traseiro. . . . .              | 42 |
| Figura 23 – Transferência de carga. . . . .                                             | 43 |
| Figura 24 – Balanceamento de freio. . . . .                                             | 44 |
| Figura 25 – Relação pressão x raio do cilindro mestre. . . . .                          | 44 |
| Figura 26 – Massa do disco x temperatura do disco. . . . .                              | 45 |
| Figura 27 – Valor da equação objetivo do disco dianteiro x interação. . . . .           | 45 |
| Figura 28 – Dimensão x variáveis do disco dianteiro. . . . .                            | 46 |
| Figura 29 – Valor da equação objetivo do disco traseiro x interação. . . . .            | 46 |
| Figura 30 – Dimensão x variáveis do disco traseiro. . . . .                             | 47 |

## SUMÁRIO

|          |                                                                |           |
|----------|----------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>                                    | <b>11</b> |
| 1.1      | OBJETIVOS . . . . .                                            | 12        |
| 1.1.1    | Objetivo geral . . . . .                                       | 12        |
| 1.1.2    | Objetivos específicos . . . . .                                | 12        |
| <b>2</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .</b>                         | <b>13</b> |
| 2.1      | ATRITO . . . . .                                               | 13        |
| 2.2      | VANTAGEM MECÂNICA . . . . .                                    | 14        |
| 2.3      | MULTIPLICAÇÃO HIDRÁULICA . . . . .                             | 14        |
| 2.4      | REGRAS DA COMPETIÇÃO . . . . .                                 | 15        |
| 2.5      | CONFIGURAÇÕES DO SISTEMA DE FREIO . . . . .                    | 15        |
| 2.6      | DINÂMICA VEICULAR NA FRENAGEM . . . . .                        | 17        |
| 2.6.1    | Equacionamento . . . . .                                       | 17        |
| 2.7      | TEMPERATURA . . . . .                                          | 22        |
| 2.7.1    | Coefficiente de transferência de calor por convecção . . . . . | 24        |
| 2.8      | SOLICITAÇÕES NO DISCO . . . . .                                | 24        |
| 2.8.1    | Tensão estática equivalente . . . . .                          | 25        |
| 2.8.2    | Fadiga mecânica . . . . .                                      | 25        |
| 2.9      | OTIMIZAÇÃO . . . . .                                           | 26        |
| 2.9.1    | Otimização paramétrica . . . . .                               | 26        |
| 2.9.2    | Otimização de forma . . . . .                                  | 26        |
| 2.9.3    | Otimização topológica . . . . .                                | 28        |
| 2.9.4    | Elementos que constituem um problema de otimização . . . . .   | 28        |
| 2.9.4.1  | Função objetivo . . . . .                                      | 28        |
| 2.9.4.2  | Variáveis de projeto . . . . .                                 | 30        |
| 2.9.4.3  | Restrições . . . . .                                           | 30        |
| 2.9.5    | Algoritmo . . . . .                                            | 30        |
| <b>3</b> | <b>METODOLOGIA . . . . .</b>                                   | <b>33</b> |
| 3.1      | RESTRIÇÕES . . . . .                                           | 34        |
| 3.2      | EQUAÇÃO OBJETIVO . . . . .                                     | 35        |
| <b>4</b> | <b>RESULTADOS . . . . .</b>                                    | <b>43</b> |
| <b>5</b> | <b>CONCLUSÃO . . . . .</b>                                     | <b>48</b> |

|                    |           |
|--------------------|-----------|
| <b>REFERÊNCIAS</b> | <b>49</b> |
|--------------------|-----------|

## 1 INTRODUÇÃO

Segundo Diulgheroglo (2014) historicamente os freios a tambor têm se mostrados insuficientes para dissipar calor em condições excessivas, fazendo com que o piloto exerça maior esforço e o veículo demore um tempo maior para frear, para amenizar esses problemas surgiram os freios a disco, que se trata de uma peça de seção transversal, normalmente, redonda acoplada a roda a qual serve como superfície atritante para a força exercida por meio das pastilhas de freios, permitindo que o veículo pare ou reduza a sua velocidade.

De acordo com Hugar e Kadabadi (2017) mesmo os freios a discos apresentam problemas devido ao acúmulo de temperatura, se não houver tempo suficiente para resfriar, e que pode ser acentuado em razão do desprendimento de partes da pastilha de freio e outros contaminantes que não são afetados pela calefação, causando uma perda de área de contato da pastilha durante a frenagem.

Segundo Domond (2010) os problemas do disco são agravados em veículos de baixo peso como motos e bicicletas, pois seus efeitos são mais perceptíveis pelos pilotos, afetando a dirigibilidade desses. Isso é pior em veículos de competição que passam por mudanças bruscas de condições e que o sistema de freio não dispõem de tempo suficiente para se igualar a temperatura ambiente, gerando uma estagnação do disco em temperatura superior o que leva o veículo a parar em uma distância maior nas mesmas condições.

Esses efeitos são reduzidos por meio do uso de materiais de alta eficiência e qualidade, no entanto que custam preços elevados e/ou através do uso de áreas sem material no disco de freio.

Um veículo Baja apresenta vários desses problemas e ainda apresenta uma manutenção de difícil acesso por se tratar de um veículo de pequenas dimensões, o qual faz uso de discos de freios e cujo projeto é mantido por patrocínios e pelos participantes tornando inviável o uso do primeiro método. Por isso as equipes focam em reduzir área do disco e desenvolver um projeto adequado e com isso acabam por reduzir massa buscando atingir um valor otimizado.

Consoante a Arora (2011) a otimização surgiu para permitir que os projetos de engenharia pudessem ser resolvidos no menor tempo possível, com maior confiabilidade além de reduzir custos.

De acordo com Silva (2009) existem 3 técnicas para otimização: de forma, paramétrica e topológica. Essas serão usadas para desenvolver um modelo de disco que otimize as condições de projeto.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

Esse trabalho visa analisar a redução de massa de um disco de freio de uma equipe de Baja obtido por otimização paramétrica e depois disso comparar com os atuais discos.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- Analisar a redução de massa dos discos de freios traseiro e dianteiro;
- Comparar as massas dos atuais discos com os atuais do projeto Baja;

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O projeto Baja SAE (*Society of Automotive Engineers*) o qual foi criado na Universidade da Carolina do Sul, nos Estados Unidos da América, no ano de 1976, consistindo no desenvolvimento de um veículo protótipo, do tipo fora de estrada ou *off road* e que deve respeitar vários critérios de segurança para garantir a integridade do piloto, dos juízes e espectadores sendo usado para competir contra projetos de outras universidades em eventos regionais, nacionais e internacionais; foi iniciado no Brasil em 1995 visando o desenvolvimento profissional dos alunos de engenharia e permitindo a aplicação prática dos conhecimentos teóricos obtidos em sala.

Conforme Sales (2019) um veículo Baja é composto por vários sistemas, assim como um veículo de linha, sendo eles: sistema de freios, direção e suspensão, *powertrain* (trem de força), elétrico, chassi e segurança.

De acordo com Silveira (2010) dentre esses sistemas presentes em um veículo Baja o principal sistema de segurança é o sistema de freios, o qual é responsável pela transformação da energia cinética, acumulada pelo veículo, em energia térmica e dissipá-la garantindo a parada ou a manutenção do veículo em determinada velocidade.

Segundo Silva (2016) a aplicação da força de frenagem se vale de três princípios físicos, o atrito, a vantagem mecânica (ou princípio de força de alavanca) e a multiplicação hidráulica.

### 2.1 ATRITO

Segundo Eriksson (2000) o atrito é uma resistência ao movimento relativo que existe em qualquer superfície, até nas aparentemente lisas.

Consoante a Silveira (2010) três fatores governam o aumento de atrito desenvolvido na “Ação de Frenagem, sendo:

- O primeiro fator é a pressão, a qual se for aplicada em superfícies em contato ligadas por atrito, essa tende a segurar fortemente a superfície sobre pressão;
- O segundo fator é o aumento da superfície de contato em atrito, pois é diretamente proporcional ao atrito;
- O terceiro fator é a qualidade do material usado nas superfícies de atrito, já que alguns materiais têm atrito maior que outros.

No sistema de freio o atrito está presente no contato disco-pastilha e pneu-solo, sendo os coeficientes destes medidos experimentalmente e dados pelas tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Coeficiente de atrito pastilha-disco.

| Código | $\mu_e$           |
|--------|-------------------|
| C      | Menor do que 0,15 |
| D      | 0,15 a 0,25       |
| E      | 0,25 a 0,35       |
| F      | 0,35 a 0,45       |
| G      | 0,45 a 0,55       |
| H      | Acima de 0,55     |
| Z      | Não Classificado  |

Fonte: (SANTOS, 2014)

Tabela 2 – Coeficiente de atrito para diversos tipos de pista.

| Tipo          | $\mu$       |
|---------------|-------------|
| Asfalto       | 0,60 a 0,95 |
| Pedra britada | 0,50 a 0,65 |
| Terra solta   | 0,40 a 0,50 |
| Terra seca    | 0,50 a 0,70 |
| Terra úmida   | 0,50 a 0,60 |
| Areia         | 0,20 a 0,30 |
| Neve          | 0,30 a 0,35 |

Fonte: (NICOLAZZI; LEAL; ROSA, 2008)

## 2.2 VANTAGEM MECÂNICA

Segundo Sales (2019) a vantagem mecânica também conhecida como força de alavanca consiste de multiplicar uma força aplicada diversas vezes, baseado no princípio de que o momento é proporcional a distância do apoio e nas equações da estática. Isso é usado num sistema de freio por meio do pedal que, mesmo, antes da força ser transmitida ao fluido de freio aumenta a força aplicada pelo piloto. Por isso quanto maior for o tamanho desse, menor será a força necessária aplicável pelo piloto. No entanto, segundo Puhn (1985) os pedais não devem ser muito longos, pois fará com que a resposta do sistema de freio demore muito para ser suficiente a frenagem, por isso também se faz uso da multiplicação hidráulica.

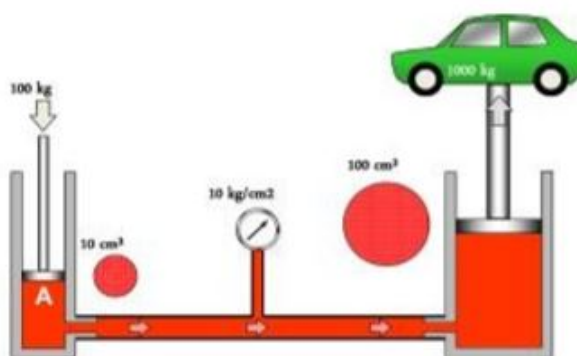
## 2.3 MULTIPLICAÇÃO HIDRÁULICA

O princípio de *Pascal* estabelece que pressão de um fluido estático permanece constante na direção horizontal e que a pressão aplicada a um fluido confinado aumenta a pressão em todo o fluido na mesma medida sendo essa mudança transmitida integralmente a todos os pontos do líquido e às paredes do recipiente, ou seja a pressão inicial é igual a final podendo ser expressa conforme a equação 2.1.

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad (2.1)$$

Da equação 2.1 fica claro o fato de que com uma força menor pode elevar um objeto de peso maior, dependendo apenas da diferença entre as áreas, isso é usado em elevadores hidráulicos como pode ser visto na figura 1 e também no sistemas de freios para reduzir a força aplicada pelo piloto, já que a vantagem mecânica é insuficiente para reduzir a valores aceitáveis. Porém, essa diferença de área não deve ser muito grande, em razão de causar vazamentos de fluido e por isso não transmitir a força.

Figura 1 – Multiplicação hidráulica.



Fonte: (SILVA, 2016)

## 2.4 REGRAS DA COMPETIÇÃO

Segundo RATBSB (2019) o sistema de freio deve ser hidráulico que seja acionado por um único pedal, sendo capaz de travar todas as rodas, em quaisquer condições. Os circuitos dianteiro e traseiro devem ser independentes.

## 2.5 CONFIGURAÇÕES DO SISTEMA DE FREIO

Para atender as condições impostas pela competição e definir um modelo de equações o qual determine os componentes de projeto que devem ser usados, é necessário definir o tipo de configuração em que as linhas de freios estão dispostas.

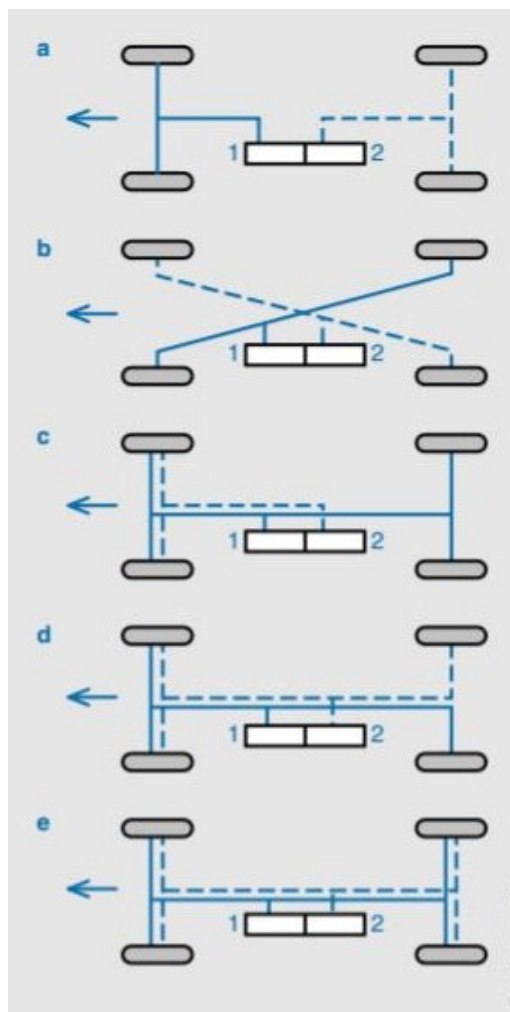
De acordo com Silva (2017) existem cinco maneiras de configurações de circuitos de freios mostrados na figura 2.

- (a) Repartição II - Separação eixo dianteiro/eixo traseiro. Um circuito de freio atua sobre o eixo dianteiro e o outro, sobre o eixo traseiro;
- (b) Repartição X - Distribuição diagonal. Cada circuito de freio atua sobre uma roda dianteira e sobre uma roda traseira diagonalmente oposta;
- (c) Repartição HI - Separação eixo dianteiro/eixo dianteiro e eixo traseiro/traseiro. Um circuito de freio atua sobre os eixos dianteiro e traseiro e o outro, somente sobre o eixo dianteiro;



- (d) Repartição LL - Separação eixo dianteiro e roda traseira/eixo dianteiro e roda traseira. Cada circuito de freio atua sobre o eixo dianteiro e sobre uma das rodas traseiras;
- (e) Repartição HH - Separação eixo dianteiro e eixo traseiro/eixo dianteiro. Cada circuito de freio atua sobre o eixo dianteiro e sobre o eixo traseiro;

Figura 2 – Configurações possíveis para circuitos de freio



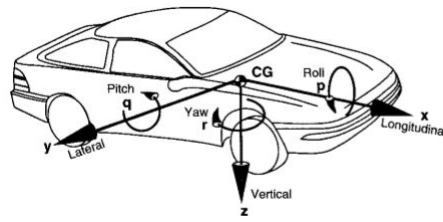
Fonte:(REIF, 2014)

Segundo Bosch (2005) a Legislação Europeia exige um dispositivo de transmissão de circuito duplo, para evitar falhas.

Consoante a Silveira (2010) das cinco possibilidades previstas na DIN 74.000, as repartições II e X se tornaram padrão, pois utilizam o mínimo de componentes e a probabilidade de pane devida a vazamentos é comparável ao dos sistemas de freios com circuitos simples. Sendo que em veículos com maior carga dianteira são equipados com a repartição X e a repartição II é mais indicada para veículos com maior carga traseira, que é o caso dos veículos Baja.

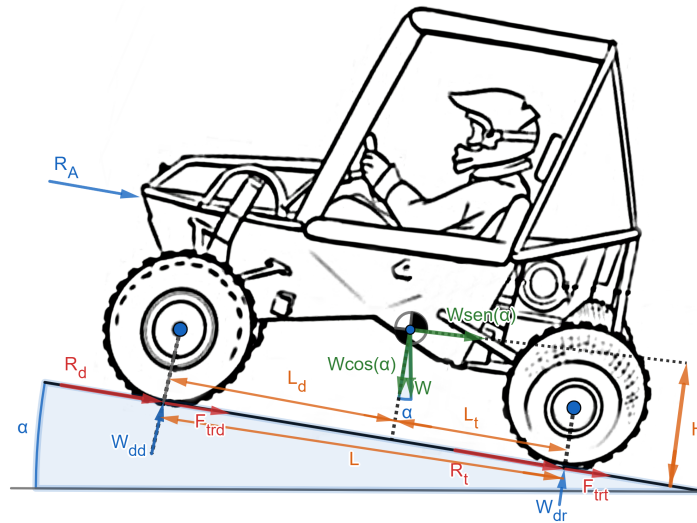


Figura 4 – Convenção dos eixos da SAE.



Fonte: (Gillespie, 1992)

Figura 5 – Diagrama de corpo livre geral.



Fonte: Hansat- Adaptado

Fazendo o somatório das forças na direção x, pela 2ª Lei de Newton, tem-se a equação 2.2.

$$\sum F_x = -m_v D_x = -F_{trd} - F_{trt} - R_{ac} - R_{rol} - R_A \quad (2.2)$$

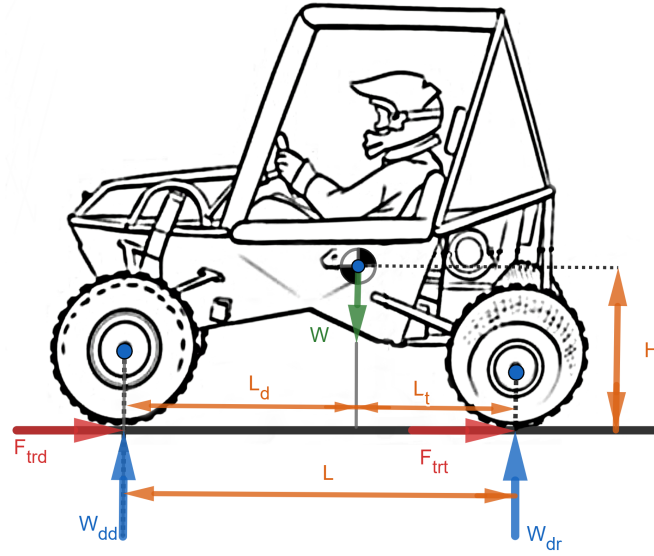
Onde,  $m_v$  é a massa do veículo,  $D_x$  é a desaceleração no eixo x,  $F_{trd}$  é a força tangencial na roda dianteira,  $F_{trt}$  é a força tangencial na roda traseira,  $R_{ac} = W \sin(\theta)$  resistência ao aclone,  $R_{rol} = R_d + R_t$  é a resistência a rolamento e  $R_A$  é a resistência aerodinâmica.

Conforme Yoshida (2013) para uma frenagem brusca, as forças de frenagem serão muito maiores que as outras forças. Logo, a equação 2.2 pode ser simplificada para a equação 2.3.

$$F_{trd} + F_{trt} = m_v D_x \quad (2.3)$$

Com isso pode-se reorganizar o diagrama de corpo livre, conforme a figura 6.

Figura 6 – Diagrama de corpo livre.



Fonte: Hansat-Adaptado

Fazendo a 2ª Lei de Newton para o eixo  $Y$ , tem-se a equação 2.4.

$$\sum F_y = W = W_{dd} + W_{dt} \quad (2.4)$$

Assim, tem-se 2 equações de 4 incógnitas. Para resolver isso usa-se o momento em relação ao centro de gravidade, obtém-se então equação 2.5.

$$\sum M_{C.G.} = 0 = F_{trd} \cdot H + F_{trt} \cdot H - W_{dd} \cdot L_d + W_{dt} \cdot L_t \quad (2.5)$$

Fazendo  $F_{trd} \cdot H + F_{trt} \cdot H = (F_{trd} + F_{trt})H$  na equação 2.5 e substituindo a equação 2.3, tem-se a equação 2.6.

$$W_{dd} \cdot L_d - W_{dt} \cdot L_t = m_v D_x = \frac{W}{g} D_x \quad (2.6)$$

Isolando  $W_{dd}$  ou  $W_{dt}$  na equação 2.4, consegue-se, respectivamente as equações  $W_{dd} = W - W_{dt}$  e  $W_{dt} = W - W_{dd}$ , substituindo cada uma na equação 2.6, encontra-se as equações 2.7 e 2.8.

$$W_{dd} = C_d - W \left( \frac{a_x}{g} \cdot \frac{H}{L} \right) \quad (2.7)$$

$$W_{dr} = C_t + W \left( \frac{a_x}{g} \cdot \frac{H}{L} \right) \quad (2.8)$$

Na qual,  $C_d = \frac{W L_t}{L}$  é a reação do peso no eixo dianteiro e  $C_t = \frac{W L_d}{L}$  é a reação do peso no eixo traseiro.

Em que equação da Força de Atrito dada por  $F_{at} = \mu N$  decorre a força tangencial na roda durante a frenagem sendo dada pelas equações 2.9 e 2.10.

$$F_{trd} = 0.5W_{dd}\mu_s \quad (2.9)$$

$$F_{trt} = 0.5W_{dt}\mu_s \quad (2.10)$$

Onde  $W_{dd}$  e  $W_{dt}$  são as forças normais para o eixo dianteiro e traseiro, respectivamente,  $\mu_s$  o atrito com o solo, como se trata da força em uma roda deve-se multiplicar por 0.5.

A partir, das equações 2.9 e 2.10 é possível encontrar o torque de frenagem nas rodas obtido pelas equações 2.11 e 2.12.

$$T_{rd} = \frac{2F_{trd}R_{pd}}{N_d d} \quad (2.11)$$

$$T_{rt} = \frac{2F_{trt}R_{pt}}{N_{dt}} \quad (2.12)$$

Após encontrar o torque de frenagem, pode-se calcular a força exercida pelas pinças de freio, por meio das equações 2.13 e 2.14.

$$F_{pd} = \frac{T_{rd}}{R_{edd}\mu_p} \quad (2.13)$$

$$F_{pt} = \frac{T_{rt}}{R_{edt}\mu_p} \quad (2.14)$$

As pressões atuantes na pinça de freio são encontradas pelas equações 2.15 e 2.16.

$$P_{11} = \frac{F_{pd}}{\pi r_{epd}^2} N_{epd} \quad (2.15)$$

$$P_{22} = \frac{F_{pt}}{\pi r_{ept}^2} N_{ept} \quad (2.16)$$

em que  $N_{pd}N_{pt}$  são os números de pistões que a pinça dianteira e traseira.

A pressão solicitada pelo Cilindro Mestre dianteiro e traseiro será encontrado, nessa ordem pelas equações 2.17 e 2.18

$$P_{cm1} = N_{dd}P_{11} \quad (2.17)$$

$$P_{cm2} = N_{dt}P_{22} \quad (2.18)$$

Segundo Seward (2014) a pressão solicitada pelo cilindro deve ser menor que  $7MPa$ .

Como pressão é dada pela relação de força pela área isolando a força pode-se encontrar a força aplicada na haste do cilindro mestre para o eixo dianteiro e traseiro dados pelas equações 2.19 e 2.20.

$$F_{acmd} = \frac{P_{cm1} \pi D_{pcmd}}{4} \quad (2.19)$$

$$F_{acmt} = \frac{P_{cm2} \pi D_{pcmt}}{4} \quad (2.20)$$

em que  $D_{pcmd}$  e  $D_{pcmt}$  representam o diâmetro do Cilindro mestre dianteiro e traseiro, na devida ordem.

Agora que se tem a força na haste do cilindro mestre pode ser encontrada a força aplicada pelo piloto a partir da relação de alavanca utilizada no pedal, que tem objetivo de multiplicar a força do piloto, dada pela equação 2.21.

$$F_p = \frac{F_{act} + F_{acd}}{R} \quad (2.21)$$

No entanto, quando se realiza o processo inverso ou seja de determinar algo a partir da força aplicada pelo piloto deve-se determinar a relação de distribuição de força na barra de balança, a qual permite ao piloto exercer a força nos eixos dianteiro e traseiro através de um único pedal utilizando cilindros mestre diferentes para os eixos e fazendo a função de balancear a frenagem, ou seja permitindo ajustar a força aplicada pelo piloto e com isso reduzindo a pressão atuante no sistema. Essa porcentagem de força necessária para frear o eixo dianteiro e traseiro, em relação à força total de frenagem são encontrados pela equações 2.22 e 2.23.

$$\phi_d = \frac{F_{trd}}{F_{trd} + F_{trt}} \quad (2.22)$$

$$\phi_t = \frac{F_{trt}}{F_{trd} + F_{trt}} \quad (2.23)$$

Alguns dados devem ser determinados inicialmente, já que são necessários para o desenvolvimento do sistema e são características do veículo, por isso são fixos. Esses dados são definidos no escopo do projeto que são:

- Peso do carro (com e sem piloto) ( $W$ );
- Comprimento do entre eixo ( $L$ );
- Distância do C.G. ao eixo dianteiro ( $L_d$ );

- Distância do C.G. ao eixo traseiro ( $L_t$ );
- Diâmetro do pneu dianteiro ( $R_{pd}$ );
- Diâmetro do pneu traseiro ( $R_{pt}$ );
- Altura do C.G. ( $H$ );
- Gravidade ( $g$ );
- Coeficiente de atrito disco/pastilha ( $\mu_p$ );
- Coeficiente de atrito pneu/solo ( $\mu_s$ );

Após a obtenção dos valores anteriores pode-se iniciar os cálculos.

## 2.7 TEMPERATURA

Outro fator que deve ser considerado nas análises de frenagem é a temperatura, pois, segundo Nogueira (2017) como o disco de freio é um mecanismo que atua diretamente na transformação da energia mecânica em calor; logo, quanto maior a elevação da temperatura mais os componentes do sistema serão afetados e maior será a probabilidade de que problemas ocorram e o veículo não pare ou pare em uma distância maior.

De acordo com Reimpel (1998) a transferência de calor está mais relacionado ao coeficiente de atrito e a velocidade angular do disco.

Segundo Silva (2016) a energia cinética durante a frenagem é convertida em energia térmica e essa é transferida por condução para os componentes de contato e depois por convecção e radiação. Porém os efeitos da radiação só representam de 10 a 15% e só são significativos em temperatura superior a 400°C, sendo que, conforme Newcomb e Spurr (1967) cerca de 1% do calor é absorvido pelas guarnições e 99% é absorvido pelo disco.

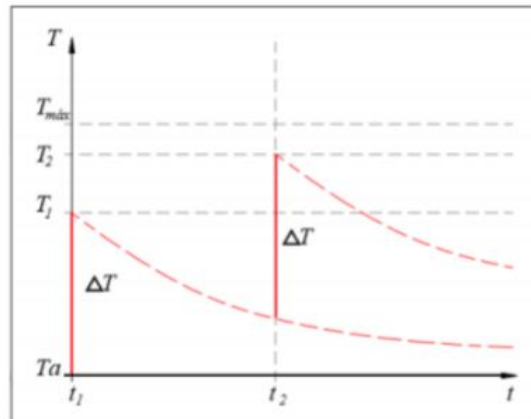
Consoante a Mesquita (2017) um veículo mini Baja não chega a atingir grandes velocidades, devido a isso a temperatura de frenagem não é elevada como em um veículo comercial, No entanto, ela é caracterizada por um uso contínuo dos freios em curtos períodos de tempo que não são suficientes para resfriamento completo, desse modo a temperatura se acumula com a anterior, como é representado na figura 7.

Consoante a Limpert (2010) a diferença de temperatura para várias freadas sucessivas é dada pela equação:

$$[T_n - T_\infty] = \frac{1 - e^{\frac{(-nh_{conv}A_{sup}t_c)}{(\rho cv)}}}{1 - e^{\frac{(h_{conv}A_{sup}t_c)}{(\rho cv)}}} \Delta T \quad (2.24)$$

Onde  $T_\infty$  é a temperatura ambiente [K],  $T_n$  é a temperatura após n aplicações do freio [K],  $T$  é a temperatura no Instante t [K],  $A_{sup}$  Área da superfície do disco [ $m^2$ ],  $h_{conv}$  é o coeficiente

Figura 7 – Efeito da temperatura sobre o sistema de freios x tempo entre frenagens.



Fonte:(GIASANTE, 2017)

de transferência de calor por convecção  $[Nm/hKm^2]$ ,  $n$  é o número de aplicações do freio,  $t_{(c)}$  é o tempo de resfriamento entre cada frenagem  $[h]$ ,  $\rho$  é a densidade do disco  $[Kg/m^3]$ ,  $c$  é o calor específico do material do disco  $[Nm/KgK]$ ,  $v$  é o volume do disco e  $\Delta T$  é o ganho de temperatura de uma única frenagem sem considerar o resfriamento por convecção dado pela equação 2.25.

$$\Delta T = \left( \frac{5}{18} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{q''_{(0)}(t)^{\frac{1}{2}}}{(\rho ck)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.25)$$

Na qual  $q''_{(0)}$  é o fluxo de calor no disco no início da frenagem (momento da potência máxima), que é obtido pela equação 2.26.

$$q''_{(0)} = \frac{P_{b(0)}}{A_{varrida}} \quad (2.26)$$

Sendo  $P_{b(0)}$  é potência máxima gerada na frenagem que decresce de forma constante até zero, que pode ser calculada pela equação 2.27.

$$P_{b(0)} = 2P_{bav} \quad (2.27)$$

$P_{bav}$  é a potência média absorvida por cada disco de freio na frenagem dada pela equação 2.28.

$$P_{bav} = \frac{WaxVo(0.5)(\phi_{do ut}(3600))}{Ndd_{(ou)}dt(g)} \quad (2.28)$$

De acordo com Doro e Bernardi (2016) se o tempo de resfriamento do disco de freio for significativamente maior que o tempo de frenagem o cálculo da variação da temperatura em uma



única frenagem pode ser simplificado pela equação 2.29.

$$\Delta T_2 = \frac{P_{bav} t}{\rho c v} \quad (2.29)$$

### 2.7.1 Coeficiente de transferência de calor por convecção

Segundo Doro e Bernardi (2016) a equação 2.25 requer informação sobre o coeficiente de transferência de calor convectivo.

De acordo com Limpert (2010) a formulação realizada por KREITH (1965), através de dados experimentais, esta formulação abrange tanto regime laminar como turbulento dependendo somente do Número de Reynolds Rotacional ( $Re_\omega$ ), que é dado pela equação 2.30.

$$Re_\omega = \frac{\omega_{inicial} D^2}{\mu_a r} \quad (2.30)$$

O coeficiente convectivo em regime laminar pode ser aproximado pela equação 2.31.

$$h_{conv} = 0.7 \frac{k_{ar}}{D} Re_\omega^{0.55} \quad (2.31)$$

Já para um regime turbulento, com  $Re_\omega > 10^6$ , o coeficiente pode ser descrito pela equação 2.32.

$$h_{conv} = 0.7 \frac{k_{ar}}{D} Re_\omega^{0.8} \quad (2.32)$$

## 2.8 SOLICITAÇÕES NO DISCO

Segundo MACKIN et al. (2002) a tensão que atua no disco de freio se apresenta de duas maneiras, um mecânica e a outra térmica.

De acordo com MACKIN et al. (2002) a tensão mecânica pode ser calculada pelas equações 2.33, 2.34, 2.35, 2.36.

$$\sigma_{3D} = \frac{F_{pd} * \mu_p d}{A_{pastD}} \quad (2.33)$$

$$\sigma_{3T} = \frac{F_{pt} * \mu_p d}{A_{pastT}} \quad (2.34)$$

$$\tau_D = \frac{F_{pd}}{A_{pastD}} \quad (2.35)$$

$$\tau_T = \frac{F_{pt}}{A_{pastT}} \quad (2.36)$$

As Tensões Térmicas podem ser calculadas pelas fórmulas 2.37, 2.38, 2.39, 2.40.

$$\sigma_{Temp1D} = \frac{-P_D \cdot R_{intD}^2 (R_{extD}^2 + Redd^2)}{Redd^2 (R_{extD}^2 - R_{intD}^2)} \quad (2.37)$$

$$\sigma_{Temp1T} = \frac{-P_T \cdot R_{intT}^2 (R_{extT}^2 + Redt^2)}{Redt^2 (R_{extT}^2 - R_{intT}^2)} \quad (2.38)$$

$$\sigma_{Temp2D} = \frac{P_D \cdot R_{intD}^2 (R_{extD}^2 - Redd^2)}{Redd^2 (R_{extD}^2 - R_{intD}^2)} \quad (2.39)$$

$$\sigma_{Temp2T} = \frac{P_T \cdot R_{intD}^2 (R_{extD}^2 - Redd^2)}{Redd^2 (R_{extD}^2 - R_{intD}^2)} \quad (2.40)$$

Onde  $P_D$  e  $P_T$  são dados pelas equações 2.41 e 2.42.

$$P_D = \alpha * \Delta_T \cdot E \left[ \frac{(R_{extD}^2 + R_{intD}^2)}{R_{extD}^2 - R_{intD}^2} + 1 \right]^{-1} \quad (2.41)$$

$$P_T = \alpha * \Delta_T t \cdot E \left[ \frac{(R_{extT}^2 + R_{intT}^2)}{R_{extT}^2 - R_{intT}^2} + 1 \right]^{-1} \quad (2.42)$$

### 2.8.1 Tensão estática equivalente

De acordo com Budynas e Nisbett (2009) os dois métodos de solução para determinar a tensão equivalente para materiais dúcteis são os métodos de tresca e Von-misses. Porém, nesse trabalho será usado somente o método de Von-misses

Segundo Norton (2004) o método de Von-misses é dado pela equação 2.43.

$$\sigma_{vonmisses} = \sqrt{\sigma_{v1}^2 - \sigma_{v2} \sigma_{v1} \sigma_2^2 + 3 \tau_v^2} \quad (2.43)$$

onde  $\sigma_{v1}$ ,  $\sigma_{v2}$  e  $\tau_v$  são as tensões sollicitações.

### 2.8.2 Fadiga mecânica

De acordo com Norton (2004) para problemas dinâmicos a ocorrência de fadiga é um fator importante a ser considerado.

Segundo Budynas e Nisbett (2009) um método usado para os problemas dinâmicos é o método de Goodman que é dado pela equação 2.44.

$$\frac{1}{N_f} = \frac{\sigma'_a}{S_f} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \quad (2.44)$$

em que  $S_f$  é a Resistência de fadiga do material,  $N_f$  é fator de segurança do projeto e  $S_{ut}$  é a resistência última à tração do Material.  $\sigma'_a$  é a tensão resultante de Von misses devido a flexão  $\sigma_a$  combinada com torção  $\tau_a$ .

## 2.9 OTIMIZAÇÃO

Segundo Silva (2009) existem duas abordagens para a solução de um problema que se deseja encontrar o ponto ótimo. A primeira abordagem é a chamada abordagem de análise, que consiste em se analisar os projetos a partir de diferentes combinações possíveis através de parâmetros anteriores. Com base no resultado das análises são construídos gráficos de desempenho em função dos valores de cada parâmetro e é determinado o valor ótimo desse parâmetro e com isso se faz combinações com os outros parâmetros. No entanto essa abordagem gera inúmeras combinações que irão aumentar muito o tempo de solução e até inviabilizar a busca pelo valor ótimo, caso haja muitas variáveis.

A segunda abordagem é denominada abordagem de síntese ou otimização, que conforme Klava (2003) consiste de buscar uma geometria que fornece o melhor desempenho para um determinado carregamento.

De acordo com Silva (2009) um problema de otimização é definido da seguinte maneira:

- Minimizar (ou Maximizar) a Função Objetivo;
- Determinar as Variáveis de Projeto;
- Definir e Atender as Restrições.

Em que a função objetivo está relacionada com o parâmetro que queremos maximizar ou minimizar, as restrições são limites impostos à solução da otimização e as variáveis de projeto são aquilo que será alterado para chegar em um valor ótimo.

Para a solução de um problema desse tipo existem três técnicas que são a otimização paramétrica, de forma e topológica.

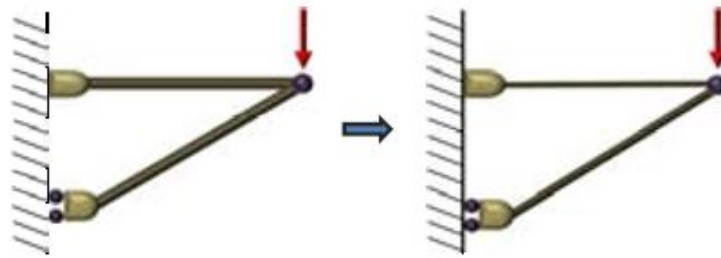
### 2.9.1 Otimização paramétrica

Conforme Presente (2018) a otimização paramétrica altera os valores das dimensões que definem a geometria da estrutura com a finalidade de encontrar a melhor combinação que atenda os requisitos de projeto, em que um perfil de determinadas condições é alterado para outro otimizado como pode se observar na figura 8, na qual houve uma redução do perfil.

### 2.9.2 Otimização de forma

De acordo com Neto (2011) na otimização de forma pode-se alterar os contornos internos e externos como pode ser observado na figura 11, bem como o contorno da peça ou parâmetros

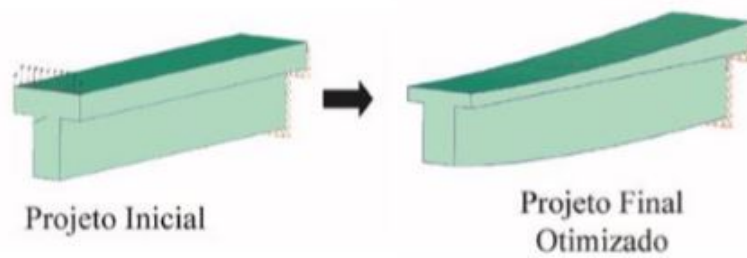
Figura 8 – Exemplo de otimização paramétrica.



Fonte:(NETO, 2011)

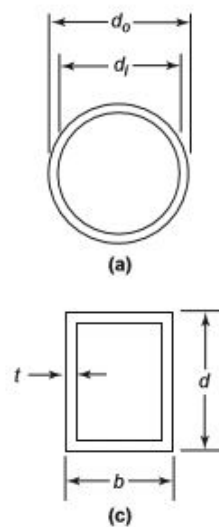
que definem a curva que representa a geometria do sistema que pode ser observado na figura 9, também pode-se alterar o tipo de perfil transversal, o qual se percebe na figura 10; permitindo que se encontre o que otimizará o projeto.

Figura 9 – Exemplo de otimização de forma.



Fonte:(PRESENTE, 2018)

Figura 10 – Exemplo de otimização de forma.



Fonte:(ARORA, 2011)

### 2.9.3 Otimização topológica

Conforme Presente (2018) a otimização topológica visa definir a distribuição ótima de material quando comparada a uma simulação previa do componente, sendo essa simulação de natureza estrutural, térmica ou outra, desde que afete a distribuição de massa, como pode ser visto na figura 11.

Figura 11 – Exemplo de otimização de forma e topológica.

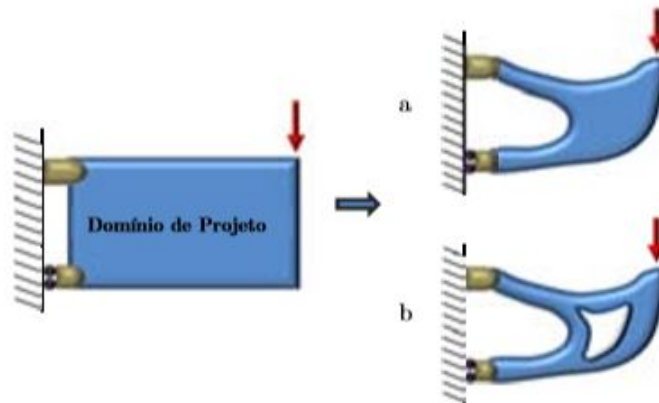


Figura 2.2 – Métodos de Otimização.

a) Otimização de forma      b) Otimização topológica

Fonte:(NETO, 2011)

### 2.9.4 Elementos que constituem um problema de otimização

#### 2.9.4.1 Função objetivo

De acordo com Klava (2003) função objetivo é a equação a qual se desejar minimizar ou maximar que é gerada através dos parâmetros de otimização e que deve obedecer às restrições, caso haja, esclarecendo o que deve ser melhorado.

Para o Caso da otimização de massa dos discos de freios a fórmula que foi definida é dada pelas equações 2.45 e 2.46.

$$m_D = A_{menordD} * e_D * \rho \quad (2.45)$$

$$m_T = A_{menordT} * e_T * \rho \quad (2.46)$$

Em que  $A_{menordD}$ ,  $A_{menordT}$ ,  $e_D$  e  $e_T$  são dados respectivamente pelas equações 2.47, 2.48, 2.49, 2.50.

$$A_{menordD} = A_{intmenordD} + A_{menorvarridaD}; \quad (2.47)$$

$$A_{menordT} = A_{intmenordT} + A_{menorvarridaT}; \quad (2.48)$$

$$e_D = (P_{bav} * t_{paradah}) / (ro * ce * A_{menordD} * \Delta_T) \quad (2.49)$$

$$e_T = (P_{bavT} * t_{paradah}) / (ro * ce * A_{menordT} * \Delta_{Tt}) \quad (2.50)$$

Sendo  $A_{intmenordD}$ ,  $A_{intmenordT}$ ,  $A_{menorvarridaD}$ ,  $A_{menorvarridaT}$  dados 2.51, 2.52, 2.53, 2.54.

$$A_{intmenordD} = A_{intD} - A_{intRetD} \quad (2.51)$$

$$A_{intmenordT} = A_{intT} - A_{intRetT} \quad (2.52)$$

$$A_{menorvarridaD} = A_{varridadD} - A_{varridaRetD} \quad (2.53)$$

$$A_{menorvarridaT} = A_{varridadT} - A_{varridaRetT} \quad (2.54)$$

$$A_{varridadD} = A_{extD} - A_{intD} \quad (2.55)$$

$$A_{varridadT} = A_{extT} - A_{intT} \quad (2.56)$$

De forma que  $A_{extD}$ ,  $A_{extT}$ ,  $A_{intD}$ ,  $A_{intT}$  podem ser obtidos pelas equações 2.57, 2.58, 2.59, 2.60.

$$A_{extD} = \pi * R_{extD}^2 \quad (2.57)$$

$$A_{extT} = \pi * R_{extT}^2; \quad (2.58)$$

$$A_{intD} = \pi * R_{intD}^2; \quad (2.59)$$

$$A_{intT} = \pi * R_{intT}^2; \quad (2.60)$$

Sendo  $R_{extD}$ ,  $R_{extT}$ ,  $R_{intD}$ ,  $R_{intT}$  são encontrados pelas equações 2.63, 2.64, 2.61, 2.62.

$$R_{intD} = R_{extD} - (h_{pd}/2) \quad (2.61)$$

$$R_{intT} = Redt - (h_{pt}/2) \quad (2.62)$$

$$R_{extD} = Redd + (h_{pd}/2) \quad (2.63)$$

$$R_{extT} = Redt + (h_{pt}/2) \quad (2.64)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min: } m=f(x1),f(x2),f(x3),f(x4),f(x5),f(x6),f(x7),f(x8) \end{array} \right.$$

#### 2.9.4.2 Variáveis de projeto

De acordo Silva (2009) as Variáveis de Projeto são as variações permitidas num grupo de parâmetros. Essas podem assumir valores contínuos (que podem assumir qualquer valor em um intervalo) ou discretos (que só podem assumir determinados valores).

#### 2.9.4.3 Restrições

Segundo Silva (2009) as Restrições são condições impostas de modo a limitar a escolha do projetista. Essas podem ser classificadas em: do ponto de vista físico (geométricas ou de comportamento) ou do ponto de vista matemático (de igualdade ou desigualdade).

As restrições de igualdade são percebidas quando uma variável ou uma combinação delas são iguais a determinado valor. Já as de desigualdade são as que a variável deve respeitar limites superiores e/ou inferiores, podendo assumir qualquer valor naquele intervalo.

#### 2.9.5 Algoritmo

Conforme Silva (2009) um problema de otimização pode ser classificado em dois modelos os Analíticos e a Simulação conforme a figura 12.

Os modelos de Simulação podem ser subdividido em Cadeia de Markov, Teoria das Filas, Eventos discretos, Contínua, Dinâmica. E os analíticos ainda podem ser divididos em Linear, Não-Linear, Estocástica.

Por se tratar de um problema de equação superior a de primeiro grau o problema desse trabalho se classifica como um modelo analítico de otimização não-Linear. Esse ainda pode ser dividido em problemas restritos ou irrestrito.

Para os problemas irrestrito os métodos mais comuns são o quasi-newton, nelder-Nead e Região de confiança. Já, para os problemas restritos são Ponto Interior, Programação Quadrática Sequencial (SQP) e a Reflexiva de Região de Confiança.

De acordo com Mathworks (2020) o algoritmo de ponto interior é útil para problemas de otimização não-linear em grande escala que têm esparsidade ou estrutura. Já o algoritmo SQP

Figura 12 – Modelos de otimização.



Fonte:(Mathworks, 2020)

resolve problemas gerais não lineares e respeita os limites em todas as interações. Por fim o Algoritmo Reflexivo de Região de Confiança resolve problemas de otimização não linear com restrição limitada ou igualdades lineares.



Figura 13 – Modelos de otimização.



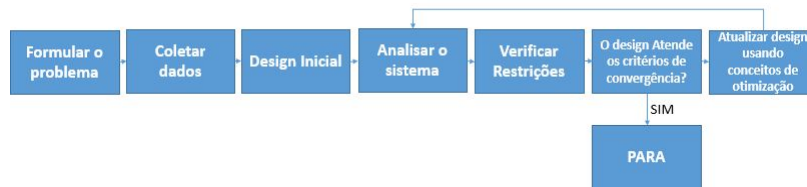
Fonte:(Mathworks, 2020)

### 3 METODOLOGIA

O projeto foi desenvolvido em Matlab na qual foi realizada uma otimização paramétrica, a qual define os parâmetros ótimos do disco de freio que permite a otimização de massa, bem como a configuração dos componentes do sistema que irá permitir isso, respeitando todas as restrições e atendendo as condições de frenagem.

Segundo Arora (2011) a otimização paramétrica deve seguir a metodologia apresentada na figura 14 a qual irá evitar problemas no modelo, assim como irá reduzir custos e tempo de projeto.

Figura 14 – Fluxograma de otimização paramétrica.



Fonte: Adaptado de (ARORA, 2011)

Seguindo a metodologia apresentada na figura 14 serão realizados os seguintes processos:

- Primeiro foi realizada o estudo das equações da dinâmica longitudinal na frenagem e da temperatura;
- Foi coletado os dados da equipe de Baja;
- Adotou-se como design inicial um disco sólido com as características do modelo da equipe;
- O sistema de equações para a otimização paramétrica será solucionado em software Matlab;
- Após a solução foi verificada se todas as restrições foram atendidas;
- Quando o modelo atendeu as requisitos finalizou-se o processo;
- Nos casos em que o modelo não seja satisfatório foi atualizado o design e voltou-se a etapa de analisar o sistema.

Utilizou-se duas rotinas de otimização, uma para o disco dianteiro e outra para o disco traseiro, tendo como equação objetivo as equações 2.45 e 2.46, para respectivamente disco dianteiro e traseiro. Foi utilizado SQP na função fmincon para a solução.

### 3.1 RESTRIÇÕES

Para o caso do disco de freio dianteiro, foi determinado pelas restrições dadas pela tabela 3.

Tabela 3 – Restrições do Disco Dianteiro.

| RESTRIÇÕES                                  |
|---------------------------------------------|
| $60mm \leq R_{extD} \leq 80mm$              |
| $1 \leq N_{epd} \leq 2$                     |
| $7.9375mm \leq r_{pcmd} \leq 12.7mm$        |
| $12.7mm \leq r_{ppd} \leq 21.215mm$         |
| $5 \leq R \leq 6$                           |
| $0 \leq [T_n - T_{inf}] \leq 155^\circ C$   |
| $0 \leq P_{cm1} \leq 7Mpa$                  |
| $\sigma_{vonMec1D} - \sigma_{Mater} \leq 0$ |
| $\sigma_{vonMec2D} - \sigma_{Mater} \leq 0$ |
| $\sigma_{TempVonD} - \sigma_{Mater} \leq 0$ |
| $3.5mm \leq eD \leq 5mm$                    |
| $0 \leq A_{intRetD} \leq A_{intdD}$         |
| $0 \leq A_{menordD} \leq A_{extD}$          |
| $0^\circ \leq \theta_D \leq 20^\circ$       |
| $1 \leq N_{fD}$                             |

Fonte: Autor

Para o caso do disco de freio traseiro, foi determinado restrições mostradas na tabela 4.

Tabela 4 – Restrições Discos Traseiro.

| Restrições                                  |
|---------------------------------------------|
| $600mm \leq R_{extT} \leq 160mm$            |
| $1 \leq N_{ept} \leq 2$                     |
| $7.9375mm \leq r_{pcmt} \leq 12.7mm$        |
| $12.7mm \leq r_{ppt} \leq 21.215mm$         |
| $5 \leq R \leq 6$                           |
| $0 \leq [T_n - T_{inf}] \leq 155degreeC$    |
| $0 \leq P_{cm2} \leq 7Mpa$                  |
| $\sigma_{1T} - \sigma_{Mater} \leq 0$       |
| $\sigma_{2D} - \sigma_{Mater} \leq 0$       |
| $\sigma_{TempVonT} - \sigma_{Mater} \leq 0$ |
| $3.5mm \leq e_T \leq 5mm$                   |
| $0 \leq A_{intRetT} \leq A_{intdT}$         |
| $0 \leq A_{menordT} \leq A_{extT}$          |
| $0^\circ \leq \theta_T \leq 20^\circ$       |
| $1 \leq N_{fT}$                             |

Fonte: Autor

Onde os valores de  $R_{extD}$  se devem a ser os valores limitados pela equipe devido a ser o máximo tamanho que cabe nas rodas e o mínimo valor que a pastilha consegue atuar. Já o limite

máximo de  $R_{extT}$  se deve a ser o limite máximo para que se possa fazer um boa manutenção no veículo.

O número de êmbolos da pinça dados pelas equações  $N_{epd}$  e  $N_{ept}$  se deve a uma questão de disponibilidade e custo.

Em relação a  $r_{pcmd}$ ,  $r_{ppd}$ ,  $r_{pcmd}$  e  $r_{ppd}$  foram obtidos no trabalho de Santos (2014) que são valores de cilindros comerciais medido por este.

$R$  é uma limitação dada por Limpert (2010) já que valores maiores que esses fariam com que a resposta entre a reação do piloto e o início de frenagem fosse significativamente maior.

$[T_n - T_{inf}]$  foi aplicado a ambos os discos e seu limite se deve a ser a maior temperatura que o fluido de freio suporta em condição de está com a presença de líquido.

$P_{cm1}$  e  $P_{cm2}$  são uma única condição apresentada no trabalho.

$\sigma_{1T}$  e  $\sigma_{2D}$  são as tensões mecânicas aplicadas ao critério de Von misses.  $\sigma_{TempVonD}$  e  $\sigma_{TempVonT}$  são as tensões Térmicas aplicadas ao critério de Von misses.

$A_{intRetD}$ ,  $A_{intRetT}$  devem ser menores que área interna máxima do disco.  $A_{menordD}$  e  $A_{menordT}$  devem ser menores que área externa máxima do disco.

$\theta_D$  e  $\theta_T$  é o maior ângulo definido para a pastilha de freio de cada um respectivamente.

$N_{fD}$  e  $N_{fT}$  são os coeficientes de fadiga dado pela equação 2.44 aplicando as condições dianteira e traseira.

### 3.2 EQUAÇÃO OBJETIVO

Primeiro foi construído uma rotina em Matlab para determinar as equações das massas dos discos que são as equações objetivos dadas pelas equações 2.45 e 2.46, baseado na dinâmica veicular e na variação da Temperatura de frenagem para uma única frenagem em condição crítica, utilizando variáveis simbólicas para formular a equação, no entanto não foi utilizada para resolver a otimização, essas variáveis simbólicas foram substituídas por outras em forma matricial. O disco dianteiro tem massa de 0.35Kg e o Disco traseiro tem 0.45 Kg.

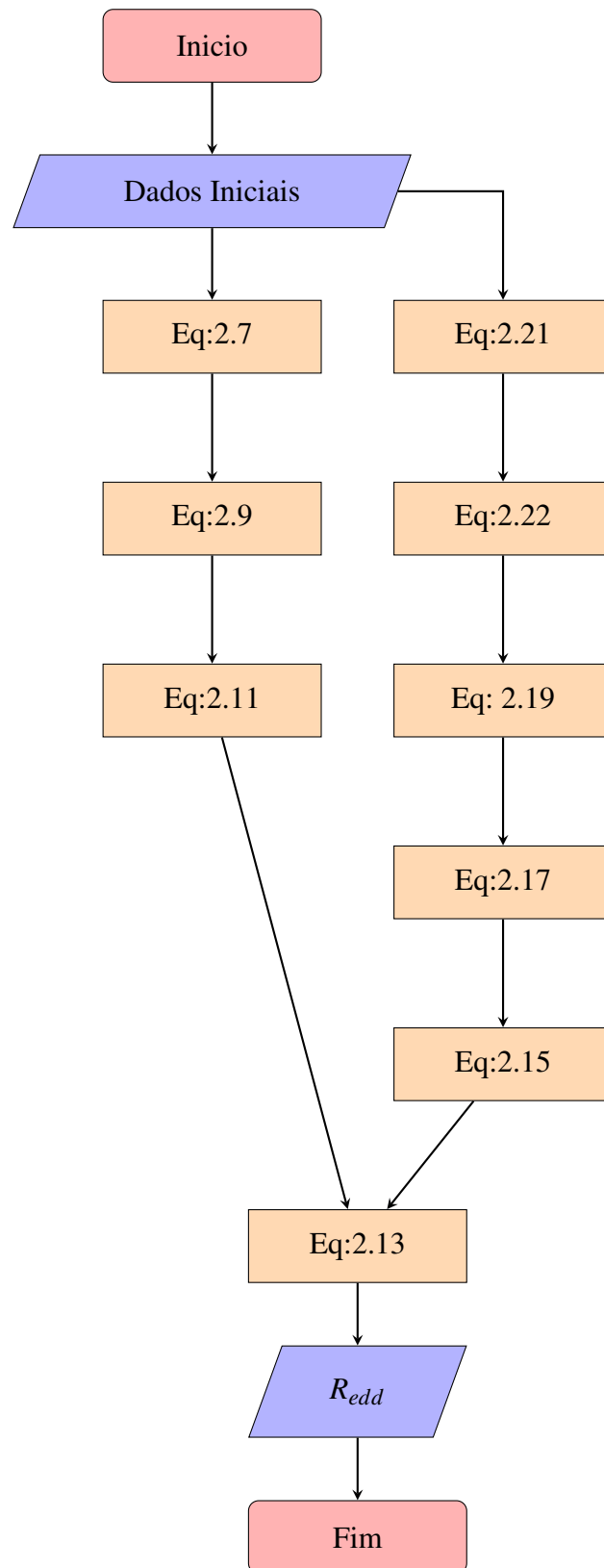
Inicialmente foi determinado a equação que determina a Raio efetivo para os disco dianteiro e traseiro mostrados nas figuras 15 e 16.

Após se determinar os Raios efetivos pode se calcular a menor área possível para os discos dianteiro e traseiro como mostrado nas figuras 17 e 18.

A seguir foi determinado as espessuras dos discos de freio dianteiro e traseiro conforme as figuras 19 e 20.

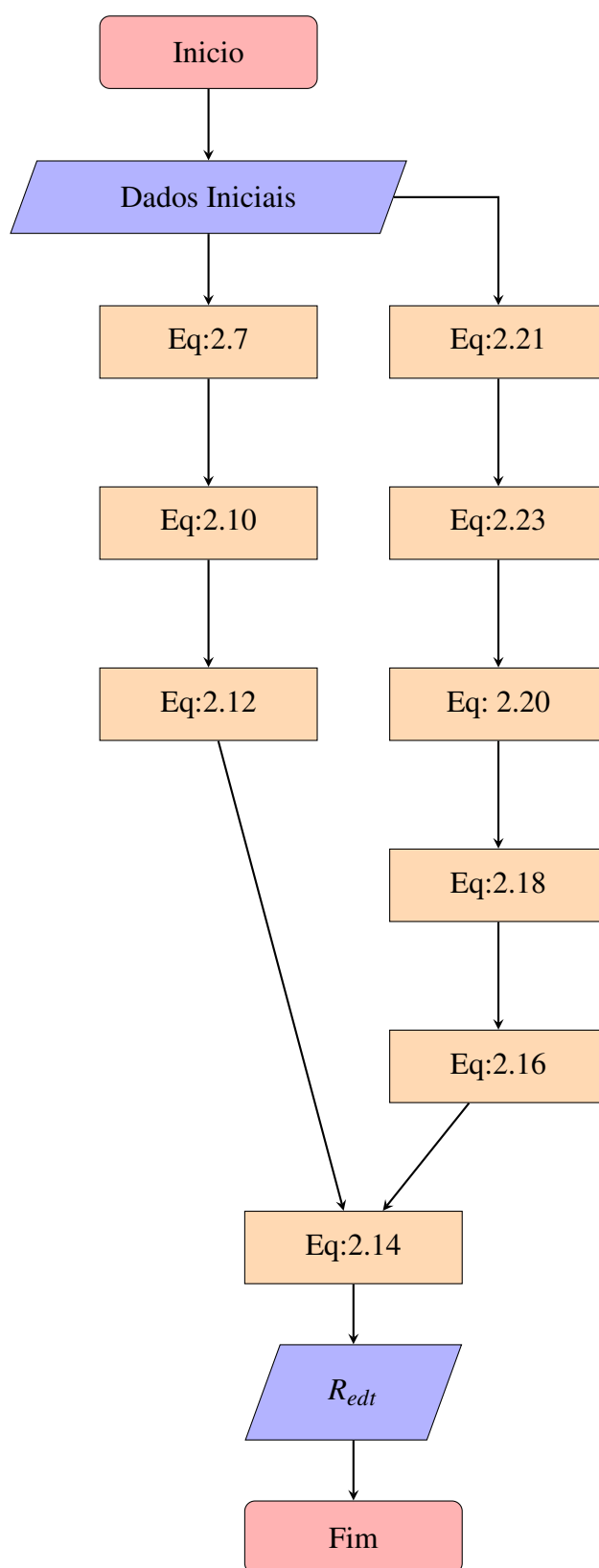
Finalmente se calculou as equações de massa do disco dianteiro e traseiro dado pelas figuras 21 e 22.

Figura 15 – Fluxograma de determinação do raio efetivo dianteiro.



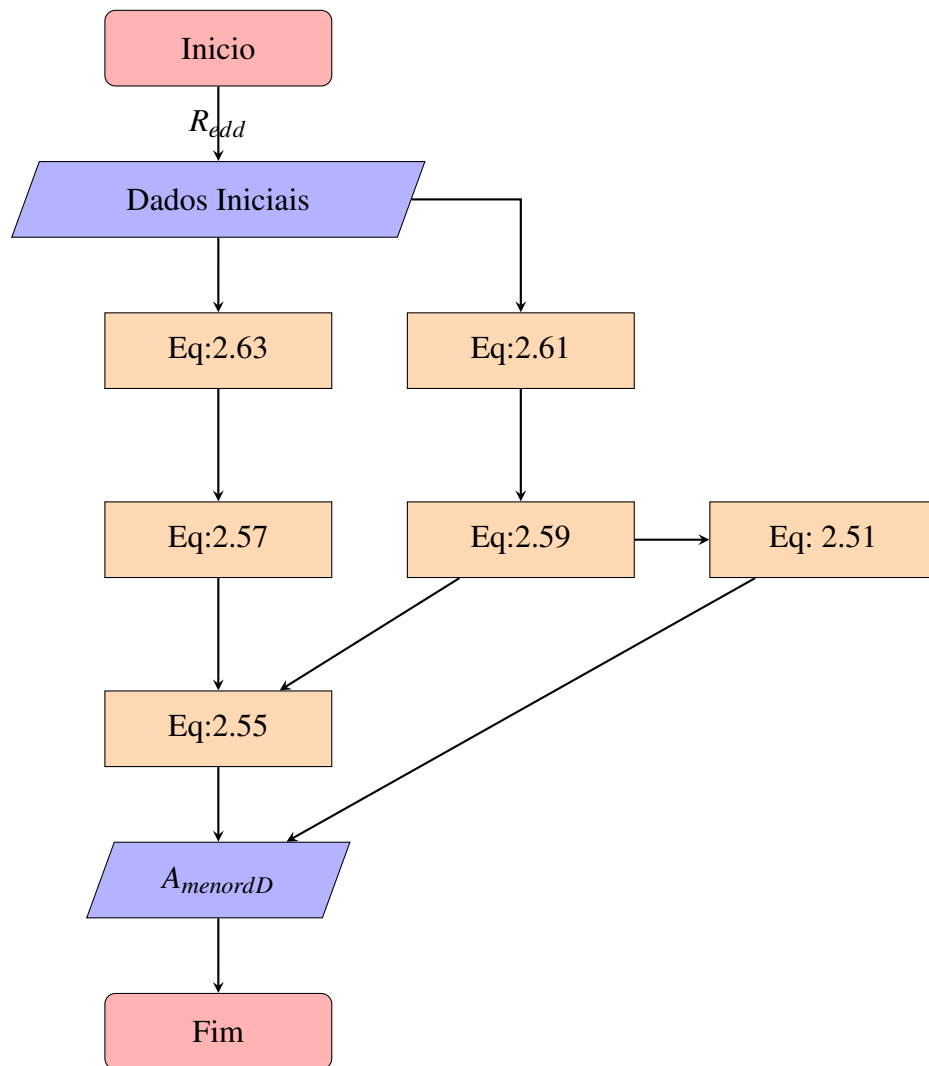
Fonte: Autor

Figura 16 – Fluxograma de determinação do raio efetivo traseiro.



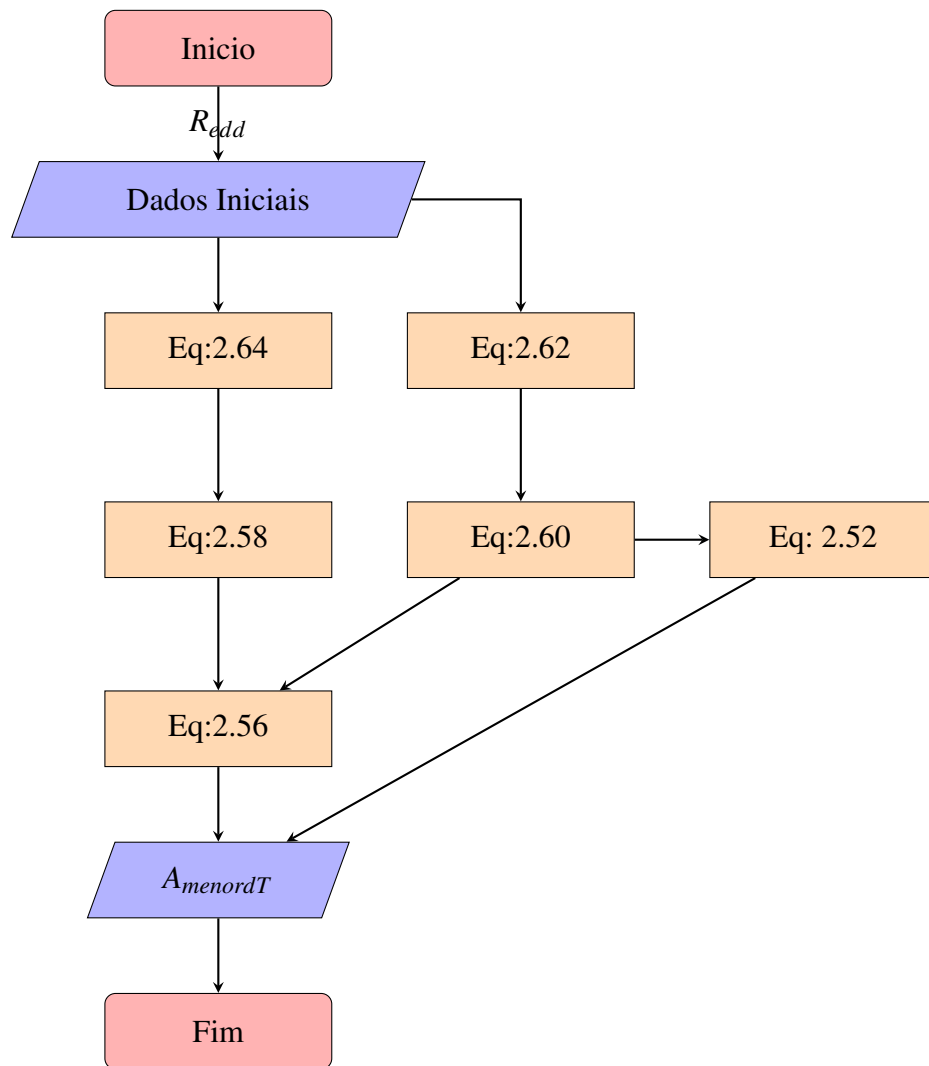
Fonte: Autor

Figura 17 – Fluxograma de determinação da menor área do disco dianteiro.



Fonte: Autor

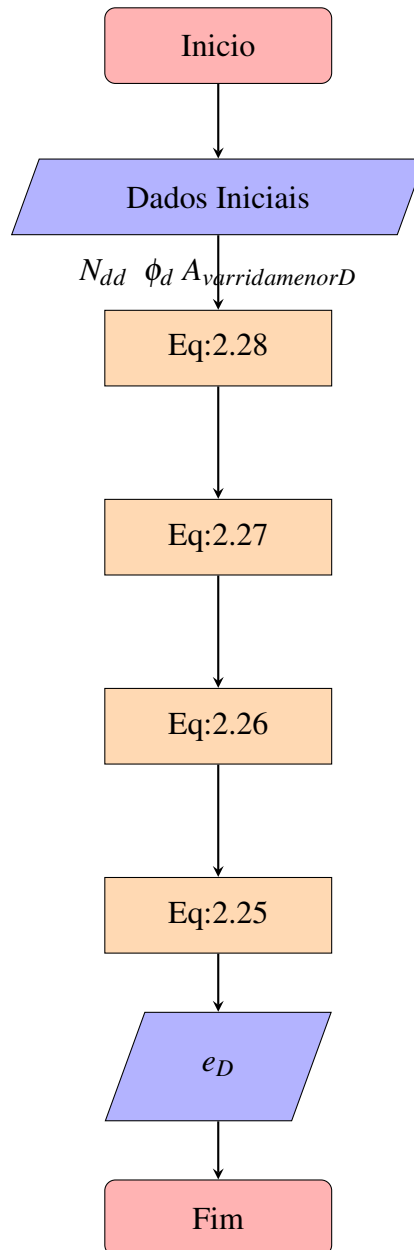
Figura 18 – Fluxograma de determinação da menor área do disco traseiro.



Fonte: Autor

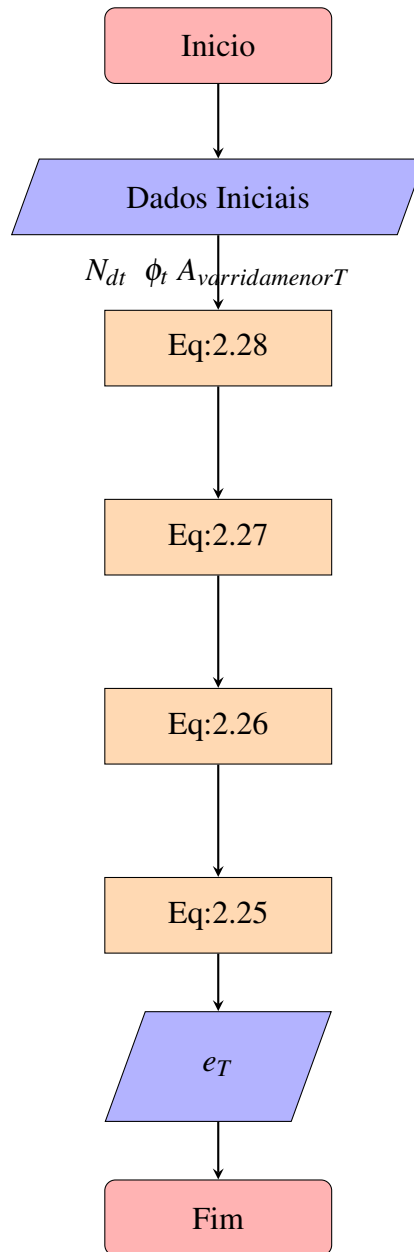


Figura 19 – Fluxograma de determinação da espessura do disco dianteiro.



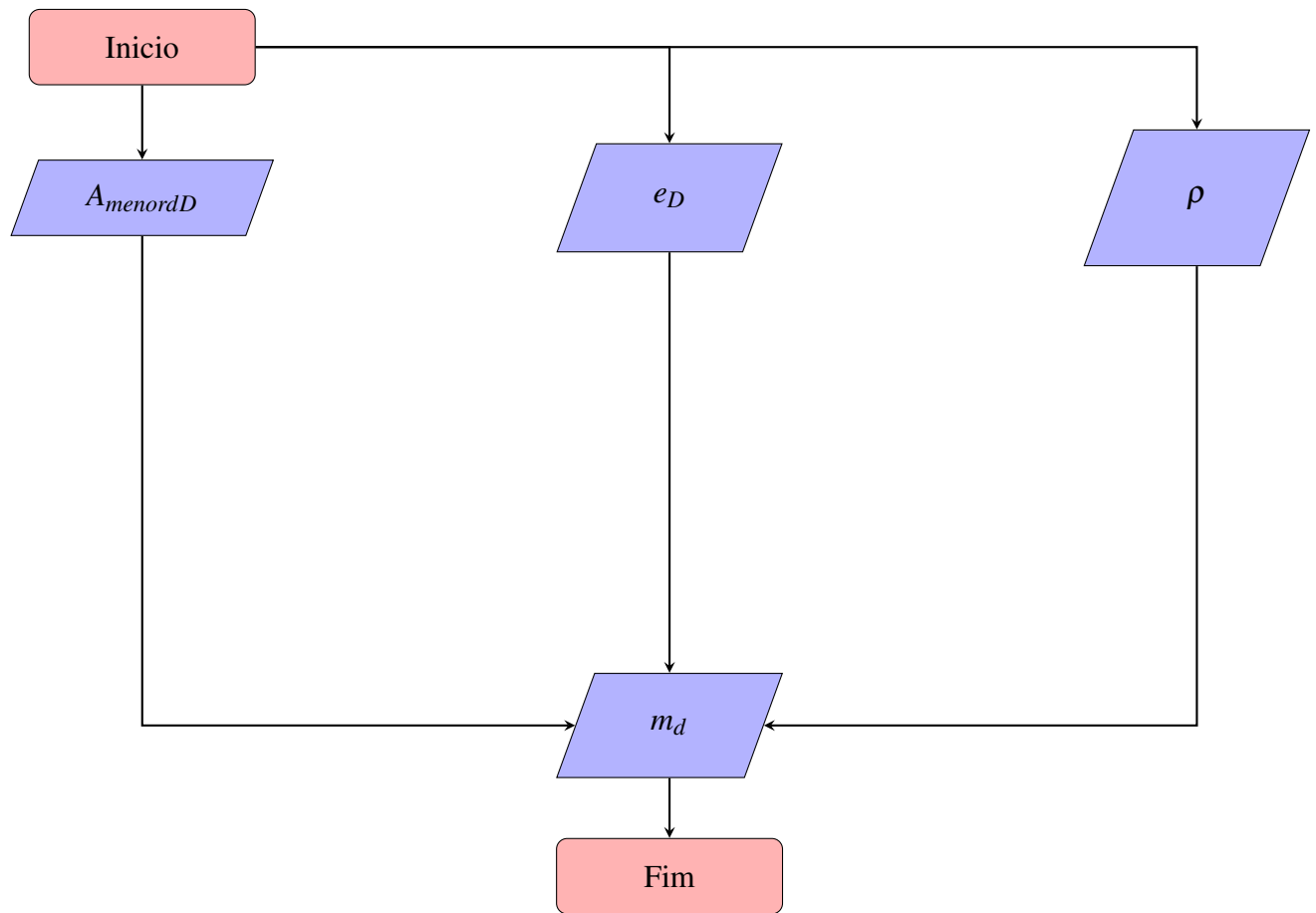
Fonte: Autor

Figura 20 – Fluxograma de determinação da espessura do disco traseiro.



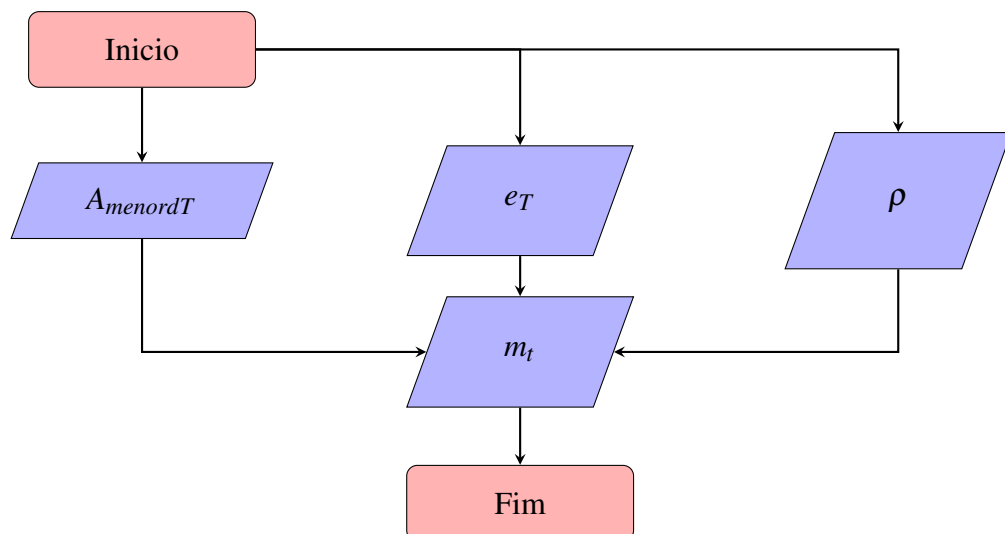
Fonte: Autor

Figura 21 – Fluxograma de determinação da massa do disco dianteiro.



Fonte: Autor

Figura 22 – Fluxograma de determinação da massa do disco traseiro.

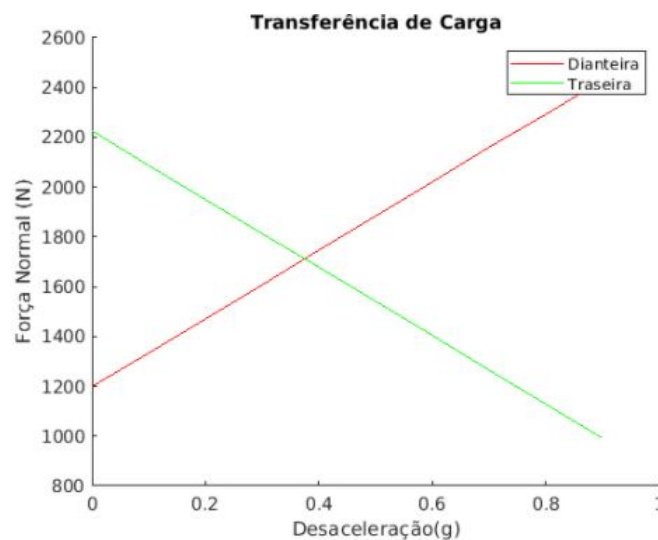


Fonte: Autor

## 4 RESULTADOS

O gráfico da figura 23 apresenta de maneira simples o comportamento da Transferência de carga do eixo traseiro para o dianteiro. Pode-se perceber um aumento de forma abrupta da força necessária para a frenagem no eixo dianteiro e uma redução do eixo traseiro, fazendo com que seja necessário o uso de uma válvula de pressão ou uso de barra de balança. Para uma desaceleração de 0.2g a carga no eixo traseiro é de 58,8% enquanto que para o dianteiro é de 41,2%, enquanto que para uma desaceleração de 0.8g 67.7% da força se concentra no eixo dianteiro.

Figura 23 – Transferência de carga.



Fonte: Autor

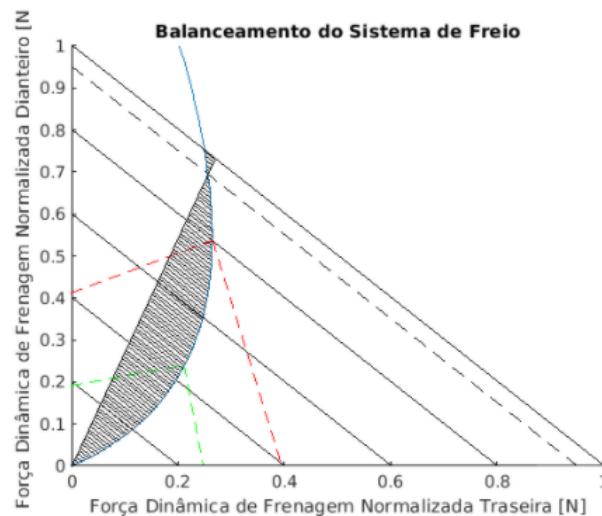
O gráfico da figura 24 apresenta o balanceamento de freio que de acordo com Limpert (2010) é uma característica do peso e da geometria do veículo esse relaciona ao comportamento dinâmico com a frenagem ideal.

A linha pontilhada em vermelha mostra o ponto em que ocorre o travamento do eixo em traseiro e dianteiro para uma condição de asfalto, já o ponto em verde mostra para o solo de terra.

A região hachurada indica overbreak ou travamento das rodas como a linha reta mostra a condição de aumento de força real, se a proporção de frenagem necessária for respeitada ocorrerá um travamento do eixo dianteiro antes do eixo traseiro, respeitando a norma de segurança de frenagem FMVSS 135 a qual proíbe o travamento dos freios traseiros antes do dianteiro, o que ocasiona instabilidade de frenagem.

No ponto de encontro entre a linha ideal e real ocorre a inversão de travamento ou seja o eixo traseiro trava antes do dianteiro conhecido como desaceleração crítica, para as normas de segurança europeias as quais exigem que seja superior a 0,82 g.

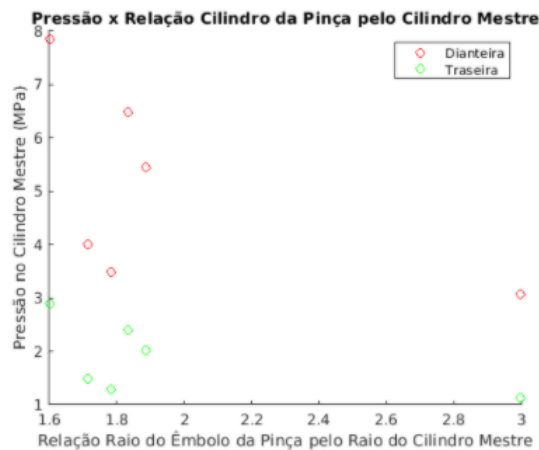
Figura 24 – Balanceamento de freio.



Fonte: Autor

O gráfico da figura 25 tem o intuito de avaliar a relação entre a pressão e o raio do cilindro mestre de tal maneira que se pudesse estimar para onde os valores desses deveriam convergir e as regiões em que não deveriam ser aplicadas, baseado na limitação de pressão.

Figura 25 – Relação pressão x raio do cilindro mestre.

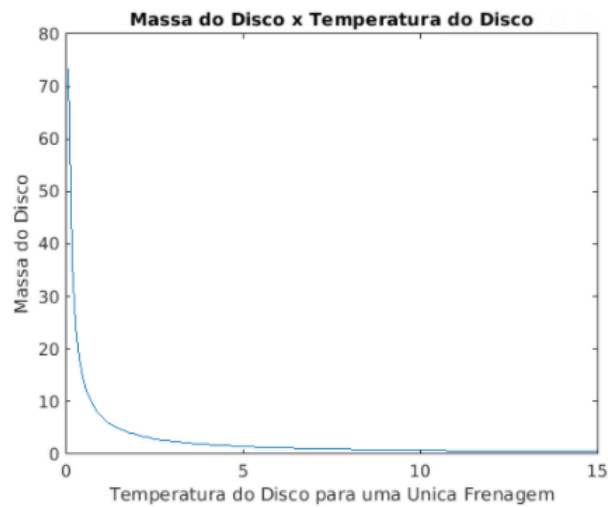


Fonte: Autor

Assim, se não houver alterações na relação do pedal, uma relação entre o cilindro mestre e da pinça de 1.6 para a dianteira não pode ocorrer. Para a traseira as relações entre cilindros não atingem pressões superiores a 7 MPa.

O gráfico da figura 26 mostra o comportamento da massa em relação a temperatura uma única frenagem. Sendo que a massa é relativa a um único disco de forma que dissipe a temperatura que o veículo gera em uma única frenagem sem considerar os efeitos da convecção. Como pode se perceber essas são inversamente proporcionais de tal maneira que respeita a equação do calor sensível.

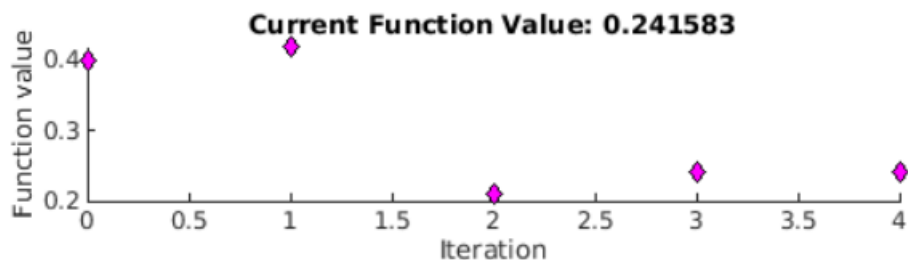
Figura 26 – Massa do disco x temperatura do disco.



Fonte: Autor

O gráfico da figura 27 mostra o comportamento da função objetivo em relação as iterações de forma que na última iteração se obteve o menor valor da função objetivo de 0.24158 Kg, como mostrado na tabela 5.

Figura 27 – Valor da equação objetivo do disco dianteiro x interação.



Fonte: Autor

Tabela 5 – Função Objetivo disco dianteiro

| Massa do disco dianteiro (Kg) |
|-------------------------------|
| 0.24158                       |

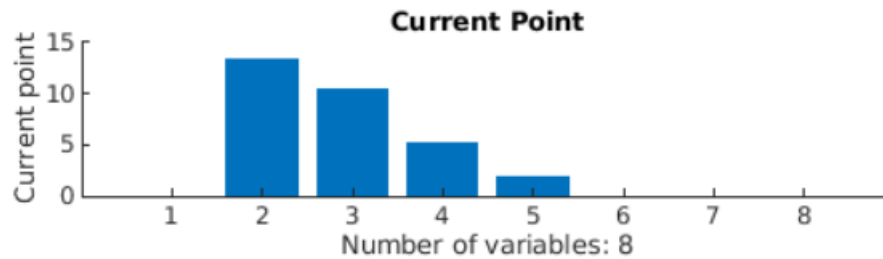
Fonte: Autor

No gráfico da figura 28 é mostrado a dimensão de cada variável que a última iteração obteve. Esse é apresentado na tabela 6 com suas respectivas nomenclaturas e unidades.

A equação objetivo da tabela 5 quando comparada com o valor inicial de massa da equipe baja gerou uma redução de massa de 30.98%.

No gráfico da figura 29 é mostrado a o valor da equação objetivo do disco traseiro em relação as iterações. Como pode se perceber, o número de iterações foi menor que o disco dianteiro, isso se deve ao fato de que as restrições impostas ao disco traseiro são mais agressivas

Figura 28 – Dimensão x variáveis do disco dianteiro.



Fonte: Autor

Tabela 6 – Variáveis do disco dianteiro

| Variáveis         | Resultado                  |
|-------------------|----------------------------|
| $h_{pd}$          | 0.02054 [m]                |
| $r_{ppd}$         | 13.481 [mm]                |
| $R_{cmd}$         | 10.597 [mm]                |
| $R$               | 5.3239                     |
| $N_{pd}$          | 1.9101                     |
| $A_{intRetD}$     | 0.02249 [m <sup>2</sup> ]  |
| $A_{varridaRetD}$ | 0.010881 [m <sup>2</sup> ] |
| $\theta_D$        | 2.025 [°]                  |

Fonte: Autor

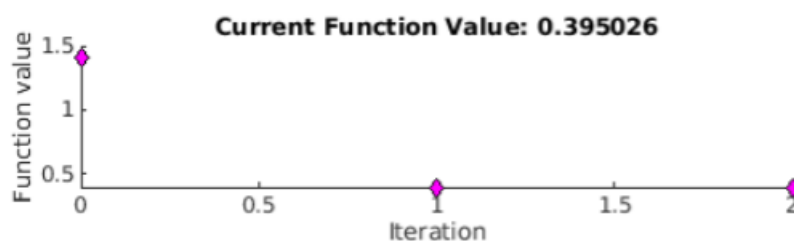
Tabela 7 – Redução do disco dianteiro

|                        |         |
|------------------------|---------|
| Massa do Disco Inicial | 0.35    |
| Massa do Disco Final   | 0.24158 |
| Redução Percentual     | 30.98 % |

Fonte: Autor

do que do outro disco e a forças aplicadas são maiores. As iterações mostram uma convergência do para o valor mostrado na tabela 8.

Figura 29 – Valor da equação objetivo do disco traseiro x interação.



Fonte: Autor

O gráfico da figura 30 mostra a dimensão em relação as variáveis do disco traseiro, que como pode se perceber apresenta dimensões maiores que o outro, devido as forças ocasionadas pela frenagem em um único disco. Essas são especificadas na tabela 9.

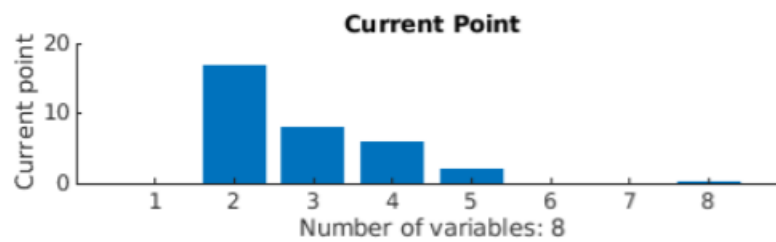
O valor da função objetivo da tabela 5 gerou uma redução de massa de 12.2% para o disco traseiro em relação ao disco original, como é mostrado na tabela 10.

Tabela 8 – Função Objetivo disco traseiro

| Massa do Disco Traseiro [Kg] |
|------------------------------|
| 0.39503                      |

Fonte: Autor

Figura 30 – Dimensão x variáveis do disco traseiro.



Fonte: Autor

Tabela 9 – Variáveis do disco traseiro

| Variáveis         | Resultado            |
|-------------------|----------------------|
| $h_{pt}$          | 0.06 [m]             |
| $r_{ppt}$         | 16.9966 [mm]         |
| $R_{cmt}$         | 7.9375 [mm]          |
| $R$               | 6                    |
| $N_{pt}$          | 2                    |
| $A_{intRetT}$     | 5.6673e-17 [ $m^2$ ] |
| $A_{varridaRetT}$ | 0.02 [ $m^2$ ]       |
| $\theta_T$        | 19.9962 [°]          |

Fonte: Autor

Tabela 10 – Redução do disco traseiro

|                        |         |
|------------------------|---------|
| Massa do Disco Inicial | 0.45    |
| Massa do Disco Final   | 0.39503 |
| Redução Percentual     | 12.2 %  |



## 5 CONCLUSÃO

A transferência de carga ocorre de forma abrupta para o eixo dianteiro fazendo com que a força necessária para frear esse eixo aumente.

O veículo trava primeiro as rodas do eixo dianteiro garantindo uma estabilidade para o mesmo durante a frenagem.

A relação entre cilindro da pastilha e o cilindro mestre superior a 1.6 foi respeitada, devido a alteração da relação de pedal.

A massa do disco e a sua temperatura durante uma frenagem são inversamente proporcionais, o que gerou um aumento da variação da temperatura para uma frenagem, essa relação respeitou a equação do calor sensível.

A função objetivo resolvida com algoritmo SQP no software Matlab permitiu que o objetivo inicial fosse alcançado uma massa do disco dianteiro de 0.24158 Kg permitindo uma redução de massa de aproximadamente 38%, já o disco traseiro obteve uma massa de 0.39503 Kg tendo uma redução percentual de 12.2%.

## REFERÊNCIAS

- ARORA, J. S. *Introduction to Optimum Design*. 3ª. ed. Iowa: Elsevier, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 11, 27 e 33.
- BOSCH. *Manual de Tecnologia Automotiva*. Tradução da 4ª edição americana. [S.l.], 2005. Citado na página 16.
- BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. *Elementos de máquinas de Shigley*. [S.l.]: AMGH Editora, 2009. Citado na página 25.
- DIULGHEROGLO, P. A. **Fundamentos de Freios e seus Componentes**. 2014. Disponível em: <<https://boechatfreios.files.wordpress.com/2014/01/a-histc3b3ria-dos-freios.pdf>>. Acesso em: Set. 2020. Citado na página 11.
- DOMOND, K. **Brake Rotor Design and Comparison using Finite Element Analysis: An Investigation in Topology Optimization**. 2010. Disponível em: <<http://escholarship.org/uc/item/0hm310zx>>. Acesso em: 28 Fev. 2020. Citado na página 11.
- DORO, L. H.; BERNARDI, T. M. **Seleção E Dimensionamento Do Sistema De Freio Para Um Veículo Protótipo Monoposto Offroad Tipo Mini Baja Sae**. 2016. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.
- ERIKSSON, M. **Friction and Contact Phenomena of Disc Brakes Related to Squeal**. In: . [S.l.: s.n.], 2000. Citado na página 13.
- GIASANTE, B. C. Z. **Desenvolvimento de um Sistema de Freio para Veículo Off Road Leve de Competição Baja Sae**. 2017. Citado na página 23.
- Gillespie, T. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. 2ª ed.. ed. Warrendale: SAE International, 1992. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- HEIRING, B.; ERSOY, M. *Chassis Handbook*. Wiesbaden: Springer Fachmedien, 2011. Citado na página 17.
- HUGAR, D. S.; KADABADI, U. B. **Design and Thermal Analysis of Disc Brake for Minimizing Temperature** . 2017. Citado na página 11.
- KLAVA, B. **Desenvolvimento das etapas de análise e otimização estrutural de uma manga de eixo**. Florianópolis, SC, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.
- KREITH, F. *Principles of Heat Transfer*. [S.l.]: International Textbook Company, 1965. Citado na página 24.
- LIMPERT, R. *Brake Design e Safety*. 3ª ed.. ed. Warrendale: SAE International, 2010. Citado 5 vezes nas páginas 17, 22, 24, 35 e 43.
- MACKIN, T. J. et al. **Thermal Cracking in Disc Brakes**. 2002. Disponível em: <<https://home.cis.rit.edu/~cnspci/references/mackin2002.pdf>>. Acesso em: Set. 2020. Citado na página 24.
- Mathworks. **Optimization**. 2020. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 32.

- MESQUITA, F. F. **Projeto de um Sistema de Freio para Veículo de Competição Off-Road–Projeto Sae de Mini Baja**. 2017. Disponível em: <[http://www2.ufrb.edu.br/bcet/components/com\\_chronoforms5/chronoforms/uploads/tcc/20190604221804\\_2017.X\\_\\_TCC\\_Felipe\\_De\\_Mesquita\\_-\\_Projeto\\_de\\_um\\_Sistema\\_de\\_Freio\\_Para\\_O\\_Veculo\\_De\\_Competio\\_Off-Road\\_Projeto\\_Sae\\_De\\_Mini\\_Baja.pdf](http://www2.ufrb.edu.br/bcet/components/com_chronoforms5/chronoforms/uploads/tcc/20190604221804_2017.X__TCC_Felipe_De_Mesquita_-_Projeto_de_um_Sistema_de_Freio_Para_O_Veculo_De_Competio_Off-Road_Projeto_Sae_De_Mini_Baja.pdf)>. Acesso em: Set. 2020. Citado na página 22.
- NETO, J. A. O. *Otimização Topológica de Estruturas Termoelásticas Tridimensionais*. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 26, 27 e 28.
- NEWCOMB, T. P.; SPURR, R. T. *Bracinho of Road Veicules*. [S.l.]: Chapman and Hall LTD, 1967. Citado na página 22.
- NICOLAZZI, L. C.; LEAL, L. C. M.; ROSA, E. *Uma Introdução a Modelagem Quase-Estática de Automóveis*. [S.l.]: Publicação interna do GRANTE, 2008. Citado na página 14.
- NOGUEIRA, G. C. L. **Modelagem e Análise de Discos de Freio para Baja Sae**. 2017. Citado na página 22.
- Norton, R. L. *Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada*. 4ª ed.. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004. Citado na página 25.
- PRESENTE, E. G. **Estudo da Otimização Topológica em Parte da Suspensão de um Veículo Comercial**. 2018. Citado 3 vezes nas páginas 26, 27 e 28.
- PUHN, F. *Brake Handbook*. 2. ed. New York: HpBooks, 1985. Citado na página 14.
- RATBSB. *Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE BRASIL*. [S.l.], 2019. Disponível em: <[http://portal.saebrasil.org.br/Portals/0/Users/165/65/64165/RATBSB\\_emenda\\_03.pdf](http://portal.saebrasil.org.br/Portals/0/Users/165/65/64165/RATBSB_emenda_03.pdf)>. Acesso em: 15 Fev. 2020. Citado na página 15.
- REIF, K. *Brake Control and Driver Assitance Systems*. Wiesbaden: Springer, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.
- REIMPEL, J. *Technolofie de Freinage*. Würzburg: Vogel Verlag, 1998. Citado na página 22.
- SALES, A. S. **Projeto de um Sistema de Freio para um Protótipo Veicular do Tipo Baja Sae**. 2019. Disponível em: <[http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/49407/1/2019\\_tcc\\_asousa.pdf](http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/49407/1/2019_tcc_asousa.pdf)>. Acesso em: 15 Fev. 2020. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.
- SANTOS, G. C. M. **PROJETO E DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA DE FREIOS APLICADO A UM VEÍCULO FÓRMULA SAE**. 2014. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 35.
- SEWARD, D. *Race car design*. [S.l.]: Macmillan International Higher Education, 2014. Citado na página 21.
- SILVA, E. C. N. **Técnicas de Otimização Aplicadas no Projeto de Peças Mecânicas**. 2009. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 26.
- SILVA, F. O. d. F. **Dinâmica de Frenagem e Análise Térmica de Freio a Disco Ventilado Automotivo**. 2016. Disponível em: <<https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/30614/30614.PDF>>. Acesso em: 15 Fev. 2020. Citado 3 vezes nas páginas 13, 15 e 22.

**SILVA, M. F. ESTRATÉGIAS DE APROXIMAÇÃO PARA A OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL.** Pernambuco, 2009. Citado na página 30.

**SILVA, P. H. Análise do Sistema de Freio de um Veículo de Competição Fórmula SAE.** Joinville, 2017. Citado na página 15.

**SILVEIRA, R. Dimensionamento e Projeto do Sistema de Freios de um Veículo.** 2010. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 16.

**YOSHIDA, L. S. Projeto adaptativo de um sistema de freios para utilização em carro de competição classe Fórmula Sae.** 2013. Citado na página 18.