



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ**  
**CAMPUS CORRENTE**  
**CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**FABIÊNIO NORONHA FABRICIO**

**ENSINANDO INTEGRADAMENTE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA,**  
**PARA ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**CORRENTE**

**2023**

FABIÊNIO NORONHA FABRICIO

ENSINANDO INTEGRADAMENTE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA, PARA  
ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Trabalho de Conclusão de Curso  
(monografia) apresentado como  
exigência parcial para obtenção do  
diploma do Curso de Licenciatura em  
Matemática do Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia do  
Piauí, Campus Corrente.

Orientador: Prof. Me. Márcio Luiz  
Duarte da Silva.

Co-orientador (a): Prof. Especialista  
Antônio de Alencar Costa Silva

CORRENTE

2023

---

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Fabricio, Fabiênio Noronha

FF126e      Ensinando integralmente Aritmética, Álgebra e Geometria, para alunos do 9º ano do ensino fundamental / Fabiênio Noronha Fabricio. - 2023.  
23 p.: il. p&b.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Corrente, 2023.

Orientador : Prof Me. Márcio Luiz Duarte da Silva.

Coorientador : Prof Esp. Antônio de Alencar Costa Silva.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Aritmética. 3. Álgebra. 4. Geometria. I. Título.

CDD - 510

---

**Elaborado por Tefischer Huanderson Soares e Sousa CRB 3/1251**

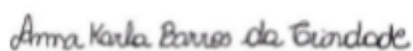
FABIÊNIO NORONHA FABRICIO

ENSINANDO INTEGRADAMENTE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA, PARA  
ALUNOS DE 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)  
apresentado como exigência parcial para  
obtenção do diploma do Curso de Licenciatura  
em Matemática do Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí,  
Campus Corrente.

Aprovada em: 13/01/2023.

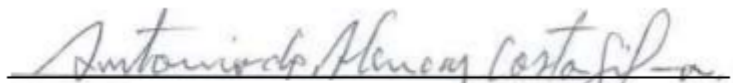
BANCA EXAMINADORA



Prof.<sup>a</sup>. Ma. Anna Karla Barros da Trindade  
Instituto Federal do Piauí (IFPI)



Prof. Me. Marcio Luiz Duarte da Silva (Orientador)  
Instituto Federal do Piauí (IFPI)



Prof. Antônio de Alencar Costa e Silva (Coorientador)  
Instituto Federal do Piauí (IFPI)



Prof. Ma. Cleonice Moreira Lino  
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos os professores e servidores do IFPI do Campus Corrente, pois todos contribuíram de alguma forma para esta conclusão do curso.

Aos meus pais e minha família, que deu todo o apoio necessário para que eu chegasse até aqui. Agradeço ao meu Deus, que me deu força quando mais precisava.

Ao meu Co-orientador Prof. Antônio de Alencar e ao meu Orientador Prof. Márcio Duarte pela disponibilidade da grandiosa orientação e dedicação nessa trajetória.

Aos meus colegas, onde dividimos momentos nessa longa jornada desse curso.

E aquelas pessoas que de alguma forma direta ou indireta contribuíram para a realização dessa conclusão.

O destino deste país depende da  
educação deste povo.  
Benjamin Disraeli

## **RESUMO**

Este trabalho tem como finalidade propor uma metodologia de material integrando os campos da matemática paralelamente ao livro didático, no Ensino Fundamental na turma do 9º Ano, para isso será elaborada uma proposta de atividade que unifique os conceitos das áreas: aritmética, álgebra e geometria. Com base nos objetivos é uma pesquisa de caráter exploratório, e quanto à coleta de dados ela é bibliográfica. Dessa maneira foi elaborado um material dividido em oito seções nas quais envolvem de forma inter-relacionada as áreas. Assim espera-se fortalecer a aprendizagem de forma que os mais desenvoltos, até o momento, possam ressignificá-la e permitir aos mais embaraçados a oportunidade de crescer, pelo menos nas condições mínimas.

**Palavras-chave:** Aritmética; Álgebra; Geometria.

## **ABSTRACT**

This work aims to propose a methodology of material integrating the fields of mathematics in parallel with the textbook, in Elementary School in the 9th grade class, for this purpose an activity proposal will be elaborated that unifies the concepts of the areas: arithmetic, algebra and geometry. Based on the objectives, it is an exploratory research, and as for data collection, it is bibliographical. In this way, a material divided into eight sections was elaborated, which interrelatedly involve the areas. Thus, he hopes to strengthen learning so that the most resourceful, so far, can reframe it and allow the most embarrassed the opportunity to grow, at least in the minimum conditions.

**Keywords:** Arithmetic; Algebra; Geometry.

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BNCC    Base Nacional Comum Curricular

IFPI     Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí

COVID   Doença do Corona vírus

## SUMÁRIO

|          |                                                                                           |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                                                   | <b>14</b> |
| <b>2</b> | <b>METODOLOGIA .....</b>                                                                  | <b>17</b> |
| <b>3</b> | <b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>                                                          | <b>19</b> |
| 3.1      | Ensino de Aritmética .....                                                                | 19        |
| 3.2      | Ensino de Álgebra .....                                                                   | 21        |
| 3.3      | Ensino de Geometria .....                                                                 | 23        |
| 3.4      | Assimilando Geometria com Aritmética e Álgebra .....                                      | 25        |
| <b>4</b> | <b>PROPOSTA PARA INTEGRALIZAÇÃO DOS CONCEITOS DE ARITMÉTICA, ALGEBRA E GEOMETRIA.....</b> | <b>26</b> |
| <b>5</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                                                         | <b>29</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                                                   | <b>30</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Quando iniciei o Curso de Licenciatura em Matemática do IFPI – Campus Corrente, em 2017, de forma geral, passei por problemas de adaptação vistos as diversas dificuldades que apresentava. Posso situá-las no campo das funções e da Geometria e como consequência das funções apresentou problemas no desenvolvimento do cálculo. Imagino que as tribulações pelas quais passei estejam relacionadas à minha cognição referente ao período da Educação Básica ademais posso, talvez, citar problemas vivenciados por meus professores, inerentes à profissão, no mesmo intervalo. Os conteúdos ministrados em Geometria exigiam conceitos sólidos a serem aplicados nos processos de demonstração, que era a parte mais complexa, mas como minha compreensão não era adequada, outros problemas foram criados.

Mas o que dizer sobre os frágeis conhecimentos de Aritmética e de Álgebra que apresentava? É exagero um estudante ao final da Educação Básica afirmar que há conteúdos de Geometria que nunca estudou? O que de fato um estudante quer transmitir ao fazer afirmações negativas quanto ao conhecimento que deveria apresentar e não tem condições de fazê-lo? Essas inquietações sugerem busca das causas de debilidade que quanto à aquisição de novos conhecimentos. Medidas pedagógicas para sanar falhas de aprendizagem que o corpo discente apresenta; busca de responsáveis vistos os prejuízos financeiros e de tempo; estratégias que melhorem a cognição individual, entre outros, são atitudes a serem tomadas para que os problemas educacionais sejam atenuados. E, particularmente esforçar-se pelos problemas que os alunos apresentam relacionados à Matemática de forma que às futuras gerações sejam apresentadas novas condições para aprender.

Ao que parece ano após ano, na formação básica há uma preocupação Aritmética quanto às operações com números inteiros e racionais, sem profundidade ou sem verificação consistente de aprendizagem, visto as dúvidas que eles apresentam com adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo números relativos das duas categorias citadas, além de problemas com múltiplos e divisores. Em relação à Álgebra não se percebe maturidade com os conceitos de incógnita, variável, termo e coeficiente. A ausência dessas significações impacta diretamente na resolução de equações de 1º e 2º grau, sem citar os problemas com produtos notáveis e fatoração, ferramentas da álgebra básica.

A respeito de Geometria, os conceitos e propriedades referentes a polígonos tais como triângulos, quadrados, retângulos, bem como sobre sólidos, os alunos pouco associam essas ideias à realidade cotidiana. Creio que isso ocorra pela forma, pelo pouco tempo de repetição e pelas diversas situações que o fazer pedagógico apresenta. Esse amálgama compromete novos avanços. A apresentação da Geometria, na Educação Básica, a meu ver, deveria ser apresentada como ponto de partida para a apresentação de vários conteúdos da Álgebra e da própria Aritmética.

Creio que o perfil de abstração inerente ao Matemático e também aos curiosos grandes da Matemática não fique comprometido nas futuras gerações se os conteúdos de Ensino Fundamental, sempre que possível, possam ser apresentados a partir da Geometria. Ela pode ser favorecida adotando-se um método de trabalho em sala de aula que privilegie a intuição associada aos saberes construído. Dessa forma, diminui-se a quantidade de desmotivados a aprender noções de cálculos algébricos, aritméticos e geométricos. Isso, afirmo porque a

motivação apesar de ser importante é um processo interno e o educando não percebe que estas partes interagem entre si. Há necessidade que o professor ajude-os nesse processo.

Até aqui, as observações foram feitas no período antecedente à pandemia da COVID-19. Como professor da Escola Municipal Unidade Escolar Ângelo Ascenso, localizada na zona rural do município de Cristalândia, sul do Piauí, dois anos após o intervalo citado, percebi que os alunos de 7º ao 9º demonstravam um agravamento em todas as questões que julgava ser parte dos problemas que enfrentei na graduação. Anteriormente ao início flagelo, ao que me parece, eles avançavam nos estudos porque tinham notas ou se acreditava que deixá-los reprovados os prejuízos seriam maiores, visto os problemas conhecidos da Educação brasileira. Em 2022, penso que a quantidade dos que prosseguiram nos bimestres sem as habilidades condizentes aumentou, deixando claro a não correspondência entre elas e os saberes correspondentes.

O conjunto desses fatos causa desconforto à sociedade, particularmente à escola, pais e professores. Estratégias de Ensino para atenuar os problemas de aprendizagem dos conceitos e de associações conceituais entre os campos da Aritmética, Álgebra e Geometria são necessários, pois se assim não for feito, os problemas educacionais brasileiros irão se agravar-se mais nas futuras gerações.

Esse mitigar deve ter como premissa o aumento da qualidade dos resultados quantitativos que se observa, e assim, me proponho a responder a pergunta “qual a qualidade dos resultados quantitativos que serão obtidos ao ensinar-se, integradamente Geometria, Álgebra e Aritmética para alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental da Unidade Escolar Ângelo Ascenso, localizada na zona rural do município de Cristalândia, como meio de viabilizar a aprendizagem vista os problemas causados pela pandemia”?

O estímulo da busca por respostas tem como justificativa o paralelo entre as problemáticas de minhas experiências discentes na Educação Básica com os do Ensino Superior, antes citadas, bem como o confronto delas com a atividade pedagógica que desenvolvia em 2022. Dessa forma, pretendo contribuir com o ensaio pedagógico que possa mostrar resultados diferentes dos que observo nas minhas práticas, quer na condição de aluno quer na categoria de professor.

Dessa maneira, o trabalho tem caráter exploratório visto que pelas incertezas e nuances da problemática busco dados esclarecedores e que confirmem ou refutem a tese “os alunos apresentarão melhor qualidade de aprendizagem” a partir da hipótese “usar material que direcionem, concomitantemente, os estudos de Geometria e Álgebra de 9º ano, diluídos em seções, mantendo forte o chamamento à revisão de conceitos de Álgebra, Aritmética e Geometria de anos anteriores em uma abordagem curricular espiral”. Quanto à bibliografia foram explorados artigos a respeito das ações pedagógicas de Euclides Roxo.

A metodologia de esquadrihar material integrando aritmética, Álgebra e Geometria paralelamente ao livro didático, permitirá avaliar se a qualidade dos resultados quantitativos irá sobrepor àqueles observados em 2022 e farei essa mensuração através dos seguintes critérios:

1º) investigar as habilidades e dificuldades dos alunos durante as aulas quanto às ideias e operações com números racionais, entes geométricos e noções algébricas referente aos anos anteriores;

2º) examinar as habilidades e dificuldades dos alunos quanto às noções elementares de Geometria Plana, Álgebra e Aritmética no que tange os anos anteriores e partir disso apresentar os conteúdos de 9º ano;

3º) observar as habilidades e dificuldades dos alunos durante as aulas quanto às noções de Álgebra elementar, tais como, incógnita, termo, coeficiente de um termo, operações com polinômios, resolução de equação do primeiro grau e apresentar a equação do 2º grau;

4º) desenvolver, juntamente com os alunos, leitura do texto que integre os campos da Geometria, da Álgebra e da Aritmética seja no livro didático ou em outras fontes;

5º) fazer exposição no quadro das ideias contidas no texto através de resumos, desenhos, notas explicativas, exemplos, contraexemplos;

6º) resolver, juntamente, com os alunos, exercícios dirigidos;

7º) avaliar a aprendizagem dos conteúdos através de atividades extras que exijam as habilidades discutidas nos textos e nos exercícios.

## 2 METODOLOGIA

A pesquisa é um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/metódica de saberes ou compreensões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade ou presente na literatura o qual inquieta/instiga o pesquisador perante o que se sabe ou diz respeito (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Os objetivos dessa pesquisa serão alcançados através de métodos que norteiam a pesquisa exploratória. De acordo com Fiorentini e Lorenzato esse tipo de pesquisa é:

Quando o pesquisador, diante de uma problemática, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela. Ou seja, ela funciona como uma sondagem e visa verificar se uma determinada ideia de investigação é viável ou não. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 69)

Com base nos procedimentos metodológicos, ou seja, quanto à coleta de dados esta pesquisa é do tipo bibliográfica. Para Gil (2002) é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho dessa natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente de fontes bibliográficas.

Esta pesquisa na busca de concluir seus objetivos está subdividida em dois tópicos principais, são eles: o primeiro tópico é o referencial teórico em que se busca identificar as ideias e conceitos com relação aos ensinamentos de Aritmética, Álgebra e Geometria, através de outros trabalhos e o segundo tópico consiste na elaboração do material a ser utilizado para a proposta de integrar os conteúdos de aritmética, álgebra e geometria. O material a ser elaborado e trabalhado paralelamente ao livro didático foi genericamente subdividido em oito seções como segue:

1. Noções sobre ângulos, comprimento, triângulos, expressões algébricas, igualdades, desigualdades;
2. Noções sobre quadriláteros, expressões algébricas, igualdades, desigualdades;
3. Noções sobre prismas, pirâmides, esferas, expressões algébricas, igualdades, desigualdades;
4. Noções sobre áreas, volumes, expressões algébricas, igualdades, desigualdades;
5. Noções sobre ampliações e reduções, expressões algébricas, igualdades, desigualdades;
6. Noções sobre retas, comprimentos, expressões algébricas, números na reta, igualdades, desigualdades, função, função afim;
7. Noções sobre parábola, comprimentos, expressões algébricas, igualdades, desigualdades, função quadrática;
8. Noções de estatística, ampliações e reduções, igualdades, desigualdades.

### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

As vivências dos professores quanto as suas experiências docentes, bem como, as suas experiências discentes, ao longo do tempo, mostram um quadro educacional que se deteriora ano após ano quando observado sob o aspecto sapiência de conteúdos de matemática na Educação Básica.

O Licenciando em Matemática, de forma geral, depara-se com as dificuldades proporcionadas pela ruptura com a Matemática de Ensino Médio. Essas às vezes são acompanhadas de notas baixas contrastando com os resultados da Escola Básica. O confronto fica mais ameno quando o discente passa a ter clareza do que deva ser um curso superior. Quanto ao quadro educacional, em relação à Matemática da Educação Básica, percebe-se que os vincos ficam bastante salientes, visto a pouca ou nenhuma clareza em conceitos e ideias de Geometria Plana, como também, pelos problemas que se enfrenta no estudo Funções e Gráficos.

A atividade de professor de Matemática, com vínculo contratado pela Secretaria de Educação do Município de Cristalândia, sul do Piauí, durante o ano de 2022, após período da pandemia de COVID-19, me proporcionou observar problemas de aprendizagem desde conceitos e operações básicas com números inteiros até as aplicações elementares com esses conceitos bem como outros deles decorrentes ou não. Ou seja, o desconcerto observado como estudante passava a ser visto agora como professor e com a possibilidade de repetição em futuros licenciandos em Matemática.

#### 3.1 ENSINO DE ARITMÉTICA

A aritmética é a ciência que estuda os números, e pode ser considerada uma porta de entrada para o universo dos cálculos, sendo uma matemática bastante utilizada no dia a dia das pessoas (SOUZA, 2014). Neste sentido, a apresentação dos Números Reais, iniciado com Números Naturais, passando pelos Números Inteiros, Números Racionais, Números Irracionais, as operações envolvendo-os e respectivos algoritmos fazem parte do que se diz Ensino de Aritmética.

Ele deve promover maneiras de quantificar atributos dos objetos, de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades formando o pensamento numérico, Base Nacional Comum Curricular (2018). Intrínsecas a elas os alunos devem “desenvolver ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem que são suscitadas pela ampliação dos campos numéricos com ênfase nos registros, usos, significados e operações.” (BNCC, 2018)

Contudo ela não se resume a isso. A intuição em sala de aula parece ser um bom ponto de partida para se ensinar Matemática, mas muitas vezes esquecido nas reflexões do professor talvez seja uma das causas dos problemas enfrentados por brasileiros desde os primórdios da Educação.

No Ensino Fundamental os números são apresentados de forma que o aluno saiba relacionar situações do mundo em que vive. Portanto, com a finalidade de que os alunos tornem-se capazes de inter-relacionar os conceitos aprendidos em sala de aula e aplicar em sua vida diária, faz-se necessário destacarmos o papel fundamental da relação entre aritmética e o “mundo”. (LINS E GIMENEZ, 2001)

A ideia de número ou quantidade é socializada, seja retomando situações da História da Matemática como as de contar animais usando comparações de coleção de pedras, com um grupo de animais, seja através de desenhos de grupos de brinquedos com grupos de outros objetos e com isso surgem naturalmente às relações “menor do que”, “maior do que” e “igual”. Surge assim, o pensamento aritmético.

Obstáculo a ele ocorre quando a ferramenta intuição deixa de ser usada quando se iniciam as operações e os respectivos algoritmos. É aqui que a vontade de aprender começa a diminuir. Pode-se citar, por exemplo, o algoritmo da adição em que algarismo que representa as unidades é colocado embaixo dos algarismos das unidades das parcelas e o algarismo das dezenas são somados aos algarismos das dezenas. É comum os estudantes de Ensino Fundamental II não apresentarem ideias intuitivas para explicarem tal situação e pior apresentam dificuldades de compreensão quando raciocínios são criados para explicar o citado algoritmo.

A dificuldade fica mais acentuada com relação aos algoritmos da subtração e da divisão. Situação pior é fazê-los entender que se um número possui apenas dois algarismos  $x$  e  $y$  representando, respectivamente, o algarismo das dezenas e das unidades, então tal número possui  $10x + y$  unidades. Nesse caso a tentativa de polir o pensamento aritmético inclui as noções elementares de operações, noções de Aritmética envolvidas pela noção do sistema posicional aqui representada pelo sistema decimal.

Onde está o problema de se aprender Matemática? Há muitas suposições. Para alguns pode estar no excesso de formulas e algoritmos, mas pela experimentação em 2022, penso que uma das causas seja, de fato, a não capacidade de ensinar a intuir durante o ato de ensinar tais algoritmos. Como percebi esse fato? Houve dois momentos: o primeiro é no ato de ler as situações nas quais se devem buscar nos textos os dados para montar os algoritmos.

O segundo trata-se do entendimento dos algoritmos e dos resultados neles obtidos. Por exemplo, o da divisão é um tormento. Quanto à multiplicação, após trabalhar noções de grandeza e formas geométricas, os alunos apresentaram dificuldade de dar significado ao número obtido pelo produto das três dimensões de um paralelepípedo, reforçando assim a espiralização do currículo.

As dificuldades percebidas tais como a falta de intuição, a falta de habilidade em interpretação e em manipular algoritmos foram algumas identificadas durante as aulas. Souza (2014) aborda que:

A aritmética é fundamentada e utilizada juntamente com a álgebra onde o aluno passa a utilizá-la de maneira complementar. Nesse sentido, a aritmética tem um valor imenso para uma preparação acadêmica, pois é através dela que os alunos desenvolvem um sentido aguçado em relação aos números. (SOUZA, 2014 p. 19)

É necessário alimentar a intuição em situações variadas desde raciocínios elementares das séries iniciais aos raciocínios mais complexos de forma a desenvolver o raciocínio aritmético a fim de usá-lo como ferramenta para as generalizações da Álgebra tão necessária no Ensino Médio.

### 3.2 ENSINO DE ÁLGEBRA

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental enquanto processamos os sentidos e convicções a respeito da Aritmética, já se incrementa noções algébricas. A inclusão delas na aritmética, Souza (2014) cita que ao estudar o “concreto” da aritmética iniciarmos o abstrato da “álgebra”, no entanto Lins e Gimenez (2001, p. 11) ressaltam que “é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”.

A generalização em Matemática é a escrita simplificada do espalhamento por várias direções ou por todas as direções possíveis do pensamento matemático que deve se manifestar na manipulação algébrica, algebrismo, bem como na exposição do pensamento através do que seja incógnita, variável e a diferença entre elas. Quanto a isso, um dos objetivos do ensino de Matemática é “produzir e interpretar diferentes escritas algébricas” (BRASIL, 1998, p.81). Para Ponte (2006) a melhor forma de indicar os grandes objetivos do estudo da Álgebra, ao nível escolar, é dizer então que se visa desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Este pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos mas vai muito além disso.

Então como ensinar Álgebra para alunos que apresentam dificuldades na escrita numérica, algébrica sem falar no aspecto generalização? As respostas podem ser várias, mas os problemas enfrentados quanto às operações aritméticas, termos algébricos, simplificação de frações algébricas resoluções de equações de primeiro grau que são algumas das barreiras não rompidas pelos alunos até o 8º Ano me fazem propor que ensinar integradamente “Aritmética”, “Álgebra” e “Geometria” sejam uma boa forma de revisar os conteúdos e de apresentar os novos. Essas dificuldades transmite a ideia de que o pensamento numérico não é claro ou não se sabe ensinar a passagem desses para o pensamento algébrico. Onde se percebe essa falha com maior clareza?

Embora existam muitas situações que se percebem esses fatos, creem que essa constatação é nítida para todos ao se o algoritmizar a resolução de uma equação do 2º grau, se não vejamos. A resolução da citada equação concerne em identificar os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , a aplicar a escrita deles na fórmula para se descobrir o valor do discriminante  $e$ , em seguida, aplicá-lo na fórmula de determinação das raízes. Quais os problemas percebidos? Pode-se dizer que são três – os alunos não sabem o significado do que seja incógnita, parâmetro e nem

sabem significados do que seja operações com números relativos. Como por exemplo, ao se propor resolver a equação  $x^2 - 3x + 1 = 0$  percebe – se a escrita  $\Delta = -3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$  para se determinar o valor do discriminante,  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2 \times 1}$ .

A explanação da equação do 2º grau mostra entre outras coisas a dificuldade com operações aritméticas, o significado de coeficientes, o que significa fração equivalente e também a falta de habilidade com produtos notáveis e fatoração.

Quanto à parte de generalização do pensamento trata-se de algo mais sutil. Em geral, a tradução algébrica de um texto de equação do primeiro grau não é apresentada com desenvoltura, mesmo os simples. De forma semelhante, a resistência é percebida ao falar-se de ideias e conceitos necessários ao estudo introdutório de funções quando se passa a tratar de letras não mais como incógnitas, mas como interdependências entre duas grandezas.

Tudo isso contrasta com o que expõe a BNCC (2018) que na álgebra devem-se compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica e estabelecer a variação entre duas grandezas.

Credito essa dificuldade primeiramente às ideias do que seja grandeza e a pouca capacidade de intuição, talvez essa última não trabalhe de forma adequada. É claro que nenhum conceito ou ideia está plenamente em ano algum, mas os enfrentamentos vivenciados em sala de aula transmitem a sensação de impotência através da falta de desenvoltura com significados elementares.

A interdependência entre Aritmética e Álgebra tratada até aqui envolve conhecimentos elementares e operacionais. Esse aspecto da intuição fundamental na exposição do raciocínio matemático, a não formalidade prematura do conhecimento pode ser percebida nas palavras de Duarte (2019):

Para Euclides Roxo, a escola deveria respeitar a lógica própria de cada indivíduo, defendendo que a lógica sistemática constituir-se-ia em ponto final e não ponto de partida: “A intuição forma a base do conhecimento e, a princípio, só lentamente se penetra na consciência da lógica”. Buscava um ensino balanceado, unindo intuição e dedução. O ensino intuitivo seria utilizado nas séries iniciais do secundário, com o objetivo de preparar o aluno para as séries finais. Quando este já tivesse maturidade suficiente, ser-lhe-ia então, apresentado o método dedutivo (JORNAL DO COMMERIO, 1930 apud DUARTE, 2019, p. 9)

Formalizar conceitos, encerrar ideias, não incitar a intuição, não repetir, a meu ver, não esta em conformidade com o compromisso do desenvolvimento do letramento matemático prejudicando a finalidade da álgebra, como trata a BNCC (2018, p. 270) “A unidade temática Álgebra, por sua vez tem a finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico, que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas, fazendo uso de letras e outros símbolos”.

### 3.3 ENSINO DA GEOMETRIA

Na Geometria, o aluno precisa estar familiarizado com as formas e suas dimensões, buscar o entendimento das figuras, para isso precisa entender o conteúdo geométrico, estudá-lo e compreendê-lo (SOUZA, 2014). Assim, no qual se refere ao ensino de geometria o PCN (1998) propõe que:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL 1998, p. 51).

O ensino de Geometria, geralmente, realizado de forma desconexa da Álgebra e da Aritmética no ensino brasileiro distancia-se de seu potencial motivador, visto que seu ensino apenas busca nas outras duas ferramentas para obtenção de resultados. É notório que essa desconexão já vem de outras décadas, como cita, por exemplo, Lorenzato (2010) com a invasão da matemática moderna nas salas de aula na década de 1960, a geometria ficou esquecida, o que gerou um novo problema educacional, pois o não estudo de uma parte da matemática acarreta o não desenvolvimento do tipo de pensamento referente a essa parte.

A característica mais notável da matemática elementar é sua íntima associação com a geometria. Mesmo quando a matéria transpõe as fronteiras da geometria e entra no reino da aritmética, as ideias fundamentais ainda permanecem geométricas. (COURRANT, 1963).

As operações aritméticas com números reais, conceito de razão, o algebrismo elementar são usados quase sempre para calcular o valor de uma incógnita ou de um problema em uma situação problemas ou conceitual. Não discordo quanto a isso, mas penso que de acordo com as citações textuais supra a sala de aula abandonou o aspecto motivador da Geometria. Ou seja, ela deveria ser o ponto de partida para exposição da Aritmética e da Álgebra.

A intuição espacial e o raciocínio geométrico são fatores relevantes para a compreensão da geometria, e é através dessa percepção que os discentes conseguem desenvolver o pensamento geométrico. Para essa unidade temática, a BNCC (2018) traz que estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Isso fica mais exposto com a afirmação a seguir:

A geometria é o estudo das formas e espaço e assim como todas as outras áreas matemáticas possui seus referenciais, onde se destaca o raciocínio geométrico ou senso espacial e os conteúdos geométricos, onde ambos auxiliam o processo educacional trazendo um entendimento ampliado para um pensamento geométrico mais eficiente, dando uma visão geral de como o aluno e professor deve desenvolver o seu pensamento geométrico (VAN DE WALLE, 2009 apud SILVA 2018).

Os redatores texto oficial brasileiro quanto ao pensamento geométrico a meu ver procurou corroboração entre outras pesquisas no trabalho dos pesquisadores Van de Walle, que criaram um modelo matemático que convergia para o pensamento geométrico. Ele tinha como objetivo avaliar as habilidades do aluno que eram aferidas em cinco níveis nos quais estavam descritas as características de cada um como é possível verificar no trecho:

O modelo Van Hiele é um modelo de pensamento geométrico que pode ser usado para orientar a formação, assim como para avaliar habilidades do aluno. Esse modelo consiste em cinco níveis de compreensão. Níveis denominados: visualização análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Esses níveis descrevem características do processo de pensamento. (VAN DE WALLE, 2009 apud KLUPPEL, 2012, P. 28)

Segundo a BNCC (2018, p. 271) “o pensamento geométrico é necessário para produzir argumentos geométricos convincentes” e sobre isso acrescenta:

É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BNCC, 2018, p. 271)

Os Anos iniciais do Ensino Fundamental devem promover habilidades de localização, deslocamentos, distâncias, perceber as formas bidimensionais e tridimensionais associando figuras espaciais e planificações não descurando que o estudo da simetria deve ser iniciado com o uso de material manipulativo, por exemplo, material quadriculado. BNCC (2018, p. 272)

Nos Anos finais do Ensino Fundamental o aluno deve se apropriar e ampliar as aprendizagens e as tarefas devem envolver ampliações / reduções de figuras geométricas produzindo aprendizagens a respeito de congruência e semelhança. BNCC (2018)

### 3.4 Assimilando Geometria, Aritmética e Álgebra.

As transformações pelas quais o mundo estava submetido ao final do século XIX fizeram nascerem às ideias escolares que preparasse melhor o homem para a vida e para o trabalho. As colunas religiosas que sustentavam a educação foram abaladas. As pesquisas de Felix Klain propulsionaram uma reformulação na forma de pensar o ensino de Matemática. As transformações geométricas presentes nos textos oficiais brasileiros a respeito do que se deve ensinar já eram citadas por ele no início do século XX.

Propostas de modernização da matemática escolar brasileira foram levantadas, com base em um movimento internacional que culminou com a criação, em 1908, do IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission), isto é, “Comissão Internacional para o Ensino da Matemática”. Este movimento, presidido por Felix Klein (1849-1925), fazia-se representar em vários países, dentre os quais, França, Alemanha, Inglaterra, Itália e Estados Unidos, em que se procurava discutir e tentar solucionar as dificuldades nessa área. (DUARTE, 2019, p. 4)

Ensinar Geometria mantendo forte aproximação com Álgebra como o texto da BNCC me encoraja fazer a proposta de ensinar integradamente aritmética, Álgebra e Geometria visão que o texto oficial já menciona a união das últimas e corrobora como segue:

Assim, a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam “fazer a quadratura de uma figura”). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau. (BNCC, 2018, p. 272)

Euclides Roxo atualizado com o ensino de Matemática procurou inovar o ensino brasileiro a partir da Congregação do Colégio Pedro II como se pode ver:

A partir de 1925, Euclides Roxo assumiu a direção do Externato Pedro II. Nesta posição privilegiada, e sem contar o fato de estar sempre atualizado com os lançamentos de livros de matemática, fizeram com que, em 1927, expusesse sua proposta de renovação do ensino da matemática para a Congregação do Colégio Pedro II, nos moldes das ideias modernizadoras preconizadas pelo movimento internacional de modernização do ensino de matemática. (DUARTE, 2019, p. 6)

Roxo acompanhava o movimento da educação no mundo e se fortalecia nas ideias de Félix Klein. Isso fica claro em Duarte (2019) na defesa de seus propósitos, passou a difundir os métodos de ensino aprovados na Alemanha e introduzidos por Felix Klein, cuja principal proposta era a de incorporar, numa só disciplina, os ramos da matemática (aritmética, álgebra e geometria) até então ensinados em separado.

A importância desse ensino integrado propicia ao aluno uma simplificação na percepção dos significados dos conceitos e símbolos, e facilita o seu aprendizado. Penso que se assim não for ensinado, podemos está distanciando os alunos dos verdadeiros significados matemáticos. Desta forma, a proposta de ensinar aritmética, geometria e álgebra integradamente pode ser útil também para atender o currículo em espiral, que recomenda voltar ao mesmo assunto várias vezes, embora com enfoques diferentes (LORENZATO, 2010).

Estes ramos têm seus espaços dentro da Matemática, mas ensiná-los separadamente talvez tenha afastado muito o aluno de uma aprendizagem significativa. Isso pode ser observado nas escolas através do padrão dos livros didáticos ao trazerem sempre ou quase sempre a mesma sequência dos assuntos, bem como pela prática pedagógica vista na própria grade de horários de muitas escolas. Para Souza (2014) “o professor ensina o aluno a entender aritmética, álgebra e geometria como disciplinas distintas, por acharem que irá facilitar a compreensão do aluno”.

Entretanto para que os alunos consigam perceber que existe uma relação entre essas partes do ensino matemático, é preciso que haja a integralização. Segundo Lorenzato (2010) se concordamos com a vantagem do ensino interdisciplinar com mais forte razão devemos professar o ensino intradisciplinar, o qual pode ser reduzido, sinteticamente, ao ensino integrado da aritmética, geometria e álgebra. No entanto, ele ressalta que “para fazer essa tal integração é preciso identificar pontos de conexão entre os campos, bem como respeitar as características de cada campo (vocabulário, simbologia, regras, conceitos e definições)” Lorenzato (2010, p. 60).

#### **4 PROPOSTA PARA INTEGRALIZAÇÃO DOS CONCEITOS DE ARITMÉTICA, ÁLBEGRA E GEOMETRIA**

A proposta tem como referência os conteúdos de 9º ano que foram divididos em seções a serem desenvolvidos integrando as três grandes áreas em forma espiral, ou seja, a apresentação dos conteúdos deve buscar a integração dos tópicos de Geometria, Álgebra e Aritmética de forma concomitante e a revisar os conteúdos, em todo ou em parte, dos anos anteriores por completo ou em parte. Esse aspecto de revisão está intimamente ligado à BNCC (2018) que afirma afinal, não se pode frear a curiosidade e o entusiasmo pela aprendizagem, tão comum nessa etapa da escolaridade, e muito menos os conhecimentos prévios dos alunos.

Apresentar conceitos geométricos não se esquecendo dos pensamentos numéricos e algébricos, de forma concomitante e integrada, é o cerne desta proposta. Ela envolveu a seleção de conteúdos do 9º Ano, tendo como referência didática o livro de Matemática TELÁRIS Ensino Fundamental – Anos Finais, agrupados de forma a revisar sempre e avançar em novos conteúdos como se veem no histórico nos parágrafos seguintes.

Selecionar conteúdos de Geometria para a primeira seção não descuidando da noção de número racional, termo, equação e inequação de 1º grau, equação do 2º grau de forma que tanto os aspectos geométricos como os aritméticos e algébricos tratados nele pudessem ser revisados e ao mesmo tempo fornecessem os recursos necessários para apresentação dos demais conteúdos, sempre atento ao vocabulário e preceitos inerentes a cada um deles. Os conteúdos de Geometria planejados nesta primeira seção foram conceitos e proposições primitivas envolvendo as noções elementares de ponto, reta, plano, semirretas, segmentos, ângulos, o estudo de triângulos exceto área, medidas de comprimento e medidas de ângulo.

De acordo com a BNCC e o livro didático da escola as habilidades contempladas foram aquelas que tratavam de operações com números positivos, negativos e fracionários, razão envolvendo grandezas de espécies diferentes como a velocidade, ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal, ângulos relacionados à circunferências, uso de softwares de geometria dinâmica, reconhecimento de triângulos semelhantes, relações métricas do triângulo retângulo, proporcionalidade envolvendo paralelas transversais, reconhecimento de polígonos regulares inclusive com o uso de softwares, resolução de equações e inequações de primeiro grau, resolução de equação do 2º grau apenas com o uso da fórmula e sem números irracionais.

Na segunda seção se tratará da apresentação dos quadriláteros mantendo e aprofundando a revisão dos conteúdos dos anos anteriores e da primeira seção. As habilidades dessa seção incluem todas as da primeira seção.

Na terceira seção a referência será feita aos sólidos notáveis com o objetivo de revisar e melhorar a orientação espacial bem como aprofundar um pouco mais a noção de simetria já que esta foi tratada na primeira envolvendo as noções de espaço e pontos cardeais. As habilidades da primeira e segunda seção se repetem aqui na apresentação de figuras espaciais.

Na quarta, pretende-se expor intuitivamente o que seja superfície e área e a elas associei raiz quadrada. Desta forma, consegue-se falar de número irracional e, por consequência, de operações com números irracionais na forma de raízes, inclusive potenciação e radiciação. Aprofundei as ideias sobre termo usando raízes.

Produto e potências de números permitirão tratar da área de figuras planas e de volumes dos principais sólidos. Aqui produto será tratado também tanto no sentido do resultado quanto da apresentação usando fatores, e assim, será possível revisar fatoração e automaticamente simplificação de frações algébricas. Usando a divisão como um conceito de fração e ideia de semelhança apresentado na primeira seção transmitir o conceito de escala tanto em relação a comprimento quanto a área.

Escala está ligada a semelhança e isso está de acordo ao que preconiza a seção espaço e forma dos PCNs (1998) interpretação, a partir de situações-problemas (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas. Envolver as habilidades das seções anteriores, apresentar potências inclusive de expoentes negativos, número irracional e o estudo das dízimas, notação científica, compreensão da fatoração como método da resolução do 2º grau, densidade demográfica serão às preocupações para essa seção.

O conteúdo de simetria será aprofundado na quinta seção para que os alunos associem ao conhecimento de aumento e redução causada pelas porcentagens e juros. Habilidades envolvendo semelhança do ponto de vista da simetria serão abordadas, bem como aquelas envolvendo igualdades e números reais tais como as noções de taxas.

Quanto à seção seis, a tarefa é orientá-los quanto a explanação de conjunto finito e conjunto infinito, para em seguida explicar, também intuitivamente, o que seja função. Os conceitos de domínio, imagem, contradomínio serão apresentados através do raciocínio espacial e usando a própria sala de aula. A forma da função afim será tratada através do que seja equação de uma reta usando semelhanças de triângulos.

Essa maneira de expor, inicialmente, o estudo de funções, e, aprofundamento, a depender dos objetivos já foi usada por grandes autores, destacando-se os exemplos usados do livro Matemática do Ensino Médio, volume 1, páginas 42 e 43. As habilidades a serem apresentadas facilitarão à compreensão da dependência entre duas variáveis, plano cartesiano, algebrismo envolvendo reta e distância de pontos, gráficos genéricos presentes no cotidiano, bem como o entendimento sobre gráfico de uma função.

O conceito do que seja parábola será passado na sétima e através dela apresentar-se-á a forma da função quadrática. Usando fatoração, produto e áreas, será possível explicar as diversas formas de se entender o significado do eixo de simetria de uma parábola e com isso se apresentará os zeros da função. As propriedades elementares da parábola usando grande parte da gama de habilidades geométricas, aritméticas e algébricas das seções anteriores, estarão no seio desta seção.

Na oitava, os conceitos de estatísticas serão vistos enfatizando a aritmética, e sempre que possível, se revisará a geometria. As habilidades a respeito de conceitos estatísticos, juntamente, com as numéricas relativas a razão, índices, coeficientes e taxas serão as preocupações do planejamento dessa seção.

O tempo que estive envolvido em sala de aula em 2022 me fez pensar que é possível desenvolver o trabalho durante quatro bimestres de forma a contemplar as habilidades do ano em questão a menos da ordem das habilidades, mas sem prejuízo aos discentes.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ação concreta que desenvolvi em sala de aula, em 2022, iniciava com a apresentação do conteúdo e tentava transmitir o texto conceitual do livro em uma linguagem mais acessível e quando possível levava atividade ou material manipulável que pudesse identificar habilidades, além de tentar estimular o raciocínio dos alunos através de exercícios desafios com o objetivo de perceber os mais aguçados. Os resultados esperados, quando ocorriam, apresentavam-se longe do que deveriam ser e quase sempre o ponto nefrálgico era a carência de subsunções que pudesse dar significado ao prosseguimento do conteúdo. Voltando às carências e depois avançando nos novos conteúdos percebi a não consolidação de habilidades por parte dos alunos.

A proposta de ensinar aritmética, Álgebra e Geometria a partir da Geometria puxando as duas outras áreas, sempre que possível, permite que se reforce e se desenvolva todas as habilidades do Ensino Fundamental, ora avançando mais rápido, ora diminuindo a velocidade de acordo com a percepção que se terá da turma à medida que apresentarem ou não determinado conhecimento. A vantagem de assim trabalhar é fortalecer a aprendizagem de forma que os mais desenvolvidos, até o momento, possam ressignificá-la e permitir aos mais embaraçados a oportunidade de crescer, pelo menos nas condições mínimas.

O material, passo a passo de expor e desenvolver o conteúdo, o ato de observar, examinar e investigar, e desenvolver novamente, e ciclicamente, serão os meios a serem usados para avaliar se a qualidade dos resultados quantitativos irá sobrepor àqueles observados em 2022. A partir desses objetivos, deve se mostrar a importância da conexão desses campos matemáticos, assim podendo confirmar a tese de que os alunos apresentarão melhor qualidade de aprendizagem, ao perceberem essa inter-relação entre os conteúdos, mas como visto ao decorrer desta pesquisa não podemos esquecer que para tal integração é preciso respeitar as características de cada campo.

A crença assertiva nessa proposta me induz a sugerir que as práticas pedagógicas, que valorizam a intuição do aluno, sejam adequadas à maturidade discente de cada turma, considerando os aspectos regionais em que cada escola que está inserida, as tecnologias, a vida social, o vocabulário, as oportunidades de trabalho e, assim, os conteúdos, minimamente exigidos legalmente, não deixem de ser oportunizados.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

COURANT, R. Cálculo Diferencial e Integral. Vol. 1 – 1 Edição - PT-BR, 1963.

DUARTE, A. R. S. **Euclides Roxo e a Proposta Modernizadora do Ensino da Matemática**. Com a Palavra, o Professor, v. 4, n. 8, 2019. p. 300 - 317

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. / 3. ed. ver. – Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. / 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2017. (1946)

KLUPPEL, G. T. Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval. Ponta Grossa 2012.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus Editora, 2001.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática** / Sérgio Lorenzato. 3. ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de Professores)

PONTE, J. P. (2006). **Números e álgebra no currículo escolar**. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores** – Actas do XIV EIEM (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE.

Silva, L. E. da. **Ensino intradisciplinar de Matemática através da resolução de problemas: o caso do Algeblocks** / Rio Claro, 2018

SOUZA, José Romenelli de. **Ensinando integradamente aritmética, geometria e álgebra: propostas de atividades para a matemática do ensino fundamental** / José Romenelli de Souza. – Taperoá, PB, 2014.