



**INSTITUTO
FEDERAL**
Piauí

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS CAMPO MAIOR
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ACELINO VIEIRA DA SILVA NETO

“PHOTOMATH”: UMA ANÁLISE CRÍTICA À LUZ DO MÉTODO DE PÓLYA

CAMPO MAIOR

2023

ACELINO VIEIRA DA SILVA NETO

“PHOTOMATH”: UMA ANÁLISE CRÍTICA À LUZ DO MÉTODO DE PÓLYA

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Campo Maior.

Orientador: Prof. Me. Acenilso Lima de Araújo.

CAMPO MAIOR

2023

PHOTOMATH: UMA ANÁLISE CRÍTICA À LUZ DO MÉTODO DE PÓLYA

Acelino Vieira da Silva Neto¹
Acenilso Lima de Araújo²

RESUMO

A pesquisa, "Photomath:" uma análise crítica à luz do método de Pólya, objetiva conhecer a metodologia desenvolvida pelo matemático húngaro George Pólya na resolução de problemas, como um método ativo de ensino e aprendizagem em Matemática; e a partir daí analisar o aplicativo Photomath como ferramenta de resolver problemas matemáticos para enfim apresentar algumas vantagens e desvantagens de sua utilização. A motivação em analisar esta ferramenta se deu por conta de sua grande utilização no ensino remoto durante a pandemia da COVID 19, onde também a conhecemos e a utilizamos para auxiliar em nossa aprendizagem durante o Curso Licenciatura em Matemática, mas desde então senti a necessidade de saber mais sobre o aplicativo e a possibilidade de sua utilização como ferramenta de ensino e aprendizagem. A pesquisa foi de origem bibliográfica onde buscamos compreender as especificações do aplicativo Photomath em publicações de artigos e periódicos assim como na página própria do aplicativo na internet, suas funcionalidades, aplicações e limitações. Já para entendermos como funciona o método de Pólya, analisamos alguns artigos e livros como: "A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático" de Geórges Pólya (1995) onde compreendemos como funciona a metodologia que é dividida em 4 fases ou etapas. Diante do conhecimento das metodologias passamos a analisar situações problemas aplicadas na educação básica e também no ensino superior a partir da utilização do método de Pólya e do aplicativo Photomath com o objetivo de compreender a melhor ferramenta de resolver os problemas propostos. Finalmente chegamos a algumas considerações sobre as situações analisadas que mostraram as limitações do uso do aplicativo Photomath para determinadas situações, mas se mostrou útil em outras, cabendo ao estudante saber a melhor forma de usá-lo.

Palavras-chaves: Photomath; Pólya; Resolução de Problemas.

ABSTRACT

The research, "Photomath:" a critical analysis in the light of Pólya's method, aims to know the methodology developed by the Hungarian mathematician George Pólya in problem solving, as an active method of teaching and learning in Mathematics; and from there, to analyze the Photomath application as a tool to solve mathematical problems to finally present some advantages and disadvantages of its use. The motivation to analyze this tool was due to its great use in remote teaching during the pandemic of COVID 19, where we also got to know it and used it to help in our learning during the Mathematics Degree Course, but since then I felt the need to know more about the application and the possibility of its use as a teaching and learning tool. The research was bibliographic, where we sought to understand the

¹ Formando Lic. Em Matemática. IFPI-Campo Maior. acelinovieira04@gmail.com

² Professor e Diretor de Ensino do Campos Campo Maior. IFPI-Campo Maior. acenilso@ifpi.com.br

specifications of the Photomath application in articles and journal publications, as well as on the application's own website, its features, applications, and limitations. To understand how Pólya's method works, we analyzed some articles and books such as: "The art of solving problems: a new aspect of the mathematical method" by Georges Pólya (1995) where we understood how the methodology works, which is divided into 4 phases or stages. With the knowledge of the methodologies we will analyze problem situations applied in basic education and also in higher education using Pólya's method and the Photomath application in order to understand the best tool to solve the proposed problems. Finally we arrived at some considerations about the analyzed situations that showed the limitations of the use of the Photomath application for certain situations, but it proved useful in others, and it is up to the student to know the best way to use it.

Keywords: Photomath; Pólya; Problem Solving.

Data de Aprovação 13 / 07 /2023

1 INTRODUÇÃO

Na sociedade atual a educação é indispensável para o desenvolvimento de qualquer país ou nação. E a forma de como ensinar vem sendo estudada por diversos pesquisadores com trabalhos muitos significativos que podem contribuir para melhorar nossa educação.

O ensino de Matemática não é uma tarefa fácil de realizar. Esta disciplina apresenta altos índices de reprovação e é vista pelos alunos com desinteresse e desânimo e até um desafio. Devido ao seu ensino ser feito de maneira tradicional no qual o aluno se torna só um ser passivo e não ativo no processo de ensino aprendizagem. Daí surge muitos questionamentos de como ensinar matemática hoje em dia.

Visto isso, faz-se necessário utilizar ferramentas tecnológicas em sala de aula, aliadas a metodologias do ensino da Matemática que visam contribuir a mediação do ensino e aprendizagem na realidade vivida hoje.

Essa pesquisa tem como tema: "Photomath": uma análise crítica à luz do método de Pólya. Tendo como problema saber quais as vantagens e desvantagens do uso desse aplicativo para resolver problemas da matemática comparando-o com o método de Pólya na resolução de problemas.

E tem como objetivo geral analisar a metodologia desenvolvida pelo matemático húngaro George Pólya na resolução de problemas, como um método ativo de ensino e aprendizagem em Matemática; e a partir daí analisar o aplicativo Photomath como ferramenta de resolver problemas matemáticos para enfim apresentar algumas vantagens e desvantagens de sua utilização. Os objetivos específicos, entender como se desenvolve o método de Pólya e também conhecer sobre as funcionalidades, aplicações e limitações do aplicativo Photomath, como quais conteúdos o mesmo suporta e não suporta e por fim compreender a melhor ferramenta de resolver os problemas propostos.

A motivação em analisar esta ferramenta se deu por conta de sua grande utilização no ensino remoto durante a pandemia da COVID 19, onde também a conhecemos e a utilizamos para auxiliar em nossa aprendizagem durante o Curso Licenciatura

em Matemática, mas desde então senti a necessidade de saber mais sobre o aplicativo e a possibilidade de sua utilização como ferramenta de ensino e aprendizagem.

Na metodologia da pesquisa foi de origem bibliográfica onde buscamos compreender as especificações do aplicativo Photomath em publicações de artigos e periódicos assim como na página própria do aplicativo na internet, suas funcionalidades, aplicações e limitações. Já para entendermos como funciona o método de Pólya, analisamos alguns artigos e livros como: “A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático” de George Pólya (1995) onde compreendemos como funciona a metodologia que é dividida em 4 fases ou etapas. Diante do conhecimento das metodologias passamos a analisar situações problemas aplicadas na educação básica e também no ensino superior a partir da utilização do método de Pólya e do aplicativo Photomath com o objetivo de compreender a melhor ferramenta de resolver os problemas propostos.

E por fim são apresentadas as considerações finais onde serão abordados os resultados finais dessa referente pesquisa

2 BREVE CONSIDERAÇÃO SOBRE O APLICATIVO PHOTOMATH

Photomath é um software algébrico de computador móvel com um sistema de reconhecimento óptico de caracteres otimizado, projetado para uso com a câmera de um smartphone para escanear e reconhecer equações matemáticas; o aplicativo exhibe explicações passo a passo na sua tela. (English Wikipédia, 2023).

O app(aplicativo) Photomath (câmera calculadora) foi criado pela empresa britânica Microblink em 2014 e está disponível gratuitamente para download em celulares com sistema Android e IOS. O mesmo sendo capaz de resolver cálculos matemáticos em tempo real, utilizando apenas a câmera do celular e para isso acontecer o aparelho tem que está conectado à internet. O aplicativo possui uma base de dados com inúmeros e diferentes conteúdos matemáticos: números inteiros, frações, números decimais, raízes, expressões algébricas, equações; inequações lineares, equações e inequações abstratas, sistemas de equações, logaritmos, trigonometria, funções exponenciais e logarítmicas, limites, derivadas e integrais, entre outros, apresentando ao usuário além da resposta final, todo o desenvolvimento do cálculo passo a passo.

Como vimos o aplicativo pode ser usado tanto no ensino fundamental, como no médio e também no superior por alunos e professores. Vamos trazer alguns dados históricos a respeito da sua trajetória recente, ressaltando que essa ferramenta tecnológica passou a ser usado bastante na atualidade devido a pandemia de 2020 onde o ensino em todo o mundo ficou de maneira remota.

Em 2016, o aplicativo começou a reconhecer a caligrafia além do texto impresso. Os Alunos agora podem digitalizar livros didáticos, planilhas anotações, etc. (English Wikipédia, 2023).

Em 2017, o The Tech Edvocate nomeou o Photomath entre seus 20 melhores aplicativos de ensino e aprendizagem. (English Wikipédia, 2023).

Em 2021, o aplicativo tinha mais de 220 milhões de downloads em todo o mundo, com o site oficial afirmando que resolve 2,2 bilhões de problemas por mês e

que mais de 1 milhão de professores usam o aplicativo ao redor do mundo. (English Wikipédia, 2023).

Os principais recursos do Photomath são geralmente gratuitos. O Photomath oferece uma assinatura Premium adicional, "Photomath Plus", para usuários que desejam ajuda extra, com coisas como problemas de palavras matemáticas ou soluções de livros didáticos. (English Wikipédia, 2023).

Conteúdo Matemático Suportado pelo aplicativo Photomath: (informações encontradas no próprio aplicativo).

1. Números e Quantidade

- Operações com inteiros, frações, números mistos, decimais, potências e raízes.
- Comparando inteiros, frações, números mistos, decimais, potências e raízes.
- Convertendo frações, números mistos, decimais e porcentagens.
- Notação científica.

2. Números Complexos

- Operações com números complexos
- Encontrando valor absoluto, conjugado complexo, partes reais e imaginárias.
- Convertendo números complexos entre a forma padrão e polar.
- Equações com números complexos.

3. Equações e Desigualdades

- Equações lineares, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, racionais, radicais (irracionais), trigonométricas, de valor absoluto.
- Desigualdades lineares, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, racionais, radicais (irracionais) de valor absoluto.
- Sistemas de equações lineares, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, racionais, radicais (irracionais), trigonométricas, de valor absoluto.
- Equações compostas e desigualdades.
- Reescrevendo desigualdades para construtor de conjuntos ou notação de intervalo.
- Equações literais e paramétricas.

4. Funções

- Gráficos de funções de valor linear, quadrático, exponencial, logarítmico, racional, radical (irracional), trigonométrico e absoluto.
- Encontrando domínio, extrema, pontos de inflexão, assíntotas.
- Determinando par, ímpar ou nenhum
- Interceptações x e y
- Várias transformações (forma padrão, forma implícita, forma explícita).
- Conversão entre coordenadas retangulares, polares, esféricas e cilíndricas.
- Encontrando funções inversas.
- Teste de simetria

- Eixo de simetria
- Linhas tangentes.

5. Álgebra

- Simplificando, fatorando e avaliando expressões algébricas.
- Simplificando frações algébricas e decomposição de frações parciais.
- Divisão Polinomial.
- Teorema binomial, fatoriais, equações com fatoriais.
- Combinações, permutações e variações.
- Matrizes e equações de matriz.
- Determinantes.
- Indução matemática.

6. Trigonometria e Ângulos

- Convertendo ângulos entre graus e radianos.
- Convertendo ângulos entre a forma decimal e DMS.
- Encontrando ângulos coterminais.
- Período das funções trigonométricas.
- Verificando identidades trigonométricas.

7. Sequências

- Identificando sequências aritméticas e geométricas.
- Soma de sequências aritméticas e geométricas.
- Reescrevendo na forma recursiva ou explícita.
- Vários teste para convergência ou divergência.

8. Cálculo

- Limites
- Derivados (vários métodos).
- Integrais.
- Área abaixo de uma curva.
- Identificando cônicas.
- Rotações cônicas.
- Parametrização de curvas.
- Identificando superfícies quadráticas.
- Reescrevendo funções como séries de potência.
- Equações diferenciais.

Conteúdo de matemática não suportado.

- Máximo Divisor comum (MDC).
- Mínimo múltiplo comum (MMC).
- Desigualdades lineares com duas variáveis.
- Sistema de desigualdades com duas variáveis.
- Análise de dados, estatística e probabilidade.
- Taxa de juros.

- Desigualdade trigonométricas.
- Geometria (suportado na assinatura Plus para uma ampla variedade de livros didáticos).
- Problemas do Word (suportado na assinatura Plus para uma ampla variedade de livros didáticos).

Esses são alguns dados que foram encontrados em sua página oficial na internet a respeito desse aplicativo dos conteúdos que ele suporta e os que o mesmo não suporta. Observamos que o aplicativo está se aperfeiçoando e sendo utilizado por professores e alunos ao redor do mundo. Resta saber a maneira certa de ser utilizado para que de fato possa trazer benefícios principais para os alunos possibilitando o mesmo a traçar novos caminhos ou novos meios para resolver problemas matemáticos compreendendo a resolução de questões nesse aplicativo e visando não só a resposta final e sim o cálculo feito passo a passo até para chegar até essa resposta final.

Se esse aplicativo for usado por alunos como uma ferramenta de apoio no auxílio para a resolução de problemas no qual o mesmo vai utilizá-lo para compreender o passo a passo para chegar até a resolução final ou apenas para tirar dúvidas a respeito da resolução do problema, poderá trazer resultados positivos para o processo de ensino-aprendizagem. Porém se for usado para responder atividades no qual o discente só vai copiar a resposta fazendo com que o mesmo não compreenda o procedimento para chegar a solução final, poderá ocasionar efeitos negativos no ensino e aprendizagem do aluno.

Em suma os benefícios desta ferramenta dependerá de como ela for usada, o professor pode orientar a melhor forma de utilizar visando os efeitos positivos. Cabendo assim ao aluno usá-lo da maneira que possa trazer efeitos positivos ou negativos para sua aprendizagem. Assim podemos afirmar que a forma como será utilizada a ferramenta é que define se haverá benefício ou não.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Na sociedade atual a educação tornar-se indispensável para o desenvolvimento de qualquer país ou nação. E a forma de como ensinar vem sendo estudada por diversos pesquisadores com trabalhos muitos significativos que podem contribuir para melhorar nossa educação.

O ensino de Matemática não é uma tarefa fácil de se realizar. Esta disciplina apresenta altos índices de reprovação e é vista pelos alunos com desinteresse e desânimo e até um desafeto. Devido ao seu ensino ser feito de maneira tradicional no qual o aluno se torna apenas um ser passivo e não ativo no processo de ensino aprendizagem. Daí surge muitos questionamentos de como ensinar matemática hoje em dia.

Uma das muitas soluções é utilizar o uso das novas tecnologias em suas aulas e para Segundo Libâneo, Apud (Henz, Carla, 2008, p. 06.)

“na vida cotidiana, cada vez maior número de pessoas são atingidas pelas novas tecnologias, pelos novos hábitos de consumo e indução de novas necessidades. Pouco a pouco, a população vai precisando se habituar a

digitar teclas, ler mensagens no monitor, atender instruções eletrônicas” (2001, p. 16).

Na atualidade as novas tecnologias estão presentes na nossa sociedade da informação e são indispensáveis para nos comunicarmos, para ensinarmos e aprendermos, enfim, para vivermos. O uso de tecnologias em sala de aula é uma alternativa na busca de melhorar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática e preparar os alunos para viverem nesta sociedade em constante evolução. (HENZ,2008).

Outra possibilidade de ensino da Matemática a partir de metodologias ativas é o método desenvolvido pelo matemático húngaro George Pólya denominado de Resolução de Problemas de Pólya. “Em Matemática, os professores devem buscar tópicos relacionados com as situações vivenciadas no dia a dia e incentivar os alunos a desenvolverem seus próprios métodos de resolução de problemas” (Nunes Otaviano; Lima Soriano de Alencar; Fukuda, 2012, p. 62).

3.1 O Método de George Pólya

A resolução de problemas é uma maneira sistemática de abordar situações que envolvam matemática, mas para que possa ser introduzida no ensino dos alunos, tem que ser utilizada na própria formação de professores. “Observamos que na prática esta metodologia ainda é pouco explorada tanto nos cursos de formação inicial para professores de matemática, quanto nas salas de aulas da educação básica no Brasil.” (Carvalho & Civardi, 2012, p.726).

Na resolução de problemas um dos pontos mais importantes e deveres do professor é auxiliar os alunos que não é fácil e requer um tempo para isso e em relação a esse processo Pólya (1995) afirma:

O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho. Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa, o mestre deverá deixar-lhe pelo menos alguma ilusão de trabalho independente. Para isto, deve auxiliá-lo discretamente, sem dar na vista. O melhor é, porém, ajudar o estudante com naturalidade. O professor deve colocar-se no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste, procurar compreender o que se passa em sua cabeça e fazer uma pergunta ou indicar um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante. (Pólya, 1995, p.1).

O professor assume um papel de muita importância na resolução de problemas, pois é ele que vai mediar todo esse processo e buscar mecanismos ou maneiras que possam fazer com que der certo. Visto que o professor deve conhecer os seus alunos e saber os seus pontos fortes e fracos para instigá-los a desenvolver essa metodologia. E para que isso aconteça o mesmo deve buscar conhecimento aprofundado dessa metodologia.

Vimos que para desenvolver essa metodologia em sala de aula o professor deve conhecê-la muito bem, conhecer o potencial e as fraquezas dos seus alunos, pois a resolução de problemas é algo sistemático e todas as etapas devem ser desenvolvidas uma a uma sem muita pressa para que os alunos possam assimilar em um determinado problema e depois em outros problemas.

O professor é o agente formador dessa proposta é ele que vai auxiliar e trazer questões para o aluno e com muita observação para que tais questões possam vir a despertar o interesse dos alunos, pois se o aluno compreender, resolver da maneira correta cada fase da resolução de problemas, o que especifica a desenvolver questões posteriores.

Para o aluno o hábito de utilizar essa metodologia poderá desenvolver técnicas apuradas para resolver muitos problemas do seu cotidiano e também gerais de outras áreas não só da matemática.

As etapas da resolução de questões são quatro fases Segundo Pólya (1995) APUD Pontes (2019). Existem quatro fases para resolver um problema de matemática de forma eficiente:

- **Compreender o problema (CP):** o que é necessário para resolvê-lo? Quais suas variáveis e incógnitas?
- **Designar um plano (DP):** Esse problema é conhecido? Como as variáveis estão correlacionadas? Quais estratégias devemos usar para sua resolução?
- **Executar o plano (EP):** é possível verificar cada passo da execução? É possível demonstrar que o plano está correto?
- **Retrospecto do problema (RP):** é possível verificar o resultado encontrado?

3.2 As Fases do Método de George Pólya

Vamos detalhar melhor as quatro fases do método de Pólya (1995):

Começaremos falando da compreensão do problema, primeiramente para responder uma pergunta deve-se compreendê-la para que depois possa vir a ser respondida. É através dessa compreensão o aluno tem que desejá-la resolver. Tem que ser algo do seu interesse um problema do seu cotidiano ou algo que lhe chame atenção, por isso cabe ao professor observar qual problema utilizar para obter o interesse do aluno. Permitindo assim o aluno ir buscar dados do problema, as incógnitas, as condicionantes. (Pólya, 1995.).

A próxima etapa e não menos importante é designar um plano, como já foi falando anteriormente na fase anterior o problema tem que ser compreendido pelo aluno, sabemos quais as suas variáveis e incógnitas para assim o mesmo traçar um plano para que possa buscar uma possível solução. O caminho para tal solução tende a ser longo e tortuoso e para que se possa se feito da maneira correta na primeira fase para que na segunda possa ser desenvolvido da maneira certa. Nesse ponto o aluno deve pensar e repensar. O professor tem um papel importante nessa fase, pois o mesmo com toda a sua experiência ao longo do tempo para resolver questões, pode auxiliar o aluno a desenvolver esse plano sugerindo ideias luminosas e de qual caminho seguir. Por exemplo pegar um problema já resolvido e relacionar com o atual problema para que se chegue ao mais próximo. Essa fase é uma das mais complexas do método de Pólya. (Pólya, 1995.).

Na próxima fase, a terceira é executar o plano. Não é fácil conceber um plano a sua ideia de resolução. Para que possa conseguir tal feito é necessário, além de muitos conhecimentos anteriores e bons hábitos mentais e de concentração, precisa-se de muita paciência. Cabe ao professor observar se o caminho que o aluno está executando é o mesmo o que se deve ser executado, caso contrário o mesmo deve alertá-lo a verificar cada passo. O professor deve sempre está observando o aluno e

auxiliando o mesmo em cada fase para que possa está fazendo o percurso da maneira como deve ser feito. (Pólya, 1995.).

E por fim a quarta e última fase o retrospecto do problema. Nessa fase é de extrema importância verificar a resolução do problema. Observando a resolução completa, reexaminando o resultado final, o caminho até este. Proporcionando com isso consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoando a sua capacidade de resolver problemas. Novamente cabe ao professor compreender e transmite para seis alunos o conceito de que problema algum fica completamente esgotado. Restando sempre algo que se possa fazer, no qual sempre é possível aperfeiçoar a nossa compreensão da resolução. Nessa fase o aluno já tem realizado as outras três anteriores da maneira correta e chegou a uma solução satisfatória ao problema proposto. Pode ter ocorrido erros, especialmente no argumento longo e trabalhoso. Daí a conveniência de verificações. Podemos afirmar com o retrospecto conhecer a fundo todo o procedimento da resolução do problema e esse for resolvido de maneira satisfatória, podendo assim relacionar este com outros problemas posteriores. Cabendo ao professor encoraja os seus alunos a isto. (Pólya, 1995.).

Cada etapa dessa é primordial para a compreensão e consequentemente resolução de problemas e se for realizado com planejamento e bem executado poderá trazer resultados significativos. Segundo Pontes 2019:

A compreensão do problema é o ponto inicial do processo e se faz necessário que o aprendiz interprete o enunciado do problema e tenha vontade de resolvê-lo. Em seguida, é preciso estabelecer um plano para a resolução do problema, apontando suas variáveis, suas hipóteses e seus modelos. A execução do plano só será eficaz se todo o planejamento desde da sua compreensão até as estratégias a seguir forem realizadas plenamente. Por fim, fazer uma retrospectiva do problema executado é de total valia, pois o mesmo comprovará a verdade do resultado encontrado. (Pontes, 2019, p.5).

Como já foi dito é de muita importância a compreensão do problema para desenvolver todas as fases do método de Pólya, resta o professor facilitar esse para os alunos de uma forma para que dentro de uma sala a maioria possa entender e depois desenvolver na prática.

Logo observa-se que para se realizar a resolução de problemas o professor tem que ter um conhecimento significativo a seu respeito. Para tal acontecer o mesmo tem que ser instigador e desenvolver essa metodologia desde a sua formação inicial para ser professor, ou ser apresentado a ela na sua licenciatura e vai depender dele ir buscar trabalhos já feitos para conhecer e elaborar ideias para que no futuro em algumas salas de aula possa vir a desenvolver esse método de Pólya. É importante também conhecer a realidade dos alunos e o seu cotidiano, fazendo avaliação diagnostica para detectar qual o nível de conhecimento para depois traçar um plano para elaboração do método.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa é de origem apenas bibliográfica e tratando desta modalidade, Marconi e Lakatos enfatizam que:

Abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico etc., até meios de comunicação

orais: rádio, gravações em fita magnética e audiovisuais: filmes e televisão. (Marconi e Lakatos, 2003, p.183).

O que fica evidente é que a pesquisa bibliográfica levanta o conhecimento disponível em vários meios de comunicação e de trabalhos acadêmicos já feitos para servir de fundamentação teórica para compreender ou explicar seu objeto de estudo.

A pesquisa iniciou-se no começo do mês de abril de 2023 com a definição do tema e como tem cunho bibliográfico, logo procuramos materiais como artigos, livros que descrevessem o método de Pólya e artigos e sites da internet para encontrar informações a respeito do aplicativo Photomath. Foi muito difícil encontrar informações a respeito do que é esse aplicativo, pois não tinha definição estrutural do mesmo, felizmente encontramos algo que foi usado no referencial teórico.

Ao longo da pesquisa analisamos o método de Pólya, onde observamos que é um método acessível para que qualquer professor possa utilizar em suas aulas, basta planejar tudo da maneira correta e fazer uma avaliação diagnóstica com as turmas para saber o nível dos alunos para poder aplicá-lo em suas aulas. Porém deve haver bastante leitura da parte do professor para que possa orientar seus alunos no desenvolvimento dessa metodologia.

Diante do conhecimento das metodologias passamos a analisar situações problemas aplicadas na educação básica e também no ensino superior a partir da utilização do método de Pólya e do aplicativo Photomath com o objetivo de compreender a melhor ferramenta de resolver os problemas propostos. Vale ressaltar que alguns problemas propostos não tem uma solução possível no aplicativo Photomath, pois o mesmo não consegue resolver questões interpretativas como na questão 1 e também na questão 2.

Para podermos comparar a resolução de alguns problemas no aplicativo Photomath com o método de Pólya de resolver problemas, daria para fazer isso a partir da 3ª fase, pois no aplicativo ele não compreende o problema e nem designar um plano, apenas executa o plano e dar retrospecto do problema há alguns conteúdos da matemática que o mesmo suporta.

5 DISCUSSÕES E RESULTADOS

Nessa parte vamos analisar três questões, uma do ensino fundamental, outra do ensino médio e por fim uma do ensino superior levando em conta o método de Pólya de resolver problemas relacionando com a maneira de resolver problemas no aplicativo Photomath.

Começaremos como maneira de responder um problema com o método de Pólya através das quatro fases ou etapas.

Questão 1

Qual é o menor número que devemos subtrair de 68487 para que a diferença seja divisível ao mesmo tempo por 5 e por 9?

Observamos esse problema e vamos utilizar o método de Pólya para resolvê-lo;

Compreender o problema: Nessa primeira fase o aluno deverá compreender o problema, no qual consiste em primeiro subtrair de 68487 para que essa diferença seja divisível ao mesmo tempo por 5 e por 9. Nesse primeiro momento aqui o professor deverá ajudar o aluno caso o mesmo não compreenda tal situação. Esse problema que o professor escolher não deve ser tão fácil, nem difícil.

Designar um plano: Nessa fase o aluno terá que desenvolver um plano para resolver esse problema, primeiramente terá que subtrair de 68487 até encontrar uma diferença, sendo assim será por tentativas, e essa diferença deverá ser divisível tanto por 5 e por 9 ao mesmo tempo. O aluno deverá ter conhecimentos anteriores para saber subtrair e também saber os critérios de divisibilidade por 5 e 9.

Executar o plano: Nessa etapa vamos executar o plano, no qual devemos encontrar o menor número ao subtrair de 68487 para que essa diferença seja divisível por 5 e 9 ao mesmo tempo. Analisando 68487 devemos ter ver que ele terá que terminar em 0 ou 5 pois a terminação desse algarismo é divisível por 5 e ainda a soma desse novo número no qual terminará em 0 ou 5 deverá ser divisível por 9.

Vamos por tentativas, pode ser demorado, mas encontraremos o resultado.

Subtrair $68487 - 2 = 68485$ é divisível por 5, mas a soma dos seus algarismo é 31 é não é divisível por 9.

Agora vamos subtrair $68487 - 7 = 68480$ é divisível por 5, mas não é divisível por 9, pois a soma dos algarismos é 26.

Agora vamos subtrair $68487 - 12 = 68475$, logo observamos que é divisível por 5, mas não é divisível por 9, pois a soma dos seus algarismos é 30.

Subtraindo $68487 - 17 = 68470$ veremos que é divisível por 5, mas novamente não é divisível por 9, pois a soma dos algarismos é 25.

Subtraindo o $68487 - 22 = 68465$, logo observamos que é divisível por 5, porém não é divisível por 9, pois a soma dos seus algarismos é 29.

Vamos subtrair $68487 - 27 = 68460$, também é divisível por 5, mas não é por 9, pelo mesmo critério das tentativas anteriores.

Vamos subtrair $68487 - 32 = 68455$ no qual é divisível por 5, mas não é divisível por 9, pois a soma dos algarismos é 28.

Subtraindo $68487 - 37 = 68450$, logo observamos que é divisível por 5, mas não é por 9, pelo mesmo critério das tentativas anteriores.

E por fim subtraindo $68487 - 42 = 68445$, observamos que é divisível por 5 e também por 9, pois a soma dos seus algarismo é 27 e encontramos a nossa resposta que é 42.

Vale ressaltar que nessa fase o professor deverá acompanhar de perto se a execução do plano está sendo de maneira que deve ser executada se não estiver cabe a ele direcionar para o caminho correto.

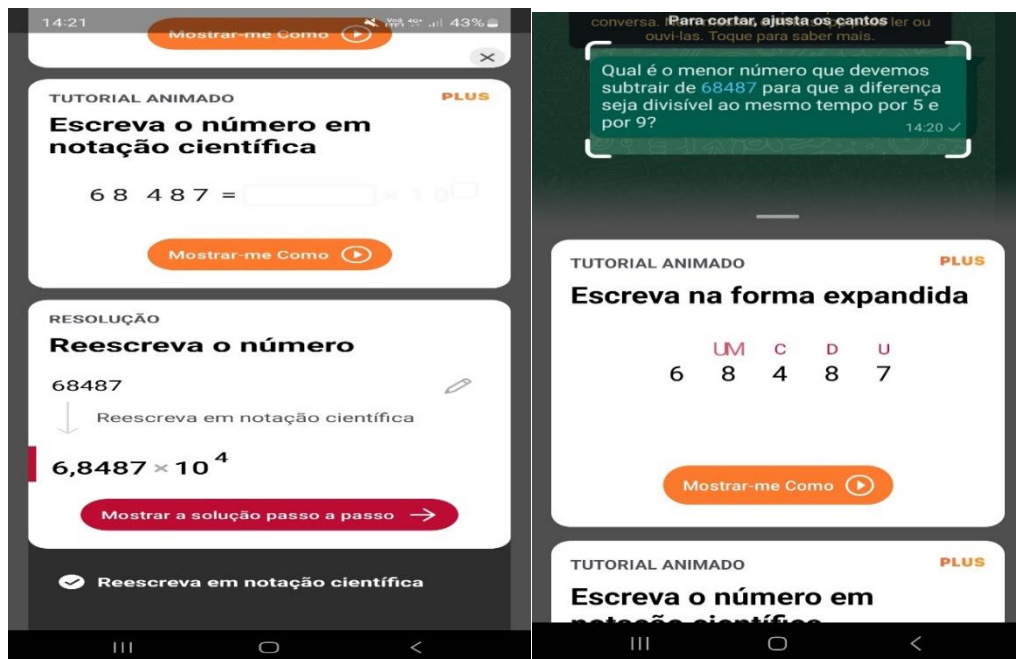
Retrospecto do problema: Observamos que o menor número para subtrair 68487 na qual a diferença seja divisível tanto por 5 como por 9 é 42 no qual o novo número será 68445 e para chegarmos a esse resultado passarmos por algumas etapas. Primeira delas é saber que o algarismo final depois de subtrair 68487 deverá

terminar em 0 ou 5, pois assim é divisível por 5 e a outra condição deverá ser divisível por 9 no qual a soma desse novo número deverá ser divisível por 9.

E nesse problema foram feitas tentativas até que essas duas condições fossem satisfeitas e isso aconteceu na nona tentativa. O aluno chegou ao resultado final do problema proposto e cabe ao professor encorajá-lo a utilizar essa mesma técnica em problemas semelhantes.

Utilizando o aplicativo Photomath a partir de uma foto ou digitalizando o problema teremos:

Figura 1- Resolução da questão 1 no aplicativo Photomath.



Fonte: Autor (2023).

Registrando a foto do problema no aplicativo, o mesmo fez a leitura apenas do número 68487 fazendo algumas inferências que nada tem a ver com a situação problema. Demonstrando que não é possível a interpretação de textos pelo Photomath, apenas de equações já prontas. Assim não foi possível resolver o problema proposto, não apenas da maneira como foi resolvido pelo método de Pólya, mas de forma alguma encontramos a solução no aplicativo. Dentre os conteúdos matemáticos não suportados estão MMC e MDC, o que nos leva a crer que também não resolverá problemas de divisibilidade não apenas por não ser suportado, mas pela forma com o problema é apresentado, qual seja, na forma de texto silábico.

Sendo assim fica impossível analisamos o problema proposto no aplicativo Photomath. Fica evidente não só por que o aplicativo não respondeu o problema como o enunciado pediu, mas também pela forma como método de Pólya é a melhor e única maneira de resolver seguindo as fases tendo ajuda e auxílio e observação do professor e conhecendo conteúdos anteriores a respeito do que se deve utilizar para resolver o problema.

Questão 2

Ao lançar um dado não viciado, qual a probabilidade de sair um número maior que 4?

Compreender o problema: O aluno deverá compreender o problema que consiste em analisar quantas faces tem um dado e ver qual a probabilidade de sair um número maior que 4.

Designar um plano: Sabendo que um dado tem 6 lados esse será o seu espaço amostral $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, o evento vai ser um número maior que 4, logo, $E = \{5, 6\}$ agora é aplicar na formula da probabilidade que vamos encontrar a resposta.

Executar o plano: Como já sabemos o espaço amostral $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, que é igual a seis números e o evento que será números maiores que 4, $E = \{5, 6\}$, que são dois números. Agora o aluno vai aplicar na formula da probabilidade que é a razão entre o número de elementos no conjunto evento, dividido pelo número do espaço amostral.

$$P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} \rightarrow P = \frac{2}{6},$$

Simplificando o denominador e o numerador por 2 temos que

$P = \frac{1}{3}$ ou 33,33 % de sair um numero maior que quatro em um lançamento de um único dado.

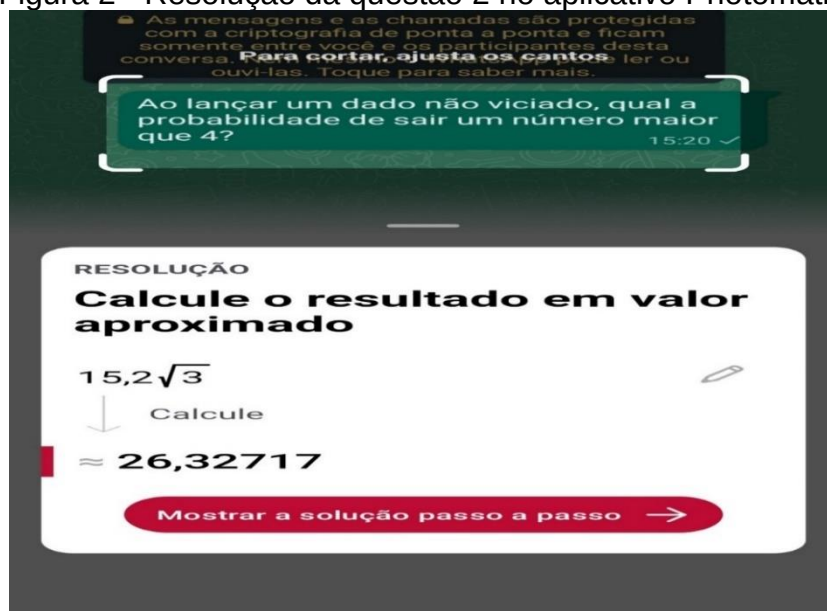
Retrospecto do problema: Para resolver esse problema o aluno tem que saber que o dado tem 6 fases no qual será o seu espaço amostral e que o seu evento é um número maior que quatro, onde tem dois em um dado e depois jogar esses valores na formula da probabilidade que encontraremos a resposta no qual foi:

$\frac{1}{3}$ ou 33,33%.

Nessa questão é relativamente fácil e cabe ao professor orientar e observar o aluno em todas as etapas da fase do método de Pólya para ver se ele está executando da maneira como é para ser executada.

Agora vamos colocar o Aplicativo Photomath para resolver essa questão.

Figura 2 - Resolução da questão 2 no aplicativo Photomath.



Fonte: Autor (2023).

Observamos que o aplicativo não ler essa questão de acordo com o enunciado, assim ele não responderá esse tipo de questões. No próprio aplicativo tem o conteúdo matemática que ele não suporta e probabilidade é um deles.

Vimos que pelo método de Pólya foi possível chegar a uma resposta final, já que o Photomath não suporta o conteúdo de probabilidade. E pelo método fazendo o passo a passo, fase por fase, é possível levar os alunos a compreender esses tipos de problemas, possibilitando resolver problemas semelhantes futuramente.

Questão 3

Calcule o limite de $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x-1}{x^2+3}$.

Observamos o método de Pólya temos:

Compreender o problema: O problema consiste em definir o limite e nesse quando o x se aproximar de 1 e dentro da equação vamos substituir o x e assim encontraremos o limite

Designar um plano: substituir o x por 1 no seguinte, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x-1}{x^2+3}$, e vamos encontrar o limite quando o x tende a 1.

Executar o plano: agora vamos apenas substituir o x no $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x-1}{x^2+3}$ e vamos encontrar

$$\frac{5 \cdot 1 - 1}{1^2 + 3} = \frac{5 - 1}{1 + 3} = \frac{4}{4} = 1,$$

Assim o $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x-1}{x^2+3} = 1$

Retrospecto do problema: Podemos observar que para responder esse problema bastou substituir o x no limite determinado pelo 1 não que ele seja 1, pois ele tende a 1 e encontramos o valor do limite que foi de $= 1$

Vemos que utilizando o método de Pólya para responder esse problema em cada uma das fases fazendo o passo a passo o aluno poderá de certa forma aprender a resolver limites.

Já se fizermos a questão 3 no aplicativo Photomath basta tirar a foto ou escreve-la no aplicativo.

Figura 3 - Resolução da questão 3 no aplicativo Photomath.



Fonte: Autor (2023).

Vimos que o resultado no Photomath se dá de maneira direta e cabe ao aluno buscar a solução passo a passo para entender a sua resposta final.

Como a questão 3 é uma questão do ensino superior em um curso de Matemática e espera-se que o aluno tenha um melhor entendimento do que quer, e se está fazendo um curso de licenciatura em Matemática futuramente quer atuar como professor e sendo assim quer compreender e entender muitos conteúdos da área dessa disciplina.

Diferentemente das questões analisadas anteriormente, nesta o Photomath conseguiu encontrar uma solução, incluindo o desenvolvimento do cálculo, pois se trata de uma equação algébrica não havendo interpretações de textos silábicos.

Com isso podemos utilizar o aplicativo em situações específicas, até mesmo quando o professor decidir pela metodologia da resolução de problemas de George Pólya é possível o uso do aplicativo a partir da etapa 3 (execução do plano), se nesta aparecer uma equação algébrica. Ainda cabendo ao professor administrar o processo após o aluno encontrar a solução, se este for levado ao retrospecto do problema para consolidar sua aprendizagem.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Embora estejamos em um mundo tecnológico com a difusão de ferramentas tecnológicas em todos os setores que dinamizam as ações e trabalhos diversos, ainda percebemos que o ensino da Matemática nas escolas brasileiras mantém um viés prático focado no quadro e pincel, sendo necessário conciliar estas práticas às novas tecnologias e às metodologias ativas de ensino.

Nessa pesquisa vimos como funciona o método de Pólya na resolução de problemas no qual consiste em quatro fases que se for executado da maneira correta pode contribuir muito para a aprendizagem do aluno. Vai depender de como o professor planeja suas aulas com esse método específico. Observamos também como funciona o aplicativo Photomath na resolução de problemas, quais os conteúdos que ele suporta e os que ele não suporta e algumas especificações do mesmo.

Ficou evidente com a pesquisa que não dar para comparar algumas questões do ensino básico na resolução de problemas pelo método de Pólya como pelo aplicativo Photomath, pois o mesmo não suporta alguns conteúdos. Sendo assim a maneira possível seria abordar tais questões com o método de Pólya.

Ao compararmos o aplicativo Photomath na maneira de resolver problemas com o método de Polya, vemos que essa comparação só se dar na terceira e quarta fase, pois o aplicativo apenas executa o plano e faz o retrospecto do problema. Já na parte da primeira e segunda fase o aplicativo ele não compreende e nem designa um plano para resolver determinados problemas

Observamos que o aplicativo Photomath é uma maneira mais fácil e rápida de resolver problemas da Matemática, porém ele não suporta alguns conteúdos. Por ser prático e fácil de usar, qualquer aluno, professor ou qualquer outra pessoa pode utilizá-lo, bastando ter um celular, baixar o aplicativo e ter internet, tirando a foto ou digitando o problema na calculadora do mesmo. Conhecendo nossos alunos da educação básica e sabendo que eles querem apenas a resolução dos problemas sem entendê-los, esse aplicativo pode ser uma ferramenta que pode prejudicá-los no processo de aprender a resolver problemas e entender todo o processo para chegar a resolução final.

Podemos dizer que esse aplicativo é apenas uma ferramenta de apoio no qual pode ser muito prejudicial se usado apenas para encontrar o resultado. Sendo assim esse aplicativo pode não trazer benefícios e ser considerado uma metodologia de ensino da matemática.

Já no método de Pólya de resolução de problemas traz mais benefícios para a aprendizagem do aluno por conta de sua completude em compreender o processo. Porém estudos a respeito do uso de ferramentas tecnológicas e metodologias ativas são recentes no mundo e requerem mais pesquisas e estudos posteriores.

REFERÊNCIAS

CARVALHO, F. D. P. S.; CIVARDI, J. A. Novas tecnologias, velhas atitudes, práticas antigas. II Congresso Internacional TIC e Educação. Lisboa: Instituto de Educação. 2012. p. 719-736. Disponível em: <http://ticeduca.ie.ul.pt/atas/pdf/281.pdf>. Acesso em 25 de abril de 2023

HENZ, Carla Cristina. **O uso das tecnologias no ensino-aprendizagem da matemática**, 2008. Trabalho de Conclusão de Curso. (Curso de Matemática) - Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Erechim, 2008. Disponível em: https://www.uricer.edu.br/cursos/arq_trabalhos_usuario/850.pdf. Acesso em 25 de abril de 2023.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus Professor, adeus professora? Novas exigências educacionais e profissão docente**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

NUNES Otaviano, A. B., LIMA Soriano de Alencar, E. M., & FUKUDA, C. C. Estímulo à criatividade por professores de Matemática e motivação do aluno. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, SP. v. 16, n.1, Jan/Jun de 2012: 61-69. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pee/a/cGnqn99pkY8vBKF96FywtdH/?format=pdf&lang=pt>. Acesso: 25 de abril de 2023.

PHOTOMATH. In: ENGLISH WIKIPÉDIA: the free encyclopedia. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Photomath>. Acesso dia 25 de abril de 2023.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2 a reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 995.

PONTES, E.A.S. Método de polya para resolução de problemas matemáticos: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. **Holos**. Instituto Federal de Alagoas – AL, 2019. <https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/download/6703/pdf/22826>. Acesso em 25 de abril de 2023.