



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS TERESINA CENTRAL
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ADRIANO MELO FERNANDES LIMA

**O ENSINO DE LOGARITMOS: UMA INVESTIGAÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS
DE MATEMÁTICA**

TERESINA

2023

ADRIANO MELO FERNANDES LIMA

O ENSINO DE LOGARITMOS: UMA INVESTIGAÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico)
apresentado como exigência parcial para obtenção
do diploma do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina
Central.

Orientadora: Prof^ª. Ms. Jeane Gardênia Costa do
Nascimento.

TERESINA

2023



FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: O ENSINO DE LOGARITMOS: UMA INVESTIGAÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA.

ALUNO(A): Adriano Melo Fernandes Lima -IFPI

DATA: **27 de junho de 2023**

Artigo defendido junto ao Departamento de Formação de Professores, **APROVADO** pela banca examinadora:

Teresina, 27 de junho de 2023

Prof. Me. Jeane Gardênia Costa do Nascimento – IFPI
Orientadora e Presidente da Banca

Dr. Ezequias Matos Esteves – IFPI
Membro Examinador

Me. Francismar Holanda – IFPI
Membro Examinador

O ENSINO DE LOGARITMOS: UMA INVESTIGAÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Adriano Melo Fernandes Lima¹
Jeane Gardênia Costa do Nascimento²

RESUMO

O presente artigo apresenta resultados acerca de uma investigação sobre como o conteúdo Logaritmo vem sendo trabalhado nos livros didáticos de Matemática e para responder a tal questionamento foram elaborados critérios de avaliação que tiveram como alicerce a Base Nacional Comum Curricular. Ao todo, foram escolhidas cinco obras, sendo duas pertencentes ao PNLD, onde após a análise constatou-se que as mesmas embora atendessem em quase que sua totalidade aos critérios de análise, ainda necessitam de um olhar mais minucioso por parte de seus autores bem como de ajustes que podem ser realizados pelo próprio docente em sua prática de sala de aula.

Palavras-chave: Logaritmo; Critérios de Avaliação, Base Nacional Comum Curricular.

ABSTRACT

This article presents the results of an investigation into how the Logarithm content has been worked on in Mathematics textbooks and to answer this question, evaluation criteria were elaborated based on the National Common Curricular Base. Five books were adopted, some of them belonging to PNLD, and after the analysis it was found that even fulfilling almost entirely the analysis criteria, the books still require a more careful look by their authors as well as some adjustments that can be made by the teacher himself in his classroom practice.

Keywords: Logarithm; Assessment Criteria, Common National Curriculum Base.

1 INTRODUÇÃO

O presente artigo apresenta resultados de uma investigação acerca de como o tema Logaritmo vem sendo abordado nos livros didáticos do Ensino Médio; para tal, os pontos avaliados foram a maneira como o conteúdo é apresentado e desenvolvido ao longo dos capítulos dos livros avaliados, bem como os mecanismos e estratégias utilizados para o desenvolvimento das habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Sendo o livro didático a principal ferramenta de ensino presente nas escolas brasileiras, o estudo buscou descrever por meio de critérios elaborados pelo autor, após um estudo da literatura pertinente, como esse material didático aborda o tema Logaritmo tendo

¹ Adriano Melo Fernandes Lima. Graduando de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI). adrianomelo151515@gmail.com.

² Orientadora: Prof.^a Me Jeane Gardênia Costa do Nascimento – IFPI – Teresina Central jeane.gardenia@ifpi.edu.br.

em vista as dificuldades dos estudantes na compreensão da temática, conforme destacado em pesquisas, como: Ramos (2015), Silva (2016), Simonato (2021), Silva (2017).

Outro aspecto destacado no estudo foi a observância de contextualização do tema com a realidade dos estudantes utilizando a história da matemática como fator motivacional. Conforme destacado por Santos (2007), tais elementos podem promover uma melhor aceitação, não só do tema em questão como de diversos outros temas relacionados à matemática.

A motivação pessoal para a escolha do objeto de estudo foi a empatia do autor com o conteúdo de logaritmo e ao mesmo tempo a observância de que muitos estudantes apresentam dificuldades na sua aprendizagem, situação que despertou o seguinte questionamento: Qual o papel do livro didático no contexto das dificuldades apresentadas por estudantes do Ensino Médio sobre o tema logaritmo?

Entende-se que o livro didático é uma ferramenta importantíssima para o ensino de matemática, sendo este uma padronização da comunicação entre professor e aluno no compartilhamento dos conteúdos, de maneira que esta comunicação deve ser clara e objetiva, com linguagem acessível ao seu público de modo a promover o entendimento e contribuir para o desenvolvimento intelectual de quem o lê.

Logaritmos consistem em um tema de significativa importância para a formação dos estudantes por ter diversas aplicações nas mais variadas áreas do conhecimento. Segundo Galupo (2021), vários fenômenos podem ser representados por expressões matemáticas que utilizam logaritmos, conforme observado na mensuração da magnitude de um terremoto, no nível de acidez e alcalinidade de uma substância (PH), na medida do tempo no decaimento radioativo e no cálculo de aplicações financeiras, como também na mensuração da Intensidade Sonora de um ruído em decibéis.

Mediante a importância do logaritmo, é fundamental uma análise de como esta temática está sendo abordada nos livros didáticos e avaliar se as metodologias apresentadas asseguram o desenvolvimento das competências e habilidades previstas na BNCC de modo a garantir um ensino de qualidade.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Descrever como está sendo abordado, nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio escolhidos para análise, o tema logaritmo por meio de critérios elaborados para tal finalidade.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- i. Realizar um estudo da literatura pertinente que permita a elaboração de critérios de análise da abordagem do tema Logaritmo nos livros didáticos do Ensino Médio;
- ii. Evidenciar a abordagem do livro quanto ao contexto histórico de Logaritmos;
- iii. Identificar como é trabalhada a contextualização e as aplicações dos Logaritmos nos livros didáticos;
- iv. Discutir os resultados encontrados em busca de padrões e particularidades;
- v. Sugerir, se for o caso, abordagens que possam contribuir para a melhoria da aprendizagem do tema.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 O ENSINO MÉDIO E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB, 1996), o Ensino Médio é a última etapa da Educação Básica, tendo como função primordial aprimorar os conteúdos trabalhados no ensino fundamental e desenvolver o estudante para o mercado de trabalho ou ingressar no ensino superior.

O currículo do Ensino Médio é amparado pela Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018):

... documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.

A BNCC se expressa por meio de habilidades e competências que o estudante deve adquirir em cada área do conhecimento ao fim da Educação Básica, servindo como um instrumento norteador da prática docente.

No que se refere à matemática, assim como nas demais áreas, a BNCC está estruturada em competências que se relacionam com habilidades para orientar a construção dos itinerários formativos articulando o Ensino Fundamental e o Ensino Médio com vistas a ampliação, consolidação e aprofundamento de sua formação integral, contribuindo para que os estudantes construam um projeto de vida.

Ao todo, a BNCC na área da matemática conta com cinco competências desenvolvidas por meio de diversas habilidades. Para fins dos objetivos deste estudo, iremos nos debruçar sobre duas delas visto que as mesmas contemplam as habilidades que serão primordiais à elaboração dos critérios aos quais foi proposto neste trabalho.

De maneira geral, a primeira competência diz respeito à utilização de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, enquanto que a segunda defende a articulação de conhecimentos matemáticos para investigar desafios do mundo contemporâneo.

Já a terceira competência solicita

A utilização de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018, pág. 527)

E para o seu alcance, esta última se articula com a habilidade EM13MAT305 que propõe

A resolução e elaboração de problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros” (BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018, pág. 528)

A habilidade destacada está diretamente centrada no objeto do estudo escolhido, visto que a mesma trata de um procedimento matemático importantíssimo; a interpretação e resolução de problemas em contextos diversos, evidenciando a importância do logaritmo e a necessidade de sua presença no currículo da educação básica, elencando tal habilidade como um critério de avaliação a ser analisado nos livros didáticos escolhidos.

Como quarta competência, a BNCC para o ensino Médio para a área da Matemática defende

Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer

a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático. (BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018, pág. 530)

A habilidade EM13MAT403 vinculada a esta última competência, estabelece:

Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função. (BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018, pág. 531)

Sendo uma competência e habilidade de interesse na proposta desta pesquisa, temos aqui mais um critério a ser observado quando da análise dos livros didáticos escolhidos.

Por fim, a quinta competência propõe o estudo investigativo visando cada vez mais uma formalização da matemática.

Portanto, com base no estudo da BNCC, foi considerado os seguintes critérios:

- I. O material analisado propõe a resolução e elaboração de problemas com funções logarítmicas?
- II. O material analisado propõe o estabelecimento de relações entre as representações da função logarítmica, com ou sem apoio de tecnologias digitais?

Tais critérios serão discutidos à luz do referencial teórico escolhido.

3.2 EVOLUÇÃO CONCEITUAL DO LOGARITMO

Os logaritmos tiveram seu surgimento datado no século XVI, sendo o escocês John Napier seu principal articulador, este, apesar de não ser um matemático de formação desenvolveu toda a teoria dos logaritmos conhecida e utilizada hoje. Seu primeiro trabalho referente a logaritmos foi publicado no ano de 1614, e desde então teve diversas utilidades, tanto em cálculos matemáticos quanto em outras áreas. (SILVA, 2016).

A ideia proposta para criação de logaritmos é ligada a uma necessidade de simplificar os cálculos enormes que eram utilizados enquanto a astronomia avançava, essa simplificação se trata da essência do logaritmo, feita a partir da propriedade de produto de potências de mesma base no qual conserva-se a base e somam-se os expoentes, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. De maneira inversa da exponenciação, o logaritmo transforma produtos e quocientes em somas e subtrações. Em símbolo, e considerando uma base a , isto significa que $(x \cdot y) = x + y$ e $(\frac{x}{y}) = x - y$. Segundo Soares (2011, p. 60), John Napier estruturou a ideia inicial de logaritmo baseado na obra de Stifel (1487 - 1567), que

relacionava PA (Progressão Aritmética) com PG (Progressão Geométrica). Napier criou sua tábua numérica ao perceber que ordenando as duas sequências, lado a lado, poderia obter uma relação de correspondência que transformava produtos em somas.

Segundo Costa (2017, p.21):

A tabela presente nas tábuas de Napier se baseava na ordenação emparelhada de duas sequências que podem ser apresentadas tanto na forma de linhas (horizontalmente) quanto na de colunas (verticalmente). Assim sendo, a primeira coluna cresce numa progressão aritmética (PA), enquanto a segunda coluna cresce numa progressão geométrica (PG).

Segue na Tabela 1 a descrição, conforme apresentada pelo autor, para potências na base 2, com valores dos expoentes até 10 e valor da potência máxima igual a 1024.

TABELA 01

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}

FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Por meio da propriedade de produto de potências de mesma base temos a essência do logaritmo de transformar um produto em uma simples soma. Tomando como exemplo o produto 8×64 , podemos observar estes termos na segunda linha (a que contém os termos em PG) da Tabela 1, e os seus correspondentes na primeira linha (a que contém os termos em PA) que são os números 3 e 6. Se somarmos 3 e 6, iremos encontrar o expoente da base 2 que resultará no produto de 8×64 , isto é, $8 \times 64 = 2^9 = 512$.

Essa propriedade se justifica na Tabela 01 onde os elementos da segunda coluna são potências de base 2 cujos expoentes são os elementos da primeira coluna, ao multiplicarmos as bases semelhantes, os expoentes somam, nascendo daí a ideia primordial de logaritmo.

As tábuas de Napier foram fundamentais para o cálculo de grandes medidas e o desenvolvimento conceitual do logaritmo, mas se tornaram obsoletas com o advento da calculadora e outras tecnologias que fazem cálculos grandes de maneira simples e precisa, mas o logaritmo ainda é um conteúdo de grande relevância, justificando sua presença no currículo do Ensino Médio.

Vislumbrando que tal conhecimento histórico pode agir como um agente motivador para os estudantes quando da apresentação do tema, elaboramos mais um critério:

- III. O material analisado apresenta fatos da história da matemática como agentes motivadores para o desenvolvimento do conteúdo?

3.3 CONTEXTUALIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSOS DIDÁTICOS

A história da matemática e a contextualização são importantes ferramentas no ensino de matemática possíveis de serem trabalhadas simultaneamente, entretanto neste tópico será abordado individualmente as suas respectivas importâncias.

A matemática é uma ciência que é amada por uns e incompreendida por muitos. As dificuldades no seu processo de ensino aprendizagem encontradas pelos alunos nas escolas, ocorrem por diversas razões segundo ANDREIS e PACHECO (2018, p 106):

As dificuldades de aprendizagem em Matemática podem estar relacionadas a impressões negativas oriundas das primeiras experiências do aluno com a disciplina, à falta de incentivo no ambiente familiar, à forma de abordagem do professor, a problemas cognitivos, a não entender os significados, à falta de estudo, entre outros fatores.

Tais problemas se tornam mais difíceis de serem superados se não houver motivação dos alunos. Sendo o destaque do papel da história da matemática, com uma proposta de aula mais atrativa para os alunos compreenderem a lógica e a utilidade da matemática ao longo do tempo e em como outras culturas a aplicavam conforme pontua SANTOS (2007, p 21), e sua presença no livro didático também é essencial para que estudantes junto ao professor tenham diálogos construtivos de como determinado conteúdo foi importante para diversos povos e em como sua utilização no passado nos impacta no presente, em especial a evolução conceitual do logaritmo que foi discutida no tópico anterior.

A outra ferramenta importante como fator de motivação é a contextualização, que muito comumente se pensa como uma mera aplicação da matemática, no entanto segundo TUFANO (2001, p 41) “contextualizar é o ato de colocar no contexto”, ou seja, se trata de um conceito mais amplo, como um meio de se inserir e compreender um contexto e propor intervenções por meio de conhecimentos matemáticos, já que ver uma aplicação de um conteúdo matemático não garante sua compreensão. No livro didático a contextualização se mostra presente quando o livro aborda a importância do conteúdo matemático e em como ele pode resolver problemas recorrentes na atualidade.

Portanto, com as discussões levantadas neste tópico, é possível afirmar que a contextualização se trata de uma ferramenta importante no ensino, já que trata o aluno como protagonista na construção do seu aprendizado por meio de sua inserção em contextos para

solucionar problemas reais com posse dos conhecimentos matemáticos, atuando como fator motivacional. Consoante com a importância da contextualização, elaboramos o último critério.

IV: O material utiliza a contextualização como recurso didático, a fim de potencializar o ensino do conteúdo?

Segue no Quadro 1 a síntese dos quatro critérios elencados e justificados para avaliação dos livros didáticos sobre a temática dos logaritmos.

Quadro 01

CRITÉRIO I	O material analisado propõe a resolução e elaboração de problemas com funções logarítmicas?
CRITÉRIO II	O material analisado propõe o estabelecimento de relações entre as representações da função logarítmica, com ou sem apoio de tecnologias digitais?
CRITÉRIO III	O material analisado apresenta fatos da história da matemática como agentes motivadores para o desenvolvimento do conteúdo?
CRITÉRIO IV	O material utiliza a contextualização como recurso didático a fim de potencializar o ensino do conteúdo?

4 METODOLOGIA

A pesquisa aqui apresentada não trabalhou dados estatísticos e numéricos de qualquer natureza de modo que podemos classificá-la como uma pesquisa qualitativa, visto que “trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”.(MINAYO, 2001 , p. 22) e mais especificamente uma pesquisa documental, pois se trata de uma pesquisa que se vale de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa. (GIL, 2002, p.45).

O percurso metodológico se deu em três etapas: definição do tema e objetivos da pesquisa, estudo criterioso da literatura que embasou o referencial teórico e permitiu a elaboração dos critérios que seriam analisados nos livros didáticos e, por fim, a escolha e análise dos livros didáticos selecionados.

As obras escolhidas, todas do primeiro ano do Ensino Médio, estavam disponíveis em escolas públicas estaduais e algumas delas fazem parte do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD, visto que foi buscado materiais que estivessem dentro da realidade a qual estávamos inseridos.

A primeira obra “Diálogo Matemática e suas Tecnologias: Funções e Progressões” é da editora Moderna, ano 2020 de autoria de Lilian Aparecida Teixeira. No decorrer da análise desse material, iremos nos referir ao mesmo como LIVRO A. A segunda obra: Matemática Interligada: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica é da Editora Scipione, ano 2020, de autoria de Thaís Marcelle de Andrade e será citada como LIVRO B, ambas pertencem ao Obras Didáticas do PNLD 2021.

A terceira obra, Prisma Matemática: Funções e Progressões: Ensino Médio, tem como autores José Roberto Bonjarro, José Ruy Giovanni Júnior e Paulo Roberto Câmara de Sousa e será mencionada durante sua análise LIVRO C. A quarta obra, "Multiversos Matemática: Funções e suas Aplicações" é de autoria de Joamir Roberto de Souza e será referida como LIVRO D. O terceiro e quarto livro são ambos da Editora FTD, ano 2020.

E, por fim, a quinta obra “Matemática em Contextos: Função Exponencial, Logarítmica e Sequências” é da Editora Ática do ano de 2020 e autor Luiz Roberto Dante e Fernando Viana, que será denotado por LIVRO E.

Na sequência, segue a análise dos livros selecionados de acordo com os critérios selecionados.

Livro A - aborda logaritmos nos capítulos 18 e 19, sendo que no primeiro, apresenta definição e propriedades para no capítulo posterior apresentar função, equação e inequação logarítmica.

Para introduzir o conteúdo, o livro apresenta um texto sobre contaminação de alimentos por microrganismos e que remete a uma reflexão sobre a importância dos hábitos de higiene, finalizando com o questionamento: “Sabendo que certo microrganismo se prolifera dobrando sua população a cada 30 minutos, em quantas horas uma população desse microrganismo atinge 1000 indivíduos a partir de um deles”. A finalidade desse questionamento é instigar o estudante acerca da resolução do problema e qual conhecimento matemático será demandado para tal.

Para responder ao questionamento, o livro retoma os temas função afim e equação exponencial apresentados em capítulos anteriores, permitindo a introdução da definição de logaritmos por meio de exemplos e, em seguida, apresentando uma formalização.

Julgamos que tal mecanismo de apresentação do conteúdo evidencia a necessidade de utilização de logaritmos em problemas reais, o que se entende-se como ~~um~~ acerto, de modo que o livro apresenta o tema como ferramenta de resolução de problemas o que vai de encontro da definição de contextualizar de TUFANO (2001, p.41), satisfazendo ao critério IV.

Na sequência, são apresentadas questões de fixação com objetivo de exercitar a definição de logaritmo e, logo após, são abordadas propriedades operatórias com demonstrações das mesmas e exercícios de fixação com algumas questões contextualizadas. No entanto, o livro não aborda nenhum fato histórico relacionado ao conteúdo, como por exemplo, nem mesmo a título de curiosidade, em que circunstâncias se deu seu surgimento dos logaritmos? Sendo assim, o livro não satisfaz o critério III, comprometendo o fator de motivação e de despertar a curiosidade dos estudantes.

Seguindo a mesma linha de apresentação do conteúdo, ao abordar funções logarítmicas no capítulo seguinte, é apresentado o conceito de terremoto e a maneira como é feita a sua mensuração, atribuindo à função logarítmica tal responsabilidade. Em seguida, é explanado sobre a função inversa e introduzida formalmente a função logarítmica como inversa da função exponencial.

Sobre o aspecto da contextualização, o livro relaciona o fenômeno da natureza terremoto com o conteúdo de logaritmo, contemplando a habilidade EM13MAT305. No entanto, essa é a única abordagem que o livro explora, salvo algumas questões no final do capítulo que acreditamos que ficaram muito discretas e distantes do tópico de função logarítmica. Portanto, o nosso critério I foi apenas parcialmente satisfeito, devido ao livro não explorar todas as aplicações previstas no texto da habilidade da BNCC, previamente aqui citada.

Em seguida, ele parte para uma apresentação do gráfico da função logarítmica e para resolução de exercícios, contemplando exercícios sobre noções de domínio e imagem da função logarítmica, satisfazendo o critério II. Para finalizar o capítulo, o livro aborda os temas de equação e inequação logarítmica com a finalidade de oferecer subsídios para incrementar o nível de questões referente a função logarítmica.

Após a análise do livro A, apresentamos abaixo um quadro sintetizando os critérios avaliados e destacando quais foram contemplados ou não pelo livro avaliado.

Quadro 02

CRITÉRIO I	CRITÉRIO II	CRITÉRIO III	CRITÉRIO IV
✓✗	✓	✗	✓

Livro B - introduz a ideia de logaritmos no capítulo 5, juntamente com a função exponencial, no entanto o estudo do tema propriamente dito ocorre a partir do subcapítulo 8 onde é apresentado um breve texto sobre equação exponencial seguido da importância do logaritmo como estratégia necessária para a resolução de casos especiais de equações exponenciais e, cita a importância de logaritmos conforme previsto na habilidade EM13MAT305 da BNCC. O livro apresenta a definição formal e nomenclatura dos termos dando enfoque na base do logaritmo para falar sobre o logaritmo decimal e sobre o logaritmo neperiano, aproveitando a seção para falar da importância de Leonard Euler além de uma breve história sobre a origem dos logaritmos e seu criador John Napier.

Nesse tópico ficou evidente a preocupação em abordar a história do conteúdo trabalhado e o entendimento disso como uma ferramenta otimizadora da aprendizagem por meio da motivação, atendendo com isso nosso critério III. No subcapítulo seguinte são abordadas as propriedades e resolução dos exercícios diversos.

O subcapítulo 10 é iniciado diretamente com a definição de função logarítmica juntamente com o seu domínio e condição de existência proveniente da definição logo após é exposto o mecanismo de construção do gráfico enfatizando seu comportamento o que satisfaz ao critério II, finalizando esse tópico com a relação existente entre as funções exponencial e logarítmica e mais exercícios de fixação.

Por fim, o subcapítulo 13 é dedicado especialmente às aplicações da função logarítmica com: juros compostos, radioatividade, pH, abalos sísmicos. Nesse último subcapítulo é evidenciado a contextualização como ferramenta potencializadora do ensino, pois mostra diversas situações em que o aluno pode ser protagonista da sua aprendizagem detendo o logaritmo como ferramenta para fins de resolver problemas, satisfazendo assim ao critério IV bem como ao critério I por abordar todas as aplicações de logaritmo previstas na BNCC, finalizando mais uma vez, com a proposição de questões contextualizadas para serem trabalhadas em sala de aula.

Quadro 03

CRITÉRIO I	CRITÉRIO II	CRITÉRIO III	CRITÉRIO IV
✓	✓	✓	✓

Livro C - aborda o conteúdo função logarítmica no capítulo 3 no formato de tópicos que se dividem em logaritmo e função logarítmica. O capítulo se inicia com um texto informativo sobre o som, e em como se dá a sua classificação mediante a sua intensidade e que não é recomendável que essa intensidade ultrapasse 80 decibéis sugerindo questões que orientam uma pesquisa sobre a relação de decibéis com o conteúdo prestes a ser trabalhado, tal estratégia nos permite afirmar que o critério IV foi atendido, haja vista o livro apresentar o conteúdo como uma ferramenta útil no mundo real e propor ao estudante ser protagonista no seu processo de aquisição de conhecimento.

Ao iniciar o tópico de logaritmos propriamente dito o material apresenta o conteúdo como ferramenta para resolver equações exponenciais em casos que não é possível igualar os dois membros da equação a uma mesma base, em seguida ele fornece a definição de logaritmo e os termos que o compõem, optando por abordar primeiramente propriedades mais elementares, em seguida ele menciona a condição de existência do logaritmo fazendo um comparativo com a sua operação inversa, a exponenciação, e na sequência o livro traz alguns exercícios resolvidos para a familiarização do estudante com o tema abordando em seguida o que ele nomeia como “propriedades operatórias”, onde se enquadram segundo o autor, propriedades como logaritmo de um produto, logaritmo de um quociente, logaritmo de uma potência e a mudança de base. Semelhante a todos os livros aqui analisados, este ensina como operar o logaritmo de um número em uma calculadora científica, segue-se então exercícios relacionados.

Em seguida o livro traz uma seção nomeada “história da matemática” onde são tratados a origem do logaritmo e a finalidade de seu surgimento, evidenciado a intenção de simplificação de cálculos volumosos que apareceram com o advento da astronomia na época, o que permitiu a transformação de grandes produtos em simples somas e de potências em produtos. Acreditamos que a história da matemática é um fator motivador para o ensino da matemática conforme SANTOS (2007, p.21) afirma ao defender a proposta de aula atrativa de matemática que visa investigar a utilização de conhecimentos matemáticos ao longo da história, satisfazendo assim ao critério III.

Sobre função logarítmica o autor enfatizou sua importância e como a mesma é utilizada para definir a escala de pH o que nos permite constatar que o livro satisfaz

parcialmente ao critério I, visto que trabalha em conformidade com a habilidade EM13MAT305, no entanto aborda apenas uma dentre as diversas aplicações possíveis previstas no texto da habilidade aqui citada.

Quando da construção do gráfico da função logarítmica, o livro oferece duas tabelas para duas funções logarítmicas com bases iguais a 0,5 e 2 respectivamente, com fins de construir junto ao aluno, a noção do comportamento da função quanto ao seu crescimento e conceitos como domínio, contradomínio e imagem. Em seguida são abordadas relações entre a função logarítmica e a exponencial, como elas são inversas uma da outra e como são simétricas em relação ao gráfico da reta $y = x$.

O material finaliza o capítulo com uma rápida abordagem sobre equações e inequações logarítmicas e questões com fim de exercitar o conteúdo de funções e sugerindo o uso do aplicativo Geogebra para resolução de equações e inequações logarítmicas com o auxílio do gráfico da função, já que o aplicativo em questão trata-se de uma calculadora gráfica. Diante de toda a abordagem realizada e a sugestão do uso do Geogebra pontuamos que o critério II foi plenamente satisfeito.

Quadro 04

CRITÉRIO I	CRITÉRIO II	CRITÉRIO III	CRITÉRIO IV
✓✗	✓	✓	✓

Livro D - aborda sobre o tema na unidade 3 “Logaritmo e função logarítmica” introduzindo a unidade por meio de um texto que contém informações sobre a pressão atmosférica e sua variação conforme a altitude vai mudando e em como acarreta em mudanças na concentração do Gás Oxigênio que vão ter efeitos diversos no corpo humano apresentando uma função exponencial que modela a pressão atmosférica em função da altitude em quilômetros em determinada localidade em seguida o livro solicita por meio de um problema, a altitude em que um alpinista se encontra baseado na pressão atmosférica do local em que ele estiver. Diante desse contexto, o autor introduz o logaritmo como ferramenta essencial para a resolução dessa equação exponencial que consequentemente também é uma ferramenta que resolve uma situação real, se adequando ao proposto critério IV.

Em seguida o livro traz em uma seção bem sucinta sobre a história de John Napier, titulado pela invenção dos logaritmos, e sua importância no passado, deixando claro a

importância histórica do tema o que entendemos que para o estudante é um fator de motivação, nos conformes o proposto pelo critério III.

Prosseguindo com a definição de logaritmo, o livro trata das nomenclaturas dos termos e exercita essa definição por meio de exemplos logo depois parte para uma série de questões com o mesmo fim para em seguida expor as propriedades operatórias uso de calculadoras como ferramenta auxiliar para o cálculo de logaritmos fechando essa etapa com mais uma leva de exercícios de fixação.

Na abordagem sobre funções o autor enfatiza a definição, domínio da função baseado na condição de existência do logaritmo e após isso traz alguns exemplos, em seguida o livro traz duas funções logarítmicas juntamente a uma tabela com coordenadas x e y de pontos pertencentes a cada uma das funções para construção de seus gráficos no plano cartesiano, sobre estas funções, uma possui a base igual a 2 e a outra a 0,5, e por meio destes exemplos o livro faz suas classificações.

Para tratar das relações entre a função logarítmica e a exponencial o autor o faz comparando o gráfico representante de cada uma dessas funções e as caracteriza como inversas além de mostrar a simetrias entre os gráficos em relação a reta $y = x$, solidificando o o conteúdo trabalhado com a proposição de questões contextualizadas o que nos permitiu perceber o atendimento ao critério II..

A abordagem de equações e inequações logarítmicas foi feita por meio de uma função logarítmica que relacionava a altura de uma planta em centímetros, com o tempo do seu plantio em dias, e afirma que para ser majorada a idade da planta medindo a sua altura, necessitamos de uma equação logarítmica sendo uma excelente contextualização para evidenciar a utilidade do tema.

Como encerramento do capítulo, foi abordado o tópico funções logarítmicas e algumas aplicações dando exemplos clássicos da relação entre a função logarítmica e os terremotos, e entre a função logarítmica e o pH de uma solução além de proposição de questões contextualizadas como a relação da função logarítmica com a matemática financeira e intensidade sonora, e finalizando o capítulo convida o leitor a uma reflexão sobre os temas trabalhados.

Diante de tudo que foi abordado sobre logaritmos no material analisado, entendemos que ele certamente satisfaz ao critério I por trabalhar com todas as aplicações da função logarítmica previstas no texto da habilidade EM13MAT305 da BNCC e ainda trabalhar com outras aplicações em diferentes tópicos que não são comumente trabalhadas em outros livros

didáticos, adicionando o fato da reflexão temática no fim do capítulo, o livro D se mostrou criterioso com o ensino de logaritmos.

Quadro 05

CRITÉRIO I	CRITÉRIO II	CRITÉRIO III	CRITÉRIO IV
✓	✓	✓	✓

Livro E - aborda logaritmos no capítulo 2, intitulado “Função Logarítmica”, iniciando com um texto que relata como as mudanças demográficas que estão ocorrendo na América Latina e no Caribe vão impactar as políticas públicas. Mediante essa informação, o autor apresenta uma função exponencial que aponta uma previsão de crescimento da população de 60 anos ou mais em função do tempo em anos questionando em quanto tempo essa população dobrará e expondo a necessidade de desenvolver a noção de logaritmo; em seguida o livro traz outras situações em que se faz necessário o uso do logaritmo para resolvê-las para só então expor os objetivos do capítulo.

A introdução do capítulo propriamente dita, se dá por meio da explanação do uso do logaritmo como ferramenta para calcular o pH de uma solução; e o contexto que impulsionou a invenção do logaritmo na história, em seguida introduz uma breve conceituação de logaritmo e seus termos e como operá-lo, para compreender os exemplos de equações exponenciais em que não é possível igualar os dois membros da equação à uma mesma base, conforme aparece nos demais livros analisados, para finalmente, apresentar uma formalização da definição.

A partir do que foi abordado, foi possível afirmar que foram cumpridos os critérios III e IV, pois o material apresentou várias situações em contextos onde o logaritmo se apresenta como ferramenta importante e ainda a situação originária e definitiva para o seu surgimento, ou seja, o livro abordou a importância atual e a importância histórica do logaritmo antes de introduzir formalmente a sua definição, o que potencializa a curiosidade do estudante favorecendo seu entusiasmo para a aquisição do conhecimento.

Na sequência o livro traz consequências da definição de logaritmo e suas propriedades operatórias seguido de exercícios para familiarização com o conteúdo e algumas questões contextualizadas. Ao tratar sobre funções logarítmicas, foram utilizadas as mesmas duas situações apresentadas na introdução do conteúdo, uma abordando abalos sísmicos, a Magnitude de um terremoto na escala Richter em função da energia liberada por este; e a

outra uma aplicação inusitada, não muito usual de se encontrar nos livros didáticos; o processo de escolha de algo dentre várias opções equiprováveis, na qual é apresentada uma tabela que relaciona o intervalo do tempo de escolha com a quantidade de escolhas equiprováveis possíveis.

Após isso o autor trabalha os conceitos de função injetiva, sobrejetiva e bijetiva para compreensão de função inversa e logo após da função logarítmica como inversa da função exponencial e assim formalizar sua definição juntamente com domínio, contradomínio e imagem finalizando com exercícios de fixação desses conceitos.

O livro introduz o software Geogebra como recurso para construção do gráfico e apresenta as particularidades do gráfico como quando a função é crescente ou decrescente conforme o valor da base; como a função exponencial apresenta um crescimento acelerado, a função logarítmica apresenta um crescimento bem mais lento; a simetria que a função exponencial e logarítmica possuem em relação a reta $y = x$ por serem inversas além de mais exercícios para solidificar os conceitos trabalhados.

Para ampliar a ideia de função logarítmica o autor traz situações que podem ser modeladas por uma função logarítmica, como abalos sísmicos e a intensidade sonora, sendo essas abordadas com suas respectivas funções por meio de exercícios resolvidos para melhor compreensão de suas aplicações e depois propondo uma série de questões contextualizadas.

Diante de tudo que foi abordado no material, entende-se que o critério I foi satisfeito por trabalhar com as aplicações previstas na BNCC e o critério II por abordar as representações algébricas e geométricas da função logarítmica e noções de domínio, imagem e contradomínio.

Quadro 06

CRITÉRIO I	CRITÉRIO II	CRITÉRIO III	CRITÉRIO IV
✓	✓	✓	✓

O quadro abaixo permite uma visão geral da análise feita em cada um dos livros mediante o uso dos critérios estabelecidos.

Quadro 07

LIVRO	CRITÉRIO I	CRITÉRIO II	CRITÉRIO III	CRITÉRIO IV
LIVRO A	✓✗	✓	✗	✓
LIVRO B	✓	✓	✓	✓

LIVRO C	✓✗	✓	✓	✓
LIVRO D	✓	✓	✓	✓
LIVRO E	✓	✓	✓	✓

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a realização da pesquisa foi possível identificar uma sequência lógica na abordagem do tema nos livros, e um quadro comparativo entre os livros para a discussão de suas particularidades. Diante da análise realizada, passamos a descrição sucinta de como foi abordado, nos livros didáticos analisados, o tema logaritmo levando em consideração os critérios elaborados para tal finalidade, além de apresentarmos considerações a respeito dos mesmos.

Foi possível identificar que a abordagem do tema logaritmo, de uma maneira geral, seguiu a sequência lógica: contextualização, apresentação da definição, origens históricas, cálculo do logaritmo usando uma calculadora científica, propriedades operatórias, função e gráfico, equação e inequação, aplicações.

Contudo, nem todos os livros analisados seguiram necessariamente essa sequência, ou abordaram todos esses tópicos.

Ao observarmos tais pontos, podemos destacar, por exemplo, que o **livro A** ignorou aspectos históricos e não primou por oferecer ao estudante a quantidade significativa de questões contextualizadas do conteúdo como prevê a BNCC, o que pode acabar por prejudicar o aprendizado, desqualificando, no nosso entendimento, as potencialidades do tema.

Sobre o **livro B**, constatou-se que o mesmo seguiu a sequência lógica abordando o tema de logaritmo conforme os critérios propostos pela pesquisa.

Já a abordagem do **livro C** ficou comprometida por não trabalhar todas as possibilidades previstas na BNCC, reservando, por exemplo, aplicações práticas do tema apenas para a seção de exercícios proposta.

Entendemos que o **livro D** foi o mais bem-sucedido dentre todos os demais por atender aos critérios propostos e apresentar o diferencial de ser o único livro a abordar o tópico equações logarítmicas com aplicações extras, indo além do que é previsto pela BNCC.

O **livro E**, embora tenha contemplado por todos os critérios propostos e apresentar aplicações sobre função logarítmica, não apresentou um tópico sobre equações e inequações logarítmicas, o que divergiu da sequência lógica apresentada pelos demais livros.

Foi possível observar durante o desenvolvimento da pesquisa que o tema Logaritmo ainda necessita de um olhar minucioso a ser dado pelos autores de livros didáticos, entende-se que dificuldades de aprendizado estão em parte, relacionadas à abordagem utilizada para a apresentação do conteúdo. Aos docentes esperamos que a pesquisa possa ajudá-los a pensar criteriosamente nos temas propostos pelo currículo quando da escolha do livro didático.

Esperamos que a pesquisa possa contribuir para uma reflexão docente sobre o uso do livro didático em sala de aula visto que nenhum material substituirá o bom senso e a sensibilidade do educador quando da sua prática.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Thais Marcelle de (org.). **Matemática Interligada: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica**. 1º. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de (org.). **Prisma Matemática: Funções e progressões: Ensino Médio**. 1º. ed. São Paulo: FTD, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

COSTA, Bruno Ferreira. **Obstáculos no processo de aprendizagem de logaritmo**. 2017. 72 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional, Faculdade Vale do Cricaré, São Mateus, 2017.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando (org.). **Matemática em contextos: Função Exponencial, Função Logarítmica e Sequências**. 1º. ed. São Paulo: Ática, 2020.

GALUPO, Adriana Salete. **A construção do conceito de logaritmos**. 2021. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2021.

GIL, Antônio Carlos, 1946- **Como elaborar projetos de pesquisa/Antônio Carlos Gil**. - 4. ed. - São Paulo : Atlas, 2002

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade**. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

PACHECO, Marina Buzin; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzetti. **Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio**. Revista Principia - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB, João Pessoa, n. 38, p.105-119, fev. 2018. ISSN 2447-9187. Disponível em: <<https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1612>>. Acesso em: 23 Abr. 2023. doi:<http://dx.doi.org/10.18265/1517-03062015v1n38p105-119>

RAMOS, Simone Sotozono Alonso. **Logaritmos: uma abordagem didática**. 2015, 110 f. Dissertação - Universidade Federal do Paraná. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Curitiba, 2015

SILVA, Beatriz Da Mata et al. **Dificuldades na aprendizagem de matemática: análise dos interesses e desafios enfrentados pelos estudantes de ensino médio e pré-vestibulares.** Anais IV CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2017. Disponível em: <<https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/36473>>. Acesso em: 11/06/2022 18:39

SILVA, Daniela Mendes Vieira da Silva. **Logaritmo: o que dizem alunos do Ensino Médio sobre este conceito.** Encontro Brasileiro de estudantes de pós-graduação em Educação Matemática. Curitiba, 2016

SILVA, Verônica Vale da. **A História dos Logaritmos e suas aplicações no dia-a-dia.** 2016. 32 f. Monografia (Especialização) - Curso de Especialização em Ensino de Matemática Para O Ensino Médio, Coordenação do Curso de Especialização em Ensino de Matemática Para O Ensino Médio, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Caicó, 2016

SIMONATO, Leticia. **Um estudo investigativo sobre as dificuldades dos professores de Matemática iniciantes do ensino remoto.** 2021. 54 f. TCC (Doutorado) - Curso de Licenciatura em Matemática, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021. Cap. 5. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/15351/TCC_B_Leticia.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 09 jun. 2022.

SOARES, E. C. **Uma investigação histórica sobre os logaritmos com sugestões didáticas para a sala de aula.** 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). –Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Exatas e da Terra. Natal, 2011

SOUZA, Joamir Roberto de (org.). **Multiversos Matemática: Funções e suas aplicações.** 1º. ed. São Paulo: FTD, 2020.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida (org.). **Diálogo Matemática e suas tecnologias: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica.** 1º. ed. São Paulo: MODERNA, 2020.

TUFANO, W. **Contextualização.** In: FAZENDA, I. C. (Org.). Dicionário em Construção: Interdisciplinaridade. São Paulo: Cortez, 2001. p. 40-41