



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ**  
**CAMPUS TERESINA CENTRAL**  
**BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**ALLAN ÍCARO FERREIRA SOUSA**

**PROJETO DE EMPENAGEM E SUPERFÍCIES DE CONTROLE PARA UMA  
AERONAVE RÁDIO CONTROLADA: UMA ANÁLISE DE ESTABILIDADE.**

**TERESINA**

**2023**

ALLAN ÍCARO FERREIRA SOUSA

PROJETO DE EMPENAGEM E SUPERFÍCIES DE CONTROLE PARA UMA AERONAVE  
RÁDIO CONTROLADA: UMA ANÁLISE DE ESTABILIDADE.

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)  
apresentado como exigência parcial para  
obtenção do diploma do curso de Bacharelado  
em Engenharia Mecânica do Instituto Federal  
de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí,  
Campus Teresina Central.

Orientador: Prof. Me. Janiel Fontineles  
Silva.

Coorientador: Prof. Me. Ricardo Cardoso  
Soares

TERESINA

2023

### **Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Sousa, Allan Icaro Ferreira

S719p      Projeto de empenagem e superfícies de controle para uma aeronave rádio controlada : uma análise de estabilidade / Allan Icaro Ferreira Sousa. - 2023. 66 f.: il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica)  
- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus  
Teresina Central, 2023.

Orientador : Prof Me. Janiel Fonteneles Silva.

1. Projeto de empenagem . 2. Projeto de superfícies de controle. 3.  
Estabilidade estática. 4. Estabilidade dinâmica longitudinal . I. Título.

CDD - 620

---

**Elaborado por Maria Rosismar Farias CRB 3/631**

ALLAN ÍCARO FERREIRA SOUSA

PROJETO DE EMPENAGEM E SUPERFÍCIES DE CONTROLE PARA UMA AERONAVE  
RÁDIO CONTROLADA: UMA ANÁLISE DE ESTABILIDADE.

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)  
apresentado como exigência parcial para  
obtenção do diploma do curso de Bacharelado  
em Engenharia Mecânica do Instituto Federal  
de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí,  
Campus Teresina Central.

Aprovado (a) em: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Me. Janiel Fontineles Silva (Orientador)  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí

---

Prof. Me. Anderson Felipe Chaves Fortes.  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí

---

Prof. Me. Guilherme Alceu Costa Borges.  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí

---

Prof. Me. Igor Antônio de Oliveira Carvalho  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão

## **AGRADECIMENTOS**

Para deixar agradecimentos não há como não falar de dificuldades. Desde de meu Ensino Médio não enxergava potencial ou algo grande em mim. Nunca fui bom aluno, mas ao conhecer pessoas que me impulsionaram a isto, eu me fiz alguém que seria. Devo muito aos meus amigos de Ensino Médio que se resumem a dois: Miqueias Freire e Nathalia Farias. Confesso que sem apoio e ajuda destes, eu teria desistido de continuar; obrigado por terem me guiado durante a graduação, não foi algo fácil. Sou um tanto quanto melancólico ao ponto de não seguir meus sonhos ao desejo de outros. Este sonho que estou terminando de realizar, foi algo que consegui com ajuda de diversas pessoas que me fizeram enxergar capacidade em mim. Quero destacar meu Orientador Me. Janiel F. Silva por acreditar em mim quando eu já me sentia sem forças, meu Co-orientador Ricardo C. Soares que sempre enxergou potencial em mim e me deu oportunidades que seriam consideradas de pai para filho, de um jeito acadêmico. Além destes, quero agradecer à minha família que me deu oportunidade de estar aqui. Não posso deixar de falar sobre aquele que esteve comigo durante estes 5 anos: João, obrigado por sempre estar comigo, não sei como teria sido. Por último e não menos importante, quero agradecer a mim mesmo por sempre tentar mais um pouco mesmo quando eu já estava convencido da derrota, por seguir quando eu me sentia sozinho mesmo rodeado de pessoas, por enxugar as lágrimas de desânimo e não parar.

“A natureza e as leis da natureza estavam imersas  
em trevas; Deus disse "Haja Newton" e tudo se  
iluminou.”

(Alexander Pope)

## RESUMO

O mercado de transporte externaliza a política de sustentabilidade à maneira que o avanço tecnológico promova melhorias sem prejudicar a qualidade de vida, tendo em vista um alto crescimento do uso de aeronaves como transporte, assim este trabalho busca mostrar como são projetadas as superfícies de controle e empenagens, e validadas de acordo com a análise de estabilidade estática e dinâmica longitudinal abordadas dentro dos conceitos e as características dos principais componentes de uma aeronave, tais como perfil aerodinâmico, asa, empenagem e superfícies de controle, e os critérios e as metodologias para o design e a análise de estabilidade estática e dinâmica longitudinal. O desenvolvimento deste trabalho foi possível, pois contou com dados de entrada fornecidos pela equipe de aerodinâmica, desempenho e estruturas, já que o dimensionamento das empenagens dependem da asa e as análises de estabilidade estática e dinâmica longitudinal dependem de inputs destas equipes. Foi identificado que estas geometrias ao seguirem as metodologias estudadas e a norma militar MIL-F-8785C puderam prover uma aeronave rádio controlada estaticamente estável para os eixos longitudinal, lateral e direcional, já que respeitaram os critérios de estabilidade estática de acordo com as bibliografias. A análise de estabilidade dinâmica foi baseada nos critérios de Rough-Hurwitz, que apresentou estar dinamicamente estável quando também analisada por seus modos longitudinais que apresentaram estar dentro dos valores estipulados pela bibliografia base. Além disto, as superfícies de controle ao serem analisadas mostraram deflexões previstas pela bibliografia e altos níveis de estabilidade e controlabilidade, com exceção do aileron que mostrou nível 2. Portanto, conclui-se que os objetivos específicos foram atendidos quando o projeto das empenagens e superfícies de controle apresentam bons resultado quando atendido os critérios de estabilidade estática e dinâmica longitudinal, e valores considerados ótimos pela bibliografia para as análises das superfícies de comando.

**Palavras-chave:** Projeto de empenagem; projeto de superfícies de controle; estabilidade estática; estabilidade dinâmica longitudinal; aeronave rádio controlada.

## ABSTRACT

The transport market is externalizing the policy of sustainability so that technological advances promote improvements without harming the quality of life, in view of the high growth in the use of aircraft as transport, so this work seeks to show how control surfaces and empennages are designed, the concepts and characteristics of the main components of an aircraft, such as the aerodynamic profile, wing, empennage and control surfaces, and the criteria and methodologies for the design and analysis of static and dynamic longitudinal stability. The development of this work was possible because it relied on input data provided by the aerodynamics, performance and structures teams, since the sizing of the empennages depends on the wing and the static and dynamic longitudinal stability analyses depend on inputs from these teams. It was identified that these geometries, by following the methodologies studied and the military standard MIL-F-8785C, were able to provide a statically stable radio-controlled aircraft for the longitudinal, lateral and directional axes, since they respected the static stability criteria according to the bibliographies. The dynamic stability analysis was based on the Rough-Hurwitz criteria, which was shown to be dynamically stable when also analyzed by its longitudinal modes, which were shown to be within the values stipulated by the basic bibliography. In addition, when the control surfaces were analyzed, they showed deflections predicted by the literature and high levels of stability and controllability, with the exception of the aileron, which showed level 2. Therefore, it can be concluded that the specific objectives have been met when the design of the empennages and control surfaces show good results when meeting the criteria of longitudinal static and dynamic stability, and values considered optimal by the literature for the analysis of the control surfaces.

**Keywords:** Empennage design; control surface design; static stability; longitudinal dynamic stability; radio-controlled aircraft.



## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                               |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Projeções de movimentação de passageiros no Brasil . . . . .                                                       | 13 |
| Figura 2 – Perfil simétrico a) e perfil com curvatura positiva b). . . . .                                                    | 15 |
| Figura 3 – a) Definição de ângulo de ataque b) representação do ângulo de incidência .                                        | 16 |
| Figura 4 – Forma geométrica em planta das asas. . . . .                                                                       | 17 |
| Figura 5 – Asa trapezoidal. . . . .                                                                                           | 17 |
| Figura 6 – Principais tipos de empenagens . . . . .                                                                           | 18 |
| Figura 7 – Movimentos, forças e momentos na aeronave . . . . .                                                                | 19 |
| Figura 8 – Principais superfícies de controle e suas deflexões . . . . .                                                      | 19 |
| Figura 9 – Parâmetro de eficiência do ângulo de ataque da superfície de comando. . .                                          | 21 |
| Figura 10 – Disposição de forças . . . . .                                                                                    | 26 |
| Figura 11 – Estabilidade - a) estaticamente estável;b) estaticamente instável; c) estaticamente neutro . . . . .              | 27 |
| Figura 12 – Gráfico $C_{m_{CG}} \times \alpha$ . . . . .                                                                      | 28 |
| Figura 13 – Comportamento longitudinal de uma aeronave. . . . .                                                               | 28 |
| Figura 14 – Contribuição da asa na estabilidade longitudinal estática. . . . .                                                | 29 |
| Figura 15 – Representação dos segmentos da fuselagem para a determinação de $C_{m_{0f}}$ e $C_{m_{\alpha_f}}$ . . . . .       | 32 |
| Figura 16 – Determinação da relação $(k_2 - k_1)$ em função da relação $l_f/d_{máx}$ . . . . .                                | 32 |
| Figura 17 – Posição do CG em relação à porcentagem de corda média aerodinâmica . .                                            | 33 |
| Figura 18 – Ponto Neutro . . . . .                                                                                            | 34 |
| Figura 19 – Relação entre ponto neutro e CG . . . . .                                                                         | 35 |
| Figura 20 – Critério necessário para se garantir a estabilidade direcional estática . . . .                                   | 36 |
| Figura 21 – Contribuição da superfície vertical da empenagem para a estabilidade direcional estática de uma aeronave. . . . . | 37 |
| Figura 22 – Critério necessário para se garantir a estabilidade lateral estática. . . . .                                     | 38 |
| Figura 23 – Forças e momentos atuantes na aeronave. . . . .                                                                   | 39 |
| Figura 24 – Derivadas longitudinais. . . . .                                                                                  | 41 |
| Figura 25 – Relacionamento de entrada-saída de uma aeronave. . . . .                                                          | 43 |
| Figura 26 – As quatro respostas para a função de transferência. . . . .                                                       | 44 |
| Figura 27 – Resposta do ângulo de arfagem em relação ao degrau do profundo. . . . .                                           | 44 |
| Figura 28 – Empenagem horizontal a) Vista Lateral b) Vista Superior. . . . .                                                  | 53 |

|                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 29 – Empenagem vertical a) Vista Lateral b) Vista Superior. . . . .                    | 54 |
| Figura 30 – Aileron Vista Superior. . . . .                                                   | 55 |
| Figura 31 – a) Vista Lateral do Profundor b) Vista Superior do Leme. . . . .                  | 55 |
| Figura 32 – Estabilidade Estática Longitudinal. . . . .                                       | 57 |
| Figura 33 – Estabilidade Estática Lateral. . . . .                                            | 58 |
| Figura 34 – Estabilidade Estática direcional. . . . .                                         | 59 |
| Figura 35 – Gráficos dos modos longitudinais para uma perturbação. . . . .                    | 61 |
| Figura 36 – Resposta ao degrau devido o profundor. . . . .                                    | 62 |
| Figura 37 – Variação do bank angle de acordo com tempo a) Fase A b) Fase B c) Fase C. . . . . | 63 |
| Figura 38 – Deflexão do profundor. . . . .                                                    | 64 |
| Figura 39 – Estabilidade Estática Longitudinal para deflexão do profundor. . . . .            | 65 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Classe das aeronaves. . . . .                                                              | 20 |
| Tabela 2 – Valores típicos para geometria das superfícies de controle. . . . .                        | 21 |
| Tabela 3 – Tempo para a uma mudança de bank angle para classe I. . . . .                              | 23 |
| Tabela 4 – Dados de entrada da asa. . . . .                                                           | 46 |
| Tabela 5 – Condições de estabilidade estática. . . . .                                                | 48 |
| Tabela 6 – Dados de entrada para aileron. . . . .                                                     | 49 |
| Tabela 7 – Dados de entrada para profundor. . . . .                                                   | 50 |
| Tabela 8 – Dados de entrada para leme. . . . .                                                        | 51 |
| Tabela 9 – Dados de entrada para análise dinâmica. . . . .                                            | 51 |
| Tabela 10 – Dados de entrada das derivadas adimensionais longitudinais. . . . .                       | 51 |
| Tabela 11 – Qualidade de voo longitudinal. . . . .                                                    | 52 |
| Tabela 12 – Relações de geometrias para superfícies de controle. . . . .                              | 56 |
| Tabela 13 – Derivadas dimensionais longitudinais. . . . .                                             | 59 |
| Tabela 14 – Autovalores e autovetores para estabilidade longitudinal. . . . .                         | 60 |
| Tabela 15 – Módulos e ângulos de fase dos autovetores. . . . .                                        | 60 |
| Tabela 16 – Comparação entre aproximadas longitudinais e modo exato para qualidade<br>de voo. . . . . | 60 |
| Tabela 17 – Frequência e amortecimento do objeto de estudo longitudinal. . . . .                      | 62 |
| Tabela 18 – Dados de saída para aileron. . . . .                                                      | 63 |
| Tabela 19 – Dados de saída para leme. . . . .                                                         | 65 |

## SUMÁRIO

|           |                                                       |    |
|-----------|-------------------------------------------------------|----|
| <b>1</b>  | <b>INTRODUÇÃO</b>                                     | 12 |
| 1.1       | JUSTIFICATIVA                                         | 13 |
| <b>2</b>  | <b>OBJETIVOS</b>                                      | 14 |
| 2.1       | Objetivo Geral                                        | 14 |
| 2.2       | Objetivos específicos                                 | 14 |
| <b>3</b>  | <b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>                            | 15 |
| 3.1       | COMPONENTES DE UMA AERONAVE                           | 15 |
| 3.1.1     | Características de um perfil aerodinâmico             | 15 |
| 3.1.2     | Tipos de geometria de superfícies de sustentação      | 16 |
| 3.1.3     | Tipos de empenagem                                    | 18 |
| 3.1.4     | Superfícies de controle                               | 19 |
| 3.2       | DESIGN DA EMPENAGEM E SUPERFÍCIES DE CONTROLE         | 20 |
| 3.2.1     | Qualidade de voo                                      | 20 |
| 3.2.2     | Aileron                                               | 21 |
| 3.2.3     | Empenagem horizontal                                  | 23 |
| 3.2.4     | Empenagem vertical                                    | 24 |
| 3.2.5     | Profundor                                             | 24 |
| 3.2.6     | Leme                                                  | 25 |
| 3.3       | ESTABILIDADE                                          | 26 |
| 3.3.1     | Estabilidade Estática Longitudinal                    | 27 |
| 3.3.1.1   | <i>Influências das superfícies de sustentação</i>     | 28 |
| 3.3.1.1.1 | Asa                                                   | 29 |
| 3.3.1.1.2 | Empenagem horizontal                                  | 30 |
| 3.3.1.1.3 | Fuselagem                                             | 31 |
| 3.3.1.2   | <i>Centro de Gravidade</i>                            | 33 |
| 3.3.1.3   | <i>Ponto neutro e margem estática</i>                 | 33 |
| 3.3.2     | Estabilidade Estática Direcional                      | 35 |
| 3.3.2.1   | <i>Asa-Fuselagem</i>                                  | 35 |
| 3.3.2.2   | <i>Empenagem vertical</i>                             | 36 |
| 3.3.3     | Estabilidade Estática Lateral                         | 37 |
| 3.3.3.1   | <i>Efeito do ângulo de diedro <math>\Gamma</math></i> | 38 |

|          |                                                          |    |
|----------|----------------------------------------------------------|----|
| 3.3.3.2  | <i>Efeito da Empenagem Vertical</i> . . . . .            | 39 |
| 3.3.4    | ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL . . . . .             | 39 |
| 3.3.4.1  | <i>Aproximações longitudinais</i> . . . . .              | 42 |
| 3.3.4.2  | <i>Funções de transferência</i> . . . . .                | 43 |
| 3.3.4.3  | <i>Critério de Rough-Hurwitz</i> . . . . .               | 45 |
| <b>4</b> | <b>METODOLOGIA</b> . . . . .                             | 46 |
| 4.1      | DIMENSIONAMENTO DE EMPENAGENS E SUPERFÍCIES DE CONTROLE  | 46 |
| 4.2      | ANÁLISE DE ESTABILIDADE ESTÁTICA. . . . .                | 47 |
| 4.3      | ANÁLISE DE SUPERFÍCIES DE CONTROLE . . . . .             | 49 |
| 4.4      | ANÁLISE DE ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL . . . . .  | 51 |
| <b>5</b> | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> . . . . .                  | 53 |
| 5.1      | DESIGN DAS EMPENAGENS E SUPERFÍCIES DE CONTROLE. . . . . | 53 |
| 5.1.1    | Empenagem horizontal . . . . .                           | 53 |
| 5.1.2    | Empenagem Vertical . . . . .                             | 54 |
| 5.1.3    | Superfícies de controle . . . . .                        | 54 |
| 5.2      | ANÁLISE DE ESTABILIDADE ESTÁTICA . . . . .               | 56 |
| 5.2.1    | Estabilidade Estática Longitudinal . . . . .             | 56 |
| 5.2.2    | Estabilidade Estática Lateral . . . . .                  | 57 |
| 5.2.3    | Estabilidade Estática Direcional . . . . .               | 58 |
| 5.3      | ANÁLISE DE ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL . . . . .  | 58 |
| 5.4      | ANÁLISE DAS SUPERFÍCIES DE CONTROLE . . . . .            | 63 |
| 5.4.1    | Aileron . . . . .                                        | 63 |
| 5.4.2    | Profundor . . . . .                                      | 64 |
| 5.4.3    | Leme . . . . .                                           | 65 |
| <b>6</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .                    | 66 |
|          | <b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .                             | 67 |

## 1 INTRODUÇÃO

O mercado de transportes aéreos é regido pelas inovações tecnológicas que são baseadas em uma forte regulamentação, impactos ambientais das operações aéreas, grande transbordamento tecnológico e impacto econômico (MATSUO *et al.*, 2011). Desta forma, conclui-se que a indústria aeronáutica possui ideais de melhoria da qualidade de vida associados à sustentabilidade e à segurança revelando, assim, as externalidades advindas dos avanços tecnológicos.

Nesse contexto, os projetos de aeromodelismo ganham (ou merecem) destaque em virtude de seu potencial de crescimento tecnológico, traduzido através da busca por novas tecnologias visando maior conforto, segurança e sustentabilidade dentro da indústria aeronáutica. Assim, a capacitação escolar dos estudantes desta área é de extrema importância, uma vez que a tecnologia se renova constantemente.

Visando o treinamento de estudantes do Instituto Federal do Piauí (IFPI), futuros engenheiros, a SAE Brasil, referência nacional em tecnologia da mobilidade, promove diversos eventos com essa temática, dentre os quais destaca-se a Competição SAE BRASIL AeroDesign, cujo objetivo principal consiste no desenvolvimento de projetos de aeromodelismo e que possibilita o treinamento de alunos em campo, os quais têm a possibilidade de conciliar a teoria aprendida em sala de aula e colocar seus conhecimentos à prova com desafios de decolagem, manobras aéreas e aterrissagem utilizando um protótipo de aeronave projetado e concebido por eles.

O desenvolvimento de uma aeronave para a competição nacional da SAE Brasil demanda as competências em várias áreas, em especial aquelas relativas à estabilidade e controle do aeromodelo, objetos principais deste trabalho: a estabilidade está relacionada à ação de manter um corpo em equilíbrio por auxílio de controle, de forma que ele retorne ao estado mencionado após sofrer perturbações. Assim, o projeto de estabilidade precisa prever as respostas à perturbação e promover um bom controle ou qualidade de voo para a aeronave (NELSON *et al.*, 1998).

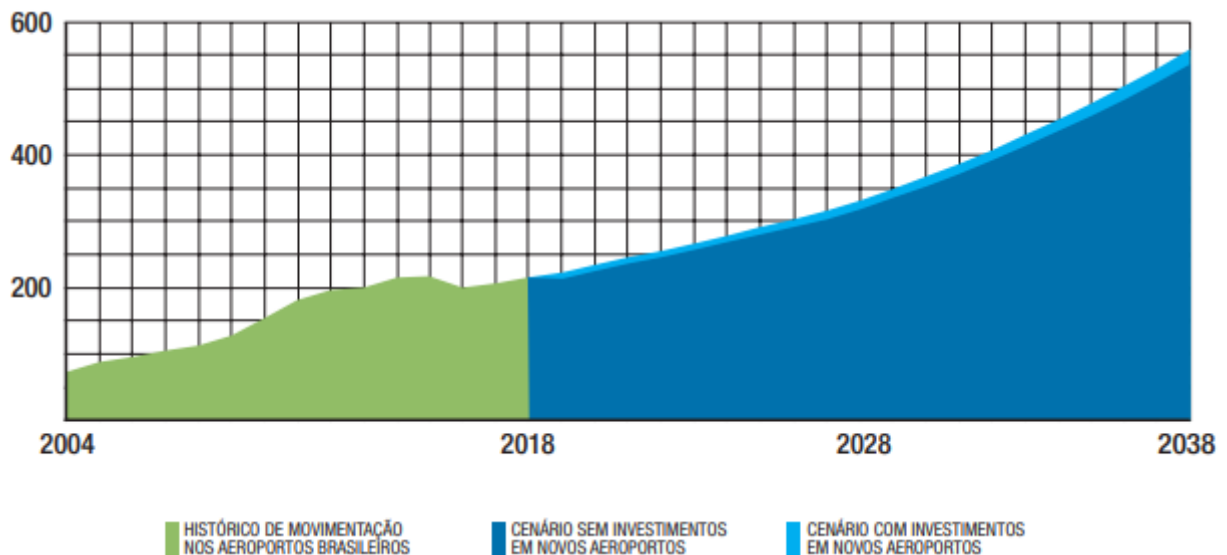
Portanto, este trabalho busca atribuir para o projeto de extensão Aerodesign do Instituto Federal do Piauí um desenvolvimento completo de estabilidade estática e dinâmica longitudinal, que são dependentes das geometrias das superfícies de controle e das empenagens horizontal e vertical. Assim, as análises e os cálculos são efetuados de acordo com a bibliografia e com o auxílio de softwares como o MatLab, possibilitando maior eficiência e precisão nos dados.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Este estudo voltado ao AeroDesign é de grande importância em decorrência a sua aplicabilidade à indústria aérea, uma vez que busca analisar as condições de estabilidade de uma aeronave rádio controlada, de acordo com os parâmetros geométricos que serão desenvolvidos também nesta pesquisa. Sendo assim, estudos recentes apresentados por Cortés e Silva (2018) verificaram uma dominância que a geometria, configuração e angulação das empenagens possuem em relação à um estudo de estabilidade.

Não somente isto, as condições de estabilidade também necessitam de uma margem onde o centro de gravidade possa variar de maneira que não afete a estabilidade da aeronave em um voo. Assim, Júnior *et al.* (2018) estudou a influência da deriva do centro de gravidade de um aeromodelo que apresentou grandes efeitos em a estabilidade e desempenho desta aeronave. Ademais, considerando uma visão otimista em relação ao PIB brasileiro, um cenário de passagens acessíveis, estima-se um crescimento de 4,6% ao ano para uma projeção de 20 anos (GOV, 2018).

Figura 1 – Projeções de movimentação de passageiros no Brasil



Fonte: GOV (2018)

Neste sentido, a necessidade deste estudo de estabilidade é palpável à medida que vemos recentes projetos apresentarem que há influências devido à geometria e deriva de centro de gravidade em a estabilidade. Ainda, a projeção apresentada por GOV (2018) na figura 1 torna ainda mais relevante este tipo de estudo a ser desenvolvido tendo em vista a necessidade da capacitação de futuros engenheiros advindos da equipe de AeroDesign do IFPI.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 Objetivo Geral**

Este estudo tem como objetivo geral projetar as superfícies de controle baseado na ideia de uma aeronave de boa controlabilidade, empenagens vertical e horizontal para promover uma estabilidade para com efeitos asa-fuselagem.

### **2.2 Objetivos específicos**

- Projetar as empenagens vertical e horizontal;
- Projetar as superfícies de controle;
- Validar as superfícies de controle por análise segundo a bibliografia;
- Analisar estabilidade estática longitudinal;
- Analisar estabilidade estática lateral;
- Analisar estabilidade estática direcional; e
- Analisar estabilidade dinâmica longitudinal.



### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

Acordando com a teoria newtoniana que fala sobre a inércia de um corpo, uma aeronave em um voo reto e nivelado apresenta equilíbrio ou trimagem, de acordo com a 2ª Lei de Newton, a somatória das forças atuantes em seu corpo é igual a zero. No entanto, não somente isto é interessante a mecânica de voo, como também, controlabilidade da aeronave, já que estas variáveis influenciam no quão bem o avião poderá voar (NELSON *et al.*, 1998).

O avanço tecnológico permitiu uma sofisticação dos veículos utilizados atualmente, para os quais o desenvolvimento de projeto de estabilidade para aeronaves rádio-controladas. Desta forma, salienta-se os principais assuntos necessários para projetar uma aeronave estável.

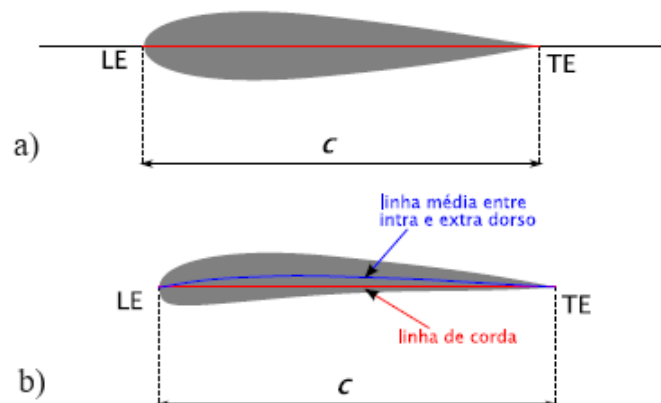
#### 3.1 COMPONENTES DE UMA AERONAVE

Para o projeto de estabilidade de uma aeronave é necessário conhecer os tipos de estruturas que irão causar efeitos de instabilidade e balanceamento no corpo da aeronave e quais poderão ser controláveis.

##### 3.1.1 Características de um perfil aerodinâmico

A relação entre as propriedades físicas de sustentação e arrasto geradas pelo escoamento do fluido em um perfil aerodinâmico está relacionada diretamente ao número de Reynolds que está compreendido entre  $[3 \cdot 10^5; 5 \cdot 10^5]$  (MIRANDA, 2014). Sendo assim, há perfis simétricos que para um ângulo de ataque nulo não gera sustentação; e assimétricos ocasiona pressões diferentes mesmo para ângulo de ataque nulo, como demonstrado na seguinte imagem:

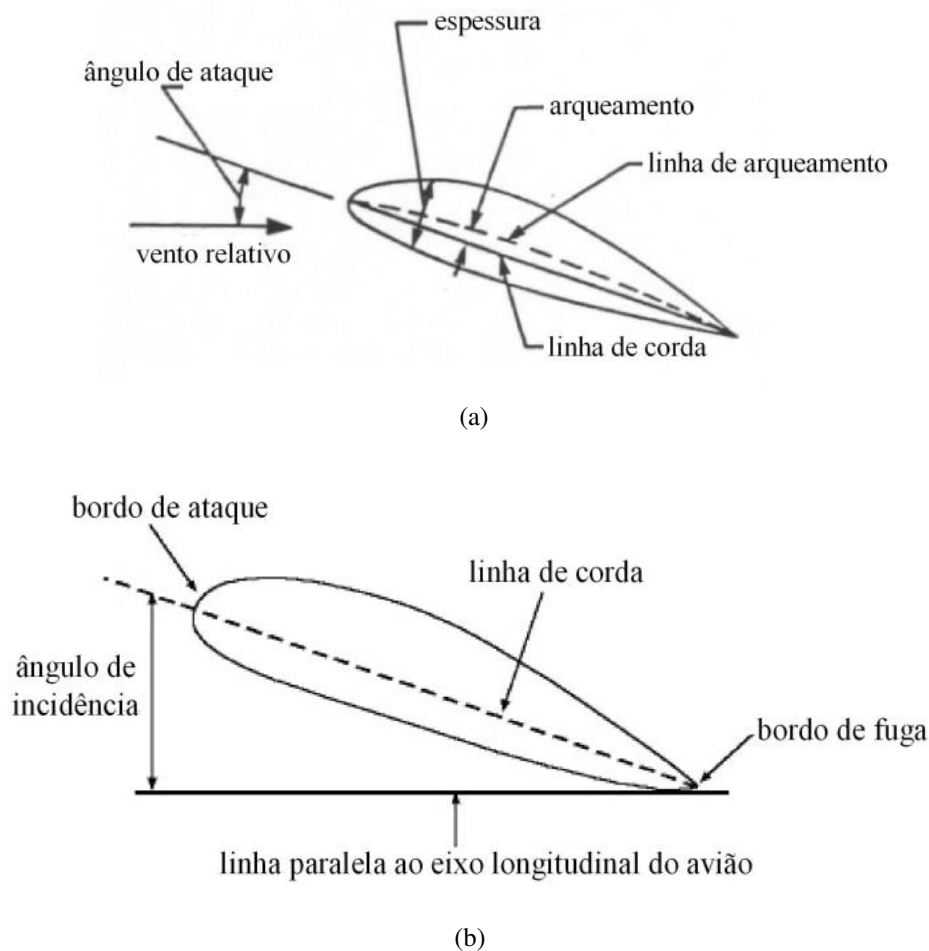
Figura 2 – Perfil simétrico a) e perfil com curvatura positiva b).



Fonte: Oliveira (2018)

Segundo Miranda (2014), o ângulo de ataque ( $\alpha$ ) é definido pela inclinação da corda do perfil ao vento relativo, o qual tem influência bastante elevada nas forças de arrasto e sustentação; geralmente seu valor máximo é por volta de  $15^\circ$  para não haver o estol que caracteriza a diminuição da força de sustentação. O ângulo de incidência ( $\theta$ ) é definido como aquele correspondente entre a inclinação da corda do perfil em relação a uma linha horizontal (paralela ao solo), na qual é responsável pela eficiência aerodinâmica do perfil; geralmente são usados pequenos ângulos para as asas.

Figura 3 – a) Definição de ângulo de ataque b) representação do ângulo de incidência



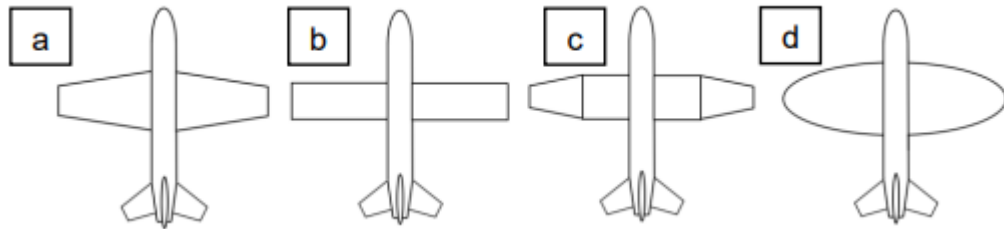
Fonte: Miranda (2014)

### 3.1.2 Tipos de geometria de superfícies de sustentação

As empenagens e asas podem possuir diversas formas de acordo com seus parâmetros de geometria. Os tipos mais comuns são apresentadas na figura 4 como: retangular (a), trapezoidal (b), mista (c) e elíptica (d). A geometria retangular possui baixa eficiência quando comparada à trapezoidal ou elíptica, devido aos esforços de flexão na raiz; a geometria trapezoidal possui boas

propriedades para minimização de efeitos de ponta de asa e baixos esforços à raiz; a geometria elíptica possui o mínimo de arrasto e o estol ocorre sobre toda a envergadura; e a geometria mista é uma mistura entre retangular e trapezoidal, que busca uma menor velocidade de estol (MIRANDA, 2014; ROSA, 2006).

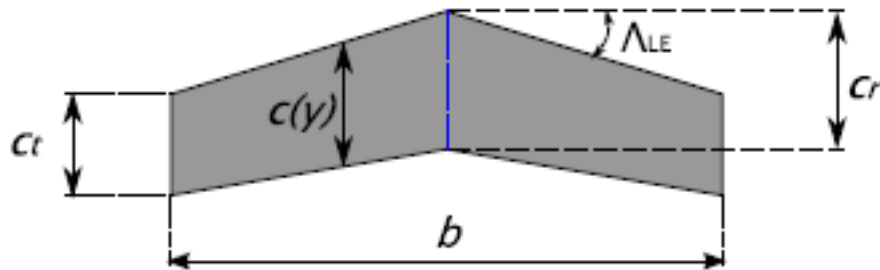
Figura 4 – Forma geométrica em planta das asas.



Fonte: Ávila (2019)

Além disso, Oliveira (2018) evidência na figura 5 os fatores que moldam a geometria destas superfícies de sustentação, que são: alongamento ( $A$ ), corda ( $c$ ), envergadura ( $b$ ), corda topo ( $c_t$ ), corda raiz ( $c_r$ ), enflechamento ( $\Lambda$ ).

Figura 5 – Asa trapezoidal.



Fonte: Oliveira (2018)

O enflechamento do bordo de ataque é identificado por ( $\Lambda_{LE}$ ), não obstante, os parâmetros de afilamento ( $\lambda$ ) e sua corda média aerodinâmica ( $\bar{c}$ ) podem ser encontrados por meio das equações 3.1 e 3.2, segundo Oliveira (2018):

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad (3.1)$$

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \cdot c_r \cdot \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} \quad (3.2)$$

Não somente isto, pode ser definido a área alar ( $S$ ) da superfície de sustentação que é

função da envergadura e do alongamento, como apresentado na equação 3.3, segundo Oliveira (2018).

$$S = \frac{b^2}{AR_w} \quad (3.3)$$

Sendo assim, configurar as superfícies sustentadoras torna-se algo simples, embora nada trivial, tendo em vista que é necessário os dados de entrada para o dimensionamento geométrico do objeto de estudo.

### 3.1.3 Tipos de empenagem

A cauda ou empenagem consiste na união de duas superfícies, sendo uma disposta à horizontal e outra à vertical, as quais podem estar à frente da asa ou após a asa (SADRAEY, 2012). A empenagem é conhecida como uma superfície estabilizadora que gera momentos restauradores para impedir, principalmente, a instabilidade que a asa gera para aeronaves reduzidas (HALLA *et al.*, 2018; MIRANDA, 2014).

Figura 6 – Principais tipos de empenagens



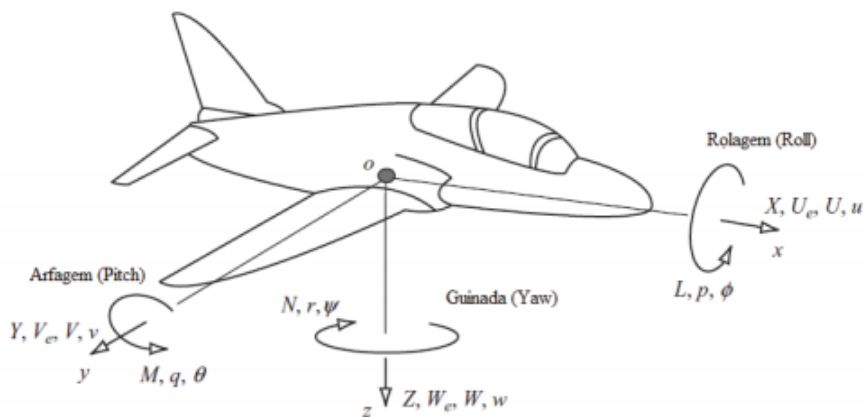
Fonte: Miranda (2014)

A empenagem convencional é configurada em uma empenagem vertical e outra horizontal, na qual suas respectivas função são de gerar estabilidade direcional e estabilidade longitudinal; a cauda em T é uma convencional invertida, este não sofre com as esteiras de vórtices geradas pela asa em relação à empenagem horizontal, mas tem problemas com estol; a cauda em V, possui deficiências em gerar estabilidade direcional e longitudinal, mas completa satisfatoriamente os requisitos de equilíbrio; a configuração cruciforme é uma mistura de configuração convencional e cauda em T, portanto, herdou problemas com estol devido a altura da superfície horizontal (MIRANDA, 2014; SADRAEY, 2012).

### 3.1.4 Superfícies de controle

Segundo Sadraey (2012), as superfícies de controle são importantes para o controle lateral, longitudinal e direcional, por conseguinte, também são capazes de auxiliar a aeronave chegar na condição de trimagem, tal qual acontece quando as somas das forças e momentos resultam em zero.

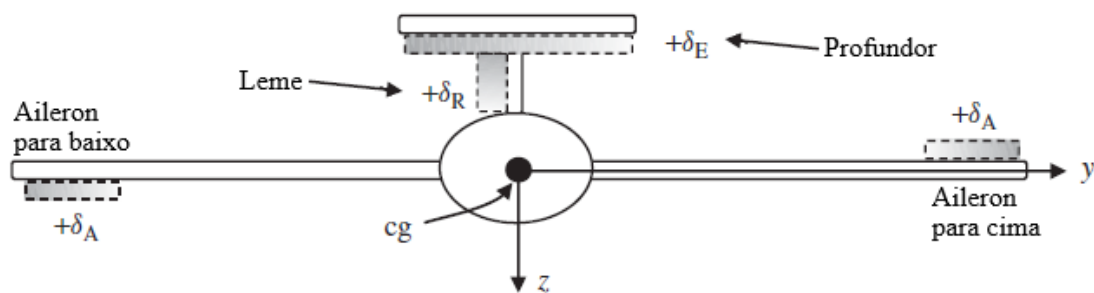
Figura 7 – Movimentos, forças e momentos na aeronave



Fonte: Cook (2012)

Não obstante, o movimento longitudinal ocorre por meio da deflexão do profundor e este ocorre no plano  $XZ$ ; o movimento ao redor do eixo  $X$  ocorre quando os ailerons de forma assimétrica (um para cima, outro para baixo) são defletidos, este é conhecido como rolagem; o movimento direcional ocorre quando o corpo rotaciona em relação ao eixo  $Z$ , o leme é acionado e gera uma mudança de direção chamada de guinada (SADRAEY, 2012).

Figura 8 – Principais superfícies de controle e suas deflexões



Fonte: Modificado Sadraey (2012)

Observa-se que  $\delta_A$  se refere à deflexão do aileron,  $\delta_R$  se refere à deflexão do leme e  $\delta_E$  se refere à deflexão do profundor.

### 3.2 DESIGN DA EMPENAGEM E SUPERFÍCIES DE CONTROLE

As superfícies de controle e empenagens têm por finalidade promover manobras corretivas e anular o fator de instabilidade causados pela asa e outros fatores desestabilizantes. Portanto, a figura 8 mostra as superfícies de controle, em que o leme é acoplado à empenagem vertical e o profundor à empenagem horizontal.

#### 3.2.1 Qualidade de voo

Para tornar uma boa qualidade de voo e uma boa manobrabilidade Sadraey (2012) recomenda fortemente a norma MIL-F-8785C que especifica na tabela 1 a classificação de aeronaves em 4 classes.

Tabela 1 – Classe das aeronaves.

| Classes | Características da aeronave         |
|---------|-------------------------------------|
| I       | Pequena e leve, abaixo de 6000kg    |
| II      | Médio peso e entre 6000kg a 30000kg |
| III     | Grande e pesado, acima de 30000kg   |
| IV      | Sem limite de peso, acrobático.     |

Fonte: Adaptado de Sadraey (2012)

Sadraey (2012) especifica os níveis de aceitabilidade e conforto do piloto, onde aeronaves muito confortáveis se configuram entre os níveis 1-3. O nível 1 apresenta um percentual de falha na potência de  $10^{-6}$ , o nível 2 apresenta um percentual de  $10^{-4}$  e o nível 3 apresenta um percentual de  $10^{-3}$ , cujo é desejável ser removido dos voos.

Não obstante, Sadraey (2012) apresenta as fases de voo, na qual são divididas em 3 fases A, B e C. A fase A apresenta manobras e precisão de rastreo; a fase B envolve manobras graduais e sem rastreo; a fase C envolve manobras graduais e com rastreo. As fases A e C são críticas e a fase B pode não ser.

Portanto, para um bom desenvolvimento das superfícies de controle Sadraey (2012) apresenta uma tabela 2 de valores típicos para superfícies de controle convencionais para empenagens convencionais.

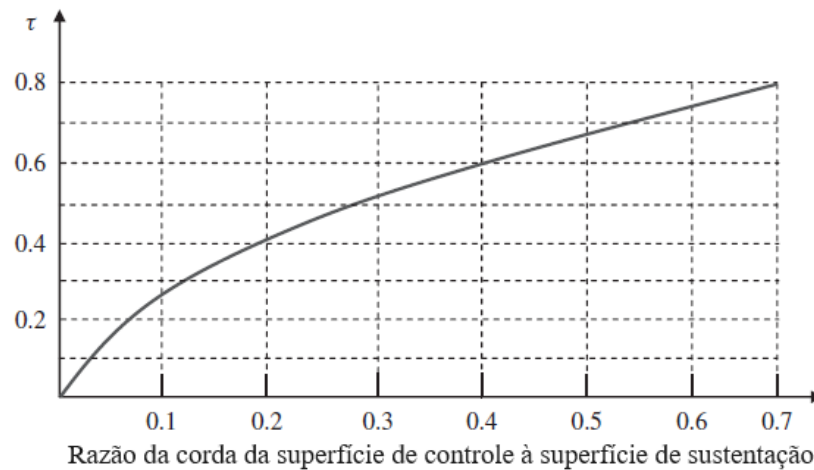
Tabela 2 – Valores típicos para geometria das superfícies de controle.

| Razões                                                                             | Profundor               | Aileron               | Leme                    |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| Área da superfícies de controle/<br>área da superfície de sustentação              | $S_E/S_h = 0,15 - 0,40$ | $S_A/S = 0,03 - 0,12$ | $S_R/S_v = 0,15 - 0,35$ |
| Envergadura da superfície de controle/<br>envergadura da superfície de sustentação | $b_E/b_h = 0,8 - 1$     | $b_A/b = 0,2 - 0,4$   | $b_R/b_v = 0,7 - 1$     |
| Corda da superfície de controle/<br>corda da superfície de sustentação             | $c_E/c_h = 0,2 - 0,4$   | $c_A/c = 0,15 - 0,3$  | $c_R/c_v = 0,15 - 0,4$  |
| Deflexão mínima da superfície de controle                                          | -25° (para cima)        | 25° (para baixo)      | -30° (para direita)     |
| Deflexão máxima da superfície de controle                                          | +20° (para baixo)       | 20° (para baixo)      | +30° (para esquerda)    |

Fonte: Adaptado de Sadraey (2012)

Sadraey (2012) apresenta a eficiência do ângulo de ataque da superfície de controle que depende da razão entre as cordas da superfície de controle em relação à superfície de sustentação na figura 9.

Figura 9 – Parâmetro de eficiência do ângulo de ataque da superfície de comando.



Fonte: Sadraey (2012)

### 3.2.2 Aileron

Para o dimensionamento do aileron é necessário observar a figura 8, que apresenta como funciona o movimento dos ailerons, e por meio disto é possível modelar matematicamente os efeitos de deflexão em função dos parâmetros da asa (SADRAEY, 2012).

$$L_A = q \cdot C_{l\delta A} \cdot \delta_A \cdot b \quad (3.4)$$

onde,  $C_{l\delta A}$  é o coeficiente de sustentação devido à deflexão do aileron e  $L_A$  é momento de rolagem aerodinâmico.

Não obstante, o coeficiente de sustentação devido à deflexão do aileron pode ser estimado a partir da equação 3.30:

$$C_{l\delta A} = \frac{2C_{L\alpha_w}\tau_a C_r}{S_w b} \int_{y_i}^{y_o} [1 + 2(\frac{\lambda - 1}{b})y] y dy \quad (3.5)$$

$y_i$  representa a posição inicial do aileron e  $y_o$  representa a posição final. Portanto, ao considerar que  $\delta_A$  irá gerar um momento de rolagem positivo que irá tornar o momento de rolagem aerodinâmico na equação 3.31:

$$L_A = 0,5\rho(P \cdot y_D)^2(S_w + S_h + S_v)C_{D_R} \cdot y_D \quad (3.6)$$

onde,  $\rho$  é a densidade do ar,  $P$  é a velocidade angular em torno do eixo  $X$ ,  $y_D$  é a distância da aplicação da força de arrasto de rolagem e  $C_{D_R}$  é o coeficiente de arrasto de rolagem que está compreendido numa margem de  $0,7 - 1,2$ . Ora, o termo  $P \cdot y_D$  é a velocidade linear de rolamento, logo:

$$L_A = 0,5\rho(V_R)^2(S_w + S_h + S_v)C_{D_R} \cdot y_D \quad (3.7)$$

Assim, podemos chegar na taxa de rolagem em estado estacionário que pode ser reconhecida da seguinte forma:

$$P_{ss} = \sqrt{\frac{2 \cdot L_A}{\rho(S_w + S_h + S_v)C_{D_R} \cdot y_D^3}} \quad (3.8)$$

Assim, a rolagem da aeronave pode ser descrita em valores de graus para um instante estacionário da seguinte maneira:

$$\Phi_1 = \frac{I_{XX}}{\rho(S_w + S_h + S_v)C_{D_R} \cdot y_D^3} \cdot \ln(P_{ss}^2) \quad (3.9)$$

Desta forma, é possível chegar ao valor de aceleração angular  $\dot{P}$ :

$$\dot{P} = \frac{P_{ss}^2}{2 \cdot \Phi_1} \quad (3.10)$$

Com isto podemos variar o ângulo desejado de acordo com os valores fornecidos pelas fases de voos para encontrarmos o tempo necessário para a mudança de ângulo.



$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Phi_{des}}{\dot{P}}} \quad (3.11)$$

De acordo com a tabela 3 e os valores de  $t_2$  para uma fase de voo desejada pode-se indicar o nível da aeronave para a classe I.

Tabela 3 – Tempo para a uma mudança de bank angle para classe I.

| Níveis de conforto | Fase A<br>Tempo para alcançar 60° (s) | Fase B<br>Tempo para alcançar 45° (s) | Fase C<br>Tempo para alcançar 30° (s) |
|--------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1                  | 1,3                                   | 1,7                                   | 1,3                                   |
| 2                  | 1,7                                   | 2,5                                   | 1,8                                   |
| 3                  | 2,6                                   | 3,4                                   | 2,6                                   |

Fonte: Adaptado de Sadraey (2012)

### 3.2.3 Empenagem horizontal

Assim, como o dimensionamento da empenagem vertical, a empenagem horizontal trabalha acoplado com um conjunto de dados da asa e do profundor, onde eles irão promover a melhor forma de adequar os dados geométricos da empenagem horizontal, propiciando um bom rendimento para a aeronave.

$$S_h = \frac{V_h \cdot S_w \cdot \bar{c}}{l_h} \quad (3.12)$$

onde,  $l_h$ ,  $\bar{c}$ , representam a distância da asa até a empenagem e o corda média aerodinâmica, de acordo com Miranda (2014).

Não obstante, com o valor de área encontrado é possível descobrir a envergadura ( $b_h$ ) do estabilizador horizontal com auxílio da tabela 2.

$$b_h = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot AR_w \cdot S_h} \quad (3.13)$$

Assim, é necessário encontrar os valores que condizem com a geometria da empenagem que são as cordas topo ( $Ct_h$ ) e raiz ( $Cr_h$ ).

$$\begin{cases} Cr_h = \frac{2 \cdot S_h}{b_h + \lambda \cdot b_h} \\ Ct_h = \lambda \cdot Cr_h \end{cases} \quad (3.14)$$

Portanto, a corda média aerodinâmica da empenagem horizontal pode ser determinada pela equação 3.2. Contudo, a altura da cauda é estimar por uma margem apresentada por Miranda (2014) entre 7° a 10° acima do bordo de fuga para fugir das esteiras de vórtice.

### 3.2.4 Empenagem vertical

Acoplado à superfície de referência, que na maioria das vezes é a asa da aeronave, o dimensionamento da empenagem vertical leva em consideração a posição e dados geométricos da asa para ser dimensionada, não somente isso, sua definição se dá por meio de dados já adotados na análise do leme.

$$S_v = \frac{V_v \cdot S \cdot b}{l_v} \quad (3.15)$$

onde,  $l_v$ ,  $V_v$ , apresentam a distancia da asa até a empenagem e o coeficiente de volume Miranda (2014). Portanto, seguindo o mesmo raciocínio para o desenvolvimento da geometria da empenagem horizontal, pode-se ser desenvolvida a geometria da empenagem vertical, com exceção da envergadura que mudará por se tratar de meia superfície:

$$b_v = 0,5 * \sqrt{\frac{2}{3} \cdot AR_w \cdot S_h} \quad (3.16)$$

### 3.2.5 Profundor

O profundor necessita de coeficientes aerodinâmicos para o seu desenvolvimento que são, coeficiente de momento em relação à deflexão do profundor  $C_{m_{\delta_E}}$  e coeficiente de sustentação em relação ao profundor  $C_{L_{\delta_E}}$ , ambos coeficientes impactam nas geometrias do profundor e empenagem horizontal (SADRAEY, 2012).

$$C_{m_{\delta_E}} = C_{L_{\alpha_h}} \cdot V_h \cdot \eta_h \cdot \tau_p \cdot \frac{b_p}{b_h} \quad (3.17)$$

$$C_{L_{\delta_E}} = C_{L_{\alpha_h}} \cdot \eta_h \cdot \tau_p \cdot \frac{b_p \cdot S_h}{b_h \cdot S} \quad (3.18)$$

onde  $C_{L_{\alpha_h}}$ ,  $\eta_h$  representam o coeficiente de sustentação e eficiência da empenagem horizontal, o  $\tau_p$  representa um valor empírico de entrada, enquanto o valor  $b_e$  representa a envergadura das superfícies em questão.

Além disso, estes coeficientes são importantes para a determinação das deflexões máxima e mínima que o profundor pode adotar, segundo (SADRAEY, 2012):

$$\delta_E = - \frac{\left( \frac{T \cdot z_T}{qS\bar{c} + C_{m_0}} \right) C_{L_\alpha} + (C_{L_1} - C_{L_0}) C_{m_\alpha}}{C_{L_\alpha} C_{m_{\delta_E}} - C_{m_\alpha} C_{L_{\delta_E}}} \quad (3.19)$$

onde,  $T \cdot z_T$  representa o momento gerado devido à tração do motor e  $C_{L_1}$  corresponde ao termo do coeficiente de sustentação devido ao peso  $\frac{W}{qS}$ .

Desta maneira, é possível dimensionar o profundor e descobrir suas deflexões.

### 3.2.6 Leme

Tomando a responsabilidade para promover movimentos de guinada para com o corpo da aeronave, o leme precisa ser dimensionado de forma eficiente para que sua deflexão gere uma resposta à altura mesmo em condições adversas. Desta maneira, os valores de coeficientes aerodinâmicos que são importantes para a geometria do leme e da empenagem vertical, e qualificação em relação aos seus resultados, coeficientes estes que são conhecidos como, coeficiente de força lateral devido à deflexão do leme  $C_{y_r}$ ; coeficiente de guinada à deflexão do leme  $C_{n_r}$  (SADRAEY, 2012).

$$C_{n_r} = C_{L_{\alpha_V}} \cdot V_v \cdot \eta_v \cdot \tau_r \cdot \frac{b_r}{b_v} \quad (3.20)$$

$$C_{y_r} = C_{L_{\alpha_V}} \cdot \eta_v \cdot \tau_r \cdot \frac{b_r \cdot S_v}{b_v \cdot S} \quad (3.21)$$

Assim, para determinar a deflexão requerida do leme ( $\delta_R$ ) e o ângulo de sidewash ( $\sigma$ ) é necessário estimar o parâmetro de velocidade total da aeronave e a força de vento cruzado:

$$\begin{cases} V_T = \sqrt{U_1^2 V_W^2} \\ F_W = 0,5 \cdot \rho V_W^2 S_S C_{D_y} \end{cases} \quad (3.22)$$

onde,  $U_1$  representa a velocidade do ar,  $V_W$  é a velocidade de vento cruzado,  $S_S$  é a área lateral da aeronave e  $C_{D_y}$  é o coeficiente de arrasto (SADRAEY, 2012).

Desta maneira, podemos montar o sistema linear que irá fornecer os valores de deflexão requerida e ângulo de sidewash que é o ângulo entre a velocidade real da aeronave em vento cruzado com o eixo longitudinal da aeronave.

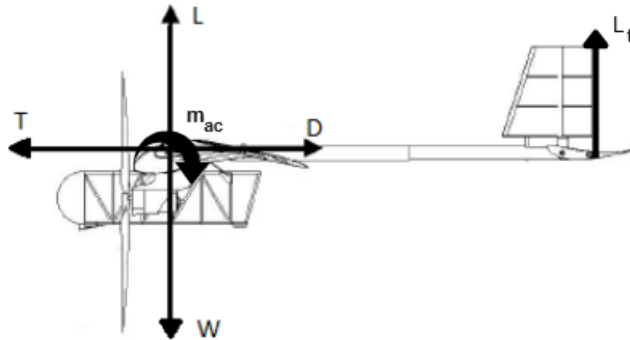
$$\begin{cases} 0,5\rho V_T^2 S b (C_{n_o} + C_{n_\beta} (\beta - \sigma) + C_{n_{\delta_R}} \cdot \delta_R) + F_W \cdot d_c \cos(\sigma) = 0 \\ 0,5\rho V_W^2 S_S C_{D_y} - 0,5\rho V_T^2 S (C_{y_o} + C_{y_\beta} (\beta - \sigma) + C_{y_{\delta_R}} \cdot \delta_R) = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

onde,  $C_{y_o}$  é o coeficiente de força lateral inicial,  $C_{n_o}$  é o coeficiente de guinada inicial e  $C_{y_\beta}$  é o coeficiente de força lateral devido ao ângulo de derrapagem.

### 3.3 ESTABILIDADE

Estabilidade, além de uma propriedade do equilíbrio de forças, é a tendência natural de um corpo retornar a sua posição de início após uma perturbação, na qual estas perturbações são causadas por influências do empuxo ( $T$ ), arrasto ( $D$ ), sustentação ( $L$ ), peso ( $W$ ) e o momento que acontece no centro aerodinâmico ( $m_{ac}$ ), desconsiderando as forças laterais (CORREA, 2019).

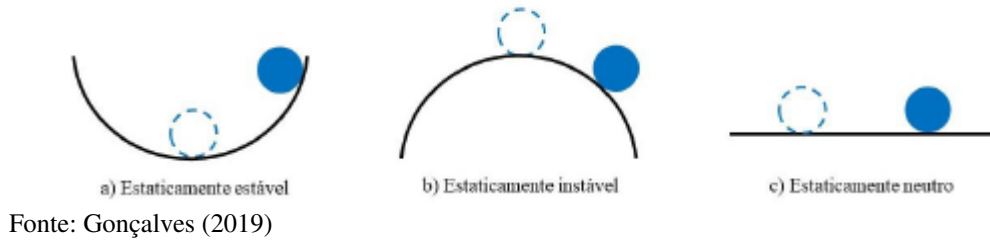
Figura 10 – Disposição de forças



Fonte: Adaptado de Correa (2019)

Sendo assim, a estabilidade pode ser dividida em estática e dinâmica. A estabilidade estática pode ser subdividida em estaticamente estável, instável e neutro (MIRANDA, 2014), como apresentado na figura 11. A estabilidade estaticamente estável é usada para classificar corpos que, quando estão sob perturbações tendem a voltar a seu estado de equilíbrio, devido ao momento restaurador ser negativo. A estabilidade estaticamente instável é usada para classificar corpos que, quando estão sob perturbações o seu momento restaurador é positivo. A estabilidade estaticamente neutra é usada para denominar corpos que possuem um momento restaurador igual a zero (OLIVEIRA, 2018).

Figura 11 – Estabilidade - a) estaticamente estável;b) estaticamente instável; c) estaticamente neutro



### 3.3.1 Estabilidade Estática Longitudinal

A estabilidade longitudinal estática de uma aeronave é relacionada com o coeficiente angular da curva do coeficiente do momento ao redor do Centro de Gravidade da aeronave em relação ao ângulo de ataque ( $\alpha$ ). Não obstante, este coeficiente de momento é definido pelos principais esforços gerados ao avião, segundo Miranda (2014):

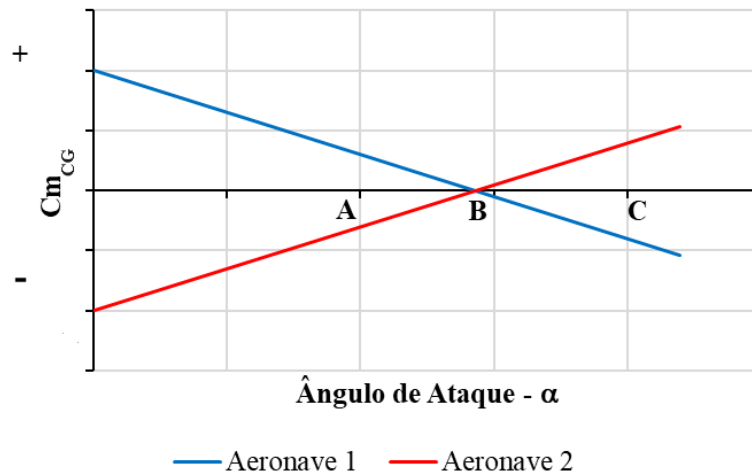
$$\begin{cases} m_{CG} = -T \cdot d_1 + L \cdot d_2 + D \cdot d_3 - L_t \cdot d_4 + m_{ac} \\ C_{m_{CG}} = \frac{m_{CG}}{q \cdot S \cdot \bar{c}} \end{cases} \quad (3.24)$$

em que  $m_{CG}$  é o momento gerado pela somatória dos momentos em torno do CG, na qual as distâncias em relação ao centro de gravidade e os pontos de ação são designados por  $d_i$ ,  $i \in [1;4]$ . Além disto, para tornar o momento em coeficiente é necessário o adimensionalizar, assim, é necessário utilizar o denominador como o produto entre a pressão aerodinâmica  $q$ , a área alar  $S$  e a corda média aerodinâmica  $\bar{c}$ .

$$C_{m_{CG}} = C_{m_\alpha} \cdot \alpha + C_{m_0} \quad (3.25)$$

Ao dar um parecer sobre o corpo estar estável é necessário que, em relação ao ângulo de ataque da aeronave, o coeficiente de momento seja uma função afim do tipo decrescente, que é preciso que seu coeficiente de momento angular ( $C_{m_\alpha}$ ) seja menor que zero e seu coeficiente de momento linear ( $C_{m_0}$ ) maior que zero, já que este é um momento restaurador (MIRANDA, 2014).

Figura 12 – Gráfico  $C_{m_{CG}} \times \alpha$



Fonte: Adaptado de Gonçalves (2019)

Portanto, a figura 12 apresenta um momento restaurador ( $C_{m_\alpha} < 0$ ) para a *Aeronave 1*, enquanto a *Aeronave 2* foge disto ( $C_{m_\alpha} > 0$ ). Note que o ponto B é ângulo de equilíbrio, onde os esforços externos não interferem na aeronave ( $C_{m_\alpha} = 0$ ), configurando-se em estabilidade neutra. O momento restaurador negativo tem por finalidade balancear o corpo contra uma força externa que diminua o ângulo de ataque, desta forma a aeronave longitudinalmente estável irá responder como na figura 13.

Figura 13 – Comportamento longitudinal de uma aeronave.



Fonte: Adaptado de Gonçalves (2019)

### 3.3.1.1 Influências das superfícies de sustentação

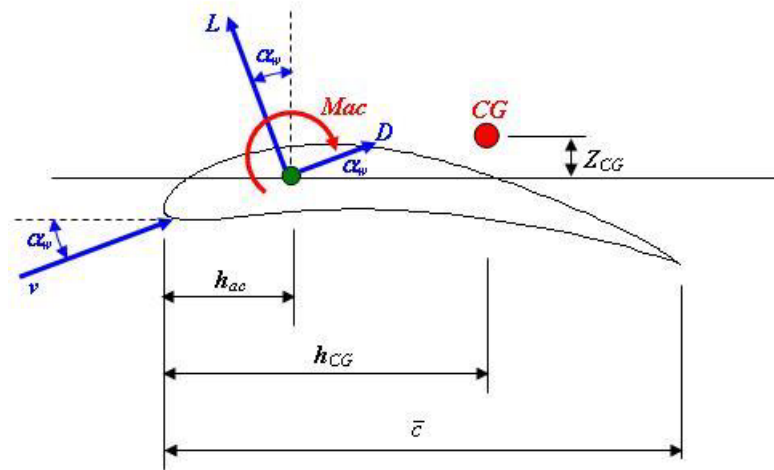
A realização de uma análise independente de cada componente da aeronave é de grande importância visto que, assim é possível visualizar quais partes contribuem de maneira positiva

e quais contribuem de maneira negativa para a estabilidade da aeronave. Os componentes analisados são: asa, fuselagem e o estabilizador horizontal (MIRANDA, 2014).

#### 3.3.1.1.1 Asa

No cálculo do momento contribuinte da asa, é levado em consideração as forças de arrasto e sustentação da asa geram um momento, o momento do centro aerodinâmico, as distâncias em relação ao bordo de ataque, o ângulo de ataque e a altitude do centro de massa.

Figura 14 – Contribuição da asa na estabilidade longitudinal estática.



Fonte: Miranda (2014)

Levando em consideração que o ângulo de ataque é muito pequeno e que a força de arrasto é desprezível em relação à força de sustentação, tem-se a seguinte equação (MIRANDA, 2014):

$$\begin{cases} m_{CG_w} = m_{ac} + L \cdot (h_{CG} - h_{ac}) \\ C_{m_{CG_w}} = C_{m_{ac}} + C_L \cdot \frac{h_{CG} - h_{ac}}{\bar{c}} \end{cases} \quad (3.26)$$

tomando o coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque como:  $C_L = C_{L_0} + a \cdot \alpha_w$ . Sendo  $a$  o coeficiente angular,  $C_{L_0}$  o coeficiente de sustentação para um ângulo de ataque igual a zero. na substituição, admitindo um  $\alpha_w = 0^\circ$ , tem-se:

$$C_{m_{CG_w}} = C_{m_{ac}} + C_{L_0} \cdot \frac{h_{CG} - h_{ac}}{\bar{c}} \quad (3.27)$$

Notando que para o coeficiente angular ser negativo, é necessário que o centro de

gravidade esteja à frente do centro aerodinâmico. Porém, como isto não ocorre, a asa passa a ser um fator desestabilizante para a aeronave, tornando importante a presença da superfície horizontal da empenagem (MIRANDA, 2014).

### 3.3.1.1.2 Empenagem horizontal

Para avaliar o momento contribuinte da superfície horizontal da empenagem é analisado as forças de arrasto e sustentação e o momento do centro aerodinâmico da empenagem. Em o cálculo é desconsiderado a distância do CG à altura da asa, a força de arrasto e o ângulo de incidência do vento à empenagem, já que é menor que o ângulo de ataque da asa, portanto, tem-se (MIRANDA, 2014):

$$m_{CG_T} = -l_t \cdot L_t \quad (3.28)$$

A sustentação da empenagem é dada por:  $L_t = \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot S_t \cdot C_{L_t}$ , substituindo e adimensionando, tem-se:

$$C_{m_{CG_T}} = \frac{-l_t \cdot S_t}{S_w \cdot \bar{C}} \cdot C_{L_t} \cdot \eta \quad (3.29)$$

O coeficiente de momento da empenagem é a relação entre a pressão dinâmica da asa e a pressão dinâmica atuante na superfície da empenagem, chamada de eficiência de cauda, que se encontra entre 80% e 95% dependendo da localização da empenagem em relação à asa.  $S_t$  é a área da superfície horizontal da empenagem,  $S_w$  área da asa e  $C_{L_t}$  o coeficiente de sustentação da empenagem (MIRANDA, 2014).

Não obstante, o coeficiente de sustentação é a função A razão entre o volume característico da dimensão e posição da cauda  $-l_t \cdot S_t$  e o volume característico da dimensão da asa  $S_w \cdot \bar{C}$ , gera o volume da empenagem horizontal, dado por (MIRANDA, 2014):

$$V_H = \frac{-l_t \cdot S_t}{S_w \cdot \bar{C}} \quad (3.30)$$

Sendo assim, (MIRANDA, 2014) conclui que o projetista pode manipular o valores do braço de momento  $l_t$ , da área do estabilizador horizontal  $S_t$  e do coeficiente angular  $C_{L_t}$ , para atingir a estabilidade desejada.



Não obstante, pode-se averiguar a estabilidade baseado no coeficiente de momento em relação ao ângulo de ataque da empenagem na perspectiva de uma função afim, logo:

$$C_{m_{CG_t}} = C_{m_{\alpha_t}} \cdot \alpha_t + C_{m_{0_t}} \quad (3.31)$$

Logo, as equações necessárias para encontrar o coeficiente de momento angular e linear são:

$$\begin{cases} C_{m_{0_t}} = -V_H \cdot \eta \cdot C_{L_{0_t}} + V_H \cdot \eta \cdot C_{L_{\alpha_t}} \cdot (i_w - i_t + \varepsilon_0) \\ C_{m_{\alpha_t}} = -V_H \cdot \eta \cdot C_{L_{\alpha_t}} \cdot (1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}) \end{cases} \quad (3.32)$$

em que o termo  $\varepsilon_0$  representa o ângulo de ataque induzido (downwash) para um ângulo de ataque igual a zero e o termo  $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$  representa a taxa de mudança de ângulo de ataque induzido em função do ângulo de ataque (MIRANDA, 2014). Assim, Conforme observado aqui, uma superfície da cauda localizada atrás da asa pode ser usada para garantir que o avião tenha um  $C_{m_{0_t}}$  positivo e um  $C_{m_{\alpha_t}}$  negativo.

#### 3.3.1.1.3 Fuselagem

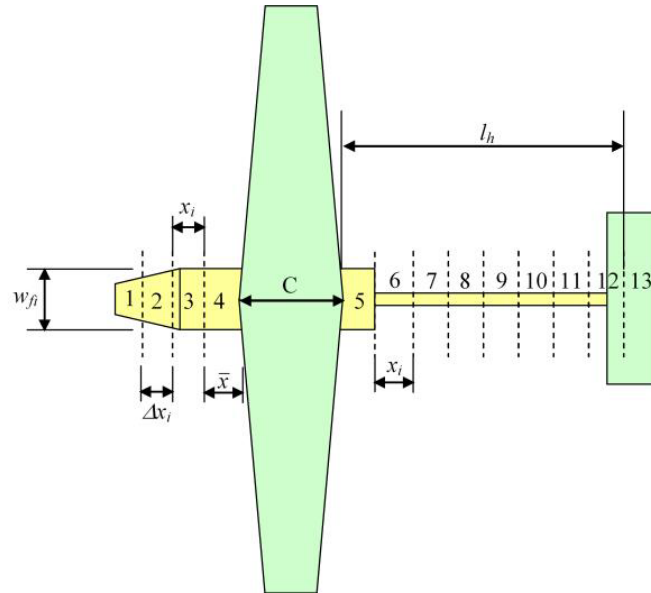
A principal função da fuselagem é fornecer espaço para a tripulação e carga útil, como passageiros e carga (NELSON *et al.*, 1998). Assim, Para uma fuselagem que contribua de forma positiva na estabilidade longitudinal estática da aeronave é importante projetá-la com as menores dimensões possíveis, para diminuir o arrasto parasita e o peso estrutural da aeronave (MIRANDA, 2014).

A partir da figura 16 é possível localizar os segmentos da aeronave e seguir para o desenvolvimento das equações de momento linear e angular gerados pela fuselagem. Portanto, o coeficiente de momento linear é dado pela equação 3.33, segundo Miranda (2014):

$$C_{m_{0_f}} = \frac{(k_2 - k_1)}{36,5 \cdot S_w \cdot \bar{c}} \cdot \sum_0^{l_f} w_f^2 \cdot (\alpha_{0w} + i_f) \cdot \Delta x \quad (3.33)$$

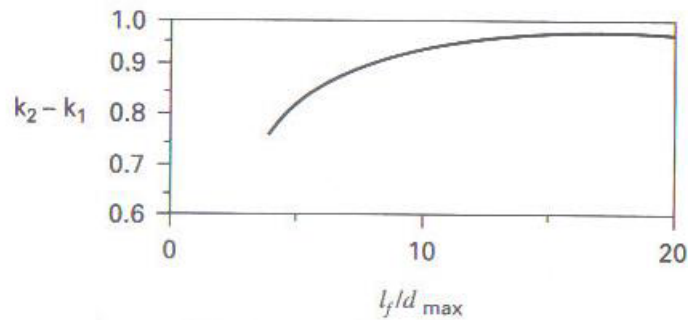
assim,  $w_f$  é a largura média da fuselagem,  $i_f$  é o ângulo de incidência da fuselagem e  $\alpha_{0w}$  representa o ângulo de sustentação nulo da asa em relação a linha de referencial da fuselagem. Desta forma, para chegar no fator de correção  $(k_2 - k_1)$  é necessário seguir a imagem abaixo e fazer a relação entre o comprimento  $l_f$  e o diâmetro máximo  $d_{máx}$

Figura 15 – Representação dos segmentos da fuselagem para a determinação de  $C_{m0_f}$  e  $C_{m\alpha_f}$ .



Fonte: Miranda (2014)

Figura 16 – Determinação da relação  $(k_2 - k_1)$  em função da relação  $l_f/d_{m\acute{a}x}$ .



Fonte: Miranda (2014)

Não obstante, o coeficiente de momento angular gerado pelo corpo da fuselagem pode ser descrito pela equação 3.14:

$$C_{m\alpha_f} = \frac{1}{36,5 \cdot S_w \cdot \bar{c}} \cdot \sum_0^{l_f} w_f^2 \cdot \frac{\partial \varepsilon_u}{\partial x} \cdot \Delta x \quad (3.34)$$

Observa-se que parte da fuselagem à frente da asa está em upwash e a parte traseira está no fluxo de downwash (MIRANDA, 2014). Assim, o termo  $\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}$  varia ao longo do corpo da fuselagem.

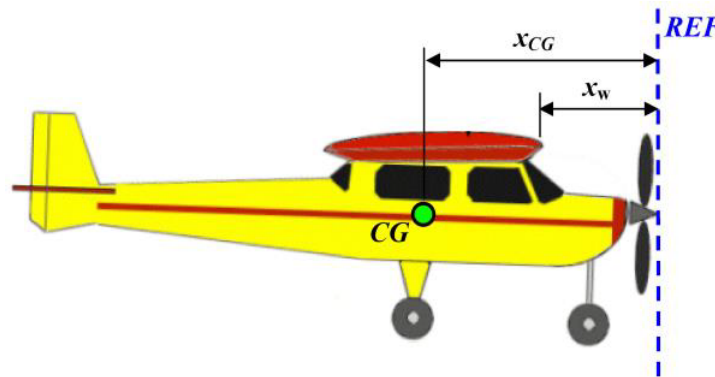
### 3.3.1.2 Centro de Gravidade

A estabilidade da aeronave é afetada pelos esforços externos que movem o CG. Assim, o posicionamento do centro de gravidade da aeronave é dado pela equação 3.15, segundo Miranda (2014):

$$\overline{X_{CG}} = \frac{\sum W \cdot d}{\sum W} \quad (3.35)$$

Sendo  $w \cdot d$  o momento gerador de cada componente da aeronave, e,  $w$  é seu peso. Para este cálculo é interessante adotar um referencial no corpo estudado para determinar as distâncias ( $d$ ).

Figura 17 – Posição do CG em relação à porcentagem de corda média aerodinâmica



Fonte: Miranda (2014)

Miranda (2014) analisando a figura 17 é notou a possibilidade de encontrar uma boa manobrabilidade e estabilidade para uma aeronave quando seu centro de gravidade pode ser encontrada pela equação 3.16:

$$CG\%_c = \frac{\overline{X_{CG}} - X_w}{\bar{c}} \cdot 100\% \quad (3.36)$$

$X_w$  é a posição do bordo de ataque em relação ao referencial adotado, e,  $\bar{c}$  é a corda média aerodinâmica.

### 3.3.1.3 Ponto neutro e margem estática

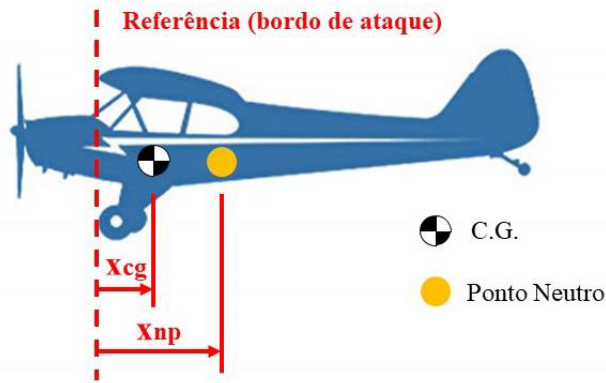
O ponto neutro é definido por Halla *et al.* (2018) como sendo a localização do centro de gravidade onde proporciona estabilidade longitudinal neutra, ou seja, que está na iminência da

instabilidade, em que o  $C_{m_\alpha} = 0$ . Desta forma, partindo da equação da somatória dos coeficientes de momento se tem:

$$\begin{cases} C_{m_\alpha} = C_{m_{\alpha_w}} + C_{m_{\alpha_t}} + C_{m_{\alpha_f}} \\ C_{m_0} = C_{m_{0_w}} + C_{m_{0_t}} + C_{m_{0_f}} \end{cases} \quad (3.37)$$

Desta maneira, para obter a localização do ponto neutro que é medida por uma referência definida como o bordo de ataque da asa como mostrado na figura 18.

Figura 18 – Ponto Neutro



Fonte: Gonçalves (2019)

Com isto, o ponto neutro pode ser definido como um percentual da corda média aerodinâmica, segundo Miranda (2014)

$$h_{NP} = \frac{X_{NP}}{\bar{c}} \cdot 100\% \quad (3.38)$$

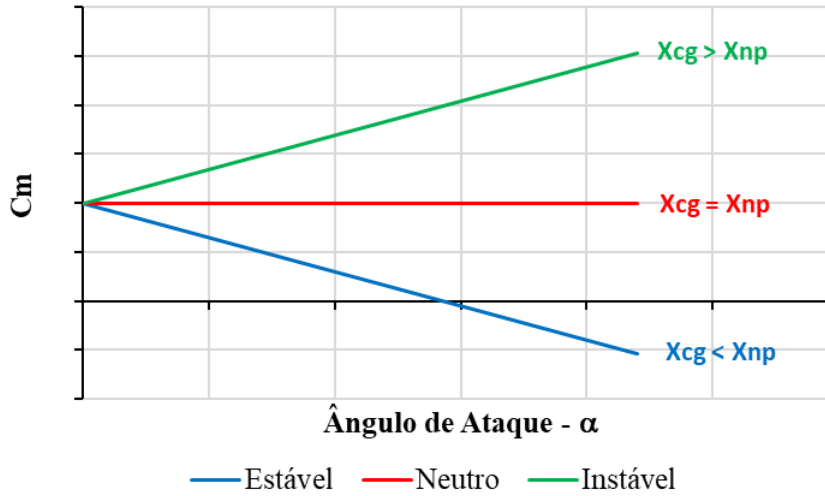
Diante deste raciocínio, faz-se  $C_{m_\alpha} = 0$  para a equação 3.37.

$$h_{NP} = \frac{X_{NP}}{\bar{c}} = \frac{X_{ac}}{\bar{c}} - \frac{C_{m_{\alpha_f}}}{C_{L_{\alpha_w}}} + V_H \cdot \eta \cdot \frac{C_{L_{\alpha_t}}}{C_{L_{\alpha_w}}} \cdot \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \quad (3.39)$$

Por meio da variação do CG o coeficiente angular de momento em relação ao ângulo de ataque varia suas características que podem ser configuradas nos três modos de estabilidade longitudinal estática já apresentados (MIRANDA, 2014).

A margem estática pode ser definida por meio da diferença entre a posição do ponto neutro e do centro de gravidade relativos à corda aerodinâmica média. A margem estática é um

Figura 19 – Relação entre ponto neutro e CG



Fonte: Gonçalves (2019)

fator importante, tendo em vista que pode quantificar o quanto o CG pode transitar sem provocar instabilidade (HALLA *et al.*, 2018).

$$ME = \frac{X_{NP} - \overline{X_{CG}}}{\bar{c}} \cdot 100\% \quad (3.40)$$

Segundo Miranda (2014), a margem estática deve ser positiva, pois apresentam bons resultados quanto a estabilidade e manobrabilidade da aeronave de pequeno porte.

### 3.3.2 Estabilidade Estática Direcional

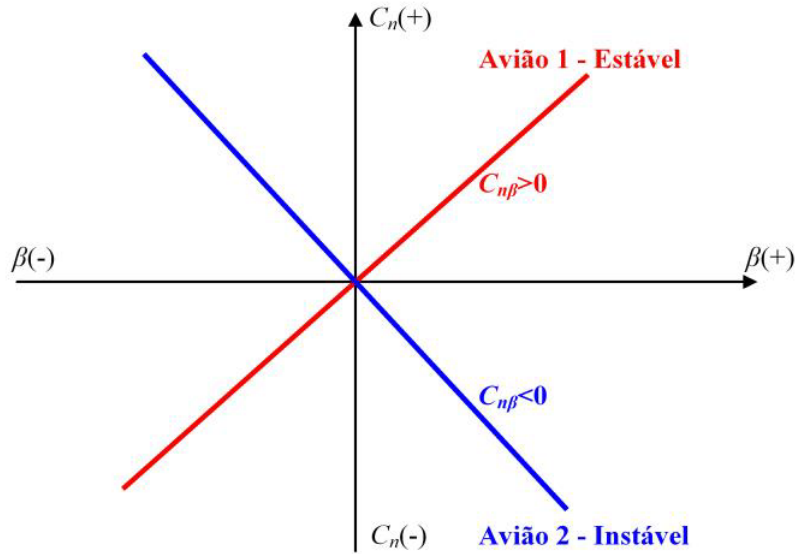
Segundo Halla *et al.* (2018), a estabilidade estática direcional está totalmente ligada à relação entre coeficiente de momento de guinada e o ângulo de derrapagem ( $\beta$ ), que é formado entre o vetor de velocidade da aeronave e seu eixo longitudinal ( $X$ ).

Halla *et al.* (2018) conclui que para ocorrer estabilidade direcional deverá haver um momento restaurador de guinada que direciona o avião ao vento relativo, ou seja, sua posição de equilíbrio. Sendo assim, as principais contribuições para este momento restaurador são devidas ao conjunto asa-fuselagem e empenagem vertical.

#### 3.3.2.1 Asa-Fuselagem

Miranda (2014), Nelson *et al.* (1998) afirmam que o conjunto asa-fuselagem tem uma ação desestabilizante na aeronave, na qual sua maior influência é devido à fuselagem; a empenagem vertical participar nesta como um fator de balanceamento para estabilização direcional. Sendo

Figura 20 – Critério necessário para se garantir a estabilidade direcional estática



Fonte: Miranda (2014)

assim, sua contribuição pode ser expressa desta forma:

$$C_{n\beta_{wf}} = -K_n \cdot K_{RL} \frac{S_f \cdot l_f}{S_w \cdot b} \quad (3.41)$$

Em que o  $C_{n\beta_{wf}}$  representa o coeficiente angular de momento de guinada,  $0,001 \leq K_n \leq 0,005$  representa um fator de interferência da fuselagem,  $1 \leq K_{RL} \leq 2,2$  representa um valor relacionado ao número de Reynolds da fuselagem,  $S_f$  representa a área projetada da fuselagem e  $l_f$  representa o comprimento da fuselagem (MIRANDA, 2014).

### 3.3.2.2 Empenagem vertical

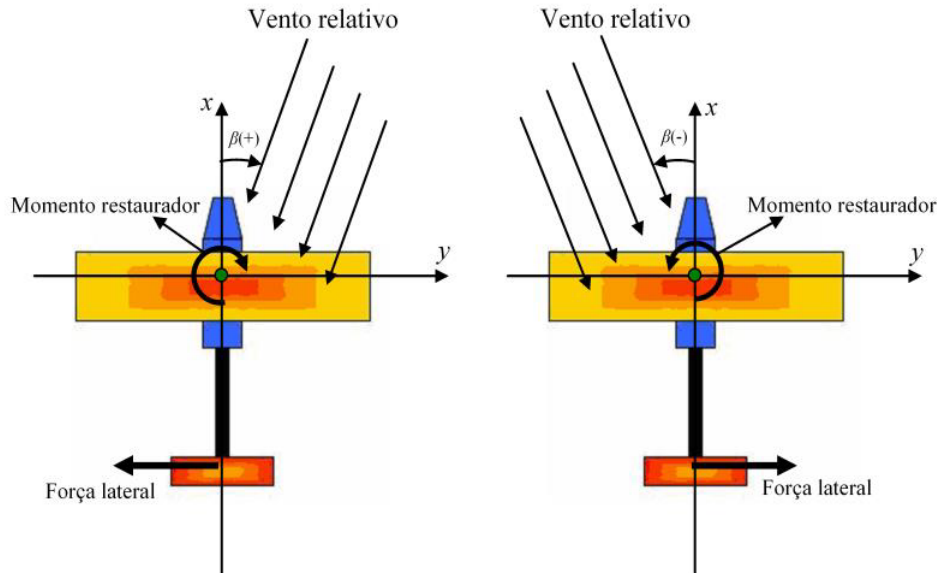
Miranda (2014) apresenta que a contribuição da empenagem vertical está diretamente ligada à força lateral que ocorre nela devido ao ângulo de derrapagem, já apresentado.

Sendo assim, gera um momento restaurador que é descrito na seguinte equação:

$$N_v = [F_v] \cdot l_v = [-q \cdot S_v \cdot C_{L_{\alpha v}} \cdot (\beta + \sigma)] \cdot l_v \quad (3.42)$$

onde,  $F_v$  é a força lateral,  $q$  é a pressão aerodinâmica,  $S_v$  é a área da empenagem vertical,  $C_{L_{\alpha v}}$  é o coeficiente angular de sustentação,  $\sigma$  é o ângulo de ataque induzido lateral (sidewash) e  $l_v$  é o braço de momento (MIRANDA, 2014).

Figura 21 – Contribuição da superfície vertical da empenagem para a estabilidade direcional estática de uma aeronave.



Fonte: Miranda (2014)

Assim, pode-se chegar na contribuição da empenagem vertical para a estabilidade direcional da aeronave, equação 3.23.

$$C_{n\beta_v} = \eta_v \cdot V_v \cdot C_{L_{av}} \cdot \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \quad (3.43)$$

a razão  $\frac{d\sigma}{d\beta}$  representa a taxa de mudança de ângulo de ataque induzido lateral em função do ângulo de derrapagem (MIRANDA, 2014).

Portanto, caracterizando todos as influências da estabilidade direcional estática, pode-se chegar à contribuição total na somatória dos componentes (MIRANDA, 2014).

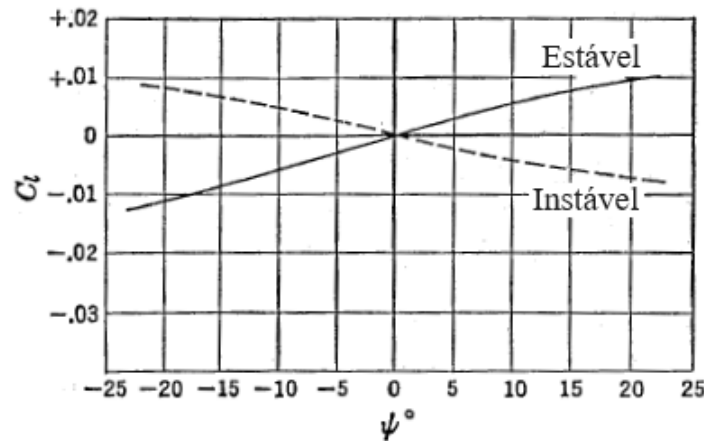
$$C_{n\beta_{total}} = C_{n\beta_v} + C_{n\beta_{wf}} \quad (3.44)$$

### 3.3.3 Estabilidade Estática Lateral

Segundo Perkins e Hage (1949), uma aeronave é lateralmente estável quando possui um momento de rolagem positivo para uma mudança de ângulo de guinada ( $\psi$ ). Este movimento é controlado pelos ailerons localizados às asas e suas principais influências estão ligadas ao ângulo de diedro ( $\Gamma$ ), ângulo de enflechamento ( $\Lambda$ ) e a posição da asa e da empenagem vertical em relação à fuselagem (MIRANDA, 2014; PERKINS; HAGE, 1949; HALLA *et al.*, 2018).

Observa-se na figura 22 ao receber uma rajada de vento lateral que promova a rotação da aeronave em relação ao eixo axial, a aeronave com um momento restaurador positivo em

Figura 22 – Critério necessário para se garantir a estabilidade lateral estática.



Fonte: Perkins e Hage (1949)

relação ao ângulo oposto  $\psi$  ao ângulo de derrapagem  $\beta$  consegue tornar a aeronave à sua origem (PERKINS; HAGE, 1949).

### 3.3.3.1 Efeito do ângulo de diedro $\Gamma$

Segundo os estudos de Perkins e Hage (1949) em ensaios de tuneis de vento, foi observado que o grande desafio para encontrar a contribuição do ângulo de diedro e estimar o valor de  $C_{l\psi\Gamma=0}$ , este que represente o coeficiente de rolagem para um diedro zero, em um experimento de túnel de vento. Não obstante, a contribuição pode ser expressa por:

$$C_{l\psi} = C_{l\psi\Gamma=0} + 0,002\Gamma^\circ \quad (3.45)$$

Outrossim, Perkins e Hage (1949) observa dois tipos de fatores que contribuem para asa e empenagem vertical, um deles é referente à posição das superfícies de sustentação em relação à fuselagem e os fatores do coeficiente de rolagem. O coeficiente de rolagem gerado pela asa, ainda devido ao ângulo de diedro é posto como:

$$C_{l\psi w} = C_{l\psi\Gamma} \cdot \Gamma + \Delta C_{l\psi\Gamma} \quad (3.46)$$

o parâmetro  $\Delta C_{l\psi\Gamma}$  depende da ordenação da ponta da asa e o fator de posição de asa  $(\Delta C_{l\psi})_1$ .



### 3.3.3.2 Efeito da Empenagem Vertical

A contribuição da empenagem vertical para a estabilidade lateral é dado pela seguinte equação, segundo Perkins e Hage (1949):

$$C_{l\psi_v} = C_{L\alpha_v} \cdot \frac{S_v \cdot z_v}{S_w \cdot b} \cdot \eta_v \quad (3.47)$$

onde,  $C_{L\alpha_v}$  é o coeficiente de sustentação,  $S_v$  é a área da empenagem vertical,  $z_v$  é a altura em relação à fuselagem,  $\eta_v$  é a eficiência da empenagem vertical e o fator de influência em relação à sua posição  $(\Delta C_{l\psi})_2$ .

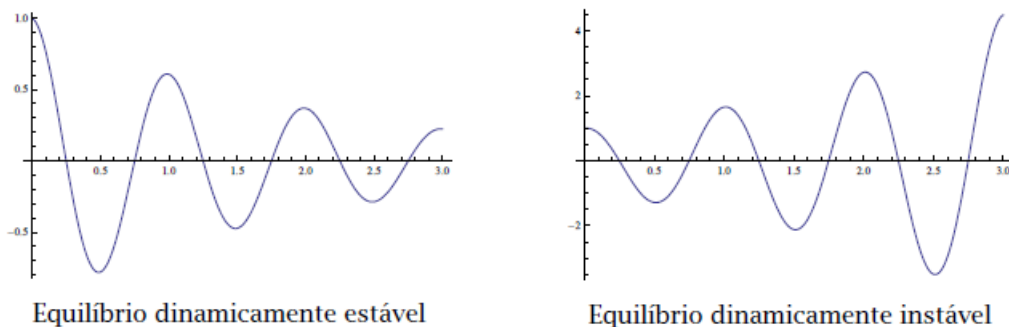
Desta maneira, torna-se possível saber o coeficiente de momento de rolagem restaurador para a aeronave completa.

$$C_{l\psi} = C_{l\psi_w} + (\Delta C_{l\psi})_1 + C_{l\psi_v} + (\Delta C_{l\psi})_2 \quad (3.48)$$

### 3.3.4 ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL

As equações de movimento são necessárias para descrever o comportamento dinâmico de um corpo apresentado na figura 23, e a partir disto, descrever o seu nível de estabilidade. Logo, para conseguir este tipo de ação é importante o uso da técnica de funções de transferência.

Figura 23 – Forças e momentos atuantes na aeronave.



Fonte: Cook (2012)

Sendo assim, partindo da análise da figura 7 é possível utilizar da 2ª lei newtoniana para descrever as equações de vibração que são causadas por efeitos aerodinâmicos, efeitos gravitacionais, movimentos de controles aerodinâmicos, efeitos de tração do motor e distúrbios atmosféricos (COOK, 2012).

Por conseguinte, as equações podem ser escritas de forma linearizada considerando uma aeronave com pequenas perturbações, e que as forças atmosféricas são nulas (NELSON *et al.*, 1998).

$$\begin{cases} \left( \frac{d}{dt} - X_u \right) \Delta u - X_w \Delta w + (g \cos(\theta_0)) \Delta \theta = X_\delta \Delta \delta + X_{\delta_T} \Delta \delta_T \\ -Z_u \Delta u + \left[ (1 - Z_w \frac{d}{dt}) - Z_w \right] \Delta - \left[ (u_0 - Z_q \frac{d}{dt}) - g \sin(\theta_0) \right] \Delta \theta = Z_\delta \Delta \delta + Z_{\delta_T} \Delta \delta_T \\ -M_u \Delta u - \left( M_w \frac{d}{dt} + M_w \right) \Delta w + \left( \frac{d^2}{dt^2} - M_q \frac{d}{dt} \right) \Delta \theta = M_\delta \Delta \delta + M_{\delta_T} \Delta \delta_T \end{cases} \quad (3.49)$$

onde,  $X$  e  $Z$  representam as forças em  $x$  e  $z$ , respectivamente, os subíndices  $u$ ,  $\delta_T$ ,  $\delta_{ew}$  representam as influências que as forças sofrem devido a velocidade axial, controles propulsivo e aerodinâmico, e velocidade angular,  $\theta$  representa o ângulo de arfagem e  $\Delta$  representa a variação dos parâmetros.

Não obstante, é necessário utilizar dos conceitos de variáveis de estado para resolver este tipo de EDO, em que será trabalhado os autovetores e autovalores para encontrar as respostas devidas às perturbações (NELSON *et al.*, 1998), logo:

$$\dot{x} = Ax + B\eta \quad (3.50)$$

onde,  $x$  é o vetor de estado,  $\eta$  é o vetor de controle,  $A$  e  $B$  são os vetores de derivadas de estabilidade da aeronave.

Desta forma, podemos montar o seguinte sistema para a resolução destas equações de movimento longitudinal.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ M_u + M_w \frac{d}{dt} & M_w + M_w \frac{d}{dt} & M_q + M_w u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$x = \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_\delta & X_{\delta_T} \\ Z_\delta & Z_{\delta_T} \\ M_\delta + M_w Z_\delta & M_{\delta_T} + M_w Z_{\delta_T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$\eta = \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \delta_T \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Portanto, com este sistema linearizado e analisado por variáveis de estado é possível observar o comportamento do movimento longitudinal de uma aeronave sem a parcela de controle. Não obstante, para a solução deste sistema Nelson *et al.* (1998) apresenta as derivadas longitudinais na imagem abaixo.

Figura 24 – Derivadas longitudinais.

$$\begin{aligned} X_u &= \frac{-(C_{D_u} + 2C_{D_0})QS}{mu_0} & X_w &= \frac{-(C_{D_w} - C_{L_0})QS}{mu_0} \\ Z_u &= \frac{-(C_{L_u} + 2C_{L_0})QS}{mu_0} & \\ Z_w &= \frac{-(C_{L_w} + C_{D_w})QS}{mu_0} & Z_{\dot{w}} &= C_{z_{\dot{w}}} \frac{\bar{c}}{2u_0} QS/(u_0 m) \\ Z_{\dot{u}} &= u_0 Z_w & Z_{\dot{w}} &= u_0 Z_{\dot{w}} \\ Z_q &= C_{z_q} \frac{\bar{c}}{2u_0} QS/m & Z_{\delta_e} &= C_{z_{\delta_e}} QS/m \\ M_u &= C_{m_u} \frac{(QS\bar{c})}{u_0 I_y} & \\ M_w &= C_{m_w} \frac{(QS\bar{c})}{u_0 I_y} & M_{\dot{w}} &= C_{m_{\dot{w}}} \frac{\bar{c}}{2u_0} \frac{QS\bar{c}}{u_0 I_y} \\ M_{\dot{u}} &= u_0 M_w & M_{\dot{w}} &= u_0 M_{\dot{w}} \\ M_q &= C_{m_q} \frac{\bar{c}}{2u_0} (QS\bar{c})/I_y & M_{\delta_e} &= C_{m_{\delta_e}} (QS\bar{c})/I_y \end{aligned}$$

Fonte: Nelson *et al.* (1998)

Assim, para uma solução homogênea da equação 3.50 será utilizado os ideias de autovetores e autovalores para encontrar as raízes relacionadas aos modos de estabilidade dinâmica, o autovalor de maior parte imaginária será o curto período e o outro par será o modo fugóide (BRITO, 2021). Seguindo a equação 3.56 proposta por Nelson *et al.* (1998), pode-se chegar ao valores de amortecimento e frequência destes modos de vibração, suas raízes podem ser expressar em termos da frequência natural  $\omega_n$  e amortecimento  $\zeta$ :

$$\lambda = -\zeta \omega_n \pm i \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3.56)$$

Assim, por meio dos autovetores dos modos de vibração, pode-se discretizar os autovalores e autovetores que para o eixo longitudinal serão gerados pares de autovalores reais e complexos 3.56.

#### 3.3.4.1 Aproximações longitudinais

Os modos longitudinais de estabilidade dinâmica podem ser apresentados como uma mudança gradual de energia potencial e cinética devido ao equilíbrio em altitude e velocidade do ar (NELSON *et al.*, 1998). O modo fugóide sofre de acordo com o comportamento da arfagem, altitude e velocidade para um ângulo de ataque constante.

Sendo assim, o modo fugóide pode ser apresentado para uma situação que negligencia-se o momento de arfagem para um ângulo de ataque zero, segundo Nelson *et al.* (1998) o estado longitudinal homogêneo pode ser expresso com:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & -g \\ \frac{-Z_u}{u_0} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Resolvendo por autovetores e autovalores é possível encontrar as raízes para o modo fugaide por meio da seguinte equação (NELSON *et al.*, 1998):

$$\lambda_f = \left[ X_u \pm \sqrt{X_u^2 + 4 \frac{Z_u g}{u_0}} \right] / 2 \quad (3.58)$$

Não obstante, a frequência natural e o amortecimento podem ser apresentados por:

$$\begin{cases} w_{n_f} = \sqrt{\frac{-Z_u g}{u_0}} \\ \zeta_f = \frac{-X_u}{2w_{n_f}} \end{cases} \quad (3.59)$$

No entanto, Nelson *et al.* (1998) afirma que o modo de curto período pode ser escrita em termos do ângulo de ataque para a variação de velocidade axial nula e o negligenciamento das forças em X. Logo, a equação do estado longitudinal para o curto período é dada como:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\alpha} \\ \Delta\dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_\alpha}{u_0} & 1 \\ M_\alpha + M_{\dot{\alpha}} \frac{Z_\alpha}{u_0} & M_q + M_{\dot{q}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta q \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Resolvendo esta equação, segundo Nelson *et al.* (1998), é possível chegar nos autovalores apresentados na seguinte equação:

$$\lambda_{cp} = \frac{\left(M_q + M_{\dot{q}} + \frac{Z_\alpha}{u_0}\right)}{2} \pm \frac{\left[\left(M_q + M_{\dot{q}} + \frac{Z_\alpha}{u_0}\right)^2 - 4\left(M_q \frac{Z_\alpha}{u_0} - M_\alpha\right)\right]^{1/2}}{2} \quad (3.61)$$

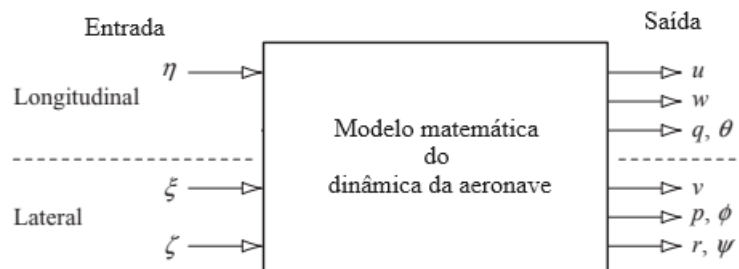
Assim, a frequência natural e o amortecimento podem ser apresentados como:

$$\begin{cases} w_{ncp} = \left[\left(M_q \frac{Z_\alpha}{u_0} - M_\alpha\right)\right]^{1/2} \\ \zeta_{cp} = \frac{\left[M_q + M_{\dot{q}} + \frac{Z_\alpha}{u_0}\right]}{2w_{ncp}} \end{cases} \quad (3.62)$$

### 3.3.4.2 Funções de transferência

A equação 3.50 ao ser analisada em sua totalidade, ou seja, com o termo de controle, é necessário que sua solução ocorra por Transformadas Rápidas de Fourier para a obtenção de uma resposta linearmente dinâmica a uma entrada de controle para uma aeronave simétrica (NELSON *et al.*, 1998).

Figura 25 – Relacionamento de entrada-saída de uma aeronave.



Observe que para esta análise é considerada uma resposta do profundor  $\eta(s)$ . Assim, as respostas de velocidade axial  $u$ , a velocidade em  $z$   $w$ , a velocidade angular  $q$  e o ângulo de arfagem  $\theta$  em relação ao profundor são dadas por (NELSON *et al.*, 1998):

Figura 26 – As quatro respostas para a função de transferência.

$$\frac{u(s)}{\eta(s)} \equiv \frac{N_u^u(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_u(s + 1/T_u)(s^2 + 2\zeta_u\omega_us + \omega_u^2)}{(s^2 + 2\zeta_p\omega_ps + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_ss + \omega_s^2)}$$

$$\frac{w(s)}{\eta(s)} \equiv \frac{N_w^w(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_w(s + 1/T_w)(s^2 + 2\zeta_w\omega_ws + \omega_w^2)}{(s^2 + 2\zeta_p\omega_ps + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_ss + \omega_s^2)}$$

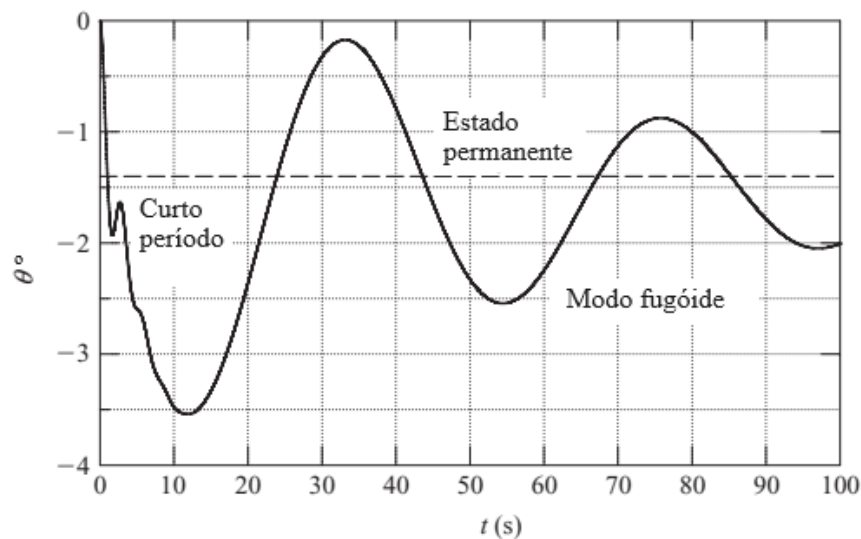
$$\frac{q(s)}{\eta(s)} \equiv \frac{N_q^q(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_q(s + (1/T_{\theta_1}))(s + (1/T_{\theta_2}))}{(s^2 + 2\zeta_p\omega_ps + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_ss + \omega_s^2)}$$

$$\frac{\theta(s)}{\eta(s)} \equiv \frac{N_\theta^\theta(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_\theta(s + (1/T_{\theta_1}))(s + (1/T_{\theta_2}))}{(s^2 + 2\zeta_p\omega_ps + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_ss + \omega_s^2)}$$

Fonte: Cook (2012)

Assim, utilizando o método de funções de transferência em conjunto com o método de lugar das raízes é possível descrever as respostas de uma aeronave para o comando do profundor por meio da análise das raízes encontradas devido à estabilidade dinâmica da aeronave (NELSON *et al.*, 1998).

Figura 27 – Resposta do ângulo de arfagem em relação ao degrau do profundor.



Fonte: Adaptado de Cook (2012)

Neste exemplo de resposta ao degrau para o ângulo de arfagem, observa-se que não

é necessário um tempo de resposta completo, uma vez que as raízes como principal modo, o amortecimento e a frequência natural são obtidos pela equação características (SADRAEY, 2012). Note que na figura 27 é possível identificar os modos longitudinais.

#### 3.3.4.3 Critério de Rough-Hurwitz

O critério de Rough-Hurwitz é um critério de teste para estabilidade dinâmica de um sistema linearizado. Este critério consiste em analisar as equações características, na qual não é necessário a obtenção de raízes (SADRAEY, 2012).

Sendo assim, tomando uma equação característica do exemplo 9.1 de Sadraey (2012):

$$\Delta(s) = s^4 + 1,326s^3 + 1,219s^2 + 1,096s - 0,015 = 0 \quad (3.63)$$

O critério de Rough-Hurwitz afirma que os coeficientes de uma equação característica ao apresentarem um coeficiente igual a zero ou negativo, então pelo menos uma raiz será zero ou positiva que simboliza um sistema instável ou, no melhor dos casos, neutro. Não somente isto, ao analisar uma equação característica é importante definir que ela possua os coeficientes diferentes de zero e que tenham o mesmo sinal para que haja estabilidade (SADRAEY, 2012).

## 4 METODOLOGIA

Para a realização deste projeto foram coletados dados aerodinâmicos, estruturais e de desempenho, que são importantes para integração entre as disciplinas necessárias para o desenvolvimento de um projeto para a competição de Aerodesing da SAE Brasil. Estes fatores coletados foram tratados por meio de ferramentas matemáticas para manipula-los e realizar as análises referentes aos objetivos deste trabalho de conclusão de curso.

### 4.1 DIMENSIONAMENTO DE EMPENAGENS E SUPERFÍCIES DE CONTROLE

O dimensionamento das empenagens depende diretamente do tipo de configuração de cauda, assim é tomado por Sadraey (2012) a escolha da empenagem convencional ou T-inverso. Este tipo de empenagem é a mais implementa em uma maioria de 60% das aeronaves, na qual apresenta boa performance em condições de voo regulares, baixo peso e grande eficiência, tendo em vista que promove todas as funções da cauda como: equilíbrio (trimagem), estabilidade e controle.

Tabela 4 – Dados de entrada da asa.

| Parâmetros | Dados                 |
|------------|-----------------------|
| $AR_w$     | 5,13[m]               |
| $\Gamma$   | 0                     |
| $\bar{c}$  | 0,35[m]               |
| $h_{ac}$   | 25,4%                 |
| $S_w$      | 0,63[m <sup>2</sup> ] |
| $b$        | 1,8[m]                |
| $i_w$      | 2°                    |

Fonte: Autoria própria

Desta forma, para caracterizar as dimensões das empenagens é de grande importância trabalhar escolher os coeficientes que são de grande relevância apresentados por Sadraey (2012) dentro dos intervalos e a tabela 4 de dados de entrada fornecidos por aerodinâmica, como:  $-0,2 \leq C_{m_{\delta E}} \leq -4,0$  e  $C_{n_{\delta r}} < -0,4$  [rad<sup>-1</sup>]. Portanto os valores mais adequados de coeficientes para esta configuração de aeronave foram:  $C_{m_{\delta E}} = -0,689$ [rad<sup>-1</sup>] e  $C_{n_{\delta r}} = -0,0022$ [rad<sup>-1</sup>]

Tendo em vista que estes valores de  $C_{m_{\delta E}}$  e  $C_{n_{\delta r}}$  ao serem interpolados geraram valores de coeficiente de volumes para as empenagens de  $V_v = 0,06$  e  $V_h = 0,49$ , que estão dentro da margem  $0,04 \leq V_v \leq 0,06$  e  $0,35 \leq V_h \leq 0,50$  para as empenagens baseado nas margens ditas como boas para aeronaves de pequeno porte para a competição SAE Brasil, segundo Miranda



(2014).

Além disso, é necessário observar as margem que o afilamento pode ser trabalhado, que são:  $0,45 \leq \lambda \leq 1$  (RAYMER, 1992; MATSUO *et al.*, 2011). O estudo tem o foco de priorizar a facilidade para manufatura com baixos valores e bom comando devido às características de estol satisfatórias, segundo Matsuo *et al.* (2011), logo foi escolhido o valor  $\lambda = 1$  para a empenagem horizontal com intenção de uma fácil manufatura e para a empenagem vertical  $\lambda = 0,79$  com o intuito de promover uma baixa força lateral.

Assim, foi recebido das demais competências da equipe os coeficientes aerodinâmicos de sustentação, alongamento, envergadura e corda aerodinâmica média da asa e os braços de momento das empenagens para encontrar as variáveis necessárias para a geometria da empenagem horizontal seguindo as equações 3.12 a 3.14, tendo em vista que a altura da empenagem escolhida foi  $10^\circ$ , já que é o maior valor sugerido por Miranda (2014) para fuga das esteiras de vórtices. Assim, é possível obter todos os valores geométricos, como: corda topo, corda raiz, envergadura e área.

Além disso, para obter os valores bons geométricos da empenagem vertical basta seguir a equação 3.15 para encontrar sua área e as demais equações utilizadas para o dimensionamento da empenagem horizontal.

Ainda, os percentuais foram escolhidos de acordo com o intervalo de coeficientes apresentados na tabela 2. Com isto, é possível encontrar os dados de área, para o dimensionamento das superfícies de controle, apresentados nesta tabela e por meio destes encontrar os valores de eficiência do ângulo de ataque da superfície de comando utilizando a figura 9 para o aileron, profundor e leme. Além disso, os valores de corda e envergadura podem ser encontrados por meio desta mesma tabela 2 para todas as superfícies de controle.

## 4.2 ANÁLISE DE ESTABILIDADE ESTÁTICA.

Para a análise de estabilidade longitudinal completa seguindo os critérios apresentados na tabela 5, foi necessário que houvesse o dimensionamento dos estabilizadores para a equipe de aerodinâmica fornecer os dados advindos da geometria por análise fluido dinâmica computacional, que fornece dados de coeficiente de sustentação devido à empenagem vertical, horizontal e asa-fuselagem, posição do centro aerodinâmico, ângulos de incidência das superfícies sustentadoras, ângulo de downwash e upwash ao ângulo de ataque zero, taxa de mudança do ângulo de downwash e upwash e eficiência das empenagens, assim como os coeficientes de momento do

corpo asa-fuselagem e ao redor do centro aerodinâmico.

Tabela 5 – Condições de estabilidade estática.

| Eixo         | Condição                                    | Autor                 |
|--------------|---------------------------------------------|-----------------------|
| Longitudinal | $C_{m_\alpha} < 0$ e $C_{m_{\alpha=0}} > 0$ | Miranda (2014)        |
| Lateral      | $C_{l_\psi} > 0$ e $C_{l_{\psi=0}} = 0$     | Perkins e Hage (1949) |
| Direcional   | $C_{n_\beta} > 0$ e $C_{n_{\beta=0}} = 0$   | Miranda (2014)        |

Fonte: Autoria própria

### Longitudinal

Neste sentido é possível seguir com o desenvolvimento das equações e descobrir os valores de coeficiente de momento para a aeronave completa, o componente desestabilizante (corpo asa-fuselagem) e o componente estabilizante (empenagem horizontal), e assim se desenvolve a estabilidade estática longitudinal criteriada por (MIRANDA, 2014; NELSON *et al.*, 1998).

Além disso, seguindo a tabela de valores de Miranda (2014) para a margem estática que ocorre entre  $10\% \leq ME \leq 20\%$ , os valores para a posição do centro de gravidade em relação à corda média aerodinâmica  $20\% \leq \frac{\bar{X}_{CG}}{\bar{C}} \leq 35\%$  e com o resultado da equação 3.39 e o valor da corda aerodinâmica  $\bar{c} = 25,17\%$  é possível passar os valores máximo e mínimo que o centro de gravidade pode assumir para a equipe de estruturas que irão selecionar o melhor CG para uma variação de carga durante o voo.

Note que este desenvolvimento depende completamente do dimensionamento apresentado no tópico passado, onde as análises aerodinâmicas acontecem após o desenvolvimento daquela atividade. Logo, foram considerados os critérios de estabilidade longitudinal.

### Direcional

Seguindo a mesma ideia do recebimento de inputs advindos da equipe de aerodinâmica já citados e dados geométricos da área lateral da fuselagem seu comprimento lateral. Utilizando a margem de dados fornecida por Miranda (2014), foi considerado os piores casos dos fatores de interferência da fuselagem, que são  $K_{RL} = 2,2$  e  $K_n = 0,005$ , que são necessários para estimar a contribuição do corpo asa-fuselagem para a estabilidade estática direcional por meio da equação 3.41.

Para a influência da empenagem vertical é importante buscar os valores geométricos e aerodinâmicos obtido no dimensionamento e na análise fluido dinâmica computacional, assim basta utilizar da equação 3.43. Portanto, a influência à estabilidade estática direcional total pode ser obtida seguindo a soma destas equações.

## Lateral

Perkins e Hage (1949) mostra que a estabilidade lateral depende com maior dos efeitos da asa, ângulo de diedro (fornecido por aerodinâmica) e empenagem vertical. Para a asa, o fator de ordenação da ponta da asa muda para estas situações de  $\Delta C_{l_{\psi\Gamma}} = 0,0002$  para ponta crescente, o oposto para ponta decrescente, senão zero. O fator de posição da asa pode assumir três valores como:  $(\Delta C_{l_{\psi}})_1 = 0,0006$  para asa alta,  $(\Delta C_{l_{\psi}})_1 = 0$  asa média e  $(\Delta C_{l_{\psi}})_1 = -0,0008$  asa baixa.

O efeito da empenagem vertical pode ser mensurado pela equação 3.47 com os valores já obtidos e so efeitos da sua altura em relação à fuselagem que pode assumir três situações:  $(\Delta C_{l_{\psi}})_2 = -0,00016$  para empenagem alta,  $(\Delta C_{l_{\psi}})_2 = 0$  empenagem média e  $(\Delta C_{l_{\psi}})_2 = 0,00016$  para empenagem baixa. Sendo assim, a soma de todas as parcelas que influência a estabilidade lateral representa a influência geral do corpo.

### 4.3 ANÁLISE DE SUPERFÍCIES DE CONTROLE

Com os coeficientes adimensionais já escolhidos da melhor maneira para respeito dos critérios de estabilidade e para design das superfícies de sustentação estabilizadoras e superfícies de comando de acordo com as orientações de Sadraey (2012).

#### Aileron

O dimensionamento do aileron é baseado principalmente no coeficiente de sustentação devido ao aileron  $C_{l_{\delta_A}}$  máximo que depende das dimensões da asa, do aileron e de sua sustentação. Além disso, a velocidade linear de rolagem presente na Equação 3.32 é uma função da velocidade de estol  $V_R = 1,3V_s$  e o coeficiente de arrasto  $C_{D_R} = 0,7$  que é a influência da fuselagem e uma deflexão máxima de  $\delta_A = \pm 25^\circ$ , segundo Sadraey (2012).

Com os dados de aileron e asa já obtidos pelas análises aerodinâmicas foi fornecido pela a equipe de aerodinâmica os valores de inputs necessários para a obtenção dos dados de tempo requerido para um dado ângulo.

Tabela 6 – Dados de entrada para aileron.

| Parâmetros         | Dados                 |
|--------------------|-----------------------|
| $\lambda_w$        | 0,5                   |
| $\tau_a$           | 0,53                  |
| $S_h$              | $0,116[m^2]$          |
| $S_v$              | $0,075[m^2]$          |
| $C_{l_{\alpha_w}}$ | $0,066[rad^{-1}]$     |
| $I_{xx}$           | $0,083[kg \cdot m^2]$ |

Fonte: Autoria própria

Assim, é utilizado a especificação da tabela 2 que determina tempos adequados para atingir ângulos desejados de rolagem para aviões da classe 1 e é a classe da aeronave projetada, foram utilizados valores para o ângulo de rolagem e o tempo mínimo contidos na tabela 3, que apresenta os valores recomendados e seus níveis de conforto.

### Profundor

O profundor pode atuar na estabilidade longitudinal deslocando o comportamento da aeronave de acordo com suas deflexões; para encontrar as deflexões máxima e mínima foi utilizado a equação 4.1 na qual o termo que representa o momento devido à tração será desconsiderado, já que o motor é admitido na mesma linha do centro de gravidade, portanto:

$$\delta_E = -\frac{(C_{L1} - C_{L0})C_{m\alpha}}{C_{L\alpha}C_{m\delta_E} - C_{m\alpha}C_{L\delta_E}} \quad (4.1)$$

Com o dados de coeficiente de momento devido ao profundor apresentado anteriormente e os valores de inputs fornecidos na tabela 7 é possível chegar nos valores de  $C_{L\delta_E}$ .

Tabela 7 – Dados de entrada para profundor.

| Parâmetros         | Dados             |
|--------------------|-------------------|
| $C_{l_{\alpha_h}}$ | $0,046[rad^{-1}]$ |
| $C_{l_0}$          | $0,623[rad^{-1}]$ |
| $\eta_h$           | 0,9               |
| $\tau_p$           | 0,60              |

Fonte: Autoria própria

Além disso, os termos de sustentação foram obtidos por uma variação de uma velocidade de  $V_s = 12,3m/s$  (velocidade de estol) considerada a deflexão mínima e uma  $V_{max} = 35m/s$  (velocidade máxima) que leva à deflexão máxima, estes valores foram fornecidos pela equipe de desempenho. Ao adicionar estes valores ao coeficiente de momento da aeronave é possível notar uma translação da curva no sentido do coeficiente de momento ao gráfico  $C_{mCG} \times \alpha$

### Leme

Segundo Sadraey (2012), ao tomar o valor de coeficiente de guinada à deflexão do leme e força lateral devido à deflexão do leme para uma situação que a aeronave esta enfrentando um pouso com vento cruzado, que segundo a norma MIL-F-8785C especifica que o leme deve suportar uma velocidade  $V_w = 20[knots]$  para aviões de classe 1. Além disso, a equipe de aerodinâmica forneceu os seguintes dados de entrada.

Tabela 8 – Dados de entrada para leme.

| Parâmetros         | Dados             |
|--------------------|-------------------|
| $C_{l_{\alpha_r}}$ | $0,063[rad^{-1}]$ |
| $\eta_v$           | 0,9               |
| $\tau_r$           | 0,6               |

Fonte: Autoria própria

Seguindo estas orientações e os valores de  $C_{y_r} = 0,005[rad^{-1}]$ ,  $C_{n_\beta} = 0.0022[rad^{-1}]$  e  $C_{y_\beta} = -0,008[rad^{-1}]$  fornecidos pela equipe de aerodinâmica, após análise das superfícies, será possível encontrar a deflexão do leme ( $\delta_R$ ) e o ângulo de sidewash ( $\sigma$ ).

#### 4.4 ANÁLISE DE ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL

Seguindo como apresentado por Nelson *et al.* (1998), Cook (2012) por meio da entrada dos coeficientes adimensionais de estabilidade dinâmica longitudinal foi possível realizar o cálculo dos coeficientes dimensionais apresentados na Figura 24, e assim podemos chegar nas equações características da equação 3.50 que nos permitirá avaliar em sua totalidade as informações acerca do nível de estabilidade do modelo Nelson *et al.* (1998).

Ademais, para resolver a matriz de estados é de suma importância os seguintes dados de entrada fornecidos por estruturas na tabela 9.

Tabela 9 – Dados de entrada para análise dinâmica.

| Variáveis | Valores             |
|-----------|---------------------|
| m         | $10,000kg$          |
| $\rho$    | $1,125kg/m^3$       |
| $I_x$     | $0,696kg \cdot m^2$ |
| $I_y$     | $0,319kg \cdot m^2$ |
| $I_z$     | $1,012kg \cdot m^2$ |

Fonte: Autoria própria

Além deste, é importante salientar as derivadas aerodinâmicas adimensionais que são importantes para o cálculo das derivadas dimensionais na tabela 10.

Tabela 10 – Dados de entrada das derivadas adimensionais longitudinais.

|                | CX     | CZ     | CM     |
|----------------|--------|--------|--------|
| u              | -0,397 | -2,092 | 0,000  |
| $\alpha$       | 0,547  | -3,943 | -1,169 |
| $\dot{\alpha}$ | 0,000  | -0,957 | -2,378 |
| q              | 0,000  | -2,529 | -6,288 |
| $\delta_e$     | 0,000  | -0,259 | -0,644 |

Fonte: Autoria própria

Assim, por meio destas tabelas a equação característica é encontrada e pode ser usada para chegar nos autovalores e autovetores que para o eixo longitudinal serão gerados pares de autovalores reais e complexos 3.56. Além disso, para analisar a estabilidade da aeronave foi utilizado o critério de Routh-Hurwitz que afirma que para uma aeronave ter estabilidade todos os polinômios da equação característica deva possuir o mesmo sinal (COOK, 2012)

A análise das funções de transferência consiste em uma resposta do degrau unitário do profundor para com uma resposta das seguintes variáveis no domínio do tempo: velocidade axial, ângulo de arfagem, velocidade normal e velocidade angular. Não obstante, de acordo com as raízes é possível extrair os valores de amortecimento e frequência natural, na qual foi qualificada a qualidade de voo por meio da tabela 11, segundo a norma MIL-F-8785C no tópico de Qualidade de voo.

Tabela 11 – Qualidade de voo longitudinal.

|         | Modo fugóide     | Curto período                    |
|---------|------------------|----------------------------------|
| Nível 1 | $\zeta_f > 0,04$ | $0,35 \leq \zeta_{cp} \leq 1,30$ |
| Nível 2 | $\zeta_f > 0$    | $0,25 \leq \zeta_{cp} \leq 2,00$ |
| Nível 3 | $T_2 > 55s$      | $0,15 \leq \zeta_{cp}$           |

Fonte: Nelson *et al.* (1998)

Sendo assim, é totalmente possível avaliar em qual nível a aeronave está caracterizada para fases de voo já apresentadas no referencial teórico.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 DESIGN DAS EMPENAGENS E SUPERFÍCIES DE CONTROLE.

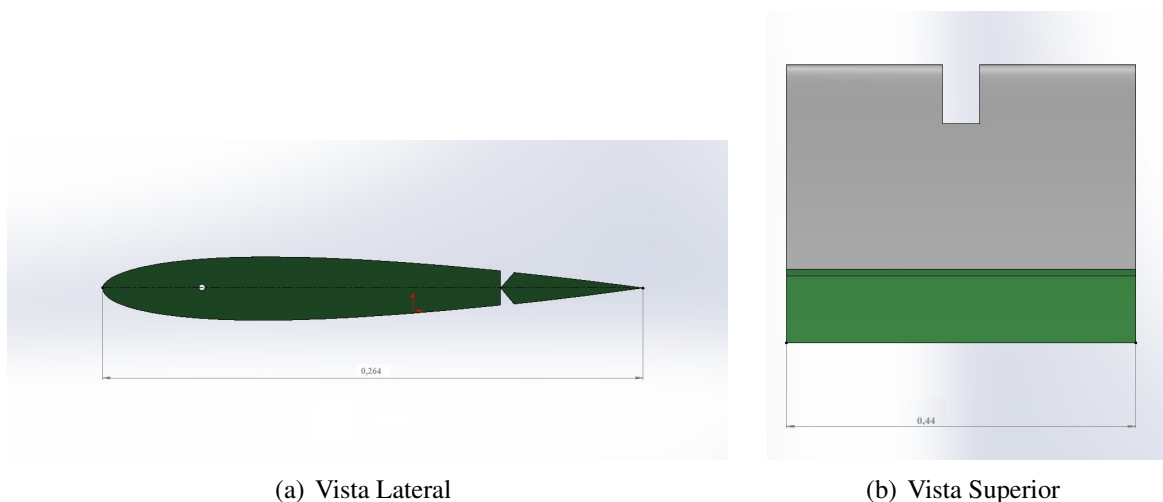
Como falado anteriormente, as dimensões a serem obtidas dependem fortemente do trabalho em conjunto da equipe de aerodesign, uma vez que para estabilidade é necessário que haja os dados aerodinâmicos fornecidos, de acordo com a tabela 4.

#### 5.1.1 Empenagem horizontal

O valor volume da empenagem horizontal será utilizado para encontrar a área da empenagem, onde foi fornecido por estruturas o braço de momento como:  $l_h = 0,93[m]$ . Dessa forma, a área é  $S_h = 0,116[m^2]$ . A partir destes valores foi possível mensurar a envergadura da empenagem horizontal que é:  $b_h = 0,44[m]$  e o afilamento foi escolhido como o valor igual a 1, onde foi priorizado a construção da aeronave e os fatores de estol.

Com isto, foi possível mensurar as cordas topo e raiz utilizando as equações 3.39, onde  $C_{r_h} = C_{t_h} = 0,264[m]$ . Portanto, a empenagem horizontal é apresentada nesta seguinte geometria na figura 28.

Figura 28 – Empenagem horizontal a) Vista Lateral b) Vista Superior.



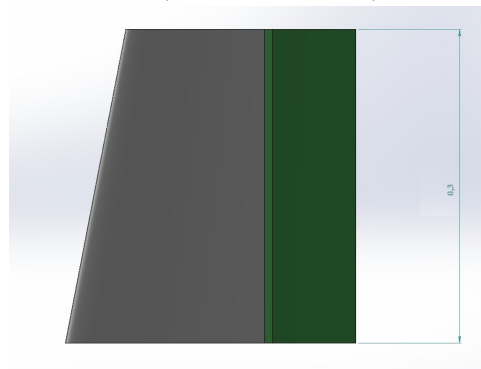
Fonte: Autoria própria

Assim, para fugir das esteiras de vórtices foi considerado uma altura de 10 graus em relação à linha do centro de gravidade.

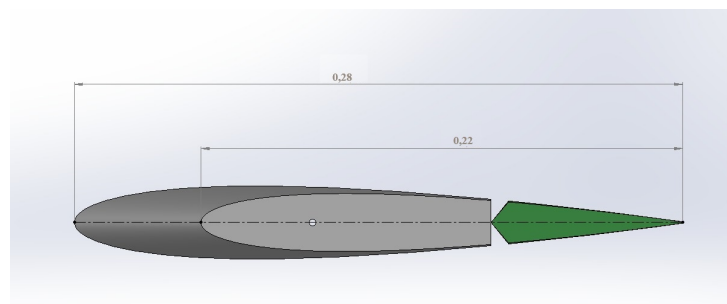
### 5.1.2 Empenagem Vertical

O desenvolvimento da empenagem vertical seguiu o mesmo raciocínio, valor de entrada para o braço de momento recebido por estruturas foi igual a  $l_v = 0,73[m]$ , que caracterizaram uma área de  $S_v = 0,075[m^2]$ . Desta forma, foi possível observar uma envergadura de  $b_v = 0,30[m]$ . Portanto, os valores de corda topo e raiz são  $c_t = 0,22[m]$  e  $c_r = 0,28[m]$ . Portanto, a geometria é apresentada pela seguinte imagem.

Figura 29 – Empenagem vertical a) Vista Lateral b) Vista Superior.



(a) Vista Lateral



(b) Vista Superior

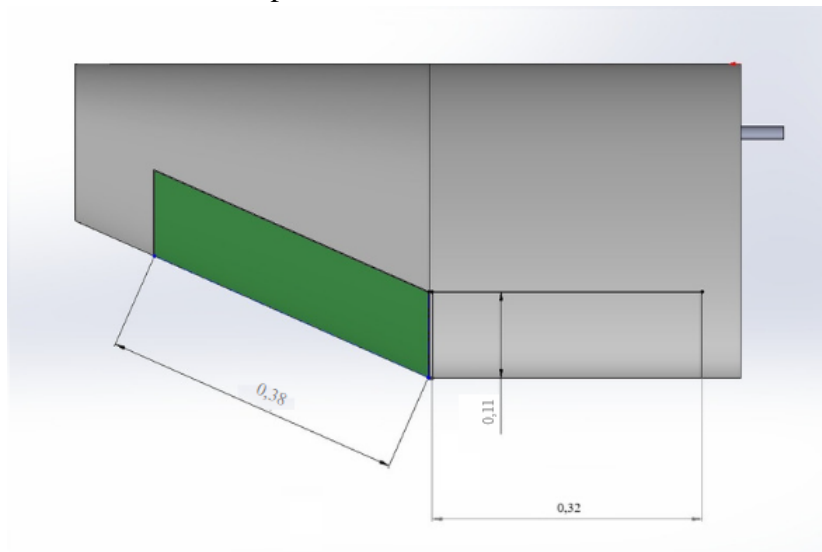
Fonte: Autoria própria

### 5.1.3 Superfícies de controle

Com os dados fornecidos pela tabelas de Sadraey (2012) foi possível mensurar os dados de corda e envergadura do aileron.



Figura 30 – Aileron Vista Superior.

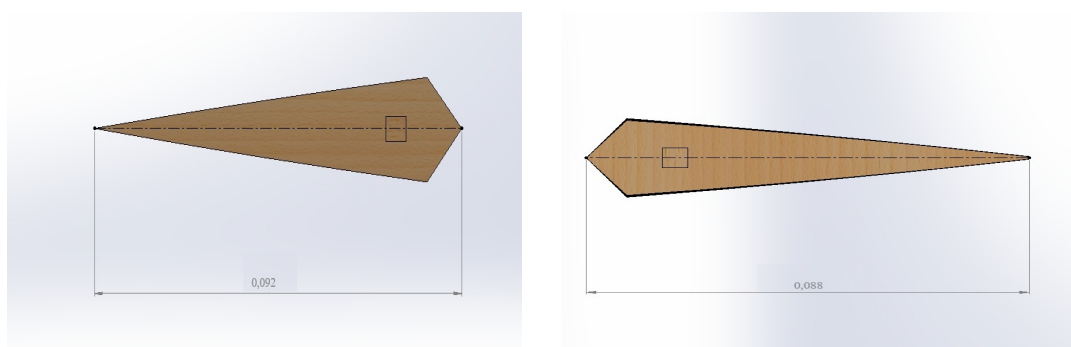


Fonte: Autoria própria

Como trata-se de uma asa mista, uma parte do aileron ficou à diagonal e outra na parte horizontal, observe que o aileron se concentra na porção mais próxima à ponta da asa devido aos efeitos de estol.

Não obstante, o leme e o profundor seguiram a mesma metodologia de dimensionamento indicada por Sadraey (2012). Os resultados para a envergadura foram escolhidos como 100% na intenção de promover uma maior resposta quando estas superfícies forem utilizadas para controlar o movimento da aeronave.

Figura 31 – a) Vista Lateral do Profundor b) Vista Superior do Leme.



(a) Vista Lateral do Profundor

(b) Vista Superior do Leme

Fonte: Autoria própria

Sendo assim, segue a tabela com dados e proporções dos estabilizadores para com as superfícies de controle.

Tabela 12 – Relações de geometrias para superfícies de controle.

|           | Dados |                        | Relação         |        |
|-----------|-------|------------------------|-----------------|--------|
| Aileron   | $b_A$ | 0,7[m]                 | $b_A/b$         | 38,8%  |
|           | $c_A$ | 0,11[m]                | $c_A/\bar{c}$   | 31,42% |
|           | $S_A$ | 0,07[m <sup>2</sup> ]  | $S_A/S$         | 11,11% |
| Profundor | $b_E$ | 0,44[m]                | $b_E/b_h$       | 100%   |
|           | $c_E$ | 0,092[m]               | $c_E/c_h$       | 34,84% |
|           | $S_E$ | 0,041[m <sup>2</sup> ] | $S_E/S_h$       | 35,34% |
| Leme      | $b_R$ | 0,3[m]                 | $b_R/b_v$       | 100%   |
|           | $c_R$ | 0,088[m]               | $c_R/\bar{c}_v$ | 35,05% |
|           | $S_R$ | 0,014[m <sup>2</sup> ] | $S_R/S_v$       | 18,66% |

Fonte: Autoria própria

## 5.2 ANÁLISE DE ESTABILIDADE ESTÁTICA

Para a análise estática da aeronave foram utilizadas as metodologias de Miranda (2014) que apresenta uma perspectiva voltada diretamente para o aerodesign e Perkins e Hage (1949) que apresenta todos os efeitos provenientes da estrutura da asa-fuselagem e empenagem vertical. Estas metodologias atendem de forma satisfatória a análise.

### 5.2.1 Estabilidade Estática Longitudinal

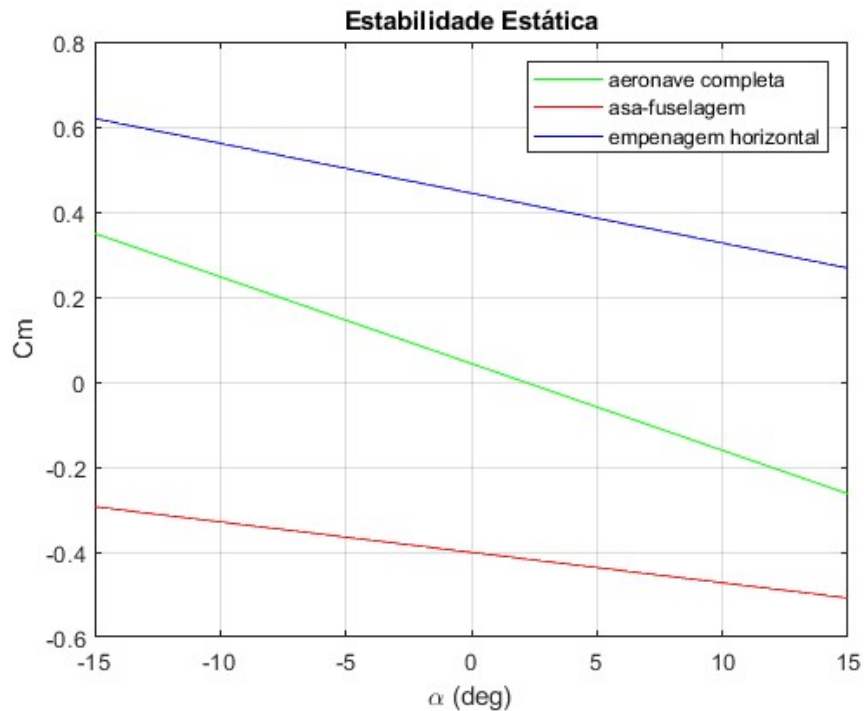
A Estabilidade Estática longitudinal analisa os momentos gerados em torno do eixo X da aeronave, quando submetida a uma manobra de arfagem. Como apresentado anteriormente seria primeiramente trabalhado a margem estática para posteriormente a equipe retornar o melhor dado de centro de gravidade para retornar com as análises de estabilidade estática. Sendo assim, os valores máximo e mínimos apresentados de acordo com as margens propostas por Miranda (2014) são:  $CG \in [26,6\%; 34,4\%]$  para uma corda aerodinâmica fornecida como 25,17%.

Sendo assim, a aeronave irá possuir o centro de gravidade de 27,9% em relação à corda média aerodinâmica, foi utilizado a metodologia proposta por (MIRANDA, 2014) para quantificar a estabilidade longitudinal para essa posição de C.G.

Por meio deste gráfico é possível notar que as condições são atendidas uma vez que todos possuem coeficientes angulares negativos. No entanto, o possui ver que o corpo asa-fuselagem possui o coeficiente linear negativo e uma baixa inclinação, configurando efeitos negativos à estabilidade, mas logo é balanceado pela empenagem horizontal que torna a aeronave completa estável.

Além disso, o gráfico fornece o ângulo ataque que promove a trimagem ou equilíbrio que a aeronave adquire em  $\alpha = 2,12^\circ$ . Não obstante, com o retorno da melhor posição do centro

Figura 32 – Estabilidade Estática Longitudinal.



Fonte: Autoria própria

de gravidade, foi possível observar uma margem estática de  $ME = 17\%$  e um ponto neutro de  $h_{NP} = 44,7\%$  em relação à corda aerodinâmica, demonstrando que o corpo tem estabilidade longitudinal segundo a figura 19, tendo  $X_{CG} < X_{NP}$ .

### 5.2.2 Estabilidade Estática Lateral

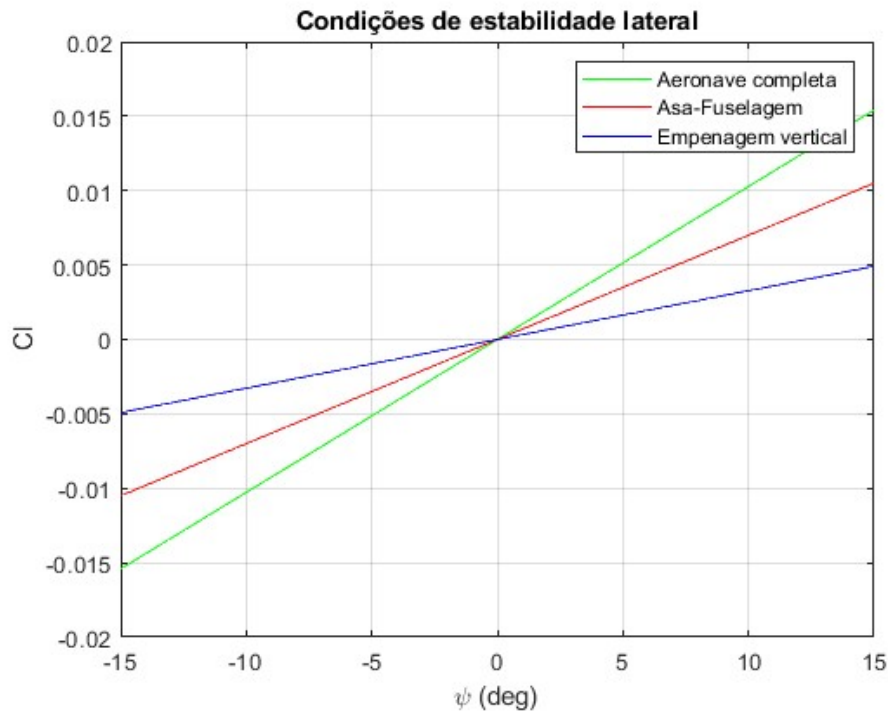
A estabilidade estática lateral esta diretamente ligada à geometria e posição da asa e empenagem vertical, onde esta análise acontece para uma asa alta com ângulo de diedro nulo, logo o fator da ponta de asa é nulo, o fator de posição da asa alta é 0,0006.

Além disto, seguindo a equação 3.27 e com os dados de entrada e os resultados da geometria, podemos chegar na contribuição da empenagem vertical; o fator de posição da empenagem será  $-0,00016$  já que os resultados de geometria da empenagem indicam um corpo a  $10^\circ$  da linha de centro da fuselagem.

Sendo assim, o gráfico de estabilidade estática lateral pode ser observado por:

Ao comparar este gráfico com o gráfico da Figura 22, pode ser observado que a empenagem vertical e o corpo asa-fuselagem apresentam o critérios necessários para a aeronave completa possui estabilidade estática lateral. O corpo asa fuselagem não afetou na estabilidade do corpo devido não haver ângulo de diedro, que é considerado o maior empecilho para critérios do movimento de rolagem, segundo (PERKINS; HAGE, 1949).

Figura 33 – Estabilidade Estática Lateral.



Fonte: Autoria própria

### 5.2.3 Estabilidade Estática Direcional

Utilizando a margem de dados fornecida por Miranda (2014), foi considerado os piores casos dos fatores de interferência da fuselagem na intenção de verificar se a empenagem vertical seria capaz de estabilizar a asa-fuselagem mesmo em sua máxima.

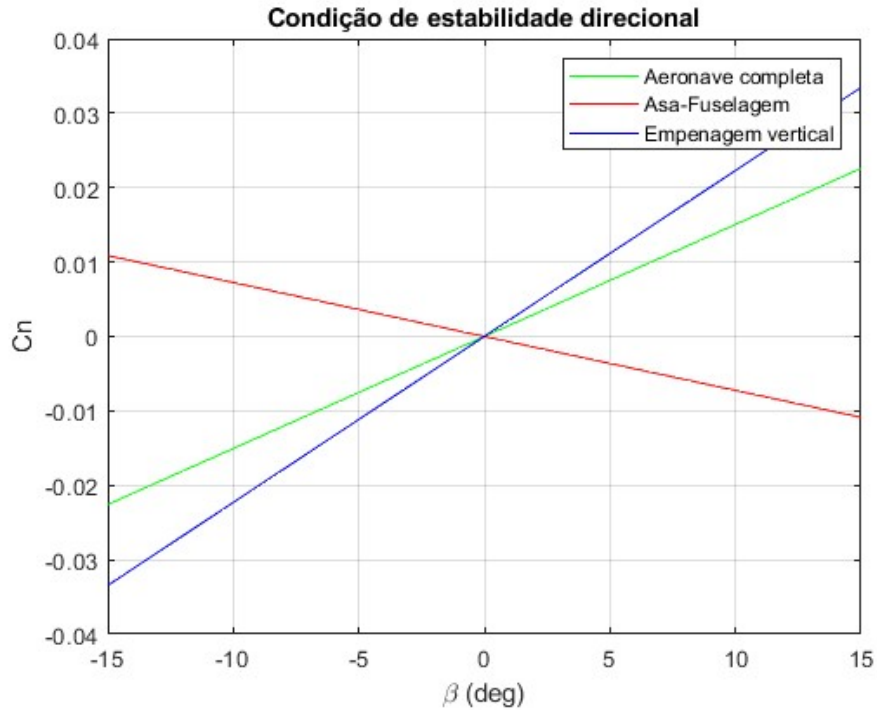
Observe que o corpo asa-fuselagem promove um efeito desestabilizante grande em relação aos outros tipos de estabilidade analisados. A empenagem vertical promoveu estabilidade para a aeronave mesmo com grande atuação do grupo desestabilizante. Note que ao comparar a Figura 20 com esta é fácil notar que a aeronave completa e a empenagem vertical respeitam os critérios de estabilidade.

## 5.3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE DINÂMICA LONGITUDINAL

Durante o desenvolvimento da análise de estabilidade dinâmica as considerações para tornar possível a análise foram: o motor está localizado na mesma linha do centro de gravidade, para um corpo pequeno o arrasto é mínimo em relação à sustentação, a aeronave estará maior parte do tempo em voo reto e nivelado, onde os efeitos de aceleração podem ser desprezados.

Desta maneira, a análise pode seguir por meio dos dados de entrada referentes à geometria e massa do corpo na tabela 9 e os dados de entrada das derivadas adimensionais fornecidas por

Figura 34 – Estabilidade Estática direcional.



Fonte: Autoria própria

aerodinâmica na tabela 10.

Sendo assim, por meio das equações fornecidas na imagem 24 foi possível calcular as seguintes derivadas que posteriormente serão utilizadas para resolver o modelo dinâmico linear do corpo da aeronave.

Tabela 13 – Derivadas dimensionais longitudinais.

|                | X      | Z       | M       |
|----------------|--------|---------|---------|
| u              | -0,153 | -0,807  | 0,000   |
| w              | 0,211  | -1,521  | -5,951  |
| $\dot{w}$      | 0,000  | -0,005  | -0,176  |
| $\alpha$       | 0,000  | -18,256 | -71,411 |
| $\dot{\alpha}$ | 0,000  | -0,065  | -2,117  |
| q              | 0,000  | -0,171  | -5,599  |
| $\delta_e$     | 0,000  | -1,200  | -39,346 |

Fonte: Autoria própria

Sendo assim, é possível determinar a equação característica utilizando os métodos apresentados por Nelson *et al.* (1998), Cook (2012).

$$1,000\lambda^4 + 9,391\lambda^3 + 81,513\lambda^2 + 14,583\lambda + 47,110 = 0 \quad (5.1)$$

Seguindo o critério de Routh-Hurwitz que análise os polinômios da equação característica,

pode-se ser dito que a aeronave apresenta estabilidade tendo em vista que todos os polinômios apresentam o mesmo sinal. Além disto, podemos chegar nos autovalores e autovetores por meio desta equação característica.

Tabela 14 – Autovalores e autovetores para estabilidade longitudinal.

| Variável        | Curto período<br>$\lambda = -4,638 \pm 7,639i$ |                | Fugóide<br>$\lambda = -0,057 \pm 0,766i$ |                 |
|-----------------|------------------------------------------------|----------------|------------------------------------------|-----------------|
|                 | Autovetores                                    |                |                                          |                 |
| $\Delta u$      | 0,035 + 0,037i                                 | 0,035 - 0,037i | -0,993                                   | -0,993          |
| $\Delta w$      | 0,821                                          | 0,821          | 0,057 +0,003i                            | 0,057 - 0,003i  |
| $\Delta q$      | -0,211 +0,525i                                 | -0,211 -0,525i | -0,060 - 0,004i                          | -0,060 + 0,004i |
| $\Delta \theta$ | 0,062 - 0,010i                                 | 0,062 + 0,010i | 0,011 +0,078i                            | 0,011 -0,078i   |

Fonte: Autoria própria

Com estes resultados se observa que os autovalores possuem uma parte real negativa e a parte imaginária positiva, isto implica em um corpo dinamicamente estável, que apresenta um decrescimento ao receber uma perturbação inicial para os modos curto período e modo fugóide. Não obstante, os autovetores são discretizados para cada variável, uma vez que como vetores possuem o comportamento de ondas onde podem ser caracterizadas na ondulatória por seus módulos e ângulos de fase:

Tabela 15 – Módulos e ângulos de fase dos autovetores.

| Variável        | Curto período |                      | Fugóide |                      |
|-----------------|---------------|----------------------|---------|----------------------|
|                 | Módulo        | Ângulo de fase [rad] | Módulo  | Ângulo de fase [rad] |
| $\Delta u$      | 0,051         | 0,81                 | 0,993   | 0                    |
| $\Delta w$      | 0,821         | 0                    | 0,057   | 0,004                |
| $\Delta q$      | 0,566         | 1,19                 | 0,060   | 0,07                 |
| $\Delta \theta$ | 0,063         | 0,16                 | 0,078   | 1,43                 |

Fonte: Autoria própria

A partir deste resultados torna-se possível obter as frequências naturais e o amortecimento para uma aproximação longitudinal e para a equação 3.56

Tabela 16 – Comparação entre aproximadas longitudinais e modo exato para qualidade de voo.

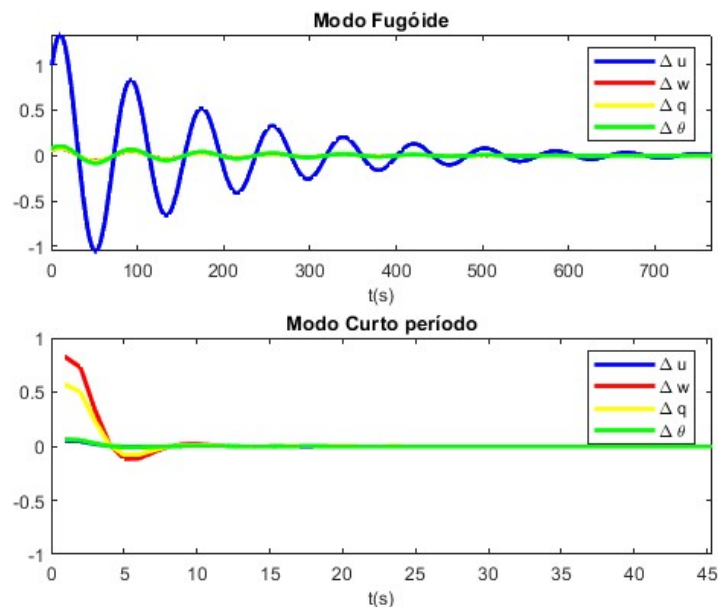
|               | Equação 4.3                    | Aproximada longitudinal        |
|---------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Fugóide       | $\omega_{nf} = 0,768$ [rad/s]  | $\omega_{nf} = 0,812$ [rad/s]  |
|               | $\zeta_f = 0,074$              | $\zeta_f = 0,094$              |
| Curto período | $\omega_{ncp} = 8,940$ [rad/s] | $\omega_{ncp} = 8,940$ [rad/s] |
|               | $\zeta_{cp} = 0,519$           | $\zeta_{cp} = 0,517$           |

Fonte: Autoria própria

Observe que para as aproximações é um baixo erro, na qual não irá interferir na qualidade de voo da aeronave, assim, é válido trabalhar com as aproximações para ter um menor trabalho devido a complexidade da resolução das equações características em sua totalidade de variáveis consideradas. Logo, observando a tabela 11 é fácil notar que a aeronave para as fases de voo apresentam nível de qualidade 1 para manobrabilidade e estabilidade baseados na norma MIL-F-8785C.

Sendo assim, os modos fugóide e curto período podem assumir os seguintes comportamento na figura 35:

Figura 35 – Gráficos dos modos longitudinais para uma perturbação.

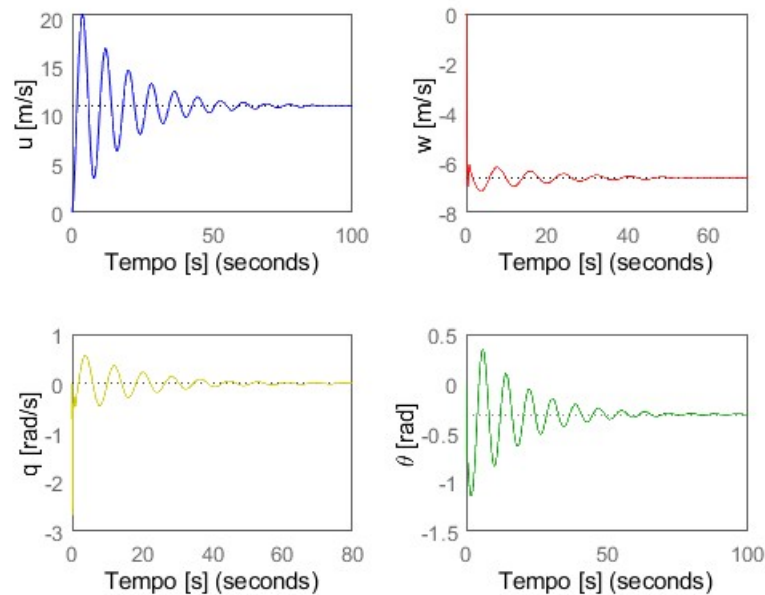


Fonte: Autoria própria

Em um voo reto e nivelado como considerado acima, o comportamento dos modos longitudinais apresentam para o modo fugóide: um movimento de curso estável para as velocidade normal e angular e para a mudança de arfagem, no entanto, para a velocidade axial apresentam um inicio turbulento com baixa amplitude que logo se estabiliza, de acordo com os gráficos apresentados. O modo curto período apresenta um inicio acentuado para a velocidade normal e angular, que em poucos segundos estabiliza e acompanha um regime permanente com as outras variáveis estudadas.

Além disso, para verificar se um avião é controlável e como responde aos comandos das superfícies de controle é necessário analisar as respostas da aeronave considerando que o profundor realize uma atuação durante o percurso de voo, ele promoverá um step ou degrau como apresentado na Figura 30.

Figura 36 – Resposta ao degrau devido o profundo.



Fonte: Autoria própria

Note que estas funções ao receberem um degrau unitário apresentam um pólo do degrau na entrada do sistema e dois pólos complexos devido o sistema em si. Esta característica é pertencente a um sistema subamortecido que ao decorrer da oscilação a parte real decai o comportamento senoidal enquanto a parte imaginária decresce a oscilação da variável.

Tabela 17 – Frequência e amortecimento do objeto de estudo longitudinal.

|                 | Frequência natural[rad/s] | Amortecimento |
|-----------------|---------------------------|---------------|
| $\Delta u$      | 0,051                     | 0,687         |
| $\Delta w$      | 0,821                     | 1             |
| $\Delta q$      | 0,566                     | 0,373         |
| $\Delta \theta$ | 0,063                     | 0,987         |

Fonte: Autoria própria

Analisando a tabela 17 e a figura 36 podemos notar que a velocidade axial por possuir uma baixa frequência sua onda se propaga de forma mais lenta, no entanto, com um alto amortecimento o decaimento apresenta grande rapidez; a velocidade normal por possuir uma alta frequência apresenta um período de oscilação rápido e criticamente amortecido; a velocidade angular, por sua vez, apresenta grande frequência, e por conseguinte, um movimento oscilatório rápido, no entanto, um amortecimento baixo que demora a estabilizar o movimento; e o ângulo de arfagem apresenta um movimento ondulatório lento com um rápido decaimento da intensidade da perturbação.



## 5.4 ANÁLISE DAS SUPERFÍCIES DE CONTROLE

### 5.4.1 Aileron

Com estes dados é possível resolver as equações necessárias para identificar o tempo para atingir os ângulos requeridos que são apresentados pelas fases de voo, onde os resultados podem ser apresentados da seguinte maneira:

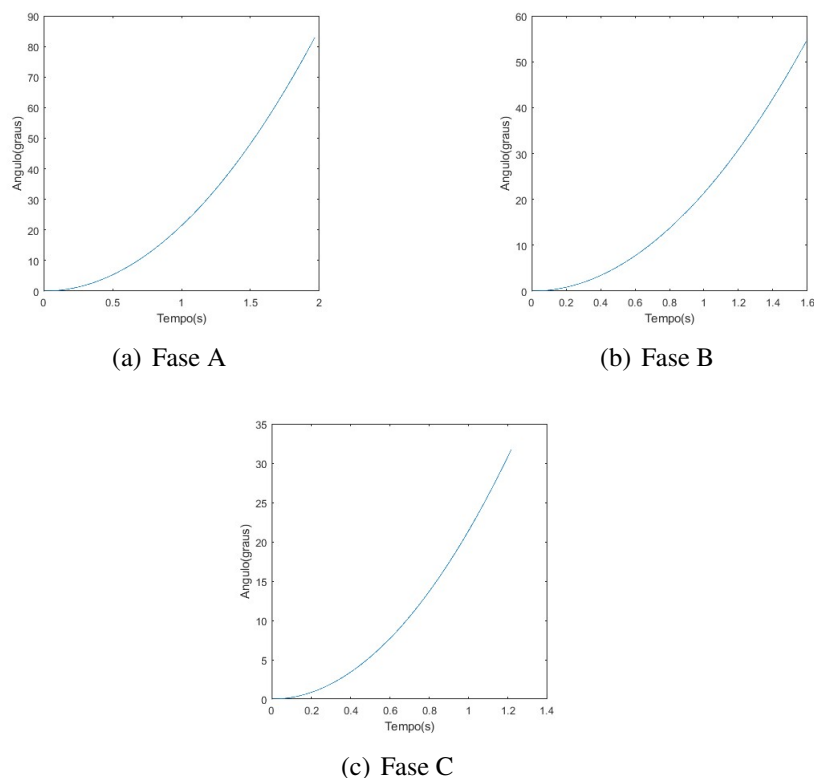
Tabela 18 – Dados de saída para aileron.

| Fase A<br>60° | Fase B<br>45° | Fase C<br>30° |
|---------------|---------------|---------------|
| $T_2 = 1,97s$ | $T_2 = 1,59s$ | $T_2 = 1,22s$ |

Fonte: Autoria própria

Observando a tabela 3 e a figura 37 que identifica os tempos necessários para a mudança de bank angle para classe 1, é possível observar que para a fase de voo A a aeronave apresenta nível 2, para a fase de voo B e C ela apresenta nível 1. Portanto, observando a controlabilidade latero-direcional a aeronave se enquadra no pior dos casos em nível 2. Desta maneira, podemos ver graficamente:

Figura 37 – Variação do bank angle de acordo com tempo a) Fase A b) Fase B c) Fase C.



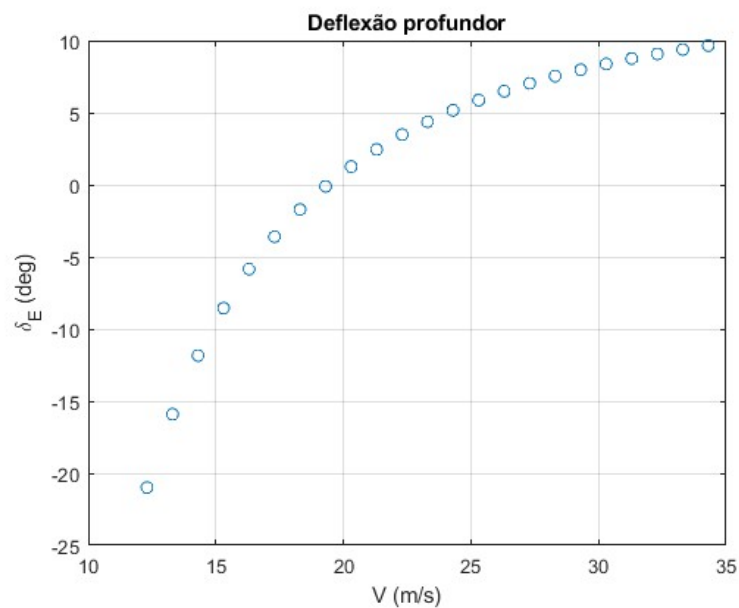
Fonte: Autoria própria

### 5.4.2 Profundor

Sendo assim, os dados de coeficientes de momento e sustentação do profundor apresentados nas equações 3.41 e 3.42, necessitam dos seguintes dados de entrada da tabela 7 e os coeficientes de sustentação apresentados na metodologia.

Portanto,  $C_{l_{\delta_E}} = -0,259[rad^{-1}]$ . Desta forma é possível mensurar os valores de deflexão do profundor por meio dos dados de coeficientes de sustentação apresentados na metodologia. Os coeficientes do gráfico da Figura 35 são:  $C_{m_0} = 0,043$  e  $C_{m_\alpha} = -0,02041[rad^{-1}]$ .

Figura 38 – Deflexão do profundor.

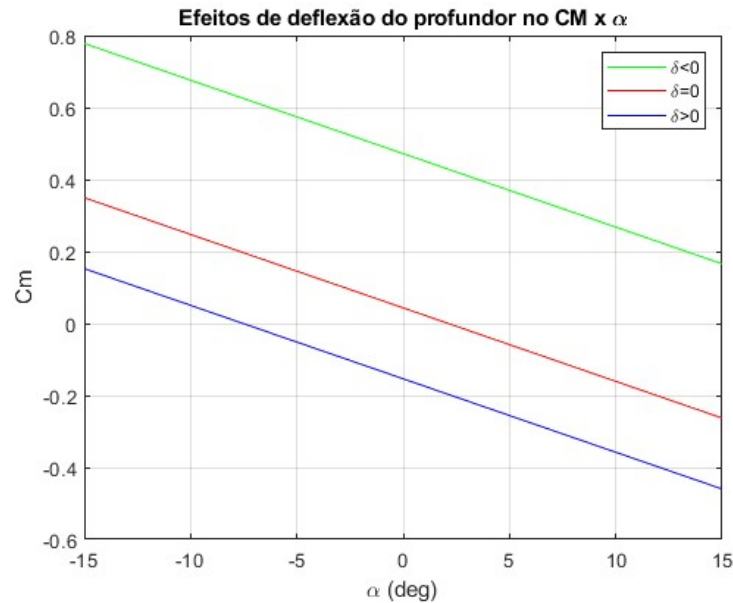


Fonte: Autoria própria

Observe que a variação de velocidade acontece da velocidade de estol  $V_s = 12,3m/s$  até a velocidade máxima fornecida  $V_{max} = 35m/s$ . Assim, as deflexões máxima e mínima são:  $\delta_{Emin} = -21^\circ$  e  $\delta_{Emax} = 9,66^\circ$ , em que elas estão contidas no intervalos proposto por Sadraey (2012) na tabela 2.

Note que estes máximo e mínimo deflexões causam variação no gráfico de estabilidade longitudinal, onde pode ser expresso de acordo com a seguinte imagem:

Figura 39 – Estabilidade Estática Longitudinal para deflexão do profundor.



Fonte: Autoria própria

É possível observar que mesmo com os efeitos de deflexão do profundor a aeronave continua longitudinalmente estável.

#### 5.4.3 Leme

Com os dados fornecidos pela equipe de análise fluido dinâmica na tabela 8, foi possível observar os valores de coeficiente de guinada e força lateral.

Assim, torna-se possível o alcance dos resultados de interação do leme para com a guinada da aeronave por meio da tabela 11 e dos valores fornecidos por aerodinâmica na seção 4.3; logo os valores de deflexão requerida do leme e ângulo de sidewash são:

Tabela 19 – Dados de saída para leme.

| Parâmetros | Dados        |
|------------|--------------|
| $\delta_r$ | $24,7^\circ$ |
| $\sigma$   | $57,4^\circ$ |

Fonte: Autoria própria

Observe que uma deflexão requerida de  $\delta_r = 24,7^\circ$  provoca um deslocamento angular em relação ao eixo axial da aeronave de  $\sigma = 57,4^\circ$ . Desta forma, a controlabilidade do leme é sensível à medida que a resposta ao ângulo de sidewash é o dobro da deflexão requerida.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este projeto de estabilidade de uma aeronave rádio controlada conseguiu promover para a equipe bons resultados de acordo com o design das empenagens e superfícies de controle. Este estudo procurou integrar o design das superfícies sustentadoras e de controle com as análises de estabilidade, uma vez que elas são o principal responsável dos efeitos estabilizadores.

Seguindo a metodologia de Sadraey (2012), Miranda (2014) para o design foi possível observar um corpo que atende as especificações para coeficiente de volume de acordo com a bibliografia ao serem adotados valores de coeficientes aerodinâmicos julgados como principais influenciadores da estabilidade.

Sendo assim, as superfícies de controle se enquadraram na tabela 3, como indicado por (SADRAEY, 2012) e por meio destes foi possível averiguar se os valores de coeficientes aerodinâmicos estão dentro da margem prevista. Além disto, as análises feitas para estas superfícies de controle apresentaram bons resultados segundo a bibliografia, no entanto, a única superfície que não apresentou a qualidade almejada foi o aileron que apresentou nível 2 para fase de voo A.

Sendo assim, as análises de estabilidade estática longitudinal, lateral e direcional mostraram comportamentos satisfatórios que indicaram estabilidade acentuada para o eixo lateral, na qual pode ter sido um empecilho para aileron não ter alcançado o nível 1. Não obstante, a estabilidade estática longitudinal apresentou valores satisfatórios para com a análise de estabilidade dinâmica longitudinal. A estabilidade estática direcional mostrou grande reatividade para com o controle, tendo em vista que a deflexão necessária promoveu grande reação para com o ângulo de sidewash.

A estabilidade dinâmica longitudinal apresentou nível 1 quando analisado os modos longitudinais fúgido e curto período, onde eles apresentam equações características que ao olhar pelo critério de Rough-Hurwitz indicaram dinamicamente estável. Além disso, foi analisado a resposta das variáveis longitudinais de acordo com o degrau unitário dado pelo profundo, onde todas as variáveis apresentaram baixas oscilações com retorno rápido ao estado inicial, com exceção da velocidade axial que apresentou um início de alta turbulência, mas logo foi estabilizado.

Portanto, o estudo por completo mostrou resultados importantes a equipe de aerodesign que irá promover estabilidade e controle importantes durante a competição SAE Brasil. Como trabalhos futuros é importante salientar a análise da estabilidade dinâmica latero-direcional que é um movimento acoplado de grande dificuldade de ser analisado.

## REFERÊNCIAS

- ÁVILA, E. J. d. M. Utilização do algoritmo genético para otimização de uma aeronave para a competição sae aerodesign. 2019.
- BRITO, A. D. S. e. a. Elaboração de código computacional em matlab para análise da estabilidade dinâmica e controle de aeronaves rádio controladas. **XXI CONEMI**, 2021.
- COOK, M. V. **Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control**. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2012.
- CORREA, P. J. S. Estudo de caso: estabilidade estática e dinâmica projeto sae-aerodesign mamutes do cerrado 2018. 2019.
- CORTÉS, T. M. C.; SILVA, L. A. d. Influência da localização e tipo de empenagem horizontal na estabilidade dinâmica longitudinal em aeronaves cargueiras. 2018.
- GONÇALVES, L. d. A. Projeto de uma aeronave biplana rádio controlada para participar da competição sae brasil aerodesign 2019. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2019.
- GOV. **Plano Aeroviário Nacional 2018-2038**. Brasil: Ministério dos transportes, portos e aviação civil, 2018.
- HALLA, I. *et al.* Análise da estabilidade estática e longitudinal dinâmica de uma aeronave usada na competição sae-aerodesign. Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2018.
- JÚNIOR, A. J. B. *et al.* Influência da posição do cg na estabilidade e desempenho de uma aeronave. Universidade Federal de Uberlândia, 2018.
- MATSUO, C. A. S. *et al.* **Projeto de um veículo aéreo não tripulado para pulverização aeroagrícola**. Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)—Faculdade de Engenhariaia . . . , 2011.
- MIRANDA, R. L. E. **Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE - AeroDesign**. [S.l.]: EngBrasil, 2014. v. 1.
- NELSON, R. C. *et al.* **Flight stability and automatic control**. [S.l.]: WCB/McGraw Hill New York, 1998. v. 2.
- OLIVEIRA, J. **Apontamentos de Estabilidade de Voo**. [S.l.]: Instituto Superior Técnico, 2018. v. 1.
- PERKINS, C. D.; HAGE, R. E. Airplane performance stability and control. **(No Title)**, 1949.
- RAYMER, D. P. **Aircraft design: a conceptual approach**. [S.l.]: AIAA Education series, 1992.
- ROSA, E. Introdução ao projeto aeronáutico: uma contribuição à competição sae aerodesign. **Santa Catarina: UFSC Centro Tecnológico**, 2006.
- SADRAEY, M. H. **Aircraft design: A systems engineering approach**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012.