



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS TERESINA CENTRAL
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

MARIA ROSA DE CARVALHO LIMA

TEOREMA DE PITÁGORAS NA INTERFACE DO MATERIAL CONCRETO

TERESINA

2023

MARIA ROSA DE CARVALHO LIMA

TEOREMA DE PITÁGORAS NA INTERFACE DO MATERIAL CONCRETO

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Especialização em Matemática no Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina Central.

Orientador: Prof Antônio Aguiar Freitas

TERESINA

2023

MARIA ROSA DE CARVALHO LIMA

TEOREMA DE PITÁGORAS NA INTERFACE DO MATERIAL CONCRETO

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Especialização em Matemática no Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina Central.

Aprovado em: 07/12/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof.Dr. Antônio Aguiar Freitas (Orientador)
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Prof. Me. Francismar Holanda
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Prof. Jordan Gustavo da Silva
Instituto Federal do Maranhão (IFMA)

TEOREMA DE PITÁGORAS NA INTERFACE DO MATERIAL CONCRETO

Maria Rosa De Carvalho Lima¹
 Antônio Aguiar Freitas²

RESUMO

O teorema de Pitágoras é um dos alicerces matemáticos mais importantes na generalização de diversas situações matemáticas e no cálculo para medir distâncias, atualmente existem diversas formas de demonstrar sua veracidade, porém seu ensino é por muitas vezes restrito à simples aplicação da fórmula de maneira inflexível e abstrata, sem contextualização, sendo este fator um agravante no ensino de matemática. Diante da atenção que o tema exige e desperta, este estudo objetivou analisar artigos e dissertações cujo objeto de estudo são materiais concretos, com vistas a descobrir qual(is) a(s) contribuição(ões) do uso desses materiais para o ensino do Teorema de Pitágoras, a fim de identificar a relevância dada a essa temática nas pesquisas científicas e contribuir para os estudos de metodologias para o ensino do Teorema de Pitágoras. A pesquisa se deu a partir de uma revisão bibliográfica da literatura, cuja busca foi realizada nas bases de periódicos brasileiros Google Acadêmico, Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), com recorte temporal 2010-2023. Ao final da busca, apenas 4 trabalhos foram selecionados, e a análise apontou que o uso de materiais concretos no ensino do Teorema de Pitágoras contribui de maneira significativa para o processo de contextualização e, conseqüentemente, para a compreensão desse conteúdo.

Palavras-chave: fórmulas; materiais concretos; teorema de Pitágoras.

ABSTRACT

The Pythagorean theorem is one of the most important mathematical foundations for generalizing various mathematical situations and calculating distances. There are currently several ways of demonstrating its veracity, but its teaching is often restricted to simply applying the formula in an inflexible and abstract way, without contextualization, which is an aggravating factor in mathematics teaching. In view of the attention that the subject demands and arouses, this study aimed to analyze articles and dissertations whose object of study are concrete materials, with a view to discovering what contribution(s) the use of these materials makes to the teaching of the Pythagorean Theorem, in order to identify the relevance given to this theme in scientific research and contribute to studies of methodologies for teaching the Pythagorean Theorem. The research was based on a bibliographic review of the literature, whose search was carried out in the Brazilian periodical databases Google Scholar, the Portal of Periodicals of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) and the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD), with a time frame of 2010-2023. At the end of the search, only 4 papers were selected, and the analysis showed that the use of concrete materials in the teaching of the Pythagorean Theorem contributes significantly to the process of contextualization and, consequently, to the understanding of this content.

Keywords: formulas; concrete materials; Pythagorean theorem.

¹ Licenciada em matemática (IFPI). mrlmcarv@gmail.com

² Professor titular do IFPI; Doutor em matemática (UFC); Mestre em matemática (UFPI); Licenciado em matemática (UFPI). antonio.aguiar@ifpi.edu.br.

1 INTRODUÇÃO

A relação pitagórica comumente conhecida como Teorema de Pitágoras evidencia-se no cotidiano quando se deseja medir distâncias, tendo assim diversas aplicações em várias áreas das ciências exatas. No entanto, apesar de ser um dos alicerces matemáticos mais importantes na generalização de diversas situações matemáticas e de existirem diversas formas de demonstrá-lo, utilizando-se por exemplo de recursos geométricos como o cálculo de áreas, no âmbito da matemática seu ensino é por muitas vezes restrito à simples aplicação da fórmula de maneira inflexível e abstrata, sem qualquer correlação com o cotidiano do aluno e como consequência disto a maioria dos discentes não compreendem a relevância deste para as mais diversas áreas da matemática ou mesmo sua aplicação na vida real.

Neste sentido, a utilização de materiais concretos pode contribuir para uma construção significativa do conceito do Teorema de Pitágoras pelos alunos, uma vez que este se caracteriza como um material didático que proporciona a apropriação do saber matemático através da manipulação, visualização e formação de significados, conduzindo o discente ao raciocínio lógico dedutivo e chegando, finalmente, na formalização de conjecturas. (SANTOS, 2013).

Diante da exposição apresenta-se ao Instituto Federal do Piauí o trabalho de conclusão de curso intitulado Teorema de Pitágoras na interface do material concreto, que tem como problema de pesquisa: Quais as contribuições do uso dos materiais concretos para o ensino do Teorema de Pitágoras no âmbito da aprendizagem significativa? E como resposta hipotética: parte-se da hipótese de que o material concreto beneficia a aprendizagem matemática, através de seus aspectos visuais e táteis, tendo em visto que possibilita ao aluno a construção do conhecimento matemático de maneira significativa.

Para a consecução do estudo tem-se como objetivo geral: analisar as contribuições proporcionados pelo uso do material concreto no ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras. E como objetivos específicos: Identificar o teorema de Pitágoras em seu contexto histórico e no que tange as relações métricas no triângulo retângulo; caracterizar o material concreto como recurso de otimização de aprendizagem e avaliar como o uso do material concreto interferiu para a otimização da aprendizagem significativa do teorema de Pitágoras em trabalhos disponíveis em meios eletrônicos.

Este trabalho se justifica a partir de parâmetros pessoais e de importância para IFPI, enquanto Instituição formadora. Em minha experiência como professora e monitora do ensino de Matemática, tanto em escola pública como em escola privada, pude observar que o Teorema de Pitágoras é abordado a partir da exposição da fórmula de maneira pronta e acabada, tanto pelos professores como nos livros didáticos, com isso os alunos apresentavam muita dificuldade em entender os significados matemáticos inseridos neste teorema e sua aplicação em situações cotidianas. Diante disso, ocorreu-me ver em trabalhos já produzidos que é possível otimizar o ensino e aprendizagem do teorema de Pitágoras utilizando-se material concreto. Motivo pelo qual a presente proposta de pesquisa buscará aprofundar os estudos teóricos e reconhecer práticas eficazes de ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras com o uso de material concreto.

Para a instituição formadora, o Instituto Federal do Piauí o produto final do trabalho pretende contribuir para as discussões teórico-metodológicas das disciplinas História da Matemática, Modelagem em Matemática, Didática da matemática, Laboratório de Matemática bem como que outros alunos (pesquisadores) possam a partir das considerações finais do estudo aprofundar, refutar ou suscitar novos questionamentos sobre o objeto de pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 TEOREMA DE PITÁGORAS: PRESSUPOSTOS HISTÓRICOS-EPSTEMOLÓGICOS

O Teorema de Pitágoras é uma das mais antigas escrituras matemáticas, porém muito se discute a respeito de sua gênese, segundo Eves (2004) registros egípcios e babilônios já evidenciavam casos particulares deste teorema muito antes dos gregos. O Chou Pei Suang Ching (300 a.C), um manuscrito chinês também já continha algumas explicações a respeito dos triângulos retângulos. No entanto, o teorema leva o nome de Pitágoras por ser provavelmente ele o primeiro a demonstrar matematicamente esta relação.

A figura de Pitágoras é envolta por muitas lendas e mitos, pois não há registros originais sobre sua vida e seus trabalhos, porém segundo Oliveira (2016), Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C em Samos na Grécia, viajou por diversos países como Egito, Índia, Síria, entre outros, com objetivo de aprender sobre ciência, astronomia e religião, ao retornar à Grécia alguns de seus interesses foram negligenciados, tendo como causa, divergências políticas, com isto decidiu se estabelecer em outro lugar, escolhendo Crotona, localizada ao sul da Itália, cidade onde fundou uma escola, local em que era ensinado matemática, religião, música e moral, tal escola passou a ser conhecida como escola Pitagórica.

“Pitágoras aprendeu matemática com Tales, tornando-se, posteriormente, matemático, líder religioso, místico, sábio e filósofo. Como todos os documentos da época se perderam tudo o que sabemos veio de referências de outros autores que viveram séculos depois. Pitágoras esteve no Egito, na Babilônia, na Índia, lugares em que absorveu os conhecimentos matemáticos e as ideias religiosas de cada região”. (BOYER, 1974, p. 35)

Para Pitágoras e seus alunos era de suma importância conhecer os números e as relações matemáticas entre eles, para eles está era a essência da matemática, fato este que os diferenciavam dos povos antigos que já conheciam algumas destas relações, mas faziam uso delas de maneira arbitrária apenas passando-as de geração em geração, tal fato fez com que estes fossem em busca da demonstração do teorema, por isto denominado Teorema de Pitágoras.

O teorema de Pitágoras é matematicamente dito como uma relação entre os lados do triângulo retângulo, porém diversos livros trazem seu enunciado de diversas maneiras. De acordo com Pereira (2013), este teorema se enuncia da seguinte maneira: **“Em um triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos”**.

2.2 DEMONSTRAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Segundo Barbosa (1993) o livro *The Pythagorean Proposition* escrito pelo professor de matemática Elisha Scott Loomis, publicado em 1940 já em sua segunda edição, reúne 370 demonstrações do Teorema de Pitágoras, onde segundo este essas podem ser classificadas em dois grupos: demonstrações algébricas (baseadas nas relações métricas do triângulo retângulo) e demonstrações geométricas (baseadas em comparação de áreas). A seguir serão apresentadas duas destas demonstrações, os critérios para escolha das mesmas foram sua correlação com assuntos matemáticos vistos em sala de aula, relevância histórica e aplicação.

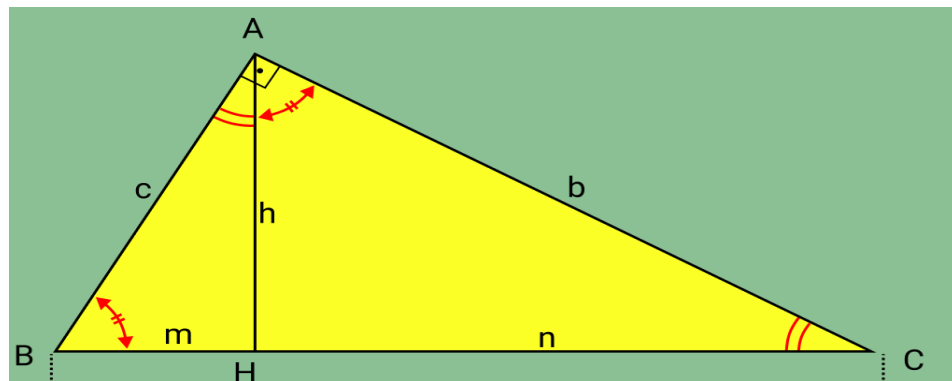
Demonstração 1 (Semelhança de Triângulos).

Segundo Lima (1998) a demonstração por semelhança de triângulos é a mais tradicional e conhecida, por ser curta e consequência da semelhança entre triângulos, além da prova da relação pitagórica esta também elucida outras relações métricas no triângulo retângulo.

Em um triângulo ABC, retângulo em A (figura 1), onde h é a altura relativa à hipotenusa, a é a hipotenusa, c e b são catetos, m e n suas projeções respectivamente. A altura deste o subdivide em dois triângulos (ΔABH e ΔAHC) semelhantes ao ΔABC , pelo caso Ângulo-Ângulo ($\hat{ACB} = \hat{ACH}$ e $\hat{BAC} = \hat{AHC} = 90^\circ$; $\hat{ABC} = \hat{ABH}$ e $\hat{BAC} = \hat{AHB} = 90^\circ$), portanto vale a relação de proporção entre os lados homólogos.

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{m}, \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{n}$$

Figura 1- Triângulo retângulo e seus elementos



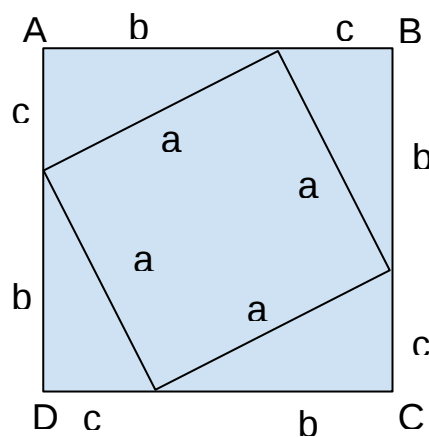
Fonte: <https://matematicabasica.net/relacoes-metricas-no-triangulo-retangulo-exercicios/>

Da relação acima tem-se que $c^2 = a.m$ e $b^2 = a.n$, portanto $c^2 + b^2 = a.m + a.n = a(m + n)$, como $m + n = a$, logo $c^2 + b^2 = a^2$

Demonstração 2 (Comparação entre áreas)

Dado um quadrilátero ABCD (figura 2) de lado $c + b$, quatro triângulos retângulos congruentes (catetos = b e c, hipotenusa=a) e um quadrado de lado a, dispostos como na figura abaixo, observa-se que a área do quadrilátero é igual a soma da área do quadrado com as áreas dos 4 triângulos retângulos, logo a área do quadrilátero ABCD = $a^2 + 4 \cdot \frac{b.c}{2} = a^2 + 2.bc$ (I).

Figura 2- Quadrilátero ABCD

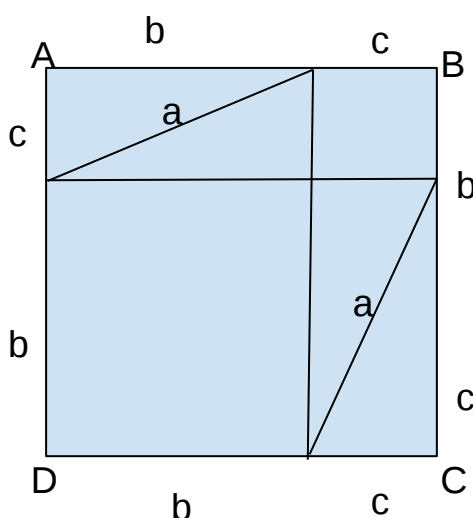


Fonte: Elaborada pela autora.

Dispondo agora dentro do quadrilátero ABCD, um quadrado de lado b e outro de lado c e quatro triângulos retângulos congruentes de catetos c e b, hipotenusa a, como mostra a figura 3, temos que:

$$\text{Área do quadrilátero ABCD} = c^2 + b^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} = c^2 + b^2 + 2 \cdot bc \text{ (II)}.$$

Figura 3- Quadrilátero ABCD



Fonte: Elaborada pela autora.

Comparando a relação (I) com a (II) temos: $a^2 + 2 \cdot bc = c^2 + b^2 + 2 \cdot bc$. Portanto conclui-se que $a^2 = b^2 + c^2$.

2.3 MATERIAIS CONCRETOS/MANIPULATIVOS

Ao se definir material concreto diversos autores designam este por vários nomes, alguns utilizam o termo “material didático”, outros “material manipulativo” ou “instrumento didático”, mas de maneira geral dentro da educação, entende-se por material concreto/manipulativo-todo objeto concreto que pode ser manipulado pelo professor e pelo aluno - fornecendo a oportunidade para atingir certos objetivos dentro do processo de ensino, como assinala Reys (1971, apud Nacaro, 2005) quando define:

Materiais manipuláveis como objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia (REYS ,1971 apud NACARO, 2005, p. 3).

Dessa forma dentro do processo educacional o material concreto tem por objetivo facilitar a construção do saber do aluno, estreitando a relação professor/aluno/conhecimento, todavia apesar da utilização deste está presente em documentos norteadores da educação, como a BNCC-Base Nacional Comum Curricular e os PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais, sua inserção na sala de aula ocorreu de maneira processual e lenta.

Segundo Fiorentini e Miorim (1990), no século XVI, a aprendizagem ocorria de maneira mecânica e sistematizada, baseada na memorização de fórmulas, regras e procedimentos, neste cenário a criança era vista como um adulto em miniatura, nessa perspectiva para o professor utilizar-se de materiais concretos era perda de tempo e não acrescentaria em nada na educação. Com o advento de novas ideias educacionais, como a de Rousseau, que considerava a educação um processo natural do desenvolvimento da criança, desse modo, a escola deveria valorizar os aspectos psicológicos e biológicos desta criança, os materiais concretos passaram a ser utilizados em sala de aula, porém apenas para auxiliar na exibição e memorização dos conteúdos.

Com o passar do tempo, diante deste cenário de novas ideias Montessori (1870 - 1952) e Decroly (1871 - 1932) desenvolveram uma didática ativa para a matemática, tendo em vista que esta era transmitida de maneira abstrata para os alunos. Montessori através de experiências com crianças desenvolveu materiais manipulativos que possuíam um grande apelo tátil e visual, levando a criança a indução própria do matemático, como corrobora este fragmento a seguir da Base Nacional Comum Curricular:

Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização (BRASIL, 2017, p. 276).

Nessa perspectiva, a incorporação do material concreto em ambientes de aprendizado, não apenas no contexto da matemática, mas também em outras disciplinas, emergiu como um elemento de extrema relevância. Essa prática visa auxiliar os alunos na construção ativa do conhecimento, facilitando a assimilação e conferindo significado ao aprendizado. A utilização de materiais concretos não apenas torna o processo de aprendizagem mais acessível, mas também contribui para a dinamicidade das aulas, expandindo o pensamento abstrato dos alunos. Esse método promove um ciclo de ajustes sucessivos que favorece a construção de diferentes níveis de compreensão conceitual. (PAIS, 2006).

Essa aprendizagem significativa se concretiza através do rompimento da dicotomia existente entre teoria e prática, principalmente na matemática onde com base em Novello et al. (2009) através dos experimentos, o aluno terá uma noção mais lógica acerca da origem das fórmulas e os significados delas. O caráter experimental do material concreto estimula o aluno a desenvolver o raciocínio lógico, construir conjecturas e conceitos que efetivam um conhecimento matemático verdadeiro.

Usar tais materiais em sala de aula possibilita também ao professor despertar no aluno um novo olhar sobre a aprendizagem, no que se refere a matemática, neste momento de prática o aluno passa a ter uma visão desta como uma ciência adequada a experimentação, além de que estes momentos servirão para que o professor identifique as dificuldades coletivas e individuais, tendo assim uma transparência com relação a efetiva aprendizagem dos conteúdos.

2.4 O MATERIAL CONCRETO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Diversos pesquisadores clássicos como Piaget, Montessori e Dewey já evidenciavam em seus estudos a necessidade de uma mudança nos paradigmas que tratam da aprendizagem, entendendo a educação como um processo que acompanha o desenvolvimento humano, estes

enfazavam que a autoconstrução do conhecimento e as atividades sensoriais se mostravam e se mostram como métodos de ensino importantes durante toda a vida.

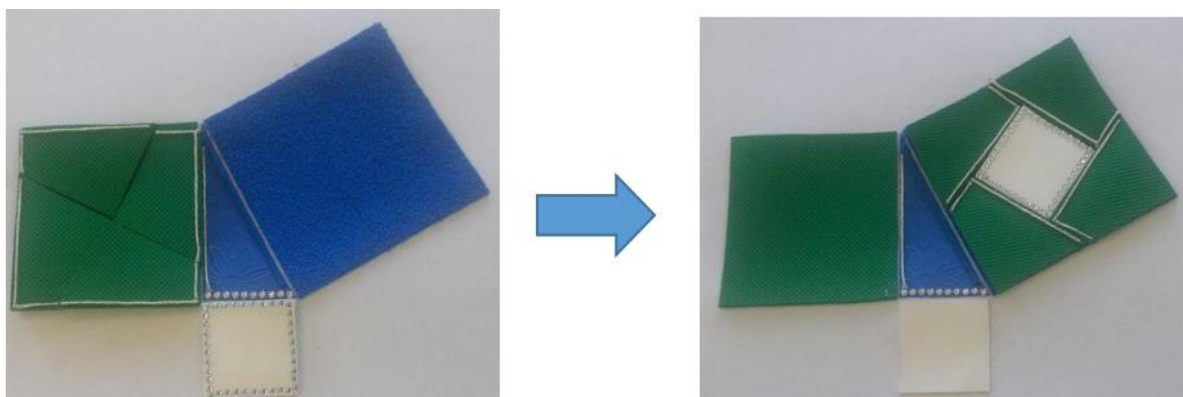
A partir destes estudos e impulsionados pela procura de uma educação significativa os materiais concretos/ manipulativos começaram a ganhar espaço no ambiente educacional, especialmente no ensino da matemática, por ela ser vista como uma disciplina de difícil compreensão e muito abstrata, sendo alvo por muitas vezes de declarações negativas, tais como “matemática é muito difícil”, “matemática é só para pessoas inteligentes”, etc. Tais prerrogativas podem ser explicadas pelo fato de ainda hoje a matemática ser ensinada de maneira isolada das demais áreas do conhecimento, e por muitas vezes sem qualquer contextualização.

O método tradicional com uso do pincel e quadro, apesar de ser importante e indispensável acaba que não conseguindo suprir todas as necessidades educacionais dos alunos, quando se fala da matemática esta metodologia fomenta ainda mais a abstração, gerando dificuldades na hora da assimilação de alguns conteúdos, fazendo com que os discentes internalizem a ideia de que aprender matemática só se dá através do acúmulo de fórmulas, aplicação de regras e memorização de algoritmos, portanto é de suma importância que o professor procure metodologias que auxiliem na construção do conhecimento e significância destes, fazendo com que o aluno perceba que a matemática está presente em seu cotidiano. Em paralelo a essa discussão, D’Ambrósio (2007) explica:

É importante a adoção de uma nova postura educacional, a busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino aprendizagem. É necessário que ele se empenhe no mundo que cerca os alunos, na sua realidade aproveitando cada oportunidade a fim de sugerir atividades para que o desenvolvimento do ensino aprendizagem da matemática seja efetivo e prazeroso, e que no final de cada aula o educador tenha aplicado a matéria com qualidade e que tenha conseguido ensinar ao aluno de forma clara (D’AMBRÓSIO, 2007, p. 45).

Neste sentido, no âmbito da educação matemática o material concreto se traduz como uma metodologia de ensino que busca contextualizar e dar significância aos assuntos através da visualização, manipulação ou demonstração destes, auxiliando por exemplo na construção de fórmulas matemáticas, sendo estas um dos princípios mais abstratos para os discentes, apresentados de maneira pronta sem qualquer correlação com o cotidiano - fazendo o aluno perguntar-se em que situações da vida irá utilizar esse conteúdo.

Figura 4- Utilização do material concreto para demonstração do Teorema de Pitágoras.



Fonte:(KOEPEL, 2017).

Sendo por sua vez o Teorema de Pitágoras uma fórmula tão importante utilizada dentro da matemática geométrica, porém geralmente exposta de maneira fixa, tendo como consequência sua aplicação de maneira mecânica e repetitiva, sem qualquer significado com o real, utilizar-se de materiais concretos para provar sua demonstração e devida aplicação se torna uma metodologia facilitadora e interessante, no qual o caráter experimental do material concreto estimula o aluno a construção de conceitos que efetivam um conhecimento matemático verdadeiro, neste caso a relação pitagórica estudada, rompendo assim a dicotomia entre a teoria e prática, como mostra a figura 4 acima que representa a aplicação de um material concreto para demonstração do Teorema de Pitágoras de maneira prática, sendo este utilizado em um dos trabalhos que serão discutidos na seção posterior.

3 MÉTODO DE PESQUISA

Quanto a finalidade este estudo se configura como pesquisa básica estratégica pois está “[...] interessada na aquisição de novos conhecimentos para a solução de problemas práticos” (LAKATOS; MARKONI, 2017, p. 297). Pois buscará em trabalhos já realizados como utilizar os conhecimentos produzidos sobre a utilização de materiais concretos no ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras.

Em relação ao objetivo o estudo se caracteriza como pesquisa exploratória uma vez que através do levantamento bibliográfico buscar-se-á “[...] maior familiaridade com o problema e a construção de hipóteses” (LAKATOS; MARKONI, 2017, p. 297). Pois procurar-se-á o aprofundamento sobre os resultados do uso de material concreto em trabalhos já produzidos de modo que as considerações finais possam beneficiar outros contextos de ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras na prática de professores do ensino fundamental.

No que diz respeito à abordagem o estudo apresenta-se como qualitativo pois pretende “[...] obter uma compreensão particular do objeto que investiga” (LAKATOS; MARKONI, 2017, p. 300) ou seja, a imersão nos dados já produzidos construindo-se pontos de vista ratificadores ou de enfrentamento através de referencial teórico que abalize as compreensões defendidas sobre o processo de ensino e aprendizagem da relação pitagórica com o uso do material concreto.

No que tange ao procedimento utilizar-se-á a pesquisa bibliográfica. Segundo Gil (2019, p. 28), é a que se elabora “[...] com base em material já publicado”. De modo que, explorar-se-á em bases científicas, como o site da Capes e da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações trabalhos já produzidos com a temática do material concreto e Teorema de Pitágoras. Para tanto, partir-se-á da “[...] escolha do tema; do levantamento bibliográfico, leitura do material, fichamento, organização lógica do assunto e redação do texto” (GIL, 2019, 42).

No que pertine à análise dos dados levantados dispor-se-á da análise de conteúdo que se caracteriza como “uma metodologia de tratamento e análise de informações constantes de documentos [...] escritos, orais, imagens [...]” (BARDIN, 2011, p. 48). Neste sentido, após “[...] a seleção dos trabalhos, a exploração do material, seguir-se-á a interpretação dos dados a partir do referencial teórico escolhido” (LAKATOS; MARKONI, 2017, p. 309).

4 SISTEMATIZAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nesta seção, apresentam-se os artigos e dissertações selecionados, com uma síntese das informações pertinentes à pesquisa, bem como também a análise e discussão dos resultados encontrados.

4.1 SISTEMATIZAÇÃO DOS DADOS

O quadro apresentado abaixo (quadro 1) fornece informações relevantes a pesquisa, na qual estas foram retiradas e organizadas dos trabalhos eleitos para consecução da pesquisa. Com o objetivo de evitar repetições de títulos na seção Discussão dos Dados, os trabalhos foram nomeados em A1 para artigo e D1, D2 e D3 para dissertações, adotando assim o critério de categorização científica destes. A disposição no quadro obedece a ordem cronológica da publicação dos trabalhos.

Quadro 1 – Fichamento das dissertações e artigo

Trabalhos (BASE/ANO)	Título do Artigo/Dissertação	Objetivo	Resultado
D1 (CAPES/2010)	O Teorema de Pitágoras através do uso do material concreto.	Descrever e elaborar uma proposta pedagógica para demonstração do teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo, tendo como ferramenta de ensino o material concreto kit pedagógico.	O uso do material concreto em sala de aula, desperta nos alunos ações que contribuem para socialização do conhecimento, por meio de técnicas inovadoras no ensino de matemática. Os alunos tornaram-se capazes de construir o seu próprio conhecimento, de forma a relacionarem os conteúdos matemáticos com fatos reais do cotidiano, entendendo a importância dessa ciência no seu dia-a-dia.
D2 (BDTD/2017)	Contribuições dos materiais didáticos manipuláveis na aprendizagem de matemática de estudantes cegos	Analisar quais as contribuições da utilização de materiais didáticos manipuláveis na aprendizagem da Matemática de estudantes cegos	Os materiais didáticos realmente auxiliam na compreensão do conteúdo, pois facilitam sua internalização por meio do tato, mas, segundo os estudantes da pesquisa, eles devem ter como informação apenas o essencial para não gerar confusão na hora do estudo. Os materiais, também auxiliam na inclusão do estudante cego, mas para isso ele deve ser utilizado com toda turma, permitindo que todos desenvolvam o mesmo tipo de atividade e interajam. Além de permitir a interação, neste tipo de trabalho, o material também auxilia na aprendizagem dos outros estudantes da classe.
D3 (Google Acadêmico/2017)	Utilizando material concreto para resolver o	Buscar melhorias para o ensino do Teorema de	A utilização do material concreto foi algo novo para os alunos, a didática de inserção

	teorema de Pitágoras no EJA.	Pitágoras, utilizando o material concreto para realizar demonstrações geométricas, tornando assim um facilitador de ensino da matemática, para que os alunos possam perceber o quanto o teorema de Pitágoras está presente em suas vidas, bem como da sua respectiva utilidade	dos materiais concretos aplicada foi satisfatória, todos os alunos participaram da aula e aprenderam como o teorema de Pitágoras pode ser demonstrado
A1 (Google Acadêmico/ 2021)	Ensino do teorema de Pitágoras utilizando material concreto manipulável.	Relatar uma atividade utilizando materiais didáticos manipuláveis como estratégia pedagógica para o ensino do teorema de Pitágoras.	Verificou-se que a utilização de materiais concretos pode auxiliar o professor no desenvolvimento de conteúdos matemáticos e tornar as aulas de matemática mais interessantes. Embora tais atividades requeiram mais tempo para serem planejadas, desenvolvidas e avaliadas, o retorno se mostrou bem mais satisfatório do que aqueles conseguidos apenas com o método tradicional de ensino.

Fonte: Elaborada pela autora.

A pesquisa A1 destaca a importância da inserção de novas metodologias no ensino de matemática que visem tornar este processo mais dinâmico e interativo, entendendo que teoria e prática são indissociáveis para a compreensão dos conceitos, principalmente no que tange ao ensino do Teorema de Pitágoras, enfatizando ser este um dos principais conceitos da geometria euclidiana com ampla aplicabilidade prática, como defendem Santos e Oliveira (2013), ao suscitarem que a educação deve começar pelas percepções de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações. Segundo os autores, utilizar-se de materiais concretos para elucidar esta relação pitagórica oferece uma série de vantagens, principalmente com relação a internalização deste conceito matemático, significância e motivação para descoberta e redescobertas.

Além dos argumentos supracitados, os autores (pesquisa A1) ressaltam que os materiais concretos apresentam grandes possibilidades e potencialidades, porém estes não são a solução de todas as dificuldades educacionais e nem mesmo substituem o professor, para eles o docente tem um papel mediador/orientador essencial para que com a utilização do material concreto o objetivo educacional seja atingido, como contribui Novello (2009), quando afirma que:

Utilizar o material concreto por si só, não garante aprendizagem, é fundamental o papel do professor nesse processo, enquanto mediador da ação e articulador das situações experienciadas no material concreto e os conceitos matemáticos, para uma posterior abstração e sistematização (NOVELLO 2009, p.5).

Para que houvesse a realização da teoria proposta foi desenvolvida primeiramente uma atividade voltada para o diagnóstico a respeito do que os discentes entendiam sobre o teorema de Pitágoras, sobre o seu enunciado, sua fórmula e o seu significado, tendo como resultado a verificação que muitos alunos não sabiam os significados dos termos hipotenusa, cateto 1 e cateto 2 e simplesmente repetiam a fórmula de maneira mecânica. No segundo momento foi dado aos alunos um tempo para que eles tentassem explicar o significado da fórmula da relação pitagórica, logo em seguida foram-lhes entregues um material concreto constituído de um triângulo em EVA, três quadrados de tamanhos diferentes e treze quadradinhos pequenos, para que os discentes conseguissem chegar a conjectura de que os treze quadradinhos eram a soma das áreas dos dois quadrados relacionados aos catetos e que era exatamente o tamanho do da área quadrado maior, ou seja, a hipotenusa ao quadrado.

Ao final das atividades os autores relatam que a utilização do material concreto trouxe motivação e despertou o interesse do aluno, existindo relatos de discentes que afirmaram que com o uso desta metodologia ficou mais fácil “enxergar” e entender tal relação, contudo esta requer mais tempo e planejamento para sua efetiva aplicação.

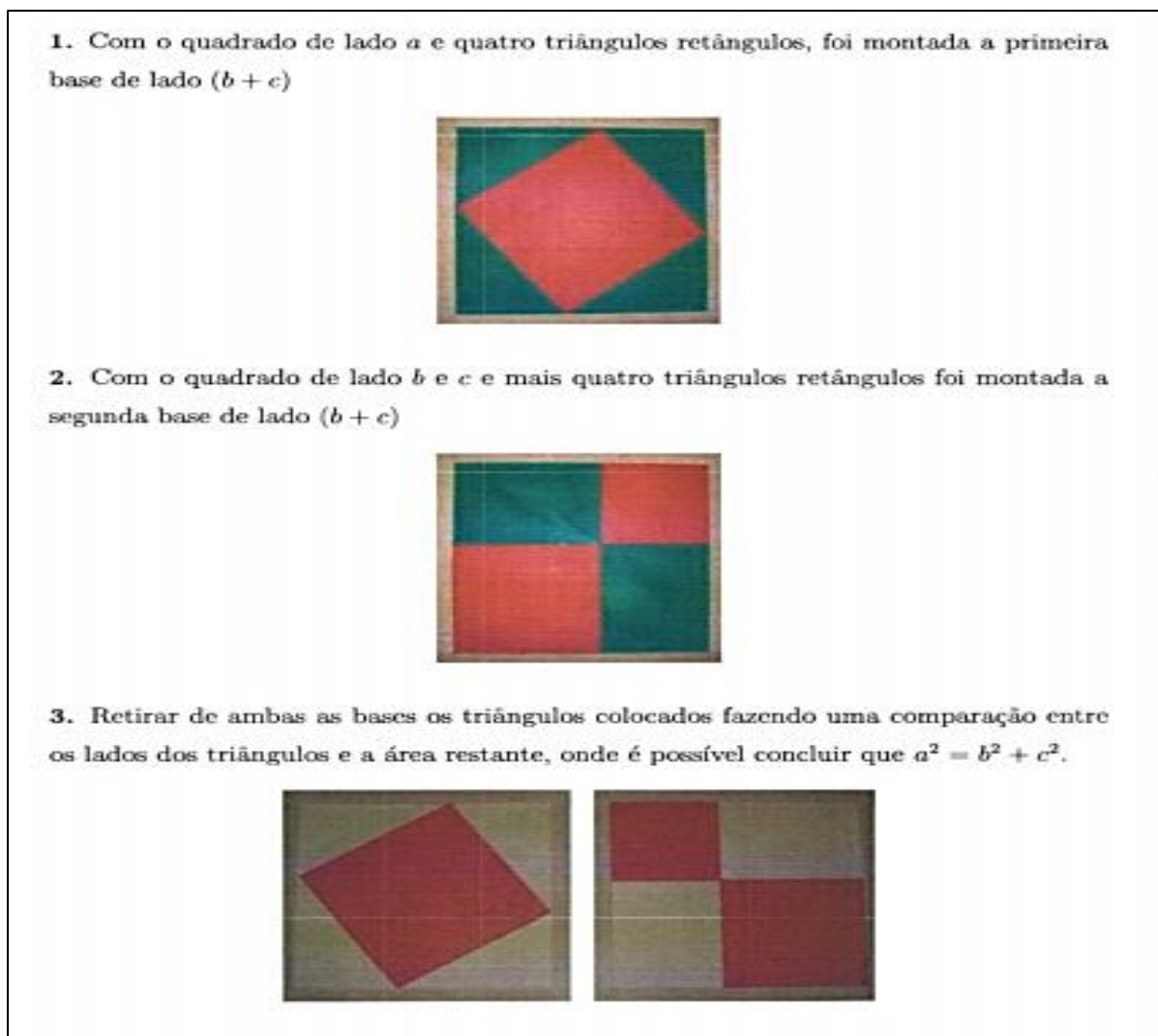
A dissertação D1 tem como principal objetivo enfatizar e chamar a atenção dos professores sobre a importância do uso dos materiais concretos para a aplicação do Teorema de Pitágoras e das relações métricas no triângulo retângulo. Para consecução do trabalho, o autor desenvolveu estudos sobre os conteúdos supracitados através do experimental com a utilização do material concreto denominado kit pedagógico.

Os pressupostos que norteiam esta pesquisa baseiam-se na ideia de que o aluno só reflete o conceito matemático envolvido em uma fórmula quando este é estimulado a construir, conjecturar, analisar e generalizar estas através do uso de materiais concretos, sendo estimulado, por conseguinte a construir seu conhecimento de maneira motivadora, em especial no ensino da geometria, auxiliando o aluno a estabelecer uma relação entre o conteúdo estudado e a prática.

O kit pedagógico é um material concreto formado por dez triângulos retângulos de hipotenusa medindo a , catetos com medidas c e b , nos quais dois destes são cortados pela altura referente a hipotenusa, cinco quadrados de lados $(a, b, c, m$ e $h)$, duas bases quadrangular de lado medindo $b + c$ e três retângulos de lados a e m , a e n , m e n , por meio deste é possível construir e verificar as fórmulas (Teorema de Pitágoras e Relações métricas no triângulo retângulo) de maneira bem prática, visual e intuitiva, como mostra a figura 5 utilizando-se apenas da relação entre áreas das figuras planas que compõem o material, elucidando de maneira experimental o que orienta os PCN's (1998):

As atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas. Para delinear esse caminho, não se deve esquecer a articulação apropriada entre os três domínios: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas (BRASIL, 1998, p. 126).

Figura 5- Kit pedagógico (Construção do Teorema de Pitágoras)



Fonte: (CASADO,2010).

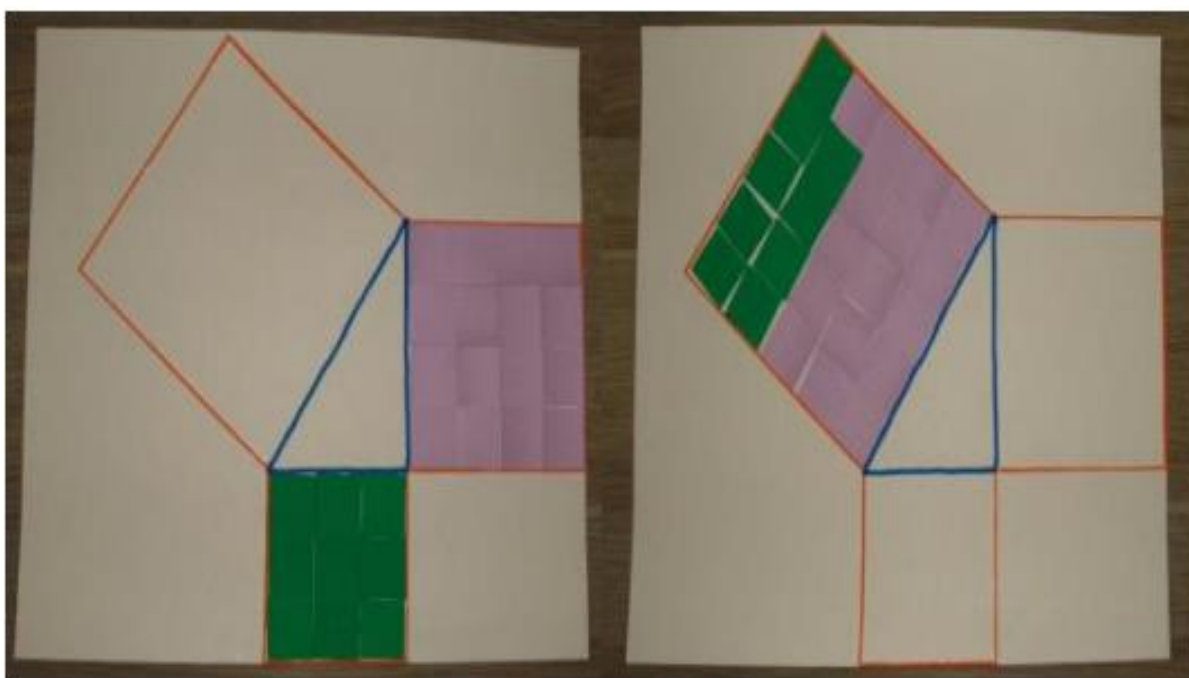
Em aspectos gerais os resultados da pesquisa D1 evidenciam que o ensino da matemática pode se dar através da utilização de materiais concreto e que por muitas vezes quando esse processo acontece de maneira inversa ao que é convencional (teoria-prática), ou seja, quando o aluno parte do concreto para o abstrato isso desperta um interesse maior no aluno, com relação a aprendizagem do conteúdo a pesquisa revela que esta metodologia ajudou na significância deste, na correlação com o cotidiano, fazendo com que o aluno entenda que matemática é uma ciência passível a experimentação e que a relação pitagórico em estudo pode se dar como consequência de relações de áreas prováveis. Neste sentido Fiorentini e Miorim (1990) salientam que o aluno deve ter um papel ativo e central na construção de seu conhecimento, visto que é neste momento de experimentação que o aluno entende que a matemática não é baseada no acúmulo de formulas e memorização de passos de resolução mecânica.

A pesquisa D2, de início, chama a atenção para as potencialidades do material concreto, como facilitador do processo de ensino-aprendizagem, mas que este quando deixado sozinho com um estudante não terá efeito educacional algum, sendo de fundamental importância o professor mediador deste processo, para que aluno consiga relacionar o material concreto com

os conteúdos matemáticos estudados em sala de aula e isso se torna ainda mais relevante no contexto de uma educação inclusiva, como por exemplo para os alunos que possuem deficiência visual, sendo de suma importância materiais táteis que consigam abordar conteúdos matemáticos. Para o autor para que os discentes consigam compreender o conteúdo matemático abordado faz-se necessário uma relação mediadora e contextualizada, pois a matemática trabalha com objetos ideias e não reais, utilizando-se de materiais concretos que possam auxiliar os alunos, tais afirmativas dialogam com as ideias de Novello (2009) quando este afirma que os materiais concretos são recursos didáticos que criam um elo entre teoria e prática, minimizando essa ruptura que existe entre os conteúdos matemáticos e as articulações do cotidiano.

Para o desenvolvimento de sua pesquisa a autora sugere vários materiais concretos que podem ser utilizados para explicar funções, Teorema de Tales e Teorema de Pitágoras, esta pesquisa só se delimitará ao último assunto, por este ser o objeto pesquisado. Em uma das propostas o Material concreto é feito com materiais de textura, como barbante, EVA liso e com textura, com ele é possível que o aluno consiga chegar à demonstração do Teorema de Pitágoras através da análise de que a área dos dois quadrados menores corresponde a área do quadrado maior, como mostra a figura 6.

Figura 6- Demonstração do Teorema de Pitágoras por áreas



Fonte: (KOEPESEL, 2017).

Vale ressaltar que este trabalho é um caderno do professor com proposta de ensino que se mostraram bastante eficazes quando aplicadas a uma turma de 9º ano que possuía alunos com deficiência visual, validando nos resultados apresentados pela autora que os materiais concretos auxiliam no entendimento, na descoberta e redescoberta de conhecimentos matemáticos, principalmente aqueles enunciados através de fórmulas, ajudando portanto a diminuir o problema que muitos discentes têm de saber a significância ou aplicação de fórmulas matemática, como é o caso do Teorema de Pitágoras. Tais questões encontram esclarecimento nas observações de Novello (2009), que aponta para a recorrência da ausência de

contextualização por parte dos professores em relação às fórmulas e algoritmos apresentados. Esta prática, conforme destacada pelo autor, é também notável na falta de opções contextualizadas nos livros didáticos. Tal cenário, conforme argumentado por Novello, contribui para um desempenho insatisfatório por parte dos alunos, especialmente quando confrontados com a resolução de problemas ou avaliações.

A dissertação D3 introduz seus estudos elucidando a grande dificuldade que os alunos possuem em estabelecer uma relação entre a matemática e seu cotidiano, em especial na disciplina de geometria por esta possuir características de ter objetos (abstratos e concretos), nos quais o primeiro está relacionado com a parte lógica o segundo a parte geométrica, enfatizando a grande necessidade de se romper este tabu que muitos discentes internalizam, a ideia que o conhecimento matemático só é adquirido por “mentes privilegiadas”, problemática assinalada por D’ Ambrósio (2007): “Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta, e poderia ser tratada como um fato histórico”.

Segundo o autor os teoremas matemáticos são na verdade uma linguagem formalizada da matemática, portanto bastante importantes em todas as ciências exatas, porém a demonstração deste são rigorosamente feitas através de provas por um raciocínio lógico e dedutivo, entendendo aqui a demonstração como uma competência fundamental que está presente na BNCC (Base Nacional Comum Curricular) para nível fundamental e médio.

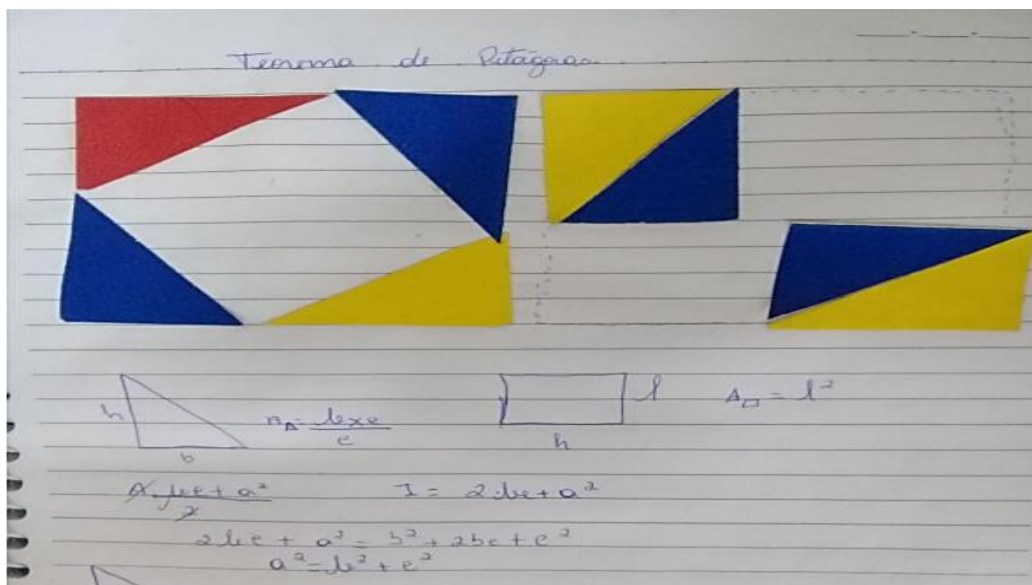
A demonstração é considerada como procedimento de validação, caracterizando a matemática e a distinguindo-a das ciências experimentais. A demonstração é uma prova aceita pelos matemáticos, as provas são divididas em duas categorias: pragmáticas e intelectuais. A primeira se refere aos conhecimentos práticos, ou seja, demonstrações de desenhos observação de figuras a segunda requer uma habilidade mais intelectual conhecimentos de propriedades matemáticas é aí onde surge a dificuldade dos professores ensinar as demonstrações aos alunos, dificilmente os alunos do ensino médio se interessam por propriedades da matemática, se tornando assim o método mais prático mais eficaz no ensino aprendizagem da matemática. (OMENA, 2015, p.16-17).

Considerando a relevância destacada pelo autor em relação ao Teorema de Pitágoras, nota-se que sua pesquisa ressalta a importância vital desse teorema no contexto da geometria, sobretudo em áreas que lidam com a edificação de estruturas e na mensuração de distâncias. Ao longo de sua obra, o autor enfatiza o papel crucial desempenhado pelo Teorema de Pitágoras nessas aplicações práticas. No estágio inicial da pesquisa de campo, foi administrada uma avaliação diagnóstica, focalizando-se nos temas de triângulos retângulos e no próprio Teorema de Pitágoras. Essa abordagem permitiu a coleta de dados acerca do nível de conhecimento dos participantes, no caso, alunos do EJA 2º ano. Os problemas apresentados durante a avaliação foram cuidadosamente elaborados, incorporando propriedades fundamentais para a demonstração da relação pitagórica, especialmente utilizando material concreto. Adicionalmente, questões foram formuladas para explorar a conexão desses conceitos com a disciplina de matemática, proporcionando uma visão abrangente do entendimento dos alunos e sua aplicação prática. Essa abordagem metodológica busca não apenas medir o conhecimento existente, mas também identificar oportunidades para aprimorar a compreensão e a aplicação desses conceitos essenciais.

. No segundo momento da pesquisa o autor iniciou a aula com uma breve história a respeito da vida de Pitágoras, em seguida este explicou algumas características do triângulo retângulo e utilizou-se de um material concreto para demonstrá-lo, adiante foram entregues aos

discentes materiais para que estes confeccionassem o material concreto e demonstrassem por meio deste o Teorema de Pitágoras, como exemplifica a figura 7.

Figura 7- Demonstração do Teorema de Pitágoras com triângulos



Fonte: (PAIVA, 2019).

Os resultados desta pesquisa revelam que a utilização de materiais concretos para demonstrar a relação pitagórica foi algo novo e desafiador para os alunos, visto que eles não tiveram nenhuma aula que abordava esta metodologia, além disto a contextualização do conteúdo com questões cotidianas foi outra questão inovadora levantada pelos alunos, que acharam a interpretação geométrica feita com o material concreto mais fácil e mais esclarecedora, demonstrando assim que esta metodologia possui aspectos positivos na conjectura de fórmulas matemáticas, apesar destes aspectos o autor relata que aplicar tal metodologia requer do professor um planejamento mais complexo, no sentido que se o material for apenas utilizado sem um fim matemático, este só servirá para enfatizar a memorização do conteúdo, rompendo portanto com a proposta pedagógica de se utilizar o material concreto, nesta perspectiva o papel do professor-mediador é de extrema importância.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho propôs-se a analisar artigos e dissertações, cujo objeto de estudo são materiais concretos e o teorema de Pitágoras, com vistas a descobrir qual(is) a(s) contribuição(ões) do uso desses recursos no ensino do teorema de Pitágoras no âmbito da aprendizagem significativa, a fim de identificar a relevância dada a essa temática nas pesquisas científicas e contribuir para os estudos de metodologias para o ensino desta relação pitagórica.

Diante da análise dos resultados obtidos nos trabalhos em estudo, evidenciou-se que o uso de materiais concretos quando utilizado na aplicação/demonstração da relação pitagórica discutida, possibilita uma passagem do concreto para o abstrato e por consequência uma contextualização e significância desta, pois no momento da utilização do material concreto o discente através da manipulação/experimentação passa das percepções concretas até chegar na formulação do pensamento teórico, ou seja, a construção da fórmula de forma significativa, não deixando de neste processo utilizar-se de argumentos matemáticos.

Nesse sentido o uso de materiais concretos no ensino do teorema de Pitágoras se mostrou bastante eficaz e didático, visto que neste processo o aluno é “agente” central da

construção de seu conhecimento e este se dá através de uma prática que apesar de antiga muito pouca utilizada dentro de sala de aula, ocasionando assim um maior interesse no discente e uma maior participação em atividades que envolvam o uso destes recursos.

Vale ressaltar que apesar dos resultados positivos aqui exemplificados, o uso do material concreto seja na aplicação do ensino do teorema de Pitágoras ou de qualquer outra relação matemática, não deve ser feito de maneira isolada e sem planejamento, o papel do professor-mediador é de extrema importância para o êxito desta prática, devendo entender que a utilização desses materiais deve ser forçada nas operações que se realizam sobre ele e não como meramente um objeto ilustrativo.

Por fim, espera-se que este trabalho contribua com a divulgação dos estudos e metodologias que se utilizam de materiais concretos para o ensino do teorema de Pitágoras e de outras relações matemáticas, buscando assim chamar a atenção para o potencial didático dos materiais concretos, entendendo a importância deste dentro da sala de aula.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, R. M. **Descobrimos padrões pitagóricos: geométricos e números**. São Paulo: Atual, 1993, 93P.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf . Acesso em: 5 de maio de 2023.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quartos ciclos do Ensino fundamental: Matemática**. Brasília, MEC, 1998.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blucher Ltda., 1974.

CASADO, Jocassia Emanuelle Silva et al. **O teorema de pitágoras através do uso de material concreto**. 2010. Disponível em < <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/xmlui/handle/riufcg/19009> > acesso em fevereiro de 2023.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2 eds. São Paulo: Summus, 2007.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática, tradução: Hygino H. **Domingues, São Paulo: Editora da Unicamp**, 2004. Disponível em < https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6081521/mod_resource/content/1/%28Saunders%20Series%29%20Domingues%2C%20Hygino%20Hugueros_%20Eves%2C%20Howard%20-%20Introdu%C3%A7%C3%A3o%20%C3%A0%20hist%C3%B3ria%20da%20matem%C3%A1tica-Editora%20da%20Unicamp%20%282004_2008%29.pdf > acesso em junho de 2023.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso dos materiais concretos e jogos no ensino da matemática**. In: Boletim SBEM-SP, 4(7): 5-10, 1990. Disponível em <http://paginapessoal.utfpr.edu.br/amaraujo/metodologia-do-ensino-de-matematica-a/textos-para-fundamentacao/16_%20Uma%20reflexao%20sobre%20o%20uso%20de%20materiais%20concretos%20e%20jogos_Florentini_destacado.pdf/view > acesso em julho de 2023.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

Koepsel, Ana Paula Poffo. Contribuições dos materiais didáticos manipuláveis na aprendizagem de matemática de estudantes cegos. 2017. Disponível em < http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/FURB_6a5c475240d593a33b545bc53f17b1ef > acesso em março de 2023.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica** / Eva Maria Lakatos, Marina de Andrade Marconi. - 8. ed. - São Paulo: Atlas, 2017.

LIMA, E. L. **Meu Professor de Matemática e outras histórias**. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. 256p.

MOREÍ, Camila Benites Bieleski et al. Ensino do teorema de Pitágoras utilizando material concreto manipulável Teaching of the Pythagoras' theorem using manipulable concrete material. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 9, p. 92523-92529, 2021. Disponível em < <https://scholar.archive.org/work/ywb4zb4uynbgno5amkwrfdad6i/access/wayback/https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/download/36408/pdf> > acesso em março de 2023.

NACARATO, Adair Mendes. Eu Trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Ano 9, n.9-10, (2004-2005), p.1-6.

NOVELLO, T. P. et al. **Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos**. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9., ENCONTRO SUL BRASILEIRO DE PSICOPEDAGOGIA, 3., 2009, Curitiba. **Anais**. Curitiba: Champagnat, 2009. p. 10730-10739. Disponível em < https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2009/3186_1477.pdf > Acesso em junho de 2023.

OLIVEIRA, Lenilson da Silva. **Atividades Lúdicas no Ensino do Teorema de Pitágoras. Dissertação (Mestrado em Matemática)**. UENF- Rio de Janeiro, 2016. Disponível em < <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wpcontent/uploads/sites/14/2017/09/28042016Lenilson-Oliveira-da-Silva.pdf> >. Acesso em fevereiro de 2023.

OMENA, Fábriça Rocha. **Demonstração Geométricas no Ensino Fundamental: Uma Proposta Didática para as Séries Finais**. Dissertação (Mestrado em Matemática), PROFMAT-Maceió, 2015. Disponível em < <https://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/2341/1/Demonstra%C3%A7%C3%B5es%20geom%C3%A9tricas%20no%20ensino%20fundamental%20-uma%20proposta%20did%C3%A1tica%20para%20as%20s%C3%A9ries%20finais.pdf> > acesso em agosto de 2023.

PAIS, Luis Carlos. **Ensinar e Aprender Matemática**. São Paulo: Autêntica, 1º. Ed. 2006.

PAIVA, Adilson Pinheiro de. **Utilizando material concreto para resolver o teorema de Pitágoras no EJA**. 2019. Disponível em < <http://177.66.14.82/handle/riuea/4352> > acesso em janeiro de 2023.

PEREIRA, Roseli. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor pde (produções didático-Pedagógicas)**, Paraná, 2013.

SANTOS, Anderson O.; OLIVEIRA, Camila R.; OLIVEIRA, Guilherme S. Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos nas séries iniciais do ensino fundamental. **Revista eletrônica do curso de pedagogia do Campus Jatai-UFG**, 2013.

Disponível em < <https://www.revistas.ufg.br/rir/article/view/24344#:~:text=O%20presente%20trabalho%20traz%20reflex%C3%B5es,uma%20aprendizagem%20significativa%20dos%20conceitos> > acesso em setembro de 2023.