



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
SÃO RAIMUNDO NONATO
CURSO DE FÍSICA**

MAIANY DIAS COELHO

**UMA INVESTIGAÇÃO DA TERMODINÂMICA RELATIVÍSTICA: CONCEITOS
FUNDAMENTAIS**

**SÃO RAIMUNDO NONATO
2023**

MAIANY DIAS COELHO

UMA INVESTIGAÇÃO DA TERMODINÂMICA RELATIVÍSTICA: CONCEITOS
FUNDAMENTAIS

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)
apresentado como exigência parcial para obtenção
do diploma do Curso de Licenciatura em Física do
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Piauí, Campus São Raimundo
Nonato .

Orientador: Prof. Dr. Antonio Sousa Ribero.

SÃO RAIMUNDO NONATO

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Coelho, Maiany Dias

C672i Uma Investigação da termodinâmica relativista : conceitos fundamentais /
Maiany Dias Coelho. - 2023.
33 f.: il. p&b.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) - Instituto
Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus São Raimundo
Nonato, 2023.

Orientador : Prof Dr. Antonio Sousa Ribeiro.

Coorientador : Prof Dr. Francisco Artur Pinheiro Alves Junior.

1. Temperatura Relativista. 2. Relatividade Espacial. 3. Transformação de
Lorentz. I.Título.

CDD - 530

Elaborado por Josué de Moura Costa CRB 3/1130

MAIANY DIAS COELHO

UMA INVESTIGAÇÃO DA TERMODINÂMICA RELATIVÍSTICA: CONCEITOS
FUNDAMENTAIS

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)
apresentado como exigência parcial para obtenção
do diploma do Curso de Licenciatura em Física do
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Piauí, Campus São Raimundo
Nonato .

Aprovada em: 08/12/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Antonio Sousa Ribeiro (Orientador)
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Prof. Dr. Francisco Artur Pinheiro Alves Júnior (Coorientador)
Universidade Federal do Vale Do São Francisco (UNIVASF)

Profa. Dra Mayane Leite da Nóbrega
Universidade Federal do Vale Do São Francisco (UNIVASF)

Prof. Dr. Rafael de Alencar Rocha
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

A Deus, aos meus pais, meus amigos e ao meu namorado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado tudo aquilo que preciso para concluir o curso. A minha família, em especial ao meu pai Ecivaldo, minha mãe Maria Aparecida e meu irmão Mateus por ter me dado todo o apoio e força possível, sem vocês eu não conseguiria. Ao IFPI-Campus São Raimundo Nonato por ter me ajudado com incentivos de bolsas de iniciação a docência. Ao meu professor orientador Antônio por acreditar em mim e me incentivado desde o começo do curso e também ao meu professor coorientador Artur. Agradecer também aos meus amigos que me ajudaram diariamente a não desistir do curso, são eles: Jéssica, Tâmara, Raelson, Andressa. As minhas colegas de quarto maravilhosas Ivanéia, Iraiane, Luana, Thalia, Adriana por todo o carinho e conselhos dados, amo muito vocês. Ao meu namorado, Luiz Gustavo por todo o amor, cuidado, paciência e apoio ao meu sonho.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma revisão bibliográfica da Teoria da Relatividade Especial (RE), com ênfase no debate, ainda aberto, sobre as Transformações de Lorentz (TL) para temperatura e as diferentes proposições formuladas por Planck e Einstein, por Ott, e por Landsberg. Eles afirmam que a temperatura se transformam da seguinte forma respectivamente: $T' = T/\gamma$; $T' = \gamma T$; $T' = T$. A teoria surgiu na finalidade de solucionar a invariância das equações de Maxwell dando origem a dois postulados que contradizem a Mecânica Clássica para altas velocidades. O objetivo é apresentar um trabalho didático e de fácil compreensão voltado para os alunos do curso superior que desejam entender ou têm dificuldades em assimilar os conceitos e cálculos sobre a teoria. O trabalho inicialmente fala sobre a relatividade de Galileu e mostra os pontos falhos, em seguida, demonstra a TL para o mesmo referencial com o fator de correção γ e como consequência, a transformação do tempo e do comprimento para este referencial. E para finalizar, o último capítulo traz a transformação da temperatura, o intuito é demonstrar a visão dos autores sobre o comportamento de algumas grandezas termodinâmicas.

Palavras-chaves: temperatura relativística; relatividade especial; transformação de Lorentz.

ABSTRACT

The present work presents a bibliographical review of the Special Theory of Relativity (SR), with an emphasis on the still open debate on the Lorentz transformations for temperature and the different propositions formulated by Planck and Einstein, by Ott, and by Landsberg. They state that the temperature transforms as follows respectively: $T' = T/\gamma$; $T' = \gamma T$; $T' = T$. The theory arose with the aim of solving the invariance of Maxwell's equations, giving rise to two postulates that contradict Classical Mechanics at high speeds. The objective is to present a didactic and easy-to-understand work aimed at higher education students who want to understand or have difficulties in assimilating the concepts and calculations about the theory. The work initially talks about Galileo's relativity and shows the flaws, then demonstrates the Lorentz transformation for the same reference with the correction factor γ and as a consequence, the transformation of time and length for this reference. . And finally, the last chapter brings the temperature transformation, the aim is to demonstrate the authors' view on the behavior of some thermodynamic quantities..

Keywords: relativistic temperature; special relativity; Lorentz transformation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Sistemas de Referenciais Inerciais	16
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

RE	Relatividade Especial
TL	Transformação de Lorentz

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	PRINCÍPIOS DA RELATIVIDADE ESPECIAL	15
2.1	LEIS DE NEWTON	15
2.2	TRANSFORMAÇÃO DE GALILEU	16
2.3	TRANSFORMAÇÃO DE LORENTZ	17
3	CINEMÁTICA RELATIVÍSTICA	19
3.1	CONTRAÇÃO DO TEMPO	19
3.2	DILATAÇÃO DO TEMPO	19
3.3	VELOCIDADE RELATIVA E MÚTUA	20
4	TEMPERATURA RELATIVÍSTICA	21
4.1	PARA PLANCK E EINSTEIN	21
4.1.1	<i>AS LEIS DA TERMODINÂMICA</i>	22
4.1.2	<i>FUNÇÃO DE HELMHOLTZ</i>	23
4.1.3	<i>ENERGIA DE GIBBS</i>	23
4.2	PARA OTT E LANDSBERG	24
5	CONCLUSÃO	26
	REFERÊNCIAS	27
	APÊNDICE A – DEDUÇÃO MATEMÁTICA DAS TRANSFORMAÇÕES DE LORENTZ	29
	APÊNDICE B – TEMPERATURA RELATIVÍSTICA	34

1 INTRODUÇÃO

Einstein também enunciou seu segundo postulado, conhecido como Princípio da Constância da Velocidade da Luz, onde afirmou que a velocidade da luz, no espaço vazio, é uma constante absoluta e não depende da velocidade de sua fonte, o que significa que ela é independente do corpo emissor. Por essa razão, levou ao surgimento da RE, que mudou a maneira como se entende o mundo físico [1].

A Teoria da RE surgiu como um marco na Física, introduzindo conceitos revolucionários que contrariavam as leis newtonianas. Enquanto Newton acreditava que o tempo era absoluto, Einstein admitiu que o tempo não era absoluto, mas sim a velocidade da luz. Ele demonstrou que a velocidade da luz é constante para todos os referenciais inerciais e é a velocidade limite da natureza [2]. A RE estabeleceu uma mudança fundamental na forma como entende-se o espaço e o tempo, passando de conceitos separados para um espaço-tempo entrelaçado. Tudo isso transformou nossa visão da Física e nos levou a uma compreensão mais avançada do universo e do seu funcionamento fundamental.

A RE não afetou somente na Mecânica Clássica, mas também a Termodinâmica, no que diz respeito a entropia, pressão e temperatura. Einstein e Planck trouxeram a ideia de que a entropia e a pressão são invariantes e que a temperatura mudará de um referencial inercial para outro por meio da transformação de Lorentz, obtendo $T' = T/\gamma$. Porém, outros autores se opuseram a respeito do resultado obtido. Ott, por exemplo, ao revisar o assunto, determinou que a entropia e pressão estavam certos, porém, obteve um valor diferente na temperatura como $T = \gamma T'$. Após alguns anos, Landsberg trouxe outro posicionamento, determinou que a temperatura seria invariante, assim como a entropia e a pressão. Atualmente, não se sabe qual teoria está correta ou qual deve ser aceita na comunidade científica [3].

Este trabalho acadêmico tem como finalidade revisar o conteúdo da Teoria da RE e revisar os conceitos fundamentais da Termodinâmica Relativística de forma clara e objetiva, apresentando equações bem elaboradas e minimalistas para facilitar a compreensão, assim como destacar a natureza por trás da TL e suas especificidades e ressaltar a cinemática relativística, focando no detalhamento do conteúdo para melhor absorção e por fim, trazer as ideias principais sobre Termodinâmica Relativística como temperatura, entropia e pressão. A ideia é proporcionar um texto compreensível e de referência para os estudantes de Física que desejam se aprofundar nessa importante área do conhecimento, tornando o estudo da teoria acessível e menos intimidante. Além disso, este trabalho traz a temática da temperatura vista pela RE, a intenção é expor esse tema, que até então não é muito discutido. Apresenta as ideias de alguns físicos sobre a temperatura relativística e os seus posicionamentos acerca.

O texto está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 é feita uma revisão das leis de Newton e da relatividade Galileana, mostrando a transformação de Galileu, assim como a TL para um referencial em movimento. No capítulo 3 trata-se da cinemática relativística demonstrando como se comporta o tempo e o espaço na RE assim como a relação das velocidades de um objeto no sistema de referencial relativístico. No capítulo 4 é abordado a temperatura vista pela RE trazendo alguns autores principais com Planck e Einstein, Ott e Landsberg com suas ideias e seus questionamentos.

2 PRINCÍPIOS DA RELATIVIDADE ESPECIAL

Este capítulo aborda os princípios da Relatividade de Galileu e a TR com foco no desenvolvimento dos cálculos e uma comparação das duas abordagens.

2.1 LEIS DE NEWTON

Os princípios básicos da dinâmica foram elaborados por Galileu, Descartes e Newton. A primeira formulação da lei da inércia foi dada por Galileu com seu experimento de uma esfera lançada sobre um plano horizontal perfeitamente polido, ou seja, sem atrito e desprezando a resistência do ar. Não havendo forças na horizontal, o movimento observado seria um movimento retilíneo uniforme [4].

Em sua obra *Princípios de Filosofia* Descartes destaca 3 leis da natureza: A primeira lei da natureza diz que cada objeto continua em seu estado, a menos que seja afetado; portanto, um objeto em movimento continuará em movimento. A segunda lei da natureza diz que toda matéria em movimento tem a propensão a se manter em movimento. A terceira fala que se um corpo em movimento colidir com um mais forte, ele não vai se alterar, porém, se chocar com um mais fraco, perderá somente o movimento que foi transferido [5].

Em seu livro *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural* no ano de 1687, Newton formulou as Três leis do movimento [6]. A primeira lei diz que todo corpo permanece em seu estado de origem, ou seja, ou de repouso ou de movimento retilíneo uniforme, exceto se seu estado se alterar devido a ação de forças atuantes. A lei diz que uma partícula livre move-se com velocidade constante, ou seja, sem aceleração, continuará em movimento, o mesmo acontece com a partícula em repouso. A lei só é válida em referenciais inerciais. Referencial inercial é o referencial onde vale a lei da inércia. Observando a primeira lei nota-se que seja qual for a variação da velocidade de um corpo no que se refere ao referencial inercial, essa aceleração está relacionada com a ação de uma força, aplicada no corpo [7].

A segunda lei de Newton sugere que a aceleração em razão da força seja proporcional vetorialmente a essa força, com isso conclui-se que $\vec{a} = b\vec{F}$ com b um coeficiente. Ao observar dois objetos A e B com velocidades iguais, sendo que A possui maior massa que B, exercendo uma força para parar ambos nota-se que o objeto de massa maior terá mais dificuldade de parar, ou seja, o objeto A. Agora observando dois objetos de mesma massa e com velocidades diferentes, sendo que B possui maior velocidade que A, exercendo uma força sobre eles percebe-se que o objeto de maior velocidade terá dificuldade de parar. Então, pode-se dizer que a aceleração do objeto é inversamente proporcional a sua massa, conclui-se desta forma que $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ e, portanto

$$\vec{F} = m\vec{a} [7].$$

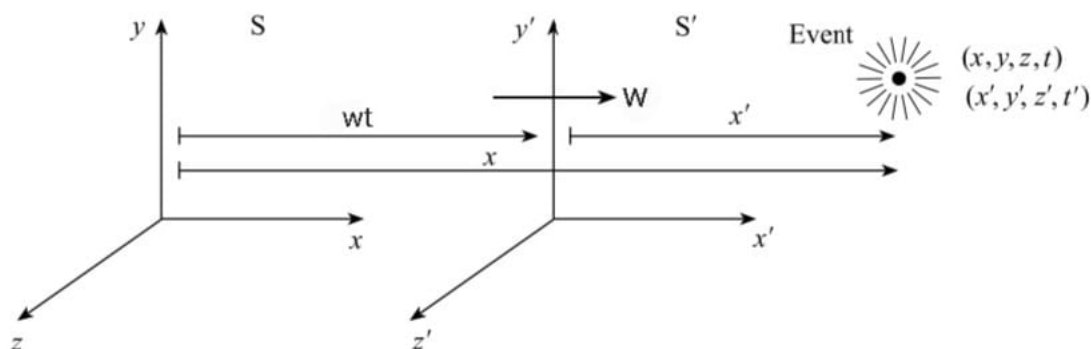
A terceira lei de Newton, princípio da ação e reação, ressalta que ao imaginar duas partículas 1 e 2 em interação e com forças externas desprezíveis, apenas forças devido à ação mutua de uma sobre a outra e sendo uma colisão frontal dessas duas partículas, observa-se que o momento antes da colisão é o mesmo para o momento depois da colisão. Desta forma, diz-se que o momento total do sistema isolado se conserva [7].

2.2 TRANSFORMAÇÃO DE GALILEU

O Princípio da Relatividade, proposto por Galileu, em que as leis da natureza são invariantes para quaisquer referenciais inerciais. O princípio afirma que uma lei expressada em um referencial inercial possui o mesmo formato observado em outro referencial inercial. Na ocasião que ocorre esse evento, diz-se que são covariantes [8].

Na transformação de Galileu, sejam dois sistemas de referenciais inerciais S e S' onde S' tem velocidade w em relação a S . Observando um evento (ocorre num determinado ponto do espaço) realizado em S' com vetor posição $\vec{r}'$ e por S com vetor posição $\vec{r}$. Considerando os eixos x e x' coincidentes em função da isotropia do espaço. Tem-se o sistema conforme a figura 1 [2] :

Figura 1 – Sistemas de Referenciais Inerciais



Fonte: Rindler, 2006.

Os vetores serão:

$$S = x, y, z \quad \text{e} \quad S' = x', y', z' \quad (2.1)$$

A adição de velocidade será:

$$u' = u - \vec{w} \quad \text{ou} \quad u = u' + \vec{w} \quad (2.2)$$

Com isso, a transformação de Galileu mostra que a velocidade final u no referencial S vai ser a soma da velocidade inicial w com a velocidade u' do referencial S' . No primeiro caso acima, o referencial S' vai observar o afastamento do referencial

S enquanto no referencial S vai observar a junção da velocidade u com a velocidade inicial $\vec{w}$ [2].

A velocidade em S' na direção y e z é:

$$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy}{dt} = u'_2 = u_2 \quad ; \quad \frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt} = u'_3 = u_3 \quad (2.3)$$

Desta forma, conclui que no eixo y e z não há variação da velocidade, ou seja, a velocidade varia apenas no eixo x . A aceleração ocorre conforme o princípio da covariância:

$$a' = a \quad (2.4)$$

Na segunda lei de Newton a força é dada por:

$$\begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F}' = m\vec{a}' \end{cases}$$

como $a' = a$ obtem:

$$\vec{F} = \vec{F}' \quad (2.5)$$

A transformação de Galileu não altera as distâncias entre as partículas e também não afeta a massa. Sendo assim, não afetará a força $\vec{F}$, sendo igual nos dois referenciais. Usando essa analogia para calcular a velocidade da luz c obtém-se:

$$c' = c - w$$

Logo:

$$c' \neq c$$

Observando o comportamento da luz pode-se notar que a velocidade da luz no referencial S será diferente do referencial S' , ou seja, será a soma da velocidade da luz com a velocidade do referencial em movimento, um valor equivocado visto pela RE. A seguir, demonstra-se a TL para o mesmo referencial inercial com os termos de correções.

2.3 TRANSFORMAÇÃO DE LORENTZ

A dedução das equações fundamentais para a investigação da Relatividade realizou-se por Lorentz e ficou conhecida por transformações de Lorentz ou equações de Lorentz [9]. Sejam dois referenciais S e S' onde S' tem velocidade $\vec{w}$ em relação a S e os eixos x e x' são análogos. Tomando que os observadores nos dois referenciais

marquem o tempo quando a origem é igual para ambos, obtendo o instante de tempo: $t = t' = 0$. Nesse instante é emitida uma luz de uma lanterna (acende e apaga), por exemplo, partindo da origem dos dois referenciais conforme a figura 1. Observando a equação 2.2 nota-se que o sistema é linear. Na de TL, para que o sistema seja linear necessita de um valor de correção da forma [2]:

$$x' = A(x - wt) \quad \text{e} \quad t' = Bt + nx \quad (2.6)$$

Obtendo $A = B$ e $A = \gamma$ com valor de:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}} \quad (2.7)$$

É conhecida como Fator de Lorentz. Chamando $\beta = \frac{w}{c}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (2.8)$$

As transformações de Lorentz serão da forma:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - wt) \\ t' = \gamma(t - \frac{w}{c^2}x) \end{cases} \quad (2.9)$$

Einstein priorizou a abordagem Física ao lidar com a questão da invariância das equações de Maxwell em seu artigo Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento de 1905 [10]. Ao explicar a invariância, Einstein determinou a veracidade das equações de Maxwell e publicou dois postulados [11]: O primeiro fala sobre o Princípio da Relatividade Restrita afirmando que as leis físicas devem ser iguais em todos os referenciais inerciais e o segundo fala sobre o Princípio da Constância da Velocidade da Luz determinando que a velocidade da luz, no vácuo, c , é a igual em todas as direções e em todos os referenciais inerciais sendo livre do movimento de sua origem [12].

Neste capítulo obteve a TL em uma direção e mostrou matematicamente como a velocidade da luz afeta um sistema de referenciais, sendo necessário a utilização de um fator de correção (γ), as equações serão úteis para o prosseguimento do trabalho. Informações detalhadas estarão contidas no apêndice.

3 CINEMÁTICA RELATIVÍSTICA

Nesta seção faz-se a relação das velocidades de um objeto no sistema de referencial relativístico e também demonstra o comportamento do tempo e do comprimento para velocidades próximas à velocidade da luz. A RE é a teoria que trabalha as simetrias da TL e suas consequências na Física. A mecânica relativística está ligada a TL enquanto que a mecânica Newtoniana à Transformação de Galileu [2].

3.1 CONTRAÇÃO DO TEMPO

Sejam dois sistemas de referenciais inerciais S e S' onde S' tem velocidade w em relação a S . Um barra de ferro de comprimento próprio L_0 é colocada no referencial S' . Onde a medida de S é simultâneo. O observador situado em S verá um comprimento L em um intervalo de tempo nulo ($\Delta t = 0$) dado por

$$L = x_b - x_a \quad \text{e} \quad L_0 = x'_b - x'_a. \quad (3.1)$$

Pode-se estabelecer uma relação entre o comprimento L medido por S' e o comprimento próprio L_0 , por meio da TL. Assim as extremidades da barra são dadas pelas expressões

$$x'_a = \gamma(x_a - wt_a) \quad \text{e} \quad x'_b = \gamma(x_b - wt_b) \quad (3.2)$$

Encontra-se a relação:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}} \quad (3.3)$$

Em relação a S , a barra mede o comprimento próprio da barra, enquanto que no outro referencial que se move na direção do eixo da barra mede a barra com comprimento menor que o comprimento próprio.

3.2 DILATAÇÃO DO TEMPO

Sejam dois sistemas de referenciais inerciais S e S' onde S' tem velocidade w em relação a S . No referencial S tem um tempo t_a e t_b e no referencial S' possui um tempo t'_a e t'_b e $x'_a = x'_b$ e sabendo que $\Delta t'$ é o tempo próprio tem:

$$t_a = \gamma \left(t'_a + \frac{w}{c^2} x'_a \right) \quad \text{e} \quad t_b = \gamma \left(t'_b + \frac{w}{c^2} x'_b \right) \quad (3.4)$$

Fazendo a subtração $t_b - t_a$ obtém-se:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}} \quad (3.5)$$

Desta forma, o tempo passa mais devagar para o referencial S' que viaja a velocidade próxima a velocidade da luz, ou seja, o tempo para o observador que se encontra em repouso passará mais rápido quando comparado com um observador que se encontra em movimento com velocidade próxima a velocidade da luz.

3.3 VELOCIDADE RELATIVA E MÚTUA

Sejam dois referenciais S e S' onde o referencial S' está com uma velocidade w em relação a S . Um objeto se move no referencial S' com velocidade u' . A velocidade u_x será:

$$u_x = u'_x + w \quad \text{e} \quad u'_x = u_x - w \quad (3.6)$$

Fazendo as relações encontra-se:

$$\gamma(u') = \gamma(w)\gamma(u) \left[1 - \frac{u_x w}{c^2}\right] \quad (3.7)$$

A equação acima diz que para quaisquer três velocidades subluminais (velocidades abaixo da velocidade da luz), obtém-se a equação acima fazendo relação com as três velocidades, essa equação é chamada de velocidade mútua. A equação 3.7 se reduz à forma clássica, ou seja, é covariante. Por mais que haja soma das velocidades, a velocidade jamais vai alcançar ou ultrapassar a velocidade da luz.

4 TEMPERATURA RELATIVÍSTICA

Neste capítulo estuda-se o comportamento da temperatura no referencial relativístico visto por alguns autores como Einstein e Planck, Ott e Landsberg. Obter uma única Teoria da Temperatura no referencial relativístico que seja consistente com a RE é um obstáculo debatido há mais de 50 anos e pode se estender por séculos [3].

4.1 PARA PLANCK E EINSTEIN

Segundo a proposta de termodinâmica construída por Einstein e também segundo a proposta de Planck, a entropia e a pressão são invariantes e a temperatura se transforma por TL, ou seja, dado um corpo em um referencial inercial S com uma temperatura T , outro observador inercial S' que se move com velocidade constante $\vec{w}$ vai detectar uma temperatura T' da forma [3]:

$$T' = \frac{T}{\gamma}, \quad S = S', \quad p = p' \quad (4.1)$$

Desta forma, um observador em movimento, ao medir, notará que a temperatura do objeto ficará mais frio em relação ao referencial em repouso. Com S sendo a entropia, p a pressão e γ sendo o fator de Lorentz com valor de $(1 - w/c)^{-1/2}$.

Sabe-se que a energia não pode ser criada e tampouco destruída e sim transformada. Em termodinâmica, uma grandeza importante neste texto é a entalpia, quando ocorre um processo no qual há variação de temperatura e como consequência, transferência de energia em forma de calor, pode-se pensar que esse processo possui uma energia armazenada no qual será transformada, esta energia de formação é chamada de entalpia dado pela equação:

$$H = U + pV \quad ; \quad dH = dE + pdV + Vdp \quad (4.2)$$

Onde H é a entalpia do sistema, U a energia interna, p a pressão e V o volume do sistema [13]. O trabalho realizado em um sistema termodinâmico é dado por:

$$W = pdV \quad (4.3)$$

Porém, como está se tratando de um sistema também relativístico, terá um termo de correção [14]:

$$W = pdV - \vec{w} \cdot d\vec{\kappa}' \quad (4.4)$$

Onde $\vec{w}$ é a velocidade do referencial em movimento e $\vec{\kappa}'$ é o vetor momento. O vetor momento está presente devido a alteração da energia, já que está em um referencial relativístico [14]. Então será:

$$\vec{\kappa}' = \gamma \left[m + \left(\frac{E + pV}{c^2} \right) \right] \cdot \vec{w} \quad \text{ou} \quad \vec{\kappa}' = \gamma \left[m + \left(\frac{H}{c^2} \right) \right] \cdot \vec{w} \quad (4.5)$$

Com isso, o momento será análogo a entalpia, tendo relação com a energia de formação.

4.1.1 AS LEIS DA TERMODINÂMICA

A primeira lei da Termodinâmica afirma que dado um sistema termodinâmico, haverá relação entre a energia interna, o Trabalho e a transferência de calor. O calor Q equivale à energia transportada entre sistemas adjacentes por meio de uma parede diatérmica (permite a passagem de calor) [15]. Dado pela equação:

$$dQ = dU + W \quad (4.6)$$

Onde dU é a variação da energia interna de um sistema e W é o trabalho realizado por um sistema. Com isso, a transferência de calor Q' no referencial I' com E' sendo a energia total do sistema, segundo Einstein, é dada por:

$$dQ' = dE' + W \quad (4.7)$$

Fazendo as substituições encontra-se:

$$dQ' = \frac{dQ}{\gamma} \quad (4.8)$$

Portando, a equação acima demonstra que a transferência de calor de um referencial em movimento dQ' será menor com fator de correção γ em relação a um referencial em repouso com transferência de calor dQ .

A segunda lei da termodinâmica conduz à propriedade termodinâmica denominada entropia dada por [16] :

$$dQ = T dS \quad (4.9)$$

Onde dQ é a quantidade de calor, T é a temperatura e dS a entropia do sistema. Substituindo a 4.8 na equação acima, sabendo que a entropia é invariante e que $dQ' = T' dS'$, obtém-se:

$$T' = \frac{T}{\gamma} \quad (4.10)$$

Através das transformações, obteve naturalmente a equação da temperatura para um referencial relativístico. Essa teoria foi apoiada por Tolman [14] e outros

autores.

4.1.2 FUNÇÃO DE HELMHOLTZ

Com a temperatura constante, a energia de Helmholtz está agregada com o trabalho do sistema, ela é a energia que restou do sistema após realizar trabalho sobre outro sistema onde a energia restante será usada posteriormente [17]. A Energia de Helmholtz é uma transformada parcial de Lefrange da energia interna que muda a variável independente entropia por a temperatura e volume por pressão [18, 19]. Dada por:

$$F = U - TS \quad ; \quad dF = -PdV - SdT \quad (4.11)$$

Onde F é a energia de Helmholtz, U a energia interna, T é a temperatura e S a entropia. A de TL para a energia de Helmholtz no referencial em movimento será:

$$dF' = -P'dV' - SdT' \quad (4.12)$$

Sabendo que a pressão e a entropia são invariantes e $V = V/\gamma$ e substituindo a 4.10 na equação acima tem-se:

$$dF' = \frac{dF}{\gamma} \quad (4.13)$$

Com isso, a Função de Helmholtz será menor para um referencial em movimento assim como a temperatura e a transferência de calor.

4.1.3 ENERGIA DE GIBBS

A energia de Gibbs, assim como a energia de Helmholtz, é um potencial termodinâmico, ela é usada para calcular a quantidade máxima de energia presente no sistema termodinâmico utilizado para realizar trabalho dada por [20] :

$$G = H - TS \quad ; \quad dG = VdP - SdT \quad (4.14)$$

No referencial S' tem-se:

$$dG' = V'dP' + S'dT' \quad (4.15)$$

Sabendo que a pressão e a entropia são invariantes e $V = V/\gamma$ e substituindo a 4.10 na equação acima tem-se:

$$dG' = \frac{dG}{\gamma} \quad (4.16)$$

Conforme visto anteriormente, a energia de Gibbs se comportou da mesma forma que a energia de Helmholtz assim como a temperatura.

4.2 PARA OTT E LANDSBERG

Para Ott, o processo vai acontecer de outra forma, a entropia e a pressão são invariantes e a temperatura se transforma por TL, porém, um observador em movimento, ao medir, notará que a temperatura do objeto ficará mais alta [3]. Suas teorias foram apoiadas por Arzelies [21, 22]. A equação da temperatura será da forma :

$$T' = \gamma T, \quad S = S', \quad p = p' \quad (4.17)$$

Gamba relata parecer estranho a transformação da transferência de calor de Einstein, pois não está sendo tratado como energia, o que seria a forma correta [23]. O calor, segundo Ott será da forma [22]:

$$dQ' = \gamma dQ \quad (4.18)$$

A equação de um gás ideal é dada por:

$$pV = nRT \quad (4.19)$$

Fazendo a TL para um gás ideal, a equação será da forma:

$$\frac{pV}{\gamma^2} = nRT \quad (4.20)$$

Igualando a 4.20 com a 4.6 no referencial em movimento e isolando dS tem-se:

$$dE' + p'dV' = T'dS' \quad (4.21)$$

Obtendo

$$dS = \frac{1}{T} \left(dU + \frac{pdV}{\gamma^2} \right) \quad (4.22)$$

Observando as equações 4.20 e 4.22, nota-se que os mesmos não são covariantes, ou seja, não há a mesma forma em todos os referenciais, pois o fator de correção γ está elevado ao quadrado, estando, portanto, contradizendo a RE. A equação de estado de um gás ideal não possui o mesmo formalismo em todos os referenciais devido a derivação da equação se dar pelo média das velocidades das partículas e não pela velocidade do centro de massa [3]. Sutcliffe ao analisar estatisticamente, observou que a entropia deve ser invariante e encontrou [24] :

$$p' = \gamma^2 p \quad (4.23)$$

Desta forma, a equação será covariante e obdecerá a RE, sendo então possível de ser validada.

Ao publicar dois artigos na década de 1960 e 1970, Landsberg contradiz as ideias de Einstein e Planck. Para Landsberg, a Temperatura será invariante assim como a entropia e a pressão obtendo como equação [25]:

$$T = T', \quad S = S', \quad p = p' \quad (4.24)$$

Para garantir a invariância relativística, Landsberg propôs então uma definição da temperatura dada por [3]:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,P} \quad (4.25)$$

Onde E é a energia total do sistema, o resultado sugere a invariância da energia interna e também a invariância TdS , então pode-se definir a temperatura em todos os referenciais como:

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V,P} \quad (4.26)$$

Esta teoria teve sustento por vários autores como Callen e Horwitz [26]. Cavalleri e Salgarelli relata que a temperatura só tem significado quando pode ser medida em um local específico, o que só é possível no referencial de repouso do sistema físico [27]. Portanto, a temperatura deve ser invariante de acordo com a TL para haver sentido segundo a física estatística [3].

5 CONCLUSÃO

As leis de Newton têm grande importância para a Mecânica Clássica, foi uma grande descoberta que impulsionou a tecnologia e o mundo, serviu para a construção de foguetes e a viagem para fora do planeta. Entender como funciona a inércia, os movimentos dos planetas, foi essencial para a evolução da ciência. Cada acontecimento, cada pessoa que deixou seu conhecimento serviu para impulsioná-la. Por exemplo, Newton não teve essa ideia só, vieram outros pensadores que contribuíram para que, ao chegar em Newton reformulasse uma teoria concreta, como Descartes e Galileu.

Assim é a ciência, é uma construção de ideias que moldam até atingir uma teoria concreta e estará em grande transformação, ou seja, sempre terá teorias novas, questionamentos a serem respondidos. As leis de Newton não responderam todas as perguntas que surgiram posteriormente, necessitando de novas teorias com novas abordagens. Uma dessas teorias foi a de Einstein, que buscou responder algumas perguntas deixadas na época. Einstein mudou o pensamento com propostas contrárias à de Newton. Porém, não quer dizer que as teorias de Newton estão erradas, mas sim que elas não conseguiram resolver todos os questionamentos. Ao desenvolver a teoria da RE, Einstein determinou a constância da velocidade da luz e afirmou que as leis da natureza devem ser as mesmas em todos os referenciais. Ao determinar a constância da velocidade da luz, obteve como consequência mudanças em algumas grandezas físicas como comprimento, tempo, energia.

Para complementar a teoria, Einstein trouxe outra indagação: como seria a temperatura neste referencial em movimento? Einstein afirmou que a temperatura também sofrerá transformações, assim como a quantidade de calor com fator de correção γ , ela vai ser mais baixa para um referencial em movimento. Ela foi aceita por alguns anos até a chegada de Ott. Ott pensava de outra forma, para ele, o processo de transformação vai acontecer, mas de forma contrária à de Einstein, vários autores apoiaram Ott. Após algum tempo, entrou outro autor na história, Landsberg, para ele só faria sentido se a temperatura fosse invariante, ou seja, sem mudança. É de pensar que essa teoria pode levar anos para ser aceita pela comunidade científica. E como saber qual está correta? Esses e outros autores que apoiam suas ideias, mostram visões diferentes, teorias com conceitos próprios ditos certos.

Este trabalho tem como perspectiva analisar a temperatura relativística em referenciais acelerados, sendo objeto de estudo de buracos negros. A TR pode, no futuro, explicar melhor os fenômenos como, por exemplo, os buracos negros.

REFERÊNCIAS

- 1 MARTINS, R. A. O surgimento da teoria da relatividade restrita. *Tópicos de história das ciências naturais*, São Paulo: Editora Manole (no prelo), 2018. 13
- 2 RINDLER, W. *Relativity: Special, general, and cosmological*. [S.l.: s.n.], 2006. 13, 16, 17, 18, 19
- 3 FARÍAS, C.; PINTO, V. A.; MOYA, P. S. What is the temperature of a moving body? *Scientific reports*, Nature Publishing Group UK London, v. 7, n. 1, p. 17657, 2017. 13, 21, 24, 25
- 4 PORTO, C. M. Galileu, descartes e a elaboração do princípio da inércia. *Revista Brasileira de Ensino de Física.*, v. 31, p. 4601–4610, 2009. 15
- 5 MILLER, R. *René Descartes Principles of Philosophy*: Translated, with explanatory notes. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1984. v. 24. 15
- 6 NEWTON, I. *The Principia: mathematical principles of natural philosophy*. [S.l.]: Univ of California Press, 1999. 15
- 7 NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica: Mecânica*. [S.l.]: Editora Blucher, 2013. v. 1. 15, 16
- 8 BARCELOS NETO, J. Fundamentos de relatividade especial. *Cadernos Didáticos da UFRJ*, v. 1, n. 1, p. 210, 1994. 16
- 9 FREITAS, C. G. F. et al. *História e desenvolvimento da Teoria da Relatividade*. [S.l.]: Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, 2022. v. 1. 120 p. 17
- 10 SEIXAS, W. O princípio da relatividade—de galileu a einstein. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 5, n. 10, p. 43–56, 2005. 18
- 11 SILVA, A. R. M. et al. A teoria da relatividade de einstein. 2005. Disponível em: <https://www.academia.edu/download/56204801/Artigo_-_V.pdf>. 18
- 12 NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica: Ótica, relatividade, física quântica*. [S.l.]: Editora Blucher, 2014. v. 4. 18
- 13 OLIVEIRA, M. J. *Termodinâmica*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2005. 21
- 14 TOLMAN, R. C. *Relativity, thermodynamics, and cosmology*. [S.l.]: Courier Corporation, 1987. 21, 22
- 15 NUSSENZVEIG, H. *Curso de física básica: Fluidos, oscilações e ondas*. [S.l.]: BLUCHER, 2014. v. 2. 22
- 16 PARVAN, A. Lorentz transformations of the thermodynamic quantities. *Annals of Physics*, Elsevier, v. 401, p. 130–138, 2019. 22

- 17 Wikipedia contributors. *Plagiarism — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. 2004. [Online; accessed 22-July-2004]. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Energia_livre_de_Helmholtz>. 23
- 18 CALLEN, H. B. *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. [S.l.: s.n.], 1960. 23
- 19 CORREIA, J. J.; GUIMARÃES, G. F. Definição da energia livre de helmholtz em fontes didáticas. *Revista Binacional Brasil-Argentina: Diálogo entre as ciências*, v. 8, n. 2, p. 141–169, 2019. 23
- 20 Wikipedia contributors. *Plagiarism — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. 2004. [Online; accessed 22-July-2004]. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Energia_livre_de_Gibbs>. 23
- 21 ARZELIES, H. Sur le concept de temperature en thermodynamique relativiste et en thermodynamique statistique. *Il Nuovo Cimento B (1965-1970)*, Springer, v. 40, p. 333–344, 1965. 24
- 22 OTT, H. Lorentz-transformation der wärme und der temperatur. *Zeitschrift für Physik*, Springer, v. 175, p. 70–104, 1963. 24
- 23 GAMBA, A. Relativistic transformarion of thermodynamical quantities.(beware of jacobians!). *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, Springer, v. 37, n. 4, p. 1792–1794, 1965. 24
- 24 SUTCLIFFE, W. Lorentz transformations of thermodynamic quantities. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, Springer, v. 39, p. 683–686, 1965. 24
- 25 LANDSBERG, P. T.; MATSAS, G. E. Laying the ghost of the relativistic temperature transformation. *Physics letters A*, Elsevier, v. 223, n. 6, p. 401–403, 1996. 25
- 26 CALLEN, H.; HORWITZ, G. Relativistic thermodynamics. *American Journal of Physics*, American Association of Physics Teachers, v. 39, n. 8, p. 938–947, 1971. 25
- 27 CAVALLERI, G.; SALGARELLI, G. Revision of the relativistic dynamics with variable rest mass and application to relativistic thermodynamics. *Nuovo Cimento A Serie*, v. 62, n. 3, p. 722–754, 1969. 25

APÊNDICE A – DEDUÇÃO MATEMÁTICA DAS TRANSFORMAÇÕES DE LORENTZ

Pode-se descrever a 2.1:

$$\vec{r} = \vec{r'} + \vec{d}$$

Como $\vec{w} = \frac{\vec{d}}{t}$, isolando $\vec{d}$ e substituindo na equação acima tem-se:

$$\vec{r} = \vec{r'} + \vec{w}t \quad \text{ou} \quad \vec{r'} = \vec{r} - \vec{w}t \quad (\text{A.1})$$

Sabendo que o instante t' em que o evento ocorre é o mesmo tempo t .
Derivando em relação ao tempo t :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\vec{r'}) &= \frac{d}{dt}(\vec{r} - \vec{w}t) \\ \frac{d\vec{r'}}{dt} &= \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{w} \end{aligned}$$

Substituindo $u' = \frac{d\vec{r'}}{dt}$ e $u = \frac{d\vec{r}}{dt}$ encontra-se a 2.2.

A aceleração do sistema será da seguinte forma:

$$a = \frac{dw}{dt} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{du'}{dt} = \frac{d}{dt}(u - w)$$

Onde $\frac{dw}{dt}$ tende a 0 e encontra-se a 2.4.

Usando o segundo postulado da RE com base na figura 1.

$$\vec{r} = x_i + y_j + z_k \quad ; \quad \vec{r'} = x'_i + y'_j + z'_k$$

Usando o teorema de Pitágoras:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad ; \quad r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 \quad (\text{A.3})$$

A velocidade da luz é dada por:

$$c = \frac{r}{t} \quad (\text{A.4})$$

Isolando $\vec{r}$

$$\vec{r} = ct \quad ; \quad \vec{r'} = ct' \quad (\text{A.5})$$

Substituindo a A.5 na A.3 tem-se:

$$\begin{aligned} c^2 t^2 &= x^2 + y^2 + z^2 \quad ; \quad c^2 t'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 \\ c^2 t^2 - x^2 &= y^2 + z^2 \quad ; \quad c^2 t'^2 - x'^2 = y'^2 + z'^2 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Como $y = y'$; $z = z'$ (na TL so ocorre mudança somente no eixo x) substituindo na 12:

$$\begin{aligned} y^2 + z^2 &= y'^2 + z'^2 \\ c^2(t^2 - t'^2) + x'^2 - x^2 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Substituindo a equação 2.6 na equação acima:

$$t^2(c^2 - c^2 B^2 + A^2 w^2) + x^2(A^2 - c^2 n^2 - 1) - 2(c^2 B n - A^2 w^2)tx = 0 \quad (\text{A.8})$$

Para resolver é necessário transformar em um sistema:

$$\begin{cases} c^2 - c^2 B^2 + A^2 w^2 = 0 \\ A^2 - c^2 n^2 - 1 = 0 \\ c^2 B n - A^2 w = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} A^2 - c^2 B^2 = -c^2 \\ A^2 - c^2 n^2 = 1 \\ A^2 w = c^2 B n \end{cases}$$

Dividindo o primeiro por $-c^2$:

$$\begin{cases} \frac{-A^2 w^2}{c^2} + B^2 = 1 & I \\ A^2 - c^2 n^2 = 1 & II \\ A^2 w = c^2 B n & III \end{cases}$$

Pegando a equação III:

$$A^2 = -\frac{c^2}{w} B n \quad (\text{A.9})$$

Substituindo a eq. acima na eq. I tem-se:

$$(B + n w) = \frac{1}{B} \quad (\text{A.10})$$

Pegando a A.9 e substituindo na eq. II tem-se:

$$B = \frac{-c^2}{w} n \quad (\text{A.11})$$

Pegando a eq. A.11 e substituindo na A.9 tem-se:

$$A = \pm B \quad (\text{A.12})$$

Substituindo a A.12 na equação I tem-se:

$$A^2 = \frac{1}{\left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right)}$$

O valor de N será:

$$N = \frac{-w^2}{c^2} \gamma \quad (\text{A.13})$$

Com $A = \gamma$ obtém-se o fator de Lorentz dado na 2.7. Nas 4 direções será:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - wt) \\ t' = \gamma\left(t - \frac{w}{c^2}x\right) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Com $x^o = ct$, $x'^o = ct'$, $\beta = \frac{w}{c}$. Fazendo as manipulações encontra-se:
:

$$\begin{bmatrix} x'^o \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x^o \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix};$$

onde a matriz da TL é:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Subtraindo $x'_b - x'_a$ na 3.2 tem-se :

$$\begin{aligned} x'_b - x'_a &= \gamma(x_b - wt_b) - \gamma(x_a - wt_a) \\ L_0 &= \gamma[x_b - x_a - w(t_b - t_a)] \\ L_0 &= \gamma[L - w\Delta t] \end{aligned}$$

Como considerou-se que o tempo $\Delta t = 0$ tem-se:

$$\begin{aligned} L_0 &= \gamma L \\ L &= \frac{L_0}{\gamma} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

E encontra-se a 3.3.

Fazendo $t_b - t_a$

$$t_b - t_a = \gamma \left(t'_b + \frac{w}{c^2} x'_b \right) - \gamma \left(t'_a + \frac{w}{c^2} x'_a \right)$$

$$t_b - t_a = \gamma \left(t'_b - t'_a + \frac{w}{c^2} (x'_b - x'_a) \right)$$

Como $x'_a = x'_b$ tem-se:

$$t_b - t_a = \gamma(t'_b - t'_a) \quad (\text{A.16})$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad (\text{A.17})$$

E obtem-se a 3.5

Acrescentando o fator de Lorentz na equação:

$$u'_x = \frac{u_x - w}{1 - \frac{u_x w}{c^2}} \quad (\text{A.18})$$

As três velocidades será:

$$u'_1 = \frac{u_1 - w}{1 - \frac{u_1 w}{c^2}} ; \quad u'_2 = \frac{u_2}{1 - \frac{u_2 w}{c^2}} ; \quad u'_3 = \frac{u_3}{1 - \frac{u_3 w}{c^2}} \quad (\text{A.19})$$

Calculando o comprimento desse objeto:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (\text{A.20})$$

O modulo do comprimento é sempre igual, então tem-se:

$$ds^2 = ds'^2 \quad (\text{A.21})$$

Igualando ambos, tem-se:

$$c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2$$

Colocando dt^2 e dt'^2 em evidência tem-se:

$$dt^2 \left(c^2 - \frac{dx^2}{dt^2} - \frac{dy^2}{dt^2} - \frac{dz^2}{dt^2} \right) = dt'^2 \left(c^2 - \frac{dx'^2}{dt'^2} - \frac{dy'^2}{dt'^2} - \frac{dz'^2}{dt'^2} \right)$$

$$dt^2(c^2 - u^2) = dt'^2(c^2 - u'^2) \quad (\text{A.22})$$

Sabe-se que:

$$t' = \gamma(w) \left(t - \frac{w}{c^2} x \right) \quad (\text{A.23})$$

Logo, a derivada de t' é dada por:

$$dt' = \gamma(w) \left(dt - \frac{w}{c^2} dx \right)$$

Colocando dt em evidência obtém-se:

$$dt' = dt\gamma(w) \left(1 - \frac{w}{c^2} \frac{dx}{dt}\right)$$

$$dt' = dt\gamma(w) \left(1 - \frac{wu_x}{c^2}\right) \quad (\text{A.24})$$

Substituindo a equação A.24 na equação A.22 tem-se:

$$dt^2(c^2 - u^2) = dt^2\gamma^2(w) \left(1 - \frac{wu_x}{c^2}\right)^2 (c^2 - u'^2)$$

$$(c^2 - u^2) = \gamma^2(w) \left(1 - \frac{wu_x}{c^2}\right)^2 (c^2 - u'^2)$$

Colocando c^2 em evidência obtem-se:

$$c^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) = \gamma^2(w) c^2 \left(1 - \frac{u'^2}{c^2}\right) \left[1 - \frac{u_x w}{c^2}\right]^2$$

$$\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) = \gamma^2(w) \left(1 - \frac{u'^2}{c^2}\right) \left[1 - \frac{u_x w}{c^2}\right]^2 \quad (\text{A.25})$$

Fazendo algumas modificações no fator de Lorentz:

$$\gamma(w) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}}$$

$$\gamma(w)^{-2} = 1 - \frac{w^2}{c^2}$$

Logo:

$$\gamma(u)^{-2} = 1 - \frac{u^2}{c^2} \quad \text{e} \quad \gamma(u')^{-2} = 1 - \frac{u'^2}{c^2} \quad (\text{A.26})$$

Substituindo ambos na equação A.25, chega-se:

$$\gamma(u)^{-2} = \gamma(w)\gamma(u')^{-2} \left[1 - \frac{u_x w}{c^2}\right]^2$$

Elevando ambos a $-\frac{1}{2}$ tem-se:

$$(\gamma(u)^{-2})^{-\frac{1}{2}} = \left(\gamma(w)\gamma(u')^{-2} \left[1 - \frac{u_x w}{c^2}\right]^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\gamma(u) = \gamma^{-1}(w)\gamma(u') \left[1 - \frac{u_x w}{c^2}\right]^{-1}$$

$$\gamma(u) = \frac{\gamma(u')}{\gamma(w)} \cdot \frac{1}{\left[1 - \frac{u_x w}{c^2}\right]}$$

$$\gamma(u') = \gamma(w)\gamma(u) \left[1 - \frac{u_x w}{c^2}\right] \quad (\text{A.27})$$

APÊNDICE B – TEMPERATURA RELATIVÍSTICA

A diferencial da 4.5 será:

$$d\vec{\kappa}' = \gamma \frac{\vec{w}}{c} (dE + p dV + v dP) \quad \text{ou} \quad d\vec{\kappa}' = \gamma \frac{\vec{w}}{c} (dH) \quad (\text{B.1})$$

Substituindo a equação 4.4 na equação 4.7:

$$dQ' = dE' + p' dV' - w \cdot d\vec{\kappa}' \quad (\text{B.2})$$

A energia total sendo :

$$E' = \gamma \left[mc^2 + E + \left(\frac{w}{c} \right)^2 pV \right], \quad (\text{B.3})$$

A derivada será:

$$dE' = \gamma \left[dE + \left(\frac{w}{c} \right)^2 (V dp + p dV) \right] \quad (\text{B.4})$$

Substituindo a equação acima e a equação B.1 na equação B.2 encontra-se:

$$\begin{aligned} dQ' &= \gamma \left[dE + \left(\frac{w}{c} \right)^2 (V dp + p dV) \right] \\ &\quad + p' dV' - w \cdot \gamma \frac{w}{c} (dE + p dV + v dP) \\ dQ &= \gamma dE + \gamma \frac{w^2}{c^2} V dp + \gamma \frac{w^2}{c^2} p dV \\ &\quad + p' dV' - \gamma \frac{w^2}{c^2} dE - \gamma \frac{w^2}{c^2} p dV - \gamma \frac{w^2}{c^2} V dp \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Somando os termos semelhantes obtém-se:

$$\begin{aligned} dQ' &= \gamma dE - \gamma \frac{w^2}{c^2} dE + p' dV' \\ dQ' &= \gamma dE \left(1 - \frac{w^2}{c^2} \right) + p' dV' \end{aligned}$$

Como $p' = p$, $V' = V/\gamma$ e $\gamma^{-2} = (1 - w^2/c^2)$ tem-se:

$$\begin{aligned} dQ' &= \gamma dE \cdot \frac{1}{\gamma^2} + \frac{p dV}{\gamma} \\ dQ' &= \frac{dE + p dV}{\gamma} \end{aligned}$$

Com isso, encontra-se a 4.8. Na Segunda Lei da Termodinâmica, substituindo $dQ' = T' dS'$ na 4.20 obtém:

$$dQ' \gamma = T dS \quad (\text{B.6})$$

$$T'dS'\gamma = TdS \quad (\text{B.7})$$

$$T'\gamma = T \quad (\text{B.8})$$

E encontra-se a 4.10. Para Ott, a equação de um gás ideal em um referencial relativístico é:

$$p'V' = nRT' \quad (\text{B.9})$$

Substituindo a 4.17 na equação acima, chega-se em:

$$p\frac{V}{\gamma} = nR\gamma T \quad (\text{B.10})$$

E encontra-se 4.20. Pegando a 4.21 e fazendo as manipulações:

$$\gamma dE + p\frac{dV}{\gamma} = \gamma TdS \quad (\text{B.11})$$

$$dU + \frac{pdV}{\gamma^2} = TdS \quad (\text{B.12})$$

obtem-se a 4.22.