



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS TERESINA CENTRAL
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

SANDERSON HENRIQUE DA SILVA AGUIAR

A MÚSICA COMO UMA ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DAS
FRAÇÕES MATEMÁTICAS

TERESINA

2023

SANDERSON HENRIQUE DA SILVA AGUIAR

**A MÚSICA COMO UMA ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DAS
FRAÇÕES MATEMÁTICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico)
apresentado como exigência parcial para obtenção
do diploma do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina
Central,

Orientador: Prof. Me. Francismar Holanda

TERESINA-PI

2023

A MÚSICA COMO UMA ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DAS FRAÇÕES MATEMÁTICAS

Sanderson Henrique da Silva Aguiar¹

Francismar Holanda²

RESUMO

Tendo em vista que há muitas reclamações sobre a forma como a matemática é ensinada e que dificuldades no ensino e aprendizagem dos números racionais ocorrem em todas as séries do ensino fundamental. Essa pesquisa tem o objetivo de verificar o uso da música como estratégia no processo de ensino e aprendizagem das frações matemáticas. Para isso foi necessário identificar a relação entre a música e as frações matemáticas, através de publicações sobre essas ciências e aplicações em sala de aula. Para fundamentar essa pesquisa, foram feitas revisões de outras pesquisas e discussões de outros autores sobre o tema abordado no nosso trabalho. Por meio dessa pesquisa pudemos avaliar o uso da música em sala de aula para ensino e aprendizagem das frações matemáticas. Diante do que foi apresentado neste trabalho, é notório que temos inúmeras formas de utilizar a música para o ensino e aprendizagem das frações matemáticas. A música traz consigo conceitos que são a própria essência matemática, através das publicações levantadas e atividades propostas, concluímos que existe uma grande relação entre música e matemática e que é possível utilizar a música como uma estratégia de ensino e aprendizagem das frações matemáticas.

Palavras-chave: matemática; frações; música.

ABSTRACT

Considering that there are many complaints about the way mathematics is taught and that difficulties in teaching and learning rational numbers occur in all grades of elementary school. This research aims to verify the use of music as a strategy in the teaching and learning process of mathematical fractions. To do this, it was necessary to identify the relationship between music and mathematical fractions, through publications on these sciences and applications in the classroom. To support this research, reviews of other research and discussions by other authors were carried out on the topic covered in our work. Through this research we were able to evaluate the use of music in the classroom for teaching and learning mathematical fractions. Given what was presented in this work, it is clear that we have countless ways of using music for teaching and learning mathematical fractions. Music brings with it concepts that are the very essence of mathematics, through the publications collected and proposed activities, we conclude that there is a great relationship between music and mathematics and that it is possible to use music as a strategy for teaching and learning mathematical fractions.

Keywords: mathematics; fractions; music.

Data de Aprovação: 14/12/2023.

¹ Graduação. Instituto Federal de Ciências e Tecnologia do Piauí Campus Teresina Central. sansuiasd07@gmail.com.

² Professor mestre. Instituto Federal de Ciências e Tecnologia do Piauí Campus Teresina Central. frholanda@ifpi.edu.br.

1 INTRODUÇÃO

A educação é uma prática social que visa desenvolver as pessoas, suas potencialidades, competências e habilidades. É direito de toda pessoa e visa o pleno desenvolvimento humano por meio do processo de educação e aprendizagem. Os ambientes escolares são conhecidos por utilizar diferentes métodos na prática pedagógica, cujo objetivo é proporcionar aos alunos maior qualidade no processo de ensino e aprendizagem. Diante desse cenário, este estudo, baseado em dissertações, foi realizado com o objetivo de examinar o uso da música como auxílio no processo de ensino e aprendizagem de frações matemáticas. Portanto, este trabalho contribuirá para pesquisas futuras sobre a contribuição da música na educação matemática.

A matemática é a ciência que relaciona a lógica com as situações práticas do dia a dia. Ela busca constantemente a verdade factual, usando técnicas precisas e rigorosas. Skovsmose (2001) fala sobre a importância da participação, discussão e conhecimento da relação da matemática com o cotidiano, para que assim o ensino da Matemática possa ter significado para o aluno. Ao longo da história, a matemática foi construída e refinada, evoluindo constantemente, examinando novas situações e estabelecendo relações com os acontecimentos do cotidiano.

Os professores de matemática têm uma infinidade de aplicações onde o conteúdo pode ser usado em um contexto de sala de aula; no entanto, alguns conteúdos não são tão fáceis de trabalhar. É notável que algumas aplicações da matemática sejam difíceis de serem percebidas e consequentemente de serem aplicadas. Percebemos também que há muitas reclamações sobre a forma como a matemática é ensinada. Muitos alunos dizem que a matemática ensinada na escola está fora de contexto e não pode ser aplicada na vida real, deixando-os se perguntando quando e onde usar a matemática ao longo da vida. Diante disso, os alunos acabam perdendo o interesse pelas aulas de matemática e não sentem mais a necessidade de aprender esse assunto, que nada tem a ver com o seu dia a dia.

De acordo com Silva (2010), dificuldades com erros no ensino e aprendizagem dos números racionais ocorrem em todas as séries do ensino fundamental. Portanto, justifica-se olhar para esta situação e encontrar sugestões para melhorar o ensino das frações matemáticas.

Sabemos que a matemática sempre foi vista como algo muito difícil de aprender pela maioria dos alunos, e assuntos que envolvem frações e logaritmos aparecem como os de maiores dificuldades por boa parte destes. Mas como resolver esse problema? O que o professor precisa fazer para atrair os alunos e tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e divertidas? Como fazer os alunos gostarem de uma disciplina considerada a “mais odiada pela maioria”?

Pensando nisso, precisamos encontrar um meio diferente de ensinar a matemática, algo que chame a atenção da maioria dos alunos e torne as aulas mais prazerosas e menos rotineiras. Sabemos que para compreender a matemática é necessário raciocínio lógico, atenção e concentração. E para “enfrentar” uma disciplina odiada por muitos, precisamos usar algo amado por muitos. Nessa busca incessante por essa forma diferente de ensinar, encontramos a música, amada por tantos. Daí vem a ideia de utilizar a música, amada por muitos, para ajudar no ensino da matemática, promovendo assim uma interdisciplinaridade. Chediak define a música como “a divisão de um trecho musical em pequenas partes de duração com séries regulares de tempos” (CHEDIAK, 1986, p. 50). A definição musical do próprio autor já sugere uma operação matemática de divisão em partes que nos aproxima do nosso objetivo. É um excelente intermediário entre os alunos e a matemática, melhorando a compreensão dos alunos por meio da experiência cotidiana.

Estudos científicos mostram que desde que os humanos começaram a organizar tribos primitivas em toda a África, a música tornou-se parte integrante do cotidiano desses povos.

Acredita-se que ela apareceu pela primeira vez no continente africano há 50.000 anos e se espalhou pelo mundo à medida que os humanos se dispersaram pelo globo. A música tem a capacidade estética de expressar sentimentos, atitudes e valores culturais de pessoas e nações. Ela é uma linguagem local e global e estimula o desenvolvimento das habilidades mais importantes no aprendizado da matemática, como concentração e criatividade.

O grande matemático Pitágoras (570 a.C. – 496 a.C.), que fez descobertas incríveis como o "teorema de Pitágoras" usado em triângulos retângulos, também descobriu a sequência de números inerente ao som, uma semelhança de duas séries: som e número, um princípio universal que se estende a outras ordens como as estrelas no céu. A música era um elemento natural para Pitágoras, como todos os elementos naturais, é composta de números e relações numéricas. Ele revolucionou a música antiga ao descobrir outras possibilidades musicais baseadas na descoberta de novas escalas possíveis. O pensador criou um novo instrumento musical, o monocórdio. Dividindo com precisão o espaço desse instrumento, ele conseguiu sons diferentes, produzindo assim uma divisão de escalas completamente diferente da anterior. Portanto, é nítida a relação entre essas duas ciências, podemos então pensar na música como uma auxiliadora no ensino da matemática, propondo um ensino de forma lúdica, prazerosa e com perspectiva de aprendizagem, que conduza o aluno a ter interesse em aprender.

Em uma entrevista ao Portal Terra, Aurilene Guerra (2012), argumenta que assim como o processo mental de sequencialização e espacialização envolve altas funções cerebrais, tanto na resolução de equações matemáticas avançadas como na execução de tarefas musicais realizadas por músicos. É exatamente disso que precisamos para compreender a matemática. Nem todos gostam de matemática, mas a maioria gosta de música. Por isso, com o uso da música para o ensino de frações podemos instigar o raciocínio, a partir da curiosidade e conduzir à compreensão de conteúdos matemáticos com a codificação e decodificação de símbolos musicais. Portanto, é possível utilizar a música como uma estratégia de ensino e aprendizagem das frações matemáticas?

Para responder tal pergunta iremos verificar através de pesquisas bibliográficas, a utilização da música como uma ferramenta facilitadora no processo de ensino e aprendizagem das frações matemáticas. Para identificar a relação entre a música e as frações matemáticas, vamos levantar publicações sobre música e matemática que foram aplicadas em sala de aula e com isso avaliar o uso da música em sala de aula para ensino e aprendizagem das frações matemáticas.

2 FRAÇÕES E MÚSICA

2.1 FRAÇÕES NA MATEMÁTICA

Os números racionais são representados por frações de números inteiros, eles surgiram após a necessidade de representar partes de um inteiro. Existem muitas definições para fração, de forma simples, podemos dizer que fração é a divisão de um todo em partes iguais, onde o numerador equivale ao dividendo e o denominador equivale ao divisor. Com essas frações podemos realizar várias operações, como: Adição, subtração, multiplicação e divisão. Observe a figura 1:

FIGURA 1 – Representação fracionária

O diagrama mostra a representação fracionária $\frac{2}{5}$. O número 2 está no topo, circulado por uma linha tracejada, com a palavra "NUMERADOR" escrita ao lado dele. Uma linha horizontal sólida separa o 2 do 5. O número 5 está na base, também circulado por uma linha tracejada, com a palavra "DENOMINADOR" escrita ao lado dele.

Fonte: <https://realizeeducacao.com.br/wiki/fracoes/>

Desde muito cedo, a humanidade sentiu que havia outros números além dos números inteiros. Acredita-se que a história das frações tenha começado no antigo Egito, onde a necessidade e a importância das frações foram reconhecidas. Naquela época, os matemáticos marcavam e demarcavam suas terras. No entanto, durante a estação chuvosa, o rio estourou e inundou o terreno, fazendo com que os sinais se perdessem. Considerando esse fato, os matemáticos decidiram delinear os limites com cordas para resolver o problema original das inundações. No entanto, muitos terrenos não consistem simplesmente em números inteiros, mas medem alguma parte desse total. Desde então, os geômetras egípcios começaram a usar frações. Em matemática, frações correspondem a representações de partes de um todo. Isso determina a divisão em partes iguais onde cada parte faz parte do todo.

Muitos acreditam que a matemática tem sido apresentada de forma monótona ao longo dos anos, nota-se também que os alunos encontram grande dificuldade em efetuar operações que envolvam frações. Nunes & Bryant, argumentam que:

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionários; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba. Nunes & Bryant (1997, p.191)

No entanto, o estudo das frações pode ser feito de forma atrativa e eficiente, utilizando referências do cotidiano para que os alunos entendam da melhor forma possível o assunto abordado em sala de aula. No cotidiano, existem inúmeras situações nas quais se empregam frações, podemos ver as frações sendo utilizadas quando estamos fazendo receitas culinárias, quando vamos dividir a conta do restaurante com os amigos, a fração também está presente em mapas e plantas com o uso de escalas; razões e proporções empregadas na medicina, na física, na química, na música, entre outras.

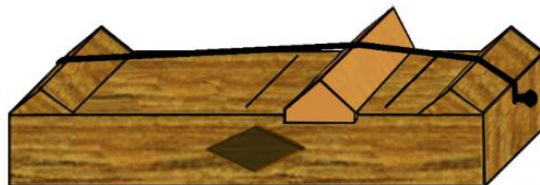
2.2 MÚSICA

Podemos considerar a música como uma ciência tão antiga quanto à matemática. Os humanos pré-históricos usavam sons como pedras, uivos, troncos e ruídos corporais para comunicar-se. Claro, ainda não havia música em si, mas não havia representação do som que acabaria se tornando música. A data exata em que a música foi criada é desconhecida, mas alguns estudiosos acreditam que ela foi criada logo após o surgimento da linguagem falada, a música também era utilizada para indicar emoções ignoradas pela linguagem. As primeiras expressões musicais registradas eram executadas em rituais, cerimônias e celebrações utilizando apenas sons da voz e do corpo, e posteriormente também utilizando instrumentos musicais.

A criação do monocórdio e a descoberta de uma nova escala musical possibilitaram o desenvolvimento, mais de um milênio depois, da chamada escala musical temperada, dividida em tons, semitons e oitavas e da criação de instrumentos de cordas mais complexos, como o piano e violino. Os nomes usados para designar as notas musicais tiveram origem nas letras dos diferentes alfabetos, como ainda hoje se usa nos países anglo-saxões, onde o A corresponde ao lá, B ao si, C ao dó, D ao ré, E ao mi, F ao fá e G ao sol. Nos países latinos e eslavos, a denominação das notas musicais deve-se ao monge italiano Guido D'Arezzo, que

viveu no século XI. Ele idealizou um sistema para recordar os tons das sete notas. Usou as sílabas iniciais de cada verso do Hino a São João Batista. Observe a figura 2:

FIGURA 2 – Monocórdio



Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/>

Uma nota musical é uma frequência vibracional específica que produz um som, quando interpretada pelo nosso cérebro, imediatamente após passar pelos nossos ouvidos. Todos os instrumentos musicais, incluindo a voz através das cordas vocais, vibram quando os tocamos. Se esta vibração for regular, você pode ouvir uma nota. Se for irregular, não produz uma nota, por isso costumamos chamá-lo de ruído.

O compasso musical é a divisão da música em intervalos de tempos iguais, baseada no seu andamento, que nada mais é do que o tempo. As figuras musicais são responsáveis por preencher o compasso, a soma destas figuras deve ser igual à quantidade de tempo de um compasso. Cada figura musical tem seu próprio tempo. Observe a figura 3:

FIGURA 3 – Figuras musicais

Figura	Pausa	Tempo	Nome
		4	SEMIBREVE
		2	MÍNIMA
		1	SEMÍNIMA
		1/2	COLCHEIA
		1/4	SEMICOLCHEIA
		1/8	FUSA

Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/674273375460766561/>

Além disso, os valores das figuras seguem uma ordem, ou seja, a figura posterior sempre tem o valor que corresponde à metade da anterior. A relação entre pausas, notas e números, mostra a possibilidade de trabalhar com a música no ensino de frações, pois são estas que regem todas as divisões do tempo que devem ser realizadas em composições musicais.

Tanto a Música como a Matemática incentivam a curiosidade e estimulam o raciocínio lógico e exigem habilidades de compreensão. O uso da música para ensinar frações estimula o pensamento inquisitivo, através das codificações existentes na música, cada uma com seu valor, estabelecido pelo símbolo que representa a nota e cada pausa, com isso podemos levar os alunos à compreensão de conteúdos específicos.

2.3 RELAÇÕES ENTRE FRAÇÃO E MÚSICA

A relação entre música e matemática, incluindo frações, é conhecida há muitos anos. Segundo Abdounur (2003), há mais de 2.600 anos, Pitágoras e os pensadores da época usaram

um instrumento de cordas chamado monocórdio para associar intervalos musicais com o conceito de frações. Sobre essa relação, Andretti (2020), conclui que,

Realmente, a Matemática e a Música têm relações desde a Antiguidade. O primeiro registro científico associado à Matemática e à Música ocorreu por volta do século VI antes da Era Comum – a.E.C. na Grécia Antiga, na escola Pitagórica. ANDRETTI (2020, p. 56).

Através de muitos estudos, ele mostrou que, ao dividir a vibração no meio da corda o tom do som era igual ao tom produzido pela corda solta, mas uma oitava acima, ou seja, o mesmo som, só que mais agudo. Então começou a fazer outras divisões, de modo que ele descobriu que as principais consonâncias, as combinações de sons mais agradáveis ao ouvido, eram as oitavas, as quartas e quintas que eram encontradas fazendo as divisões exatas da corda esticada em um arco e que são a base da harmonia dos instrumentos de corda atuais.

Para Vandoren (2012), Pitágoras usou o raciocínio matemático quando utilizou números e proporções para encontrar relações entre música e números. Este foi o primeiro experimento científico sobre esta relação.

Um dia, segundo diz a lenda, sentado com um instrumento musical no colo, Pitágoras percebeu que as divisões de uma corda esticada que produzia harmonias poderiam ser descritas em termos de razão simples entre pares de números, a saber, 1 para 2, 2 para 3 e 3 para 4. Hoje em dia, representamos esta relação como $1/2$, $2/3$ e $3/4$. Este fato extraordinário espantou Pitágoras que adorava música, pois pareceu-lhe extremamente bizarro que existisse uma ligação entre números, por um lado, e as notas de uma corda, por outro, que pudesse levar o espectador às lágrimas ou exaltar-lhe o espírito.
(VANDOREN, 2012, p. 50).

Pitágoras associou números inteiros ao comprimento da corda, com a corda solta associada ao número 1 e metade da corda equivalente a $1/2$ e assim por diante. A partir desta experiência, a relação entre música e matemática ficou muito mais próxima e passou a ser uma forma de descrever a natureza e de desenvolvimento da ciência. Dentre essa abordagem, De Oliveira Júnior e Cipola (2017) consideram que:

A música como auxílio para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, motor e convívio social é incontestável. Quando bem trabalhada é capaz de facilitar o processo de ensino aprendizagem, pois ela chama à atenção das crianças, promovendo um ambiente agradável e satisfatório a aprendizagem do educando. Por isso, ela se transforma num excelente e dinâmico recurso didático. (DE OLIVEIRA JÚNIOR E CIPOLA, 2017, p. 136)

Portanto, é notório que existe uma grande relação entre matemática e música, principalmente quando se trata de frações, como pudemos observar no contexto histórico apresentado acima.

3 METODOLOGIA

A presente pesquisa foi realizada no período entre agosto de 2022 a julho de 2023, por meio de uma revisão bibliográfica sistematizada acerca da utilização da música como processo metodológico para o ensino e aprendizagem de frações matemáticas. Para Figueiredo (1990), a pesquisa literária, por exemplo, tem duas funções inter-relacionadas. A primeira é a função histórica, parte integrante do desenvolvimento da ciência. A segunda é a função de atualização, pois fornece informações sobre a ciência atual e os desenvolvimentos científicos.

Vale lembrar o quanto uma revisão de literatura pode ser importante para orientar os autores do trabalho bibliográfico sobre um determinado tema e tornar mais claros os objetivos. Pensando nisso, foram utilizados nesta pesquisa teses e dissertações de mestrado encontradas no banco de dados da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), com aplicações e resultados distintos em cada um deles.

Para a seleção dessas teses e dissertações, considerou-se que os mesmos deveriam ser nacionais, publicados entre o ano de 2018 e 2022, onde pudéssemos encontrar nas palavras-chave ou no título do texto, palavras como: matemática, música, frações. Após a busca, foram encontradas 16 dissertações e 1 (uma) tese, mas apenas 10 dissertações foram publicadas entre 2018 e 2022. Diante disso, foi feita uma leitura individual do resumo das 10 dissertações encontradas, os critérios para a seleção dos textos foram baseados nas aplicações práticas e nos seus resultados obtidos.

No fim, foram selecionados apenas aqueles que tratavam sobre o uso da música para ensinar frações matemáticas e que foram feitas aplicações práticas na sala de aula. Dentre esses, foi selecionado uma dissertação para título de mestre, autoral de Tiago Beserra Maciel, sobre Matemática e Música: Uma Proposta Pedagógica. Essa Dissertação tem como objetivo investigar a motivação dos estudantes na unidade afeto-cognição em situações de ensino que envolva elementos da música para a apropriação do conceito de fração.

O tópico “Matemática e Ritmos” da dissertação escolhida é o que mais abrange o tema do nosso trabalho. Com o intuito de um aprofundamento nesse tópico e para uma melhor compreensão e visualização do assunto, foram feitas buscas em sites do Google para encontrar imagens ilustrativas que estivessem de acordo com o que está sendo apresentado neste trabalho. Também foram utilizados referenciais teóricos para embasar os argumentos apresentados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente, Maciel (2018), analisou alguns símbolos da música, no qual estes representavam intervalos musicais que eram utilizados na partitura para representar uma música. Esses intervalos podem ser representados em forma de fração. Ele observou que cada figura representa metade do valor da figura anterior. Com isso percebe-se a primeira relação da matemática com a música, onde pudemos ver uma subdivisão das figuras musicais. Observe a figura 4:

FIGURA 4 – Figuras musicais e suas representações fracionárias.



Fonte: <http://teoriadamusica.blogspot.com/2007/11/05-ritmo-na-partitura-continuaao.html>

De acordo com as normas Curriculares Nacionais (2000), a matemática está presente nas atividades cotidianas, inclusive na música.

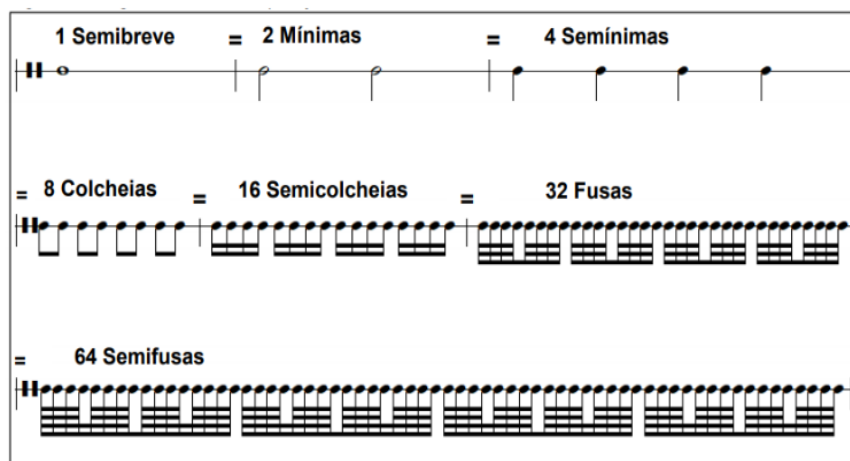
“Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível [...]” (BRASIL, 2000, p.9).

A integralização da Matemática com outras áreas do conhecimento também é uma ideia presente nos PCNs. Essa integralização permite o desenvolvimento de um espectro mais amplo de habilidades, o que não ocorre do mesmo modo que em propostas mais tradicionais.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, 2000b, p. 111)

Realmente, a matemática está presente nas atividades do cotidiano, inclusive na música, pois como pudemos ver na partitura, que é uma forma universal de representar a música escrita, são utilizadas figuras no qual podem ser representadas em forma de fração, formando assim uma interdisciplinaridade. Veja a figura 5:

FIGURA 5 – Subdivisão das figuras musicais.



Fonte: <https://professorabimael.com.br/fundamentos-basicos-da-teoria-musical-para-a-leitura-ritmica/>

Aqui podemos encontrar a interdisciplinaridade, concordante com Maciel (2018), ao analisarmos as figuras musicais podemos encontrar uma subdivisão, onde o valor de uma figura é sempre metade da anterior. Por exemplo, se uma semibreve tem duração de 20 segundos, uma mínima terá duração de 10 segundos, uma semínima irá durar 5 segundos, e assim será até chegar na última figura, a semifusa. Isso também vale para as pausas de cada figura, se a pausa da semínima dura 10 segundos, a pausa da colcheia irá durar 5 segundos e assim sucessivamente. Isso nada mais é que a própria matemática se relacionando com a música. Podemos ver que as notas estão sendo sempre divididas pelo dobro da anterior.

Essas figuras musicais são utilizadas na partitura, que por sua vez, é um sistema de escrita de músicas padronizada mundialmente, ela é formada por 5 linhas e 4 espaços onde são colocadas as figuras musicais. Essas linhas e espaços são cortados por retas perpendiculares, ficando assim dividida em espaços iguais, no qual é chamado de compasso.

Na partitura temos as claves, que servem para determinar os nomes das notas, ao todo temos 3 claves, são elas: Clave de Sol, Clave de Fá e Clave de Dó. Após a clave, temos a fração que representa o compasso, onde o numerador determina a quantidade de tempo do compasso e o denominador representa a figura que terá duração de 1 (um) tempo dentro do compasso.

FIGURA 6 – Principais elementos de uma partitura.



Fonte: <https://www.geocities.ws/primeiruspapus/toppage3.htm>

Como podemos ver na figura 6, cada elemento de uma partitura tem o seu significado, as figuras musicais podem ser escritas nas linhas da pauta ou nos espaços entre elas. Cada linha ou espaço equivale a uma nota diferente. Debaixo para cima, as linhas da pauta equivalem às notas: Mi, Sol, Si, Ré e Fá. Os espaços da pauta, debaixo pra cima, equivalem às notas: Fá, Lá, Dó e Mi.

Mas não podemos escrever notas na partitura de qualquer jeito, precisamos obedecer as regras. A fração de compasso apresentada no início da partitura deve ser obedecida. Portanto, cada compasso tem um tempo a ser cumprido, representado pelo numerador da fração de compasso. Esse número vai indicar quanto tempo, ou seja, quantas pulsações cada compasso vai ter. Portanto, só podemos preenchê-lo com as notas musicais até o tempo ser preenchido corretamente. Para sabermos se o compasso está correto, devemos somar os valores das figuras que estão dentro dele e o resultado tem que ser exatamente igual ao número apresentado no numerador da fração de compasso. Agora veremos a soma de frações sendo apresentada na música, onde será necessário aplicar suas propriedades para encontrar o resultado. Maciel (2018) apresenta essa relação em seu trabalho de forma breve e apenas com 3 compassos aleatórios e isolados. Para compreendermos melhor essa incrível relação da música com as frações matemáticas, tomaremos como exemplo uma música muito conhecida.

Observe a figura 7:

FIGURA 7 – Partitura da música “Atirei o pau no gato”

A partitura para a música "Atirei o pau no gato" é apresentada em uma única linha musical com uma clave de sol e uma fração de compasso de 4/4. O tempo é indicado como "Style: March" e "Voice: Piano" com uma batida de 120 por minuto. A música é dividida em quatro compassos, cada um com uma nota principal e sua correspondência matemática:

- Compasso 1: Nota Dó (M = C), com a sequência de notas 1 2 3 4 e a fração 4/4.
- Compasso 2: Nota Sol (M = G), com a sequência de notas 3 2 1 2 3 4 e a fração 4/4.
- Compasso 3: Nota Fá (M = F), com a sequência de notas 4 3 2 1 2 3 4 e a fração 4/4.
- Compasso 4: Nota Sol (M = G), com a sequência de notas 5 4 3 2 1 2 3 4 e a fração 4/4.

Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/450148925255546302/>

Tomando como exemplo a música “Atirei o pau no Gato”, figura 5. Note que cada compasso deve ser preenchido com as figuras musicais, de acordo com a quantidade de tempos apresentada na fração do compasso, que é representado pelo numerador dessa fração. Para isso devemos prestar atenção na duração que cada figura tem dentro do compasso, e no fim, as somas dessas figuras devem ser iguais ao numerador do compasso:

FIGURA 8 – Duração das figuras musicais em um compasso 4/4.

Semibreve	Mínima	Semínima	Colcheia	Semicolcheia	Fusa	Semifusa
Nº1	Nº2	Nº4	Nº8	Nº16	Nº32	Nº64
						
4 tempos	2 tempos	1 tempo	1/2 tempo	1/4 tempo	1/8 tempo	1/16 tempo

Fonte: <https://professorabimael.com.br/fundamentos-basicos-da-teoria-musical-para-a-leitura-ritmica/>

Agora que sabemos a duração de cada figura dentro do compasso, iremos realizar o exercício de somá-las, lembrando que o resultado deverá ser sempre o mesmo para todos os compassos, se no fim todos os compassos estiverem iguais, a partitura estará escrita corretamente. Tomando a figura 7, observe que:

$$1^{\circ} \text{ compasso: } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$2^{\circ} \text{ compasso: } 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$3^{\circ} \text{ compasso: } 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$4^{\circ} \text{ compasso: } 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$5^{\circ} \text{ compasso: } 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$6^{\circ} \text{ compasso: } 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$7^{\circ} \text{ compasso: } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$8^{\circ} \text{ compasso: } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = \frac{8}{2} = 4$$

Como vimos, a música segue a lógica matemática, e a soma dos compassos, principalmente expressões quebradas, que na sua maioria são representações fracionárias, devem ser iguais. Para Miguel Ratton (2004), “conhecer essas influências matemáticas é, antes de tudo, conhecer a essência da própria Música”.

Por outro lado, a maneira como encadeamos os sons em nossas músicas também segue regras com fundamentos matemáticos. Todos os tipos de "ritmos" que podemos conceber musicalmente obedecem a algum tipo de divisão fracionária, cuja característica sempre está vinculada a um determinado gênero artístico ou a um tipo de cultura. Conhecer essas influências matemáticas é, antes de tudo, conhecer a essência da própria música. (RATTON, 2004, s.p.).

Dalcin e Silva (2013), sobre o desafio de se trabalhar música e matemática na aprendizagem dos alunos, acreditam que a relação entre matemática, música e crianças

também pode ser explorada em ambientes escolares, o que certamente é desafiador tanto para alunos quanto para professores que desejam motivá-los a aprender.

Como dito anteriormente, em uma partitura musical, a fração que fica à frente da clave é quem determinará qual deverá ser o resultado da soma das figuras musicais. O numerador dessa fração irá determinar a quantidade de tempos por compasso e o denominador irá representar a figura musical que terá duração de 1 tempo (também chamada de unidade de tempo). Em outras palavras, o numerador mostrará quantas figuras musicais de 1 tempo (representado pelo denominador) será necessária para preencher o compasso. Mas isso não quer dizer que o compasso deverá ser preenchido somente por notas de 1 tempo, podem ser notas com tempos diferentes, mas que no fim, a soma delas seja igual ao valor apresentado no denominador. Veja a figura 9:

FIGURA 9 – Figuras musicais e seus denominadores de indicação

Figura Positiva					
Proporção	4	2	1	1/2	1/4
Figura Negativa					
Nome	Semibreve	Mínima	Seminima	Colcheia	Semi colcheia
Denominador de indicação	1	2	4	8	16

Fonte: <https://blog.cancaonova.com/musicadedeus/figuras-de-tempo/>

A melodia é uma parte fundamental da música, ela é formada por notas e durações. As figuras musicais são responsáveis por dar ritmo a melodia, por simbolizar a parte rítmica da música, determina qual deve ser a altura da nota e quanto tempo ela deve durar (figuras positivas), também determinam o silêncio (pausa) e quanto tempo esse silêncio deve durar (figuras negativas). Com a tabela acima, podemos ter uma noção básica e interpretar as frações de compasso, por exemplo:

- $\frac{2}{8}$ - Esse compasso tem 2 tempos e cabem 2 colcheias;
- $\frac{4}{4}$ - Esse compasso tem 4 tempos e cabem 4 mínimas;
- $\frac{4}{4}$ - Esse compasso tem 4 tempos e cabem 4 semínimas;
- $\frac{3}{4}$ - Esse compasso tem 3 tempos e cabem 3 semínimas;
- $\frac{12}{8}$ - Esse compasso tem 12 tempos e cabem 12 colcheias;
- $\frac{5}{16}$ - Esse compasso tem 5 tempos e cabem 5 semicolcheias.

Morais (2008), afirma que nem todos gostam de Matemática, mas quase todos gostam de Música. Porém, estamos vendo que se percebem na Música padrões rítmicos, harmônicos e melódicos, ou seja, a presença da Matemática nesta forma de arte. Dessa forma, podemos utilizar a música para ensinar matemática e aproveitar essa incrível relação entre essas duas artes. Vaz e Pinho (2011) afirmam que:

[...] O estudo de frações pode perfeitamente relacionar-se a diversos campos do conhecimento e precisa, de alguma forma, estar inserido em alguma forma de atividade habitual à criança. A música é um exemplo: seu caráter universal, sua disponibilidade fácil a pessoas de todas as classes sociais e o fato de possuir uma linguagem própria, como a matemática, justifica a sua escolha como veículo de aprendizagem (VAZ; PINHO, 2011, p.192).

Maciel (2018) também fala um pouco sobre os compassos compostos, mas não os relaciona com a matemática. Portanto, ao analisarmos os compassos de uma partitura, podemos ver que existem formas diferentes de compasso, são eles: Compasso binário, ternário e quaternário, eles podem ser simples ou compostos e esses termos referem-se ao número de tempos em um compasso. Veremos que através do compasso composto, podemos trazer a atenção dos alunos para o conteúdo de frações equivalentes e simplificação de frações, instigando os alunos a aprender frações por meio da música.

Um compasso é chamado de simples quando cada tempo, ou unidade de tempo, pode ser dividido em 2 notas. Quando falamos de compasso composto, estamos dizendo que cada tempo pode ser subdividido em 3 notas. Podemos ver mais uma vez a matemática sendo aplicada na música, dessa vez com o conceito de múltiplos.

Iremos ver que o compasso binário tem sempre em seu numerador um número múltiplo de 2, o compasso ternário tem sempre em seu numerador um número múltiplo de 3 e o compasso quaternário tem sempre em seu numerador um número múltiplo de 4. Veja alguns exemplos abaixo.

Compassos 2/8 e 2/2:

FIGURA 10 – Compassos binários simples



Fonte:

<https://primeirosacordes.com.br/teoria/aula-6-de-partitura-compasso-simples-e-composto>

Os compassos 2/8 e 2/2 são binários simples. “Binário” refere-se aos dois tempos do compasso e “simples” quer dizer que cada tempo pode ser dividido em duas notas.

Compassos 3/8 e 3/2:

FIGURA 11 – Compassos ternários simples



Fonte:

<https://primeirosacordes.com.br/teoria/aula-6-de-partitura-compasso-simples-e-composto>

Os compassos 3/8 e 3/2 são ternários simples. “Ternário” refere-se aos três tempos do compasso e “simples” quer dizer que cada tempo pode ser dividido em duas notas.

Compassos 4/8 e 4/2:

FIGURA 12 – Compassos quaternários simples



Fonte:

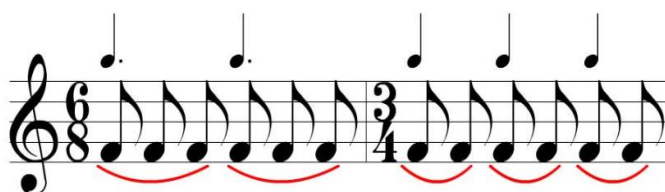
<https://primeirosacordes.com.br/teoria/aula-6-de-partitura-compasso-simples-e-composto>

Os compassos 4/8 e 4/2 são quaternários simples. "Quaternário" refere-se aos quatro tempos do compasso e "simples" quer dizer que cada tempo pode ser dividido em duas notas. O compasso 4/4 também é classificado como quaternário simples por ter quatro tempos que podem ser divididos, cada um, em duas notas.

Analisando os compassos acima, podemos ver que um compasso simples sempre terá 2, 3 ou 4 no numerador da fração. Enquanto os tempos no compasso simples são divisíveis em duas notas, os tempos no compasso composto são divisíveis em três. Veja alguns exemplos abaixo.

Compasso 6/8:

FIGURA 13 – Compassos binários compostos.

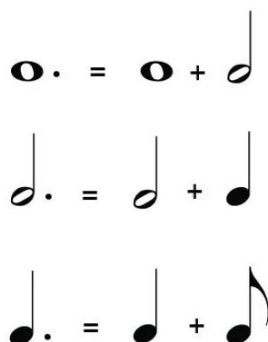


Fonte:

<https://primeirosacordes.com.br/teoria/aula-6-de-partitura-compasso-simples-e-composto>

Examinando o compasso 6/8, observe que as seis colcheias podem ser agrupadas tanto em dois tempos (binário composto) quanto em três tempos (ternário simples). Como vimos anteriormente, o compasso 3/4 já é um ternário simples, sendo assim o compasso 6/8 é um binário composto. Observe que cada tempo, num compasso 6/8 é uma semínima pontuada. Aliás, todos os compassos compostos terão alguma nota pontuada como sua unidade de tempo. Mas o que significa "nota pontuada"?

Em algumas músicas será necessário um valor diferente para identificar qual é o tempo que a nota ou pausa deverá ficar soando, para isso iremos precisar modificar a duração das notas já conhecidas. A nota pontuada é um recurso muito utilizado nessas situações. É chamada de nota pontuada, a figura rítmica que é seguida de um pequeno ponto, o chamamos de "ponto de aumento". Ele é sempre escrito à direita da figura rítmica, seja ela uma nota (valor positivo) ou uma pausa (valor negativo). Este ponto serve para indicar que aquela figura rítmica terá uma mudança no seu valor. Sendo assim, a nota pontuada será o valor da nota mais a metade do valor dela. Veja:

FIGURA 14 – Notas pontuadas

Fonte:

<https://www.marcelopereiramusico.com/post/2017/09/18/ritmo-parte-4-notas-pontuadas>

Podemos observar no exemplo acima que, uma semibreve pontuada é o equivalente a uma semibreve mais a metade do valor dela, que corresponde a uma mínima, resultando em seis tempos. Depois temos uma mínima pontuada que é o equivalente a uma mínima mais a metade dela, que corresponde a uma semínima, resultando em três tempos. A próxima nota é semínima pontuada, que equivale a uma semínima mais a metade do valor dela, que corresponde a uma colcheia, resultando em um tempo e meio. Poderíamos também analisar uma semínima pontuada como a soma de três colcheias. Portanto, essa regra serve para todas as figuras rítmicas.

Depois de aprendermos um pouco sobre notas pontuadas, agora vamos dar continuidade aos compassos compostos, temos também outros exemplos como o compasso 9/8 e 12/8, observe:

FIGURA 15 – Compasso ternário composto e quaternário composto

Fonte: <https://primeirosacordes.com.br/teoria/aula-6-de-partitura-compasso-simples-e-composto>

O compasso 9/8 é classificado como ternário composto. Há três tempos (três semínimas pontuadas), o que torna o compasso ternário. Como cada unidade de tempo é feita de três notas, então é composto. Por fim, o compasso 12/8 é classificado como quaternário composto. Há quatro tempos, o que o torna em compasso quaternário. Como cada unidade de tempo é feita de três notas, então é composto. Portanto, é notório a relação entre Frações e Música, podemos então ensinar música e matemática de várias maneiras diferentes, sempre deixando claro para o aluno o quanto essas duas ciências se completam e podem ser utilizadas para tornar as aulas de matemática mais prazerosas.

Diante desses resultados encontrados sobre a relação das frações matemáticas com a música, podemos propor uma atividade aos alunos para que vejam essas relações na prática. Para isso, podem ser usadas as seguintes propostas de atividades:

- Primeira Proposta (Atividade Prática): Com auxílio de um metrônomo, dispositivo usado para medir intervalos de tempo através de batidas constantes, pode-se mostrar para os alunos a duração de cada figura musical na prática. Primeiro deve ser escolhido um compasso para ser usado como exemplo, de preferência um compasso simples. Logo após, iremos marcar

a duração que cada figura musical teria dentro do compasso, a começar pela semibreve e assim sucessivamente. Para marcar a duração das figuras, podemos utilizar um instrumento musical, palmas, a voz ou algo que produza som. A partir daí os alunos irão perceber na prática o que seria essa divisão de notas dentro do compasso.

- Segunda Proposta (Atividade Teórica): Para essa atividade, pode ser utilizado um exercício de frações matemáticas, mas ao invés de números no denominador e no numerador, podemos misturá-los com figuras musicais, veja o exemplo 1:

Exemplo 1: Considere que uma semínima tem valor 1 e uma colcheia tem valor $1/2$. Encontre o resultado das frações abaixo:

a) $4/\text{semínima} = 4/1 \times 2/1 = 8/1 = 8$

b) $\text{semínima} + \text{colcheia} / 2 = (1 + 1/2) / 2 = (3/2) / 2 = 3/2 \times 1/2 = 3/4$

c) $4 / \text{semínima} + \text{colcheia} = 4 / (1 + 1/2) = 4 / (3/2) = 4 \times 2/3 = 8/3$

- Terceira Proposta: Outra maneira de trabalhar essa relação da música com a matemática em sala de aula é levando para os alunos partituras em branco para que eles possam preencher corretamente os compassos com as figuras musicais. Depois os alunos devem somar as frações que representam as figuras escolhidas e conferir o resultado com o numerador da fração do compasso. Veja o exemplo 2:

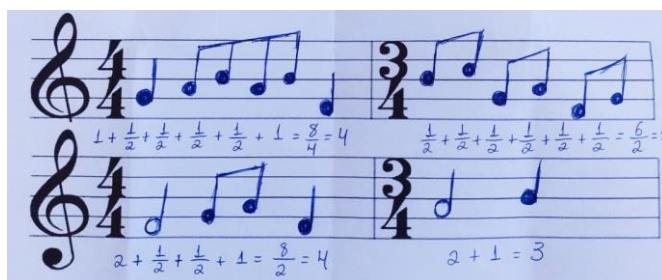
Exemplo 2: Preencha corretamente os compassos abaixo com as figuras musicais. (Semibreve = 4, mínima = 2, semínima = 1, colcheia = $1/2$, semicolcheia = $1/4$, Fusa = $1/8$ e semifusa = $1/16$).

FIGURA 16 – Partitura em branco para preencher com figuras musicais.



Fonte: <https://primeirosacordes.com.br/teoria/aprenda-a-ler-partitura-aula-5-o-compasso>

FIGURA 17 – Algumas respostas para o exemplo 2



Fonte: Autoral

Nessa atividade, o aluno tem inúmeras maneiras de preencher os compassos, no entanto, deve se atentar ao numerador das frações do compasso, pois a soma das figuras musicais, que ele escolher para preencher o compasso, deve ser igual ao numerador.

Durante seu trabalho, Maciel (2018) falou também sobre outros assuntos da matemática que estão presentes na música, como logaritmos e progressão geométrica. Ele então confeccionou com os 30 alunos ali presentes, pífanos à base de cano PVC. Para realizar

essa atividade, os alunos precisavam utilizar os seus conhecimentos matemáticos sobre proporções, todos eles foram confeccionados manualmente e respeitando as medidas e escalas estabelecidas.

Também destacou a importância da música para o povo indígena Xukuru do Ororubá, que está localizado no agreste pernambucano entre os municípios de Pesqueira e Poção, na serra do Ororubá. A matemática também está presente na construção dos instrumentos musicais do povo indígena Xukuru do Ororubá, que são utilizados tanto em momentos de diversão como em momentos sagrados. Instrumentos como o Pífano, que tem aparência de uma flauta transversal, a maraca e o memby são utilizados nos rituais indígenas.

Segundo Morais (2008), é evidente a necessidade da matemática para o desenvolvimento de uma nação, assim como da música para o divertimento da mesma. Todos precisam dessas duas ciências, pois é assim que a sociedade vem evoluindo através do tempo. Portanto, diante do que foi apresentado, é notório que temos inúmeras formas de utilizar a música para o ensino e aprendizagem das frações matemáticas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho verificou que existe uma grande relação entre música e matemática e que é possível utilizar a música como uma estratégia de ensino e aprendizagem das frações matemáticas. A música traz consigo conceitos que são a própria essência matemática, vimos isso na forma como os compassos são preenchidos por figuras musicais de proporções diferentes que no fim formam um todo.

Com o contexto histórico apresentado, vimos que a matemática e a música estavam presentes na história da humanidade desde a antiguidade. Ainda nos tempos de hoje, essas duas ciências estão presentes no nosso cotidiano. Desse modo, é viável usufruir o máximo possível dessa relação para instigar os alunos nas aulas de matemática, tornando as aulas divertidas e criativas.

Através das publicações levantadas, pudemos apresentar formas de ensinar aos alunos música e fração ao mesmo tempo. As propostas de atividades aqui apresentadas nos mostram que podemos utilizar a música como uma ferramenta facilitadora para o ensino das frações matemáticas em sala de aula. No entanto, fica evidente que ainda existem inúmeras formas de ensinar matemática com conceitos musicais, isso dá motivação para pesquisas futuras, não só em conteúdos sobre frações, mas também sobre logaritmos, funções, progressão geométrica, dentre outros.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e Música: O pensamento analógico na construção de significados** /Oscar João Abdounur – 3a edição. São Paulo: Escrituras Editora, 2003. – (Coleção ensaios transversais)

ANDRETTI, Fernando Luiz. **Matemática e música: uma proposta de ensino para os anos iniciais do ensino fundamental**. 2020. 181 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2020. Disponível em: https://tede.unioeste.br/bitstream/tede/5090/5/Fernando_Luiz_Andretti_2020.pdf. Acesso em: 27 abr. 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - Ensino Médio**. Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 24 de junho, 2021.

BRASIL. **Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil**. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. V 3. Conhecimento de Mundo. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHEDIAK, Almir. **Harmonia & Improvisação**. Rio de Janeiro: Lumiar Editora, 1986.

DALCIN, A.; SILVA, S. S. **Ensinando com Sinos Musicais: Uma releitura de Maria Montessori**. Congresso Internacional de Ensino de Matemática, VI. 2013.

SKOVSMOSE, O. Educação matemática crítica: a questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

DE OLIVEIRA JUNIOR, Ademir Pinto Adorno; CIPOLA, Eva Sandra Monteiro. **A musicalização no processo de aprendizagem infantil**. Revista científica UNAR (ISSN1982-4920), Araras (sp), v.15, n.2, p.126-141, 2017. Disponível em: https://revistaunar.com.br/cientifica/documentos/vol15_n2_2017/09_MUSICALIZA%C3%87%C3%83O_NO_PROCESSO.pdf. Acesso em: 05 de jun. 2022.

FIGUEIREDO, Nice. **Da importância dos artigos de revisão da literatura**. Revista Brasileira de Biblioteconomia e Documentação, São Paulo, v. 23, n. 1/4, p. 131-135, jan./dez. 1990.

MACIEL, Tiago Beserra. **Matemática e Música: Uma proposta pedagógica**. Campina Grande – PB, 2018. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/tede/3254/2/PDF%20-%20Tiago%20Beserra%20Maciel.pdf>. Acesso em: 20 de set. 2022.

MORAIS, Marcos Vinícius Gomes. **Álgebra dos tons**. Brasília. Disponível em: https://docplayer.com.br/storage/48/24203686/1691113226/xVcxHScUbCKPQ_XvXKBKhA/24203686.pdf. Acesso em: 24 de jun. 2022.

MÚSICA ATIVA REGIÃO DO CÉREBRO LIGADA AO RACIOCÍNIO E CONCENTRAÇÃO. Terra, Pernambuco, 28, abril, 2012. Disponível em: <https://www.terra.com.br/byte/ciencia/pesquisa/musica-ativa-regiao-do-cerebro-ligada-ao-raciocinio-e-concentracao,dafa00beca2da310VgnCLD200000bbccceb0aRCRD.html#:~:text=Nos%20%C3%BAltimos%20anos%2C%20estudos%20cient%C3%ADficos,exigem%20racioc%C3%A4nio%20l%C3%B3gico%20e%20concentra%C3%A7%C3%A3o>. Acesso em: 03 de Ago. 2022.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre, 1997.

RATTON, M. **Música e Matemática – A Relação Harmoniosa entre Sons e Números**. Disponível em: <https://www.contrabaixobr.com/t17527-musica-e-matematica-a-relacao-harmoniosa-entre-sons-e-numeros>. Acesso em: 24 de junho, 2022.

SILVA, Adegundes Maciel da. **A concepção de frações por alunos nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio**. Recife, 2010. Disponível em: <http://31reuniao.anped.org.br/2poster/GT19-4658--Int.pdf>. Acesso em: 24 de jun. 2022.

VAZ, Leonardo José Leite da Rocha; PINHO, Marcos Oliveira de. **Música e Matemática: um minicurso interdisciplinar.** n. 9. Zetetiké: Campinas, 2011. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/download/8646650/13552/2742>. Acesso em: 24 de junho, 2022.

VANDOREN, Charles. **Uma breve história do conhecimento.** Rio de Janeiro: Casa da Palavra, 2012.