



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS CORRENTE
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

BRENDA RAFAELA LOPES BARBOSA

**APLICAÇÃO DOS LOGARITMOS NA MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS
ASTRONÔMICAS**

CORRENTE – PI

2023

BRENDA RAFAELA LOPES BARBOSA

APLICAÇÃO DOS LOGARITMOS NA MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS
ASTRONÔMICAS

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Corrente.

Orientador: Prof. Esp. Anderson Leite Meira Gomes

Coorientador: Prof. Me. Rafael Emanuel Costa

CORRENTE - PI

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Barbosa, Brenda Rafaela Lopes

B238a Aplicação dos Logaritmos na mediação de distâncias astronômicas / Brenda Rafaela Lopes Barbosa. - 2023.
28 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Corrente, 2023.

Orientador : Prof Esp. Anderson Leite Meira Gomes. Coorientador :
Prof Me. Rafael Emanuel Costa.

1. Física - estudo e ensino. 2. Astronomia. 3. Logaritmos. 4. Distâncias astronômicas. I. Título.

CDD - 530

Elaborado por Tefischer Huanderson Soares e Sousa CRB 3/1251

APLICAÇÃO DOS LOGARITMOS NA MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS ASTRONÔMICAS

Brenda Rafaela Lopes Barbosa¹
Anderson Leite Meira Gomes²

RESUMO

O presente trabalho de pesquisa investiga a aplicação dos logaritmos nas medições de distâncias astronômicas, pontuando seu importante papel na simplificação de escalas do universo. A pesquisa fala sobre a origem dos logaritmos, sua evolução, propriedades e aplicações, e explora os métodos usados nas medições astronômicas e desafios enfrentados pelos astrônomos desde a antiguidade. Destaca a relevância da integração entre o campo de estudo da matemática e o da astronomia quando se trata da área da educação, pretendendo que os estudantes tenham uma melhor compreensão sobre o universo e um entendimento mais amplo sobre o uso do logaritmo em situações reais. Inclui na estrutura do estudo, capítulos sobre o conceito de logaritmos, sua história, bem como a relação dessa ferramenta com a astronomia, exercícios de aplicação e por fim as considerações finais. A metodologia empregada envolve revisão bibliográfica, verificação de dados observados, observação das fórmulas astronômicas, com o intuito de se ter uma abordagem mais ampla sobre o tema propondo-se expor as contribuições dos logaritmos nesse cenário.

Palavras-chave: Logaritmos; Astronomia; Distâncias astronômicas.

ABSTRACT

The present research investigates the application of logarithms in astronomical distance measurements, emphasizing their significant role in simplifying scales of the universe. The research discusses the origins of logarithms, their evolution, properties, and applications, and explores the methods used in astronomical measurements and challenges faced by astronomers since antiquity. It highlights the relevance of integrating the fields of mathematics and astronomy in education, aiming for students to gain a better understanding of the universe and a broader comprehension of the use of logarithms in real-world situations. The study's structure includes chapters on the concept of logarithms, their history, as well as their relationship with astronomy, application exercises, and finally, concluding remarks. The methodology employed involves literature review, verification of observed data, examination of astronomical formulas, aiming for a comprehensive approach to the topic by exposing the contributions of logarithms in this scenario.

Keywords: Logarithms; Astronomy; Astronomical Distances.

Data de aprovação: 15/12/2023

1 INTRODUÇÃO

O ato de compreender e aplicar logaritmos exerce um papel essencial em resoluções de problemas não só matemáticos como em outras grandes áreas do conhecimento. Quando se trata da astronomia, aonde as distâncias vão além das escalas utilizadas no dia a dia, fazer o uso dos logaritmos faz-se fundamental no processo de encarregar-se de expressões numéricas grandes. O presente trabalho pretende mostrar a exploração da aplicação dos logaritmos nesse contexto de distâncias astronômicas, levando em consideração não só a importância histórica, mas como também as dificuldades enfrentadas pelos astrônomos e estudiosos da antiguidade e atuais, relacionadas a essas medições de maneira precisas.

A ideia da aplicação dos logaritmos na medição de distâncias astronômicas é de fundamental importância tanto para a sociedade como um todo e para os grupos de estudos científicos, quando se trata da área da educação essa abordagem é muito relevante. A visão da junção do logaritmo e astronomia aumentaria o envolvimento dos alunos nas aulas de matemática e contribui no ato de mostrar a importância desse estudo quando se trata de uma aplicação real, como o uso nos cálculos de distâncias astronômicas. Para muitos estudantes a introdução desse ensino é desafiador, isso se dá pela forma que essa ferramenta é apresentada, os alunos não conseguem associar o conteúdo com a realidade, tudo parece abstrato, dessa forma, a integração do conteúdo matemático com a área de conhecimento da astronomia é uma maneira de se conseguir uma melhor compreensão. Além de contribuir no campo da educação, a abordagem desse tema proporciona as pessoas uma maneira mais acessível compreender o mundo astronômico, permitindo que as divulgações das descobertas sejam facilmente apresentadas, aumentando o interesse pelo nosso universo.

Como os logaritmos desempenham um papel primordial na medição das distâncias astronômicas e como sua aplicação favorece na precisão dos cálculos e entendimento do universo? Este trabalho busca explorar os logaritmos e sua aplicação, levando em consideração os desafios encontrados na medição de distâncias em astronomia usando o logaritmo, investigar questões apresentadas nesse processo como por exemplo a precisão dos cálculos, métodos usados e as delimitações enfrentadas desde a antiguidade.

O presente estudo tem por objetivo geral explorar e analisar a aplicação dos logaritmos nas medições de distâncias astronômicas. Como uma poderosa ferramenta matemática, os logaritmos exercem uma função importante de simplificar cálculos. Na astronomia, nos cálculos que envolvem gigantescas escalas cósmicas o uso dos logaritmos é fundamental, descomplicando esses cálculos são possíveis se ter uma noção melhor das distâncias astronômicas. Dessa forma é possível aprimorar o entendimento sobre como o logaritmo é crucial na astronomia por ser um facilitador na representação e manipulação de expressões numéricas enormes ou pequenos demais, muitas vezes apresentados nos cálculos astronômicos. Apresentar uma revisão bibliográfica sobre os logaritmos, explorando seus conceitos históricos, propriedades e aplicações matemática. Este é o primeiro objetivo, onde a ideia é falar sobre o processo de criação do logaritmo, as mudanças e aperfeiçoamento até chegar na expressão que é conhecida e usada hoje em dia, bem como apresentar cada propriedade que ele possui e respectivas demonstrações e por fim mostrar as ideias e aplicações. O segundo objetivo específico é investigar os métodos utilizados para medir distâncias astronômicas, destacando as limitações e desafios enfrentados. Durante o trabalho é abordado os métodos usados para fazer essas distâncias,

principalmente os primeiros usados na antiguidade frisando as dificuldades enfrentadas pelos astrônomos nesses cálculos e observações.

Os capítulos estarão estruturados em uma ordem que vai do conceito de logaritmo, a história, propriedades e aplicações, a história da astronomia, alguns tópicos presentes no campo de estudo astronômico e por exercícios de aplicação. No primeiro tópico é apresentado uma abordagem sobre o conceito de logaritmo, enunciando cada uma de suas propriedades e a ideia por trás da função logarítmica. O segundo tópico trata-se da história e descoberta dessa ferramenta matemática, a evolução dos cálculos até chegar a essa criação e a criação da tabela logarítmica, o aperfeiçoamento da mesma e o uso dela em cálculos complexos desempenhando um papel de facilitadora. Nesta sessão ainda é apresentada todas as demonstrações das propriedades enunciadas no primeiro tópico. Para fechar a parte de logaritmos, o terceiro tópico mostrará as consequências da definição abordando cada uma de maneira sucinta. Nas quarto e quinto tópicos, são feitas abordagens sobre a história da astronomia e seus contribuintes e respectivamente a exploração de importantes tópicos da astronomia, fundamentais na compreensão do cálculo das distâncias de objetos celestes. No tópico seis serão os exercícios onde a ferramenta logaritmo é usada nos problemas de distâncias. Por fim no sétimo tópico será apresentado as considerações finais.

A metodologia adotada na pesquisa envolveu a revisão bibliográfica dos logaritmos e métodos de medição das distâncias astronômicas, coletas de dados observados, desenvolvimento teórico de cada aplicação, e análise de fórmulas usadas nos cálculos astronômicos. Inclui-se também a pesquisa detalhada dos métodos aplicados nos cálculos e as fórmulas logarítmicas. A ideia da metodologia usada é introduzir a noção dos logaritmos e as técnicas usadas nas medições astronômicas visualizando as fórmulas aplicadas e as contribuições da ferramenta matemática nesses cálculos, apresentando por fim as aplicações por meio de exercícios.

2 O LOGARITMO

O conceito de logaritmos surgiu como uma ferramenta útil para simplificar cálculos envolvendo multiplicação, divisão e potenciação. Antes da invenção dos logaritmos, essas operações eram bastante trabalhosas e demoradas, principalmente quando envolviam grandes números. Com a criação dos logaritmos, o cálculo foi bastante simplificado.

Quando encontramos logaritmos pela primeira vez, tivemos pavor do nome estranho. O termo logaritmo é sinônimo de “expoente”, portanto nada mais é do que um expoente. Em matemática, é expresso na forma $\log_b a = x$ (logaritmo de a para base b) será igual a um valor chamado x, esse valor de a é chamado de logarítmico e o de b é chamado de base. Isso significa que b elevado a x é igual ao número a.

A definição do logaritmo traz consigo algumas consequências. Antes de conhecê-las, é necessário notar que essas elas só farão sentido se conhecermos muito bem a definição do logaritmo e as suas condições de existências. Seguindo esse roteiro de conhecimento, equações logarítmicas podem facilmente resolvida, através, principalmente do resultado do conceito dessa operação. Segue a definição matemática:

$$\log_a b = x \leftrightarrow a^x = b$$

em que:

$$0 < a \neq 1 \text{ e } b > 0$$

A equação representada significa que se pegarmos um número “ b ” (logaritmando) qualquer em uma base “ a ”, tendo como condições para existir o valor do logaritmando sendo maior que 0 ou simplesmente positivo e que a base seja maior que 0 e diferente de 1. Supondo então que o logaritmo de b na base a seja igual a um valor x , isso significa dizer que o x será tomado pela base como expoente e que essa expressão exponencial gerada terá como resultado logaritmando “ b ” da equação.

A definição, propriedades e suas respectivas demonstrações que serão apresentadas em sequência no capítulo 3 foram embasadas no livro Fundamentos de Matemática Elementar 2 - Logaritmos (IEZZI, DOLCE, MURAKAMI, 1997). A apresentação das demonstrações proporciona uma compreensão melhor das propriedades, deixando visível que as fórmulas matemáticas não nascem já prontas. Demonstrar é uma maneira fundamental no ato de entender o conteúdo.

3 CONSEQUÊNCIAS DA DEFINIÇÃO

- I. O logaritmo do número um, em uma base a qualquer, sempre será resultado em zero.

$$\log_a 1 = 0$$

A ideia da consequência acima é que, se pegarmos um determinado logaritmo não importando com qual valor a base terá, desde que respeite a condição de existência, se ele tiver como logaritmando o valor 1, o resultado da expressão será igual a zero. Veremos a seguir na prática:

Demonstração:

- Supondo que o valor do logaritmo de 1 na base a seja igual a x , teremos:

$$\log_a 1 = x.$$

- Representando a expressão na forma exponencial, teremos:

$$a^x = 1.$$

- Como todo número elevado a 0 é igual a 1, com essa afirmação teremos potências de mesma base:

$$a^x = a^0$$

$$x = 0.$$

- II. Se tivermos um logaritmo de base e logaritmando cujos valores são o mesmo, então o seu resultado será sempre igual a um.

$$\log_a a = 1.$$

Então, por mais complicada que pareça ser a expressão logarítmica, se possuírem um mesmo valor a para o logaritmando e base, terá por resultado sempre a unidade 1. Isso só será possível quando a condição $0 < a \neq 1$ for válida na equação. Demonstração:

- Supondo que o resultado da expressão seja um valor x :

$$\log_a a = x.$$

- Tomando a equação na forma exponencial, teremos:

$$a^x = a$$

$$x = 1.$$

- III. Se tivermos uma potência cujo expoente seja uma expressão logarítmica, sendo a base da potência igual a base do logaritmo então, o resultado da expressão será o próprio logaritmando.

$$a^{\log_a b} = b.$$

A justificativa para essa propriedade está no fato de que o logaritmo de b na base a é o expoente que deve se dar à base a para a potência obtida ficar igual a b .
Demonstração:

- O $\log_a b$, é o número ao qual a elevado a ele é b .
- Usando a definição de logaritmos, faremos com que a base a seja igual ao logaritmo de b na base a , tendo por resultado o logaritmando.
$$a^{\log_a b} b.$$

IV. Quando existir uma igualdade entre logaritmos de mesma base, é possível que isso aconteça se, e somente se os logaritmandos possuírem o mesmo valor.

$$\log_a b = \log_a c \leftrightarrow b = c.$$

Demonstração:

Pela definição de logaritmo, temos que:

$$a^{\log_a c} = b.$$

Usando a terceira consequência, teremos:

$$c = b.$$

Os logaritmos têm muitas propriedades importantes que auxiliam na manipulação e resolução de expressões logarítmicas. As principais são:

- Propriedade do Produto: Logaritmo de um produto: $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$. A expressão apresentada significa que o logaritmo de um produto é igual à soma dos logaritmando, com $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$.

Demonstração: Fazendo $\log_a b = x$, $\log_a c = y$ e $\log_a (b \cdot c) = z$ provemos que $z = x + y$. De fato: $\log_a b = x$; $\log_a c = y$; $\log_a (b \cdot c) = z$. Portanto, aplicando a definição de logaritmo, temos:

$$a^x = b$$

$$a^y = c \} \Rightarrow a^z = a^x \cdot a^y \Rightarrow a^z = a^{x+y} \Rightarrow z = x + y.$$

$$a^z = b \cdot c$$

- Propriedade do Quociente: Logaritmo de um quociente: $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$. Quer

dizer que o logaritmo de um quociente é o mesmo que a diferença entre os logaritmando, com $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$.

Demonstração: Fazendo $\log_a b = x$, $\log_a c = y$ e $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = z$ mostremos que $z = x - y$.

De fato: $\log_a b = x$; $\log_a c = y$; $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = z$ Portanto, aplicando a definição de

logaritmo, temos:

$$a^x = b$$

$$a^y = c \} \Rightarrow a^z = \frac{a^x}{a^y} \Rightarrow z = x - y.$$

$$a^z = \frac{a^x}{a^y}$$

- Propriedade da Potência: Logaritmo de uma potência: $\log_a b^c = c \cdot \log_a b$. A expressão que representa o logaritmo de uma potência de um número é igual a multiplicação do expoente pelo logaritmo, com $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ e $c \in \mathbb{R}$.

Demonstração: Fazendo $\log_a b = x$ e $\log_a b^c = y$, provemos que $y = x \cdot c$. De fato: $\log_a b = x$; $\log_a b^c = y$. Portanto, aplicando a definição de logaritmo, temos:

$$a^x = b \} \Rightarrow a^y = (b^c)^x \Rightarrow a^y = b^{x \cdot c} \Rightarrow y = x \cdot c.$$

$$a^y = b^c$$

- Propriedade de base com potência: Logaritmo de potência da base: $\log_a a^\beta = \beta \log_a a$.

A seguinte propriedade, também conhecida como regra do expoente permite que o expoente " β " seja movido para fora do logaritmo como seu inverso $\frac{1}{\beta}$, sendo multiplicado pelo logaritmo na base a , com $0 < a \neq 1$, $\beta > 0$.

Demonstração: Consideremos $\log_a b = x$, $\log_b a = y$ e $\log_c a = z$ e notemos que $z \neq 0$, pois $a \neq 1$. Provemos que $x = \frac{y}{z}$. De fato: $\log_a b = x$; $\log b = y$; $\log a = z$.

Portanto, aplicando a definição de logaritmo, temos:

$$\begin{aligned} a^x &= b \\ c^y &= b \end{aligned} \Rightarrow (c^z)^x = a^x = b = c^y \Rightarrow z \cdot x = y \Rightarrow x = \frac{y}{z}$$

- Propriedade de mudança de base: Logaritmo de mudança de base: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

A expressão apresentada, corresponde a um logaritmo cuja base é "a" e o logaritmando "b", com $0 < a \neq 1$, $b > 0$, realizando a mudança de base, essa transformação resulta no quociente de um logaritmo de base "c". A base anterior "a" e o logaritmando "b", ambos se converteram em expoentes da nova base.

Demonstração: Devemos considerar 2 casos:

1º caso: Se $b = 1$, temos:

$$\log_a 1 = 0 \quad \log_{a^\beta} 1 = 0 \Rightarrow \log_{a^\beta} 1 = \frac{1}{\beta} \cdot \log_a 1.$$

2º caso:

Se $b \neq 1$, temos:

$$\log_a b = \frac{\log_{a^\beta} b}{\log_{a^\beta} a} = \frac{\log_{a^\beta} b}{\beta \log_{a^\beta} a} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\log_{a^\beta} b}{\log_{a^\beta} a} = \frac{1}{\beta} \cdot \log_a b = \frac{1}{\beta} \cdot \log_a b.$$

As propriedades logarítmicas são usadas, em específico para facilitar cálculos que envolvem números extremamente grandes ou pequenos, convertendo operações de multiplicação, divisão e potenciação em operações de soma, subtração e multiplicação de logaritmos.

Essa ferramenta é usada para resolver equações exponenciais pois possibilitam isolar a variável exponencial de valor desconhecido. A relação entre logaritmos e expoentes é a seguinte:

A equação logarítmica e a equação exponencial andam juntas. A segunda citada é fundamental no processo de resolução da primeira. O logaritmo pode ser definido como uma expressão que possui um logaritmando "b" (valor qualquer), positivo e consequentemente maior que 0 e uma base "a" que assim como o logaritmando respeita uma condição para existir, tem que ser maior que 0 e diferente de 1. Supondo que a ideia de logaritmo apresentada seja igual a um valor "x". Usando a forma exponencial, podemos ter esse x como expoente da base a e resultar no logaritmando.

Se pegarmos a expressão exponencial da forma $x^a = y$, onde "x" e "y" são números com valores conhecidos e "a" é um expoente que queremos encontrar o valor, é possível aplicar logaritmos para resolver esta equação da seguinte maneira:

- I. Pegue o logaritmo de ambos os lados da equação: $\log x^a = \log y$
- II. Use a propriedade logarítmica da potência: $a \cdot \log x = \log y$
- III. Isso transforma a expressão em uma equação linear, onde "a" é uma incógnita única.

Dessa forma, podemos isolar "a" usando $\log(x)$ dividido por ambas as partes. $a = \frac{\log y}{\log x}$

Dessa maneira, podemos achar o valor para "a" usando o logaritmo, sendo muito conveniente na resolução da equação exponencial e para resolver cálculos na área da matemática, engenharia, ciências e várias outras.

4 JOHN NAPIER E A DESCOBERTA DOS LOGARITMOS

O logaritmo foi descoberto por uma razão. Qual seria? Antes de chegarmos a uma conclusão para essa indagação, primeiro é necessário conhecer um pouco a história e o processo da origem dele, as consequências e o impacto revolucionário que essa ferramenta matemática causou na época, destacando principalmente a sua importância em algumas áreas de estudo, desse período até atualmente.

Quando se pesquisa sobre quem deu origem ao logaritmo o nome que aparecerá é o do escocês John Neper popularmente conhecido por “Napier”. Ele era filho de uma família da nobreza escocesa e nasceu em Merchiston, próximo a cidade de Edimburgo. Foi matemático, físico e astrônomo, totalmente fascinado no estudo das exatas. Uma de suas grandes invenções é o “ossos de Napier”, método mecânico usado na simplificação de operações aritméticas de multiplicação e divisão por meio de um conjunto de barras com números. Mas o que deu nome a Napier foi a invenção dos logaritmos. Essa descoberta foi um grande marco para a humanidade, pois essa ferramenta facilitou e acelerou o trabalho de matemáticos e cientistas da época.

No início do século 17 mais precisamente na Europa ainda não existiam ferramentas para calcular como a calculadora e computador, as contas eram realizadas por ábacos. Com o passar do tempo os cálculos se tornaram mais complexos e tornara complicado resolver contas com grandes valores usando esse instrumento de cálculo aritmético. Com a expansão das necessidades sociais do homem consequentemente a dependência da resolução do cálculo de maneira mais rápida e acessível tornara maior. Mas como acelerar esse processo? Até então, os problemas com operações de multiplicações e divisões envolviam números com uma grande quantidade de algarismo, o ponto principal de serem tão demorados e propensos a erros. A ideia a se pensar na época, seria a de criar um instrumento que acelerasse esse processo. Mas porque criar uma ferramenta se poderiam criar um método para simplificar as expressões algébricas? Diante dessa questão, talvez tenha sido o estopim para que tempos mais tarde, o revolucionário logaritmo surgisse. (SILVA, 2008).

Henry Briggs (1561-1630), matemático inglês que lecionava geometria do Gresham College em Londres. O método dos logaritmos, introduzido por Napier chegou até esse matemático Briggs, resultando no interesse de conhecer mais sobre e ser um possível colaborador dessa fascinante ferramenta de cálculo. Foi à Escócia onde residia Napier e juntos decidiram fazer algumas mudanças apropriadas nas tabelas de Napier. Uma das modificações que achou necessária ser feita foi a ter o logaritmo de 1 igual a 0 e a outra foi ter uma potência de base 10 adequada para o logaritmo de 10.

A origem do logaritmo aconteceu do início do século XVII, através de Napier. Foi formalmente criado por ele, mas teve contribuições de outros grandes nomes da matemática. Foi John Napier quem desenvolveu o conceito de logaritmos. Napier fez a publicação de seus avanços sobre os logaritmos no de 1614, em um texto que tinha por título *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (Descrição da maravilhosa lei dos logaritmos). Primeiro ele nomeou o expoente da potência como “número artificial”, mas por fim, decidiu que batizaria sua criação com a expressão logaritmo, com o significado de “número proporcional”. (EVES, 2011; MAOR, 2006).

No conceito apresentado pelo escocês usava-se a base e . Para essa ferramenta pudesse ser usada de uma forma mais fácil, o Henry Briggs tem a ideia de

fazer uma mudança no conceito anterior, e ao invés de usar a base e passou a usar a base 10. Possibilitando a quem fosse usá-la resolverem os problemas do dia a dia de uma maneira mais compreensível, já que o objetivo sempre foi diminuir a dificuldade nas resoluções das contas.

A ideia de construir essa tabela era a de que diversos números fossem convertidos em potências de base 10. Essa primeira tabela dele foi apresentada em 1617, os números contidos eram inteiros, compreendidos entre 1 e 2000, todos representados tendo 10 como base da potência. A precisão era de aproximadamente 14 casa decimais. A segunda tabela foi publicada após 7 anos, aumentou a quantidade de números para 10000.

Muito antes de existir essas calculadoras modestas e diversos outros dispositivos tecnológicos usados para realizar cálculos extremamente difíceis e para muitos impossíveis de se “fazer na ponta da caneta”. Para fazer os cálculos de logaritmos na antigamente, usavam-se as tábuas ou tabelas logarítmicas. Essas belezinhas foram criadas e aperfeiçoadas por alguns matemáticos, diante disso é impossível não lembrar da tabela logarítmica de base 10 aperfeiçoada e acrescentada por Briggs, seguindo as ideias das primeiras tabelas apresentadas por John Napier e Jost Bürgi.

Algumas tábuas de logaritmos são constituídas de números naturais e os logaritmos desses respectivos valores em forma aproximada, um exemplo é tábua de logaritmo decimal, a mais e conhecida e usada. Existe uma maneira de calcular o logaritmo de um número usando uma tabela que possui apenas mantissa (parte decimal) do resultado do cálculo, veja o anexo A, tabela 3, a tábua está enumerada de números decimais que vão de 10 a 99. Para encontrar os logaritmos é precisamos saber a mantissa (parte decimal) e a característica (parte inteira).

$$\log n = \text{característica} + \text{mantissa}$$

As mantissas são sempre positivas e encontramos esses valores na tabela. Já as características de cada valor são determinadas seguindo algumas regras. Nas tabelas abaixo estão representados alguns números e suas características.

- Observando a tabela, se o valor n , for um número inteiro ou um número decimal em que sua parte inteira seja positiva maior que 1, para determinarmos a característica basta pegarmos a quantidade de números formada parte inteira do número selecionado e diminuirmos sempre a unidade 1. Se usarmos o número 13 da tabela como exemplo, sua característica será 1 pois $2 - 1 = 1$ e se o pegarmos o valor 7, 8966 a característica será 0, pois $1 - 1 = 0$.
- Se o n for um valor decimal em que a parte inteira é nula, ou seja $n < 1$, sua característica será negativa, representada por uma barra reta localizada em cima da característica. Determinamos o valor de acordo com a quantidade de zeros que vem antes dos algarismos não nulos, contando também com o zero localizado antes da vírgula, como veremos na pequena tabela abaixo:

Tabela 2: Exemplo de mantissas e suas características.

n	característica
0,003748	$\bar{3}$
0,000347	$\bar{4}$
0,123854	$\bar{1}$
0,032324	$\bar{2}$

Fonte: Próprio autor. (2022)

E se o número a ser calculado não fazer parte da tábua, o que fazer para encontrar a mantissa correta? Para casos assim a tábua de números naturais é uma base necessária para encontrá-las. Segue um exemplo onde seguiremos um passo a passo.

Exemplo 1: Calcular o $\log 315$.

Solução:

Como o 315 é um número inteiro e possui 3 algarismos, então sua característica será 2, pois $3 - 1 = 2$. Para a mantissa faremos:

- O valor 315 é inteiro possui três algarismos, o primeiro passo é colocá-lo na forma 1,00 a 9,99, teremos então 3,15;
- Para as coordenadas é necessário determinar a linha e coluna onde o cruzamento das mesmas será o valor da mantissa, então usamos os dois primeiros algarismo para a linha e o ultimo para coluna. Teremos por fim, linha 31 e coluna 5.
- Consultando a tábua, a mantissa será 498311.

Concluimos que $\log 315 = 2, 498311$.

5 HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

A curiosidade sobre o Univeso fez com que desde os tempos antigos os seres humanos buscassem uma maneira de compreendê-lo melhor. Para descobrir os segredos enigmaticos do vasto espaço celeste, as civilizações da antiguidade perceberam que observar era a melhor forma de chegar a compreensão de como tudo funcionava acima, então olhavam para os planetas, estrelas e até mesmo cometas.

Neste capítulo, será apresentado um pouco da hiistória de grandes nomes da historia da astronomia e marcos importantes descobertos por eles. A ideia é deixar vizível a importancia desses astrônomos para a evolução da Astronomia, mostrando como suas observações e teorias se tornaram fundamentais para a compreensão do espaço e na evolução tecnológica que vem avançando constantemente atualmente.

5.1 HIPARCO

Hiparco de Niceia um dos grandes nomes da história da astronomia da antiguidade, nasceu onde conhecemos hoje por Turquia na cidade Niceia, em 120 a.C. Residia em Rodes quando veio a óbito no ano de 190 a. C, deixando um legado para o mundo astronômico, por suas importantes contribuições, e, embora não seja muito citado atualmente, ficou conhecido como o “pai da astronomia científica”. (FERNANDÈZ, 2004).

Foi o primeiro a elaborar um catálogo estelar observando a olho nu, catalogou cerca de 850 estrelas, sendo o primeiro do mundo ocidental. O catálogo apresentava tanto a posição das estrelas quando a magnitude e brilho delas. Ele caracterizou esses corpos celestes em uma categoria com escala de magnitudes enumeradas de 1 a 6. Para ele as estrelas mais brilhosas eram as que possuíam menor magnitude, ou melhor dizendo, as menores estrelas em massa e aquelas cuja tinham maiores magnitudes seriam as que apresentariam menor brilho. Fazendo uma relação, depois de uma observação, chegou à conclusão de que uma estrela de magnitude igual a 1 é 100 vezes mais brilhante que uma de magnitude 6. (FILHO, 2018).

Este catálogo foi muito importante para os astrônomos de sua época e para os que vieram depois dele, foi usado como base em estudos. A escala de magnitudes ainda é usada nos dias de hoje, mesmo já existindo diversos instrumentos precisos usados para fazer medições do brilho das estrelas.

Em uma das observações de Hiparco, ele fez uma descoberta relacionada ao ponto Equinocial. Também chamado de ponto vernal ele é definido pela localização do Sol quando ele faz uma movimentação cruzando Equador celeste passando pelo Equinócio, movendo-se para a Eclíptica. Elíptica é a rotação de um objeto ao redor de outro trilhando um caminho em forma de uma elipse, então, astronomicamente falando ela é o movimento de órbita dos planetas do sistema solar ao redor do próprio Sol, a chamada órbita elíptica e a Eclíptica é o nome do caminho traçado pelo movimento elíptico.

Calculando a medida do ano usando a forma de como o Sol movimenta-se contra as estrelas do fundo, relacionado em como se mede essa estrela de equinócio de verão ao próximo o resultado será 20 minutos maior. Dessa forma, o astrônomo descobriu o fenômeno da precessão dos equinócios. Esse movimento faz com que o eixo da Terra gire orbitando a perpendicular da Elíptica. (FILHO, SARAIVA, 2016).

Introduziu o conceito de magnitude estelar e antecedente a isso, criou métodos para saber quanto de brilho as estrelas possuíam. Foi o astrônomo que conseguiu uma precisão incrível de menos de 7 minutos no cálculo da duração do ano, a margem de erro foi bem pequena. Conhecido também como o pai da Trigonometria, usou a mesma e de um eclipse lunar para determinar a distância da Terra até a Lua e teve por conclusão a medida calculada era de 62 a 74 vezes o raio do nosso planeta, sendo que o valor ficaria entre 57 e 64. Quanto aos eclipses, ele elaborou previsões de que aconteceriam em até 600 anos antes do acontecimento. (AUTOR DESCONHECIDO, 2008).

Hiparco desenvolveu alguns instrumentos significativamente importantes para o mundo da astronomia. Sabe-se que ele criou um instrumento naval denominado Astrolábio, considerado o primeiro instrumento utilizado para estudar os astros no céu. O astrolábio náutico tinha por função medir a altura de astros celeste localizados acima da linha do horizonte, e achar a posição dos astros.

Essa ferramenta era uma versão mais simples da que possuímos atualmente, em questão de posição não fazia nada além de ajudar no posicionamento em alto mar, usando a altura dos astros como uma base. Essa ferramenta era utilizada para resolver cálculos de geometria, como por exemplo medir a profundidade de um poço. Para medir o diâmetro aparente do Sol e da Lua ele inventou uma dioptria, que é basicamente uma unidade de medida que calcula o grau por exemplo de um óculo através do sistema óptico. A dioptria especial criada por ele era como se fosse uma régua eminente constituída de um guia, possuía uma seta, usada para calcular a medida de um ângulo. Usando esse instrumento, ele conseguia traçar as posições das estrelas.

5.2 CLÁUDIO PTOLOMEU

Considerado o maior astrônomo da antiguidade segundo Owen Gingerich, pesquisador e professor de astronomia da universidade de Harvard. Nascido em 150 d.C. em Ptolomaida no Egito, ainda com o domínio romano. Astrônomo, matemático,

físico e geógrafo, considerado um dos últimos observadores dos astros celestes dos tempos antigos. (COUPER, HENBEST, 2009)

Com sua mente genuína e todo seu conhecimento e observações sobre os astros, Ptolomeu desenvolveu um brilhante trabalho antes intitulado por “Tratado de matemática”, mas hoje conhecido por *Almagesto*, tradução árabe dada no século IX. Essa obra foi considerada por 14 séculos com um manual da astronomia. A obra continha 13 livros todos com textos baseados em trabalhos de cientistas anteriores a ele, seguindo em especial os estudos de Hiparco e Aristóteles.

Assim como Aristóteles, Ptolomeu defendia o geocentrismo. Segundo ele, a Terra era o centro do Universo e seguindo os pensamentos de Hiparco ele explicou como o Sol e a Lua orbitam em torno da Terra. No tratado matemático e astronômico, ele defende justamente a ideia geocêntrica e apresenta o seu catálogo de estrelas, contendo o registro de 1.022 astros estelares divididos em 48 constelações e um modelo geométrico do sistema solar. O catálogo estelar de Ptolomeu foi criado contendo descobertas de novas estrelas e suas posições e dados antes já registrados pelo astrônomo Hiparco, que antes dele desenvolveu o primeiro trabalho relacionado a posições de estrelas. Com as novas descobertas desse astrônomo é que conhecemos o nosso campo celeste e a imensa lista de estrelas e posições das estrelas, claro que hoje em dia conhecemos mais de 1. 022 estrelas, mas boa parte temos conhecimento graças aos estudos de ambos os estudiosos. Com toda a tecnologia que possuímos atualmente, é possível notar um número maior de estrelas e constelações, impossíveis de serem notadas pelo astrônomo a olho nu. Segundo estudos e observações astronômicas anotadas, acredita-se que ele tenha vivido e trabalhado na cidade de Alexandria.

Ptolomeu é lembrado principalmente por seus trabalhos astronômicos, mas ele fez contribuições notáveis em outras áreas de conhecimento, como a astrologia, geografia, ótica e música. Além desses campos, ele ganhou destaque também por seus trabalhos na matemática pelos seus métodos aplicados em problemas astronômicos. Fez colaborações para a trigonometria e trigonometria esférica em resolução de problemas básicos da astronomia.

O matemático sem dúvidas possuía uma grande influência para o pensamento científico, embora a veracidade dos seus dados observados tenham sido pauta de argumentações para alguns astrônomos e cientistas como, Tycho Brahe e Isaac Newton, ambos acreditavam que Ptolomeu não tinha feito algumas observações astronômicas, registradas por ele e que possivelmente grande parte eram plágios. Acredita-se que ele tenha adaptado algumas medidas às suas teorias ao invés de teorizar através de seus estudos e descobertas.

5.3 NORMAN PÓGSON

Norman Robert Pogson foi um astrônomo e matemático britânico, nascido em 1829, natural da cidade de Nottingham. Desde criança mostrou sua curiosidade e interesse na ciência e sua progenitora sempre o apoiou nesse assunto. Ainda pequeno mudou-se para Manchester e lá passou a estudar a fundo a trigonometria e alguns outros conteúdos matemáticos. Ainda bem jovem decidiu parar com os estudos, e ensinar a Matemática, era uma paixão para Norman.

Antes de relatar sobre a grande contribuição desse matemático para o universo astronômico, é importante destacar o percurso da medição relativa do brilho estelar. Até o século XIX, a escala de magnitude criada pelo grego astrônomo Hiparco de Niceia a olho nu, ainda era seguida e utilizada por alguns astrônomos dessa época. A

escala era dividida em seis classes relacionada ao tamanho das estrelas, através do tamanho desses astros era possível se ter uma medida do brilho. O importante astrônomo Ptolomeu, no século II d.C. deu continuidade a ideia de Hiparco fazendo algumas observações quanto a diferença de brilho dessas categorias, mas nada muito significativo. Tempos mais tardes, Galileu Galilei, grande físico e astrônomo criou o telescópio e através desse instrumento foi possível observar as estrelas celestes e identificar uma estrela de magnitude sete. Este instrumento revolucionou os estudos astronômicos pois com o uso dele, os estudiosos dos astros celestes poderiam fazer observações mais precisas o que antes era possível ao olho nu, mas não com a mesma precisão.

Por volta da metade do século citado inicialmente, os estudiosos astrônomos enfrentavam um dilema em relação a medição das grandezas dos astros, isso porque ainda não existia algo fixo que pudesse ser usado nos cálculos de maneira que uma mesma estrela não tivesse valores diferentes de magnitude quando calculada por astrônomos diferentes. Erros assim aconteceram com astrônomos renomados. Era preciso se ter um critério ou escala para assim determinar de maneira certa o tamanho das estrelas.

É nesse momento que a mente brilhante de Pogson entra em ação. Ele criou uma relação de brilhos estelares com a diferença de uma magnitude. Fazendo suas próprias observações e usando como guia os trabalhos astro fotométricos do famoso astrônomo inglês Manoel Jonh Johnson, chegou a valor de 2,4. É importante destacar que Johnson fez as primeiras observações e medições usando a fotometria estelar e foi através dos resultados dessas medições que ele concluiu que a relação dos brilhos intrínsecos de duas estrelas de magnitudes consecutivas era centrada em 2,43. Bem antes desse feito de Norman Pogson, o também astrônomo John Herschel, seguindo a escala de magnitude estelar de Hiparco, determinou que uma estrela de magnitude cujo valor é 1 é 100 vezes mais brilhante que uma com o valor de magnitude igual a 6. Norman usou também essa determinação desse cientista como uma referência para chegar no 2,4 usado para calcular a diferença do brilho dos astros celestes.

Essas medições foram feitas diafragmando um telescópio, ou seja, posicionando uma só lente do telescópio em uma abertura de diâmetro D. O diafragma permite regular a intensidade de luz no centro dessa abertura, e o método era usado até que não pudesse mais se ver a estrela usada. É importante destacar que esse processo também era realizado para fazer a comparação do brilho de uma estrela em relação a outra. Segue a fórmula usada para esse cálculo:

$$\frac{\text{brilhodaestrela2}}{\text{brilhodaestrela1}} = \frac{(D1)^2}{(D2)^2} \quad (1)$$

Essa equação foi usada por muito astrônomos para medir a razão entre os brilhos entre pares de estrelas com magnitudes diferentes. Mesmo utilizando esse método de cálculo para calcular o brilho, os observadores chegavam em resultados bem diferentes, variando a cada observador, nunca chegavam em um resultado perto um do outro. O conhecido cientista William Dawes chegou a determinar que essa razão entre os brilhos seria de 4.

Utilizando a equação 1, Pogson determinou uma expressão matemática, relacionando a diferença das magnitudes com a razão levando em consideração os brilhos das estrelas, isso conhecendo os valores das magnitudes m_1 e m_2 de uma determinada estrela. Utilizando o logaritmo nessa relação ele obteve a seguinte equação:

$$(m_1 - m_2)\log R = 2(\log D_1 - \log D_2) \quad (2)$$

Tendo conhecimento das medidas das aberturas limites, D_1 e D_2 , e sabendo o valor da magnitude m_1 da estrela 1, podemos facilmente usar a equação acima e determinar o valor da magnitude m_2 da outra estrela, conhecendo também o valor de R . Para chegar a esse valor, Norman seguindo a ideia de John Herschel e consequentemente ajustando os resultados determinados por ele, onde ele afirmou que se $m_1 - m_2 = 5$, então o resultado do quociente entre os brilhos estelares deveria ser igual a 100. Usando essa observação tivemos uma terceira equação:

$$5\log R = \log 100 \quad (3)$$

Esse R chamado hoje de a razão de Pogson, foi o número procurado por ele, que determinou esse valor como sendo $R = 10^{0,4} = 2,5118...$ que é justamente o valor da raiz quinta de 100. Esse valor usando o logaritmo na base 10 resulta em 0,400. Este número $R = 2,5118...$ foi muito utilizado por Pogson o valor de forma arredondada $R = 2,512$. Este mesmo valor foi arredondado posteriormente mais tarde para 2,5 maneira mais resumida parte da fórmula da magnitude aparente que veremos adiante.

6 ASTRONOMIA

O Telescópio Espacial James Webb (JWST) é celebrado como sendo um dos maiores feitos da ciência e tecnologia atual, desenvolvido pela NASA (Agência Espacial Europeia) e a CSA (Agência Espacial Canadense), foi lançado pela primeira vez em 25 de dezembro de 2021. Seu grande propósito é estudar conhecer o universo, investigando e examinando os segredos que abraçam o nosso sistema solar e quem sabe descobrir outras galáxias e planetas. Sua alta tecnologia é apropriada para estudar objetos celestes de grandes distâncias e mais existentes a muito tempo. (NAHRA, 2023).

Fotografia 1: Primeira foto de campo profundo feito através do James Webb.



Fonte: NASA/ESA/STSCI (2022).

A imagem acima foi feita pelo telescópio James Webb, e tudo nela está num espaço do tamanho de uma bola de tênis vista a 100 metros de distância. Quão grande é o universo?

6.1 LUMINOSIDADE

O termo luminosidade possui diversos significados e dependendo do contexto, pode ser interpretado de várias formas. No campo de estudo da astronomia, a luminosidade é está diretamente ligada ao brilho intrínseco de um astro estelar, usada pelos astrônomos para expor e descrever quanta luz ou energia uma estrela produz em uma unidade de tempo. Ela é uma propriedade muito importante das estrelas e outros astros.

A luminosidade solar é um tipo de unidade de medida muito utilizada, pois possibilita realizar a comparação de brilhos entre estrelas distintas. A luminosidade estelar é medida tendo como base a luz do Sol. A luminosidade L de uma estrela pode ser determinada levando em consideração a temperatura da estrela, a massa e sua idade, são fatores indispensáveis no cálculo da luminosidade dos astros. É importante destacar que essa potência luminosa é a luz radiante em unidade de tempo chamado joule, que por definição pode ser como o trabalho produzido com a potência de um watt por segundo. (FERREIRA, 2018). A expressão para o cálculo é a seguinte:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Na equação acima, o “ R ” representa o raio da estrela levando em consideração que ela tenha um formato de uma esfera, o “ T ” representa a temperatura na fotosfera,

camada externa a estrela e “ σ ” é a chamada de constante de Stefan-Boltzmann que tem por valor $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{k}^4$. É importante ressaltar que estrelas que apresentam grande massa podem ser mais luminosas e aquelas mais velhas e frias tendem a emitir uma luz reduzida.

De maneira resumida, quando falamos da luminosidade de estrelas estamos falando da quantidade de luz que pode ser emitida ou ao mesmo tempo refletida por ela. No ato de calculá-la, podemos fazer a medida através da visagem da estrela e do seu brilho aparente, que é quantidade do brilho observado por nós aqui da Terra e que pode ser afetado de acordo com a distância observada.

6.2 FLUXO

A palavra fluxo, representada por “ F ” em astronomia está diretamente ligada a quantidade de luz ou energia emitida por um astro celeste, que chega até nós na Terra passando por uma determinada área, esta perpendicular a direção em que a luz está sendo refletida. É uma importante quantidade, utilizada principalmente para determinar distâncias até as estrelas por exemplo.

É importante destacar, que para determinar o fluxo da radiação de um astro ou estrelas distantes, o cálculo se dá pela distância “ d ” ao quadrado sendo que o fluxo, ou seja, a luz que chega até nós aqui na Terra é bem menor que o fluxo que reside dos astros observados desfazendo-se através de um fator $1/d^2$. A razão entre luminosidade e a área da estrela é o fator fundamental para se determinar o fluxo de uma estrela em sua superfície. (FERREIRA, 2018).

$$F = \frac{L}{4\pi R^2} \text{ W/m}^2$$

Na equação apresentada, a luminosidade é representada por “ L ”, que é justamente a luz emitida pelo astro em todas as direções em unidade de tempo. A distância “ d ” de uma estrela no fluxo se dá:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

6.3 MAGNITUDES

A ideia de magnitudes veio através do grande astrônomo da antiguidade, Hiparco. Como já mencionado nesse presente trabalho, ele foi o responsável por criar o primeiro catálogo de estrelas e baseado nele apresentou ao mundo a classificação do brilho das estrelas chamado por ele de “grandezas” ou “sistema de magnitudes”.

Nessa classificação, Hiparco fez a distribuição do brilho das estrelas observadas por ele na época em classes ou grandezas estelares e ao todo foram 6. É importante frisar que todos esses astros do catálogo tinham que ser proporcionais aos seus brilhos de uma maneira inversa. Na ideia dele, quanto maior fosse a estrela menor seria o brilho dela.

Quando olhamos para o céu, aquelas estrelas que são mais brilhantes são as que Hiparco atribuiu uma magnitude $m = 1$, ou seja, são as pequenas em tamanho, já aquelas que visualizamos o brilho mais fraco são as de magnitude $m = 6$, essas são as estrelas que estão no nosso limite de enxergarmos a olho nu. Essa classificação é de 1 a 6 e de uma escala a outra o brilho vai diminuindo até chegar à estrela de magnitude 6. (FERREIRA, 2018).

Como a chegada da tecnologia, chegaram os instrumentos ópticos, capazes de observar objetos celeste antes não vistos a olho nu, proporcionando a precisão principalmente em medidas. A escala de antes criada por Hiparco até a grandeza 6 hoje em dia é bem mais ampla e apresenta números fracionários, negativos e maiores que 6.

6.3.1 MAGNITUDE APARENTE

Sabendo-se a medida do fluxo de uma estrela, é possível determinar a grandeza dela chamada de magnitude. Hiparco em sua escala tinha por base a visibilidade humana a olho nu, seguindo de maneira aproximada a escala de logaritmos, por isso que há quem diz que o olho humano é um detetor logarítmico.

O brilho de uma estrela é algo que pode variar de acordo a distância que a enxergamos. O brilho aparente de um astro celeste é a medida do fluxo até a Terra, geralmente conhecido como magnitude aparente “ m ”. Norman Pogson, astrônomo inglês foi a pessoa que observando as anotações de Hiparco, percebeu as estrelas que ele classificou como magnitude $m = 1$ eram um total de 100 vezes mais brilhantes que uma que possuía magnitude $m = 6$. No ano de 1856, chegou à conclusão de sua própria definição matemática de magnitude aparente, bem parecida com a antes proposta por Hiparco, a expressão é a seguinte:

$$m = -2,5 \log \left(\frac{F_v}{F_o} \right)$$

onde “ F_v ” é o fluxo visual da estrela observada e “ F_o ”, o fluxo visual da estrela Vega, que de acordo a definição tem magnitude nula. (FERREIRA, 2018). Confira na figura 1 magnitudes aparentes de algumas estrelas.

Figura 1 – Magnitudes aparente de algumas estrelas.

Vega (α Lyrae)	0,00
Acrux (α Crucis)	+0,77
Mimosa (β Crucis)	+1,25
Rubídea (γ Crucis)	+1,59
Markab (α Pegasi)	+2,49
Mesartim (γ Arietis)	+3,88
Sírius (α Canis Majoris)	-1,58
Júpiter	-1,8 ~ -2,1
Vênus	-3,9 ~ -4,4
Lua Cheia	-12,6
Sol	-26,73

Fonte: http://each.uspnet.usp.br/ortiz/classes/Brilho_Lum.pdf.

6.3.2 MAGNITUDE ABSOLUTA

Representada pela letra maiúscula M , a magnitude absoluta é uma medida de brilho particular de um objeto localizado no céu. Essa medida é determinada sem ter em conta a distância do objeto até a Terra. Quando se trata da magnitude absoluta estelar,

é a magnitude que uma estrela portaria se, se encontrasse a 10 parsec de distância. Ao comparar a magnitude aparente com a magnitude absoluta pode ser estabelecido a distância até os astros estelares, ambas são fundamentais nesse cálculo. Essa determinação de distância é feita usando o módulo de distância, feito pela diferença entre as magnitudes $m - M$:

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d}{10} \right)$$

O “ d ” é a distância que é medido em parsecs. Parsec tem por valor exato aproximado $3,09 \times 10^{16}$ metros, que é cerca de 3,26 anos-luz. (FERREIRA, 2018).

Ao compararmos a magnitude absoluta de diversos objetos celestes, poderemos ter uma noção do brilho de cada um independente da distância. A ideia é que o objeto será mais brilhoso quanto menor for o valor da magnitude absoluta. Um exemplo para isso é a nossa estrela mais brilhante, o Sol. De forma aproximada temos que sua M é 4, 83, então se tivermos um objeto celeste com magnitude absoluta a que o Sol apresenta isso significa que o que teremos uma estrela mais brilhante no céu, ou seja, esse objeto é mais brilhante, justamente por ser inferior em M , a nossa estrela comparada. Então quando se trata de entender e comparar os brilhos particulares de objetos astronômicos essa magnitude é essencial.

8 DISTÂNCIAS ASTRONÔMICAS

Na determinação de distâncias astronômicas no espaço existem vários métodos a serem usados. Neste trabalho, o método abordado é a aplicação de logaritmos em conjunto com uso das magnitudes de estrelas. Utilizar logaritmos na astronomia é uma ideia esperta que enfatiza a fundamental importância da matemática no ato da compreensão e simplificação de dados astronômicos. A magnitude é a relação da luminosidade de uma estrela com a sua distância, devido as grandes escalas do universo os cálculos seriam bastante engenhosos se não houvesse os logaritmos para simplificar esses números. Isso prova que a matemática e astronomia embora sejam campos de estudos completamente diferentes, elas estão profundamente ligadas.

Uma estrela possui dois tipos de magnitudes, a magnitude aparente (m) que é aquela observada e a absoluta (M) que é para ser determinada depende da Luminosidade. A fórmula de distância módulo, usada para cálculos de distâncias astronômicas relaciona as duas magnitudes e a distância (d) até o objeto celeste:

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d}{10} \right)$$

Esta equação é usada para determinar a magnitude absoluta sabendo a aparente e tendo conhecimento da distância, bem como a distância tendo as duas magnitudes. Para definir a distância (d) sempre em parsecs, podemos simplificar essa expressão isolando a distância (d):

$$d = 10^{\left(\frac{m - M + 5}{5} \right)}$$

Exemplo: Qual a distância até a estrela Spica, que tem $m = 0,98$ e $M = -3,55$?

$$d = 10^{\left(\frac{0,98 - (-3,55) + 5}{5} \right)}$$

$$d = 10^{\left(\frac{4,53 + 5}{5} \right)}$$

$$d = 10^{\left(\frac{9,53}{5}\right)}$$

$$d = 10^{1,906}$$

$$d \cong 80,54$$

9 EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

Este capítulo foi produzido com o intuito de tornar mais compreensível a aplicação do logaritmo nos cálculos de distâncias astronômicas, através das fórmulas de magnitudes e do módulo de distância. Então achei necessário resolver uma série de exercícios, alguns deles já resolvidos no artigo (FERREIRA, 2018) e outros do mesmo trabalho só que resolvidos por mim mesma.

- 1) Qual é a magnitude aparente de uma estrela cujo brilho aparente é 10 vezes menor do que Vega?

$$m = -2,5 \log \left(\frac{f_v}{f_o} \right)$$

$$m = -2,5 \log \left(\frac{0,1 f_o}{f_o} \right)$$

$$m = -2,5 \log \left(\frac{1}{10} \right)$$

$$m = -2,5 \log 10^{-1}$$

$$m = 2,5$$

- 2) Sejam duas estrelas idênticas: A e B. A distância de B a nós é 10 vezes maior do que a distância de A até nós. Qual a diferença entre suas magnitudes aparentes?

$$d_B = 10 d_A$$

$$m_A - M = 5 \log \left(\frac{d_A}{10} \right) \quad (1);$$

$$m_B - M = 5 \log \left(\frac{d_B}{10} \right) \quad (2);$$

Subtraindo as equações teremos:

$$m_A - m_B = 5 \log \left(\frac{d_A}{10} \right) - 5 \log \left(\frac{d_B}{10} \right);$$

$$m_A - m_B = 5 \left(\log \left(\frac{d_A}{10} \right) - \log \left(\frac{d_B}{10} \right) \right);$$

$$m_A - m_B = 5 \log \left(\frac{d_A}{d_B} \right);$$

$$m_A - m_B = 5 \log \left(\frac{d_A}{10 d_B} \right);$$

$$m_A - m_B = 5 \log \left(\frac{1}{10} \right);$$

$$m_A - m_B = 5 (\log 1 - \log 10);$$

$$m_A - m_B = 5 (0 - 1);$$

$$m_A - m_B = -5$$

- 3) Uma estrela tem magnitude aparente $m = 1$.

- a) Quantas vezes ela ficaria mais fraca se estivesse três vezes mais distante?

Solução: $m = 1$ e m' (nova magnitude aparente) = ?

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \frac{f_1}{f_2} \quad (\text{relação entre a magnitude e a distância}). \text{ Se a estrela de}$$

magnitude $m=1$ estivesse ao triplo de sua distância original, podemos calcular a nova magnitude: m' da seguinte forma:

$m' - m_2 = -2,5 \log_{10} \frac{f(m')}{f_2}$ A nova distância d' seria $3d$. Para calcular a relação entre os

fluxos usaremos: $\frac{Fm'}{F_2} = \left(\frac{d_2}{d'}\right)^2$. Substituindo $d' = 3d$: $\frac{Fm'}{F_2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \rightarrow \frac{Fm'}{F_2} = \frac{1}{9}$ Substituindo as

informações na equação original:

$$m' - 1 = -2,5 \log_{10} \left(\frac{1}{9}\right)$$

$$m' = 1 - 2,5 \log_{10} \left(\frac{1}{9}\right)$$

$$m' = 1 - 2,5 \cdot (-0,95)$$

$$m' = 1 + 2,38$$

$$m' \approx 3,38.$$

a) Quantas magnitudes mais fraca ela apareceria?

Solução:

Calculando a diferença de magnitudes, teremos:

$$m' - m$$

$$m' - 1 \approx 3,38 - 1$$

$$m' - 1 \approx 2,38.$$

Assim, a estrela ao aparecer teria aproximadamente 2,38 magnitudes mais fracas que ao triplo de sua distância original.

4) A magnitude aparente de uma estrela tripla é $m = 0,0$. Uma de suas companheiras possui magnitude igual a 1 e uma outra tem magnitude igual a 2. Qual seria a magnitude de sua terceira companheira?

Solução:

Calculando os fluxos de cada estrela, temos:

$$0 = -2,5 \log \frac{f_v}{f_o}$$

$$0 = -2,5 \log \frac{f_v}{f_o} \leftrightarrow f_v = f_o$$

$$1 = -2,5 \log \frac{f_{v1}}{f_o} \rightarrow -\frac{1}{2,5} = \log \frac{f_{v1}}{f_o} \rightarrow \frac{f_{v1}}{f_o} = 10^{\frac{-1}{2,5}}$$

$$2 = -2,5 \log \frac{f_{v2}}{f_o} \rightarrow -\frac{2}{2,5} = \log \frac{f_{v2}}{f_o} \rightarrow \frac{f_{v2}}{f_o} = 10^{\frac{-2}{2,5}}$$

$$\frac{f_{v3}}{f_o} = ?$$

Sendo $\frac{f_v}{f_o}$ a soma dos fluxos das três estrelas, então $\frac{f_v}{f_o} = \frac{f_1}{f_o} + \frac{f_2}{f_o} + \frac{f_3}{f_o}$ Substituindo, temos:

$$0 = -2,5 \log \left(\frac{f_1 + f_2 + f_3}{f_o} \right)$$

fo

fo

$$0 = -2,5 \log \left(\frac{f1}{fo} + \frac{f2}{fo} + \frac{f3}{fo} \right)$$

$$\frac{f1}{fo} + \frac{f2}{fo} + \frac{f3}{fo} = 1 \rightarrow 10^{\frac{-2}{2,5}} + 10^{\frac{-2}{2,5}} + \frac{fv3}{fo} = 1$$

$$\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{2}{5}} + \left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{2}{5}} + \frac{fv3}{fo} = 1$$

$$\sqrt[5]{0,01} + \sqrt[5]{0,0001} + \frac{fv3}{fo} = 1$$

$$0,3981 + 0,1584 + \frac{fv3}{fo} \approx 1$$

$$0,5565 + \frac{fv3}{fo} \approx 1$$

$$\frac{fv3}{fo} \approx 0,4435$$

$$\log \frac{fv3}{fo} \approx \log 0,4435$$

$$m3 = -2,5 \log \frac{fv3}{fo} \approx \log 0,4435$$

$$m3 = 0,8827.$$

5) A magnitude absoluta (M) é definida como magnitude correspondente a uma distância de 10 pc.

a) Qual seria a magnitude visual absoluta Mv de uma estrela que tivesse magnitude aparente no visual de 1,28 e estivesse a uma distância de 150 pc?

Solução:

$$m = 1,28; d = 150 \text{ pc} \Rightarrow M = ?$$

Vamos calcular M seguindo a seguinte fórmula:

$$m - M = 5 \cdot \log(d) - 5$$

$$1,28 - M = 5 \cdot \log(150) - 5$$

Isolando M:

$$M = 1,28 - 5 \cdot \log(150) + 5$$

$$M \approx 1,28 - 5,2,176 + 5$$

$$M \approx 1,28 - 10,88 + 5$$

$$M \approx -4,6.$$

Portanto, a magnitude visual da estrela é aproximadamente -4,6.

b) Qual é o módulo de distância dessa estrela?

Solução:

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

$$1,28 - 4,6 = 5 \log \frac{d}{10}$$

$$-3,32 = 5 \log d - 5$$

$$1,68 = 5 \log d$$

$$0,336 = \log d$$

$$d = 10^{0,336}$$

$$d = 2,16 \text{ pc.}$$

6) Sobre o Sol:

a) Quanto vale sua distância em parsec?

Solução:

A distância entre a Terra e o Sol é de aproximadamente uma unidade astronômica 1 Ua. 1 Ua = 149,6 milhões de km. Transformando em parsecs, teremos que $1 \text{ pc} \approx 3,09 \cdot 10^{13}$.

$$d(\text{em parsecs}) = \frac{d(\text{em km})}{1 \text{ pc}(\text{em km})}$$

$$d = \frac{149,6 \cdot 10^6 \text{ km}}{3,09 \cdot 10^{13} \text{ km}}$$

$$d \approx 0,00000484 \text{ pc.}$$

b) Quanto vale seu módulo de distância?

$$d = m - M$$

$$d = -21 - 4,87$$

$$d = -25,87.$$

c) Se sua magnitude aparente é em torno de -26 , qual é a sua magnitude absoluta? Qual é a magnitude aparente do Sol visto de Saturno que está a 10 Ua de distância Sol?

Solução:

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

$$-26,7 - M = 5 \log \frac{0,00000484}{10}$$

$$-26,7 - M = 5 \log 0,00000484$$

$$M = -26,7 - 5 \log 0,00000484$$

$$M = 4,87$$

Para calcular a magnitude aparente do Sol vista de Saturno usaremos a seguinte fórmula da magnitude aparente:

$$m = -2,5 \log \left(\frac{f_v}{f_o} \right).$$

O $\left(\frac{f_v}{f_o} \right)$ são o fluxo do Sol olhando aqui da Terra, como Saturno está 10 vezes mais

distante, então o fluxo terá que ser 100 vezes menor.

$$fvT = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$fvS = \frac{\frac{L}{4\pi d^2}}{100} = \frac{L}{100(4\pi d)^2} = \frac{fvT}{100}$$

$$mS = -2,5 \log \left(\frac{fvT}{\frac{fvT}{100}} \right) = -2,5 \log \frac{fvT}{fo} \cdot \frac{1}{10} \rightarrow$$

$$mS = -2,5 \log \frac{fvT}{fo} - 2,5 \log 10^{-2} \rightarrow$$

$$mS = -2,5 \log \frac{fvT}{fo} + 5 = -26 + 5 \rightarrow$$

$$mS = -21.$$

10 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir este trabalho, torna-se claro a importância e a função fundamental exercida pelos logaritmos na medição de distâncias astronômicas. A junção entre a matemática e astronomia mostra uma ligação necessária, evidenciando-se como uma ferramenta fundamental na simplificação de cálculos de grandezas do universo possibilitando aos estudantes e admiradores do mundo astronômico uma visão ampla das distâncias e a contribuição matemática no ato do cálculo.

A exploração do conceito de logaritmos, seu desenvolvimento ao decorrer da história e suas propriedades, mostrou a eficiência dessa ferramenta matemática e a sua relevância na formação do saber humano até os dias atuais. A invenção das tabelas logarítmicas e toda sua evolução durante a época realizaram um papel necessário no progresso das distâncias astronômicas, sendo uma base facilitadora nos desafios encarados pelos astrônomos em seus cálculos.

Observando a ligação entre a matemática e as distâncias astronômicas, entendemos que essa aplicabilidade não só descomplica os cálculos como também nos oportuniza compreender as grandes escalas do universo acima de nós. A educação, por exemplo, aprimora-se do contexto dos logaritmos, apresentando sua aplicação em situações presentes na nossa realidade, como no cálculo exato das distâncias em astronomia. Nessa circunstância, a colaboração desses dois campos de estudos torna o aprendizado mais acessível e significativo simplesmente por mostrar que a matemática vai além de conceitos teóricos e que existe sim aplicações no mundo real.

Os exercícios práticos apresentados no presente trabalho comprovam essa ferramenta matemática pode ser utilizada de forma concreta, certificando a aplicação da práxis, que em um conceito filósofo significa relacionar a teoria com a prática. O contato com a abordagem prática, pode fortalecer e enriquecer a aprendizagem do alunado e daqueles que interessarem, despertando de certa forma o interesse pela astronomia e todo o universo que lhe abrange.

Enfim, a pesquisa evidencia a reciprocidade entre a matemática e astronomia, destacando como os logaritmos atuam de maneira fundamental no estudo e exploração do universo, principalmente quando se trata das distâncias que por serem extremamente grandes ou pequenas, antes dos logaritmos pareciam ser incalculáveis. É importante destacar que há muito o que explorar ainda em relação a aplicação dos logaritmos na astronomia.

Portanto, concluímos que este trabalho além de ser uma análise sobre os logaritmos e suas aplicações no universo astronômico é também uma amostra da importância dessa ferramenta. É muito eficaz na matemática, mas, mais que isso, exerce um papel de aperfeiçoamento do conhecimento humano sobre o nosso imenso e complicado cosmo. Espera-se que as contribuições aqui apresentadas possam despertar curiosidades e estimular futuros estudos envolvendo essa super ferramenta matemática que muitas vezes é temida por não saberem a beleza de suas aplicações.

REFERÊNCIAS

AUTOR DESCONHECIDO. **Hiparco de Nicéia**. Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2008. Disponível em:
<http://www.esaas.com/grupos/matematica/estagios/Paginas/HiparcoDeNiceia.htm>. Acesso em: 02 out. 2023.

COUPER, Heather; HENBEST, Nigel. **A História da Astronomia**. São Paulo: Larousse, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2011. Tradução: Hygino H. Domingues.

FERREIRA, Carlos Augusto. **Medidas de distâncias em astronomia: uma proposta de ensino potencialmente significativa para o ensino médio**. Vitória, ES, 2018. Disponível em:
 <tese_11942_Dissertação Final aluno Carlos Augusto mag. lum. fluxo.pdf>. Acesso em: 17 out. 2023.

FERNÁNDEZ, Tomás; TAMARO, Elena. **Biografia de Hiparco de Nicea**. In: **Biografías y Vidas**. Barcelona, Espanha, 2004. Disponível em: <https://www.biografiasyvidas.com/biografia/h/hiparco.htm>. Acesso em: 09 out. 2023.

FILHO, Kepler. **Astrometria**. Astronomia e Astrofísica – UFRGS, 2018. Disponível em:
<http://astro.if.ufrgs.br/telesc/astrometria.htm>. Acesso em: 10 out. 2023.

FILHO, Kepler; SARAIVA, Maria. **Precessão do eixo da Terra**. Astronomia e Astrofísica – UFRGS, 2016. Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/fordif/node8.htm>. Acesso em: 10 out. 2023.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar 2 – Logaritmos**. 3. ed. São Paulo: Editora Atual, 1997.

MAOR, Eli. e: **A História de um Número**. Tradução de Jorge Calife. Rio de Janeiro: Record, 2006.

NAHRA, Sara. **Telescópio Espacial James Webb: veja o que é e suas descobertas**. Disponível em: <https://querobolsa.com.br/enem/fisica/telescopio-espacial-james-webb>. Acesso em: 07 dez. 2023.

SILVA, Marcelo Carlos da. **A construção numérica: um breve histórico.** PsicoGlobal, v. 196, p. 1-7, 2008.

Anexo A – Tabela logarítmica.

Tabela 3: Tábua de Logaritmos

N	Tábua de logaritmos									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	000000	004321	008600	012837	017033	021189	025306	029384	033424	037426
11	041393	045323	049218	053078	056905	060698	064458	068186	071882	075547
12	079181	082785	086360	089905	093422	096910	100371	103804	107210	110590
13	113943	117271	120574	123852	127105	130334	133539	136721	139879	143015
14	146128	149219	152288	155336	158362	161368	164353	167317	170262	173186
15	176091	178977	181844	184691	187521	190332	193125	195900	198657	201397
16	204120	206826	209515	212188	214844	217484	220108	222716	225309	227887
17	230449	232996	235528	238046	240549	243038	245513	247973	250420	252853
18	255273	257679	260071	262451	264818	267172	269513	271842	274158	276462
19	278754	281033	283301	285557	287802	290035	292256	294466	296665	298853
20	301030	303196	305351	307496	309630	311754	313867	315970	318063	320146
21	322219	324282	326336	328380	330414	332438	334454	336460	338456	340444
22	342423	344392	346353	348305	350248	352183	354108	356026	357935	359835
23	361728	363612	365488	367356	369216	371068	372912	374748	376577	378398
24	380211	382017	383815	385606	387390	389166	390935	392697	394452	396199
25	397940	399674	401401	403121	404834	406540	408240	409933	411620	413300
26	414973	416641	418301	419956	421604	423246	424882	426511	428135	429752
27	431364	432969	434569	436163	437751	439333	440909	442480	444045	445604
28	447158	448706	450249	451786	453318	454845	456366	457882	459392	460898
29	462398	463893	465383	466868	468347	469822	471292	472756	474216	475671
30	477121	478566	480007	481443	482874	484300	485721	487138	488551	489958
31	491362	492760	494155	495544	496930	498311	499687	501059	502427	503791
32	505150	506505	507856	509203	510545	511883	513218	514548	515874	517196
33	518514	519828	521138	522444	523746	525045	526339	527630	528917	530200
34	531479	532775	534068	535359	536648	537935	539219	540500	541779	543055
35	544330	545607	546881	548152	549421	550687	551950	553211	554470	555726
36	556981	558238	559492	560743	561991	563236	564479	565719	566956	568191
37	569424	570663	571899	573132	574362	575589	576813	578034	579252	580467
38	581680	582890	584097	585301	586502	587700	588895	590087	591276	592462
39	593647	594839	596028	597214	598397	599577	600754	601928	603099	604267
40	605432	606593	607750	608903	610053	611200	612344	613485	614623	615758
41	616891	618038	619181	620321	621458	622591	623721	624848	625972	627093
42	628211	629336	630457	631575	632690	633802	634911	636017	637120	638221
43	639320	640426	641529	642629	643726	644820	645911	647000	648086	649169
44	650250	651328	652403	653475	654544	655610	656673	657733	658790	659844
45	660895	661948	662998	664045	665089	666130	667168	668203	669235	670264
46	671290	672314	673335	674353	675368	676380	677389	678395	679398	680398
47	681395	682389	683380	684368	685353	686335	687314	688290	689263	690233
48	691199	692164	693125	694083	695038	695990	696939	697885	698828	699768
49	700704	701615	702522	703426	704327	705225	706120	707012	707901	708787
50	709670	710550	711426	712299	713169	714036	714899	715759	716615	717468
51	718317	719162	720004	720843	721679	722512	723342	724169	724992	725812
52	726629	727443	728254	729062	729867	730669	731468	732264	733057	733847
53	734634	735417	736196	736972	737745	738515	739282	740046	740807	741565
54	742320	743071	743819	744564	745306	746045	746781	747514	748244	748971
55	749695	750416	751134	751849	752561	753270	753976	754679	755379	756076
56	756770	757460	758147	758831	759512	760190	760865	761537	762206	762872
57	763535	764199	764860	765518	766173	766825	767474	768120	768763	769403
58	769999	770632	771262	771889	772513	773134	773752	774367	774979	775588
59	776194	776797	777397	777994	778588	779179	779767	780352	780934	781513
60	782089	782662	783232	783799	784362	784922	785479	786032	786582	787129
61	787672	788212	788749	789282	789812	790339	790862	791382	791898	792411
62	792921	793429	793933	794433	794930	795424	795914	796401	796885	797365
63	797842	798318	798791	799260	799726	800189	800648	801104	801557	802007
64	802454	802898	803339	803777	804212	804644	805073	805499	805922	806342
65	806759	807172	807582	807989	808393	808794	809192	809587	809979	810368
66	810754	811137	811517	811894	812268	812639	813007	813372	813734	814093
67	814449	814802	815152	815500	815845	816187	816526	816862	817195	817525
68	817852	818178	818501	818821	819138	819452	819763	820071	820376	820678
69	820977	821273	821566	821856	822143	822427	822708	822986	823261	823533
70	823802	824070	824335	824597	824856	825112	825365	825615	825862	826107
71	826349	826588	826824	827057	827287	827514	827738	827959	828177	828392
72	828604	828812	829018	829221	829421	829618	829812	829993	830171	830346
73	830518	830691	830861	831028	831192	831353	831511	831666	831818	831967
74	832113	832256	832396	832533	832667	832798	832926	833051	833173	833292
75	833408	833522	833633	833742	833848	833951	834051	834148	834242	834333
76	834422	834509	834592	834672	834749	834822	834892	834959	835022	835082
77	835139	835192	835242	835289	835333	835374	835412	835448	835481	835511
78	835539	835567	835592	835615	835635	835652	835667	835680	835690	835698
79	835704	835711	835717	835722	835726	835729	835731	835732	835733	835734
80	835734	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
81	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
82	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
83	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
84	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
85	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
86	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
87	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
88	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
89	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
90	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
91	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
92	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
93	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
94	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
95	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
96	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
97	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
98	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
99	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735	835735
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Fonte: <https://evertonbdn.blogspot.com/2015/09/tabua-de-logaritmos.html>. (2023)