



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
PIAUÍ CAMPUS CORRENTE
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ELANE LOBATO DE BRITO

PARIDADE DO ZERO: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE MATEMÁTICA

**CORRENTE
2023**

ELANE LOBATO DE BRITO

PARIDADE DE ZERO: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Corrente.

Orientadora: Prof.^a Ma. Anna Karla Barros da Trindade.

Coorientador: Prof. Dr. Flávio de Ligório Silva

CORRENTE
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Brito, Elane Lobato de

B862p Paridade zero : uma proposta de ensino de matemática / Elane Lobato de Brito. - 2023.
21 p.: il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Corrente, 2023.

Orientador : Prof Me. Anna Karla Barros da Trindade.

Coorientador : Prof Dr. Flávio de Ligório Silva.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Paridade zero. 3. Aprendizagem significativa. 4. Matemática - ensino fundamental. I. Título.

CDD - 510

Elaborado por Tefischer Huanderson Soares e Sousa CRB 3/1251

PARIDADE DE ZERO: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Elane Lobato de Brito¹
Anna Karla Barros da Trindade²
Flávio de Ligório Silva³

RESUMO

Este artigo aborda crenças sobre a paridade de zero e apresenta uma proposta de ensino para auxiliar no desenvolvimento dessa habilidade matemática. A paridade de zero refere-se à capacidade de compreender que o número zero é um número par. A investigação se baseia em um estudo bibliográfico qualitativo, com pesquisas realizadas em bases de dados como Scielo. Os resultados revelaram uma diversidade de crenças e concepções entre os alunos. Alguns documentos fornecem uma compreensão clara da paridade de zero, reconhecendo que, por definição, o zero é um número par. No entanto, outros alunos adotaram concepções equivocadas, associando o zero à ideia de neutralidade e não atribuindo a ele uma paridade específica. Com base nos resultados da pesquisa, propôs-se uma intervenção pedagógica para auxiliar no desenvolvimento da compreensão da paridade de zero. Essa proposta envolve atividades práticas e contextualizadas, nas quais os alunos podem explorar a paridade de zero em diferentes situações. Além disso, sugere-se o uso de estratégias de ensino como a modelagem e a resolução de problemas para aprofundar a compreensão dos alunos. Acredita-se que o artigo pode contribuir para o aprimoramento da compreensão dos professores e dos alunos sobre a paridade de zero, além de auxiliar-los na superação de concepções equivocadas. É fundamental investir na formação docente, fornecendo-lhes recursos e estratégias pedagógicas que possam aprimorar suas práticas de ensino e, conseqüentemente, promover uma aprendizagem mais significativa dos alunos em matemática, e mais enfático aqui, em relação à paridade de zero.

Palavras-chave: Crenças. Ensino Fundamental. Paridade de zero. Aprendizagem. Significativa.

¹Graduanda em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal do Piauí - IFPI. elanelobatodebrito@gmail.com

²Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Piauí -UFPI, possui Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT pela Universidade Federal do Piauí -UFPI, atualmente professora do Instituto Federal do Piauí - IFPI no Campus de Corrente. Instituto Federal de Educação e Tecnologia do Piauí - IFPI. anna.trindade@ifpi.edu.br

³Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (2007), mestre em Educação pela Universidade Federal de Minas Gerais (2011) e doutor em Educação pela Universidade Federal de Minas Gerais (2018). Atualmente é professor do ensino básico, técnico e tecnológico (EBTT) do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia, Campus Barreiras.. flavio.ligorio@ifba.edu.br

ABSTRACT

This article addresses the beliefs of teachers who teach in the early years of Elementary School in relation to parity of zero and presents a teaching proposal to assist in the development of this mathematical skill. The parity of zero refers to the ability to understand that the number zero is an even number. The research is based on a qualitative bibliographic study, with research carried out in databases such as scielo. Data were analyzed using content analysis, seeking to identify teachers' beliefs and indications about zero parity and their attempts in the teaching-learning process. The results revealed a diversity of beliefs and conceptions among teachers. Some documents provide a clear understanding of zero parity, recognizing that, by definition, zero is an even number. However, other teachers adopted misconceptions, associating zero with the idea of neutrality and not attributing a specific parity to it. Based on the results of the research, a pedagogical intervention was proposed to help in the development of the understanding of zero parity. This proposal involves practical and contextualized activities, in which students can explore the parity of zero in different situations. In addition, the use of teaching strategies such as modeling and problem solving is suggested to deepen students' understanding. It is believed that the article can contribute to the improvement of students' understanding of zero parity, in addition to helping teachers to overcome misconceptions. It is essential to invest in teacher training, providing them with resources and pedagogical strategies that can improve their teaching practices and, consequently, promote more meaningful student learning in mathematics, and more emphatically here, in relation to zero parity.

Keywords: Beliefs. Elementary School. Parity of zero. Learning. Significant.

Data de aprovação: ____/____/____

1 INTRODUÇÃO

Nos anos iniciais do ensino fundamental, a construção do conhecimento matemático é fundamental para o desenvolvimento das habilidades e competências dos estudantes. Nesse contexto, a compreensão dos números e suas propriedades é essencial para o avanço na aprendizagem da matemática. No entanto, alguns conceitos matemáticos podem apresentar desafios para os alunos, como a noção de paridade de zero.

A paridade de zero é um conceito matemático que envolve a classificação dos números em pares ou conjuntos, sendo que o zero é considerado um número par. Essa propriedade matemática pode parecer simples para alguns, mas pode gerar confusão e mal-entendidos nos estudantes em seus primeiros contatos com a matemática.

Nesse sentido, esta pesquisa aborda as crenças em relação à paridade de zero, um conceito matemático fundamental que muitas vezes é subestimado e negligenciado.

Embora a paridade de zero seja um tópico presente nos currículos escolares, muitos estudos têm mostrado que tanto os alunos quanto os próprios professores apresentam dificuldades em compreender e ensinar esse conceito de forma efetiva. As crenças dos professores desempenham um papel fundamental na forma como eles abordam o ensino desse conteúdo, influenciando diretamente a qualidade da educação matemática oferecida aos alunos.

A justificativa para este estudo baseia-se na importância de compreender e analisar as crenças em relação à paridade de zero, uma vez que essas crenças podem afetar diretamente o ensino desse assunto.

Este artigo tem como objetivo explorar as crenças sobre a paridade de zero e propor uma abordagem de ensino que promova uma compreensão mais clara e precisa desse conceito matemático.

Acredita-se que, por meio da análise de crenças e da proposição de uma abordagem de ensino adequada, será possível contribuir para uma melhor compreensão da paridade do zero por parte dos alunos, tornando a aprendizagem matemática mais significativa e promovendo o desenvolvimento de habilidades sólidas nessa área.

Dessa forma, este artigo busca fornecer *insights* valiosos para professores, educadores e interessados em aprimorar a prática pedagógica nos anos iniciais do ensino fundamental, com foco na paridade de zero. A partir da compreensão das crenças dos professores e da proposição de estratégias eficazes de ensino, espera-se contribuir para uma educação matemática mais sólida e estimulante, proporcionando aos alunos uma base sólida para o desenvolvimento de suas habilidades matemáticas ao longo de sua trajetória escolar.

Além disso, compreender as crenças de estudantes em relação à paridade de zero pode contribuir para o aprimoramento da formação inicial e continuada dos professores. Identificar quais são as concepções prévias, as dificuldades e os equívocos mais comuns relacionados a esse tema permitirá que os programas de formação docente sejam adaptados e aprimorados, fornecendo aos futuros e atuais professores as ferramentas necessárias para um ensino mais eficiente e significativo.

Por fim, destaca-se que ao promover a reflexão e a troca de experiências entre os professores, será possível fortalecer a comunidade educacional e fomentar discussões sobre práticas pedagógicas mais inclusivas e efetivas no ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

2 CRENÇAS

Nesta seção, apontam-se as bases teóricas que irão servir como subsídio para este trabalho. Com isso, inicialmente apresenta-se o conceito de crenças, para uma melhor compreensão da sua definição, segundo Chacón (2003). Posteriormente, descreve-se os diversos contextos de ensino-aprendizagem em que as crenças se fazem presentes: sobre a própria disciplina que está a ser ensinada e sobre seu ensino, crenças do aprendente em relação à própria disciplina aprendida e crenças gerais sobre o contexto de aprendizagem. Por fim, algumas pesquisas relacionadas com as crenças dos professores dos anos iniciais.

2.1 Crenças: seu significado e entrelaçamento com a matemática

No contexto matemático, as crenças referem-se a convicções e ideias amplamente aceitas ou defendidas por matemáticos, educadores e investigadores sobre os princípios fundamentais, métodos e conceitos da matemática. Embora a matemática seja uma disciplina objetiva e baseada em provas, existem certas crenças subjacentes que moldam a forma como a matemática é ensinada, pesquisada e aplicada.

Baseando-se no trabalho de Pajares (1992), Chacón (2003, p. 62) acredita que as crenças são as “verdades” pessoais incontestáveis que cada um tem, derivadas da experiência ou na fantasia, que têm um forte componente afetivo e avaliativo. Entende-se então, que as crenças são tudo aquilo que o indivíduo acredita ser verdade, adquiridas por experiências próprias de vida. Segundo a autora:

Douglas B. McLeod, em seu estudo sobre a influência dos afetos – emoções, atitudes, e crenças – na educação matemática (McLeod, 1992)¹, diferencia quatro eixos em relação às crenças: crenças sobre a matemática, sobre si mesmo, sobre o ensino de matemática e sobre o contexto social ao qual pertencem os alunos (CHACÓN, 2003, p. 66).

2.1.1 Crenças sobre a matemática como disciplina que os estudantes desenvolvem.

As crenças sobre a matemática correspondem como cada estudante enxerga essa disciplina. No decorrer da nossa trajetória temos observado que muitos alunos acreditam que todas as perguntas apresentadas na disciplina de matemática são resolvidas por meios de fórmulas prontas, métodos estratégicos, ensinados pelos professores etc.

Segundo Chacón (2003), esses estudantes estarão motivados a memorizar regras e fórmulas, e deixarão de lado a questão da motivação para os aspectos conceituais, nas ligações entre distintos conceitos matemáticos. Assim, irão gastar mais tempo em fazer do que em refletir sobre o problema proposto, sobre o que fazem e para que sirva o que estão fazendo.

A autora ainda cita que as crenças sobre a matemática e sobre a aprendizagem matemática são fatores importantes em termos de motivar os alunos. Os estudantes chegam na sala com várias expectativas de como vai ser a forma que o professor deve ensinar a matemática a eles. E pode acontecer de a situação de aprendizagem não ocorrer de acordo com as suas crenças, o que produz grande insatisfação que interfere na motivação do aluno, desestimulando-o, podendo até originar novas crenças a respeito da

¹ MCLEOD, D. B. Research on affect and mathematics education: a reconceptualization. In: GROWS, D. A. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan and National Council of Teachers of Mathematics. p. 575-596, 1992.

matemática, como: “que é difícil de entender” “que é um bicho de sete cabeças”, assim, comprometendo sua aprendizagem.

Portanto, pode-se destacar em relação com que a autora descreve acima que o professor tem um papel fundamental, no ensino-aprendizagem dos seus alunos. Considerando que os procedimentos adotados os motivem posteriormente a respeito da disciplina de matemática.

2.1.2 Crenças dos estudantes sobre si mesmo e sua relação com a matemática

Cada discente possui suas próprias crenças como aprendiz de matemática. Crenças como “A matemática não foi feita para mim”, “Eu não consigo aprender matemática”, “A matemática é um bicho de sete cabeças”, “Não nasci para aprender matemática”, são constantemente existentes em alunos que definem a matemática como uma disciplina de difícil aprendizagem.

Chacón (2003, p. 75) cita que o autoconceito como aprendiz de matemática relaciona-se com:

[...] suas atitudes, sua perspectiva do mundo matemático e com a identidade social. O autoconceito em relação à matemática é formado por conhecimentos subjetivos (crenças, cognições), as emoções e as intenções de ação sobre si mesmo referentes à matemática (CHACÓN, 2003, p. 75).

Assim, segundo Chacón (2003), as crenças sobre si mesmo como aprendiz de matemática estruturam o autoconceito e estruturam-se em perspectiva com a identidade social, citando também que o autoconceito tem uma grande influência tanto em sua visão matemática quanto sua relação com ela. Portanto, ela deixa claro que se o estudante tem crenças positivas, enxergando a matemática como uma disciplina boa, ele irá apresentar um bom desempenho com a disciplina. Já aqueles que possuem crenças negativas, e tem uma visão de que não conseguem aprender, é mais provável que irão retroceder.

2.1.3 Crenças quanto ao zero e a sua paridade. ’

Diante da realização de algumas buscas em base de dados como *Scielo*, Google Acadêmico, MathSciNet, ScienceDirect, entre outras, nota-se uma ausência com relação aos trabalhos acadêmicos em língua portuguesa no que diz respeito ao tema “*paridade de zero*”. Sobre tal temática, encontraram-se apenas alguns em língua inglesa. Isso mostra mais ainda a relevância de tal estudo e esse fato também contribuiu como motivação para a pesquisa.

Em meio a esse limitado material, procurou-se analisar e identificar algumas crenças implícitas dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental, responsáveis pelo ensino dos conceitos iniciais de matemática para as crianças como, por exemplo, a paridade de zero. Como não existe educação sem o protagonista, o aluno, fez-se necessária também a inclusão de alguns autores que trata também da parte discente quanto a temática.

Observa-se que, no ensino-aprendizagem da matemática, a certeza de que o número zero é, de fato, par gera em alguns professores e alunos inquietações, dúvidas, incertezas, descrenças, ambiguidades, indefinições, entre outros. Assim, para melhor atender este considera-se: identificar os conceitos de par e ímpar para os professores;

observar como eles classificam o número zero quanto a paridade e analisar a influência dessas crenças em suas práticas pedagógicas.

Hill *et al.* (2008) observaram que em uma escola todos os professores afirmaram que o zero é um número que não é nem par e nem ímpar.

Na verdade, uma das poucas respostas incorretas que ela deu foi comum a todos os professores de sua escola (que o zero não é par nem ímpar) e resultou do professor de matemática em seu prédio passando esse "conhecimento" para professores. (HILL, 2008, pág18)(traduzido pelos autores).

Os autores, na pesquisa, trouxeram a inclusão da utilização do zero dentro da probabilidade, para melhorar a compreensão de alguns conceitos importantes sobre ele, no ensino da matemática.

Keith (2006), em seu artigo realizado na instituição na qual trabalhava, classificado como uma pesquisa de caso, realizada com uma turma do primário, segundo ano, que continha quinze alunos, dos quais, apenas quatorze participaram, localizada no lado oeste de Madison, tinha como objetivo fornecer uma compreensão preliminar do desenvolvimento dos pensamentos dos alunos sobre gerar e justificar conjecturas, de acordo com alguns conceitos matemáticos apresentados, de maneira mais específica.

Em seu estudo, ela analisou como esses alunos pensavam sobre os números pares e ímpares. Relata ela, em sua pesquisa, que um dos métodos a ser utilizado foi a resolução de vários problemas, trabalhando com várias sentenças, escrevendo várias conjecturas para os princípios matemáticos estabelecidos e justificando por que cada conjectura seria verdadeira.

Uma das perguntas que ela propôs foi uma planilha com alguns números para classificá-los em pares ou ímpares, e apenas cinco dos alunos lembraram sobre os números pares e ímpares. Várias semanas depois, argumentaram entre si sobre os números pares e ímpares, e dos quatorze estudantes desse estudo, sete escreveram definições, três descreveram qualidades ou características interessantes, três não escreveram qualquer coisa e um estava ausente. Os alunos concluíram que o número zero realmente é um número par pelo fato da alternância ímpar-par, e pela possibilidade de dividir um grupo de zero em dois grupos de iguais elementos.

Levenson, Tsamir e Tirosh (2007) pesquisaram sobre os dilemas de dois discentes que estudavam na sexta série com relação à paridade do zero. De início eles definiram, quanto à paridade de zero, que esse número não era nem par e nem ímpar. Utilizaram as entrevistas como um dos métodos de coleta de dados, o qual identificaram que os depoentes possuíam um conflito em relação às definições de números pares, do zero e da divisão do numeral zero. E um recurso utilizado foi explicações matemáticas para que eles pudessem ter uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos, assim os alunos conseguiram concluir corretamente que zero é um número par.

A pesquisa enfatizou que, ensinando de maneira aprofundada sobre o sistema de números naturais nos anos iniciais, as características do zero podem ser usadas como incentivo ao uso de explicações matemáticas.

Dickerson e Damien Pitman (2012), em um dos seus estudos, examinaram os discentes de cinco cursos de graduação em matemática com o intuito dos estudantes raciocinarem a partir de imagens conceituais, incluindo a paridade do zero, e não pelo método de apresentar definições, conceitos entre outros. Concluíram que os alunos de graduação conseguiram aplicar a definição de par ao número zero, mas ainda não estavam satisfeitos com esse raciocínio. Assim, quatro dos cinco participantes indicaram que zero não era par nem ímpar. Apenas dois reconheceram que havia uma discrepância entre a imagem conceitual e a definição, das quais apenas uma determinou que zero é par.

Com a leitura dos textos dos autores citados, pôde-se observar que todos os trabalhos indicam equívocos em relação a paridade de zero tanto pela parte dos alunos como pela parte dos professores. Na educação básica, as crenças as quais os professores acreditam estão ligadas ao ensino-aprendizagem dos discentes de modo a ampliar as dúvidas ou os danos causados que serão levados para a fase acadêmica futura, e principalmente para a vida.

Um autor que aborda essa questão é Walle (2001), conhecido por suas contribuições no campo da educação matemática, escreveu diversos livros sobre o ensino da matemática, incluindo "*Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*" (Matemática para Escolas Elementares e do Ensino Médio: Ensino em Desenvolvimento, em tradução livre). Nesse livro, o autor destaca a importância de os professores terem uma compreensão sólida dos conceitos matemáticos e oferecerem métodos de ensino eficazes para promover a aprendizagem dos alunos.

Boaler (2022) defende que, quando os professores têm um entendimento profundo dos conceitos matemáticos e utilizam estratégias de ensino eficazes, os alunos têm mais chances de desenvolver uma compreensão genuína e duradoura da matemática, em vez de apenas memorizar procedimentos sem entender o significado por trás deles. Isso ajuda a evitar confusões e dificuldades de aprendizagem por parte dos alunos.

É importante que os professores sejam conscientes das suas próprias crenças e busquem aprimorar sua formação matemática e pedagógica. Isso inclui atualizar seus conhecimentos sobre os conteúdos matemáticos, estar ciente das melhores práticas de ensino e desenvolver estratégias para promover uma maturidade de crescimento e confiança nos alunos em relação à matemática, e neste caso com relação a paridade do zero.

3 O ZERO

Para mostrar tal importância em conhecer o zero, traz-se do meio das leituras feitas, uma espécie de curiosidade.

Chales Seife, no primeiro capítulo do seu livro *Zero: The biography of a dangerous idea*, mostra uma fatalidade que ocorreu em setembro de 1997, pelo navio de guerra da Marinha dos Estados Unidos *USS Yorktown*. O navio equipado com mísseis, lançadores de torpedo e outros armamentos, durante manobras realizadas na costa da Virgínia, testava o protótipo do projeto *Smart Ship*, um navio inteligente, quando teve seus sistemas de propulsões inutilizados. O *USS Yorktown* ficou à deriva por duas horas e depois foi levado à base naval e ainda levou mais dois dias para que as condições operacionais fossem reestabelecidas. O que houve? Tentem imaginar no problema que ocorreu, um torpedo chamado zero atingiu em cheio o navio de guerra de 80.000 cavalos de potência. Por conta de uma falha humana o numeral 0 foi inserido no código do programa remoto e em um dado momento o computador tentou dividir por 0, o que causou um colapso no banco de dados imobilizando assim o *USS Yorktown*. Neste caso, vê-se que mesmo um número considerado por muitos tão simples é capaz de mostrar seu poderoso papel.

Nesta seção, explora-se o fascinante conceito do zero. Embora seja considerado um número simples e muitas vezes negligenciado, vê-se que o zero desempenha um papel fundamental em várias áreas do conhecimento, desde a matemática até a ciência e a filosofia. E isso já se pode ver

Ao longo deste, traz-se ainda um breve resumo sobre a história do zero e após isso definições matemáticas sobre os conceitos de paridade com relação ao zero.

3.1 A história do Zero em síntese

A história do zero é fascinante e envolve contribuições de vários autores importantes ao longo dos séculos. Conforme Ifrah (2000), os maias, povo da América Central, usavam a ideia de zero em seu sistema de calendário, mas, por estarem isolados de outros povos, esse conceito não ultrapassou sua própria civilização.

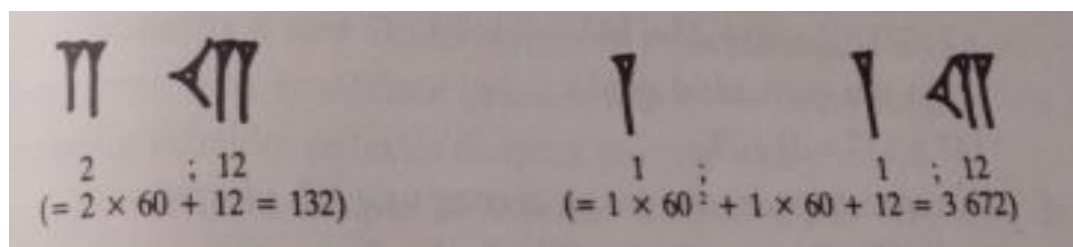
Figura 1 - O zero maia.



Fonte: Darella, Cardoso e Rosa (2011).

Só mais tarde as primeiras evidências do conceito de zero vieram a aparecer e sobreviveram na antiga civilização babilônica, por volta do século III a.C. Segundo Aczel, Aczel e Ville (2019), os babilônios utilizaram um sistema de numeração posicional, mas não tinham um símbolo específico para representar o zero. No entanto, a ideia de um espaço vazio entre números foi se desenvolvendo gradativamente.

Figura 2 - Representação de números com espaços vazios.



Fonte: Ifrah, 2010, p. 241.

E seguindo a história:

Os gregos conheciam o zero como conceito, mas não viam nele a mesma utilidade em matemática que os números de 1 a 9. Segundo Aristóteles, não era possível dividir por 0 e obter um resultado significativo; portanto, o sistema grego se baseava em nove números – sem zero. Os romanos não usavam algarismos para cálculos, por isso não precisavam de um zero para determinar uma casa ou manter uma coluna vazia. O sistema numeral romano era usado para o comércio e não exigia a representação do zero com um símbolo especial. Para fazer contas, recorriam a um ábaco e seus algarismos serviam apenas para escrever os resultados. Isso não significa que não entendessem o nada. Tinham

uma palavra para significar “nada”, mas nenhum símbolo. (ACZEL, ACZEL E VILLE, 2019)

Durante a Idade Média, que ocorreu séculos após o auge da matemática grega, os árabes se destacaram como matemáticos notáveis e desempenharam um papel fundamental na disseminação do conhecimento antigo.

Em matéria lida na BBC News pode-se entender que o matemático indiano Aryabhata adotou o conceito de "sunya" em seu trabalho. Embora o termo "sunya" não seja exatamente o mesmo que zero, ele se referia a um espaço vazio ou a algo que não tinha valor. Aryabhata também explorou a aritmética usando esse conceito.

A maneira pela qual o “śūnya” indiano se transformou no zero atual constitui um dos capítulos mais interessantes na história da cultura. Quando os árabes do século X adotaram a numeração indiana, traduziram o “śūnya” indiano por sua própria palavra, *sifr*, que significa vazio, em árabe. Quando a numeração indo-arábica foi primeiramente introduzida na Itália, *sifr* foi latinizado para *zephhirum*. Isso aconteceu no início do século XIII, e durante os cem anos seguintes a palavra sofreu uma série de mudanças que culminaram no italiano zero. (DANTZING, 1970, p. 40).

Foi apenas no século VII que o matemático indiano Brahmagupta fez avanços na compreensão do zero. Em sua obra "*Brahmasphutasiddhanta*", ele define regras matemáticas para lidar com o zero, como a adição e subtração envolvendo o zero.

No mundo islâmico, durante a Idade de Ouro (séculos VIII ao XIV), os matemáticos árabes deram grandes contribuições para a compreensão do zero. O persa matemático Al-Khwarizmi, conhecido como o "pai da álgebra", usava símbolos para representar números e descrevia uma operação de adição com zero em seu trabalho.

O matemático indiano Bhaskara II, também conhecido como Bhaskaracharya, viveu no século XII e fez importantes contribuições para o estudo do zero em seu livro "*Lilavati*". Ele suportou o zero como um número e descreveu operações matemáticas envolvendo o zero, como a multiplicação e a divisão.

Segundo Publishing (2011), no século XVI, o matemático italiano Leonardo Fibonacci popularizou o uso do sistema de numeração indo-arábico na Europa. Fibonacci indicou o zero como um símbolo e destacou sua importância para realizar cálculos complexos. Já em 1202, havia publicado um livro chamado *Liber Abaci* (*Livro do Ábaco* ou *Livro do Cálculo*) que disseminou a ideia desse novo sistema numérico com o zero “para manter as fileiras”. O livro falava das aplicações práticas do sistema: como converter uma moeda em outra, como calcular lucros e perdas e outros problemas importantes dos negócios.

No entanto, a aceitação do zero como um número real e sua adoção generalizada na matemática ocidental ocorreu apenas no século XVII, com o trabalho do matemático e filósofo francês René Descartes. Descartes desenvolveu uma geometria analítica, combinando álgebra e geometria, e usou o zero como um ponto de referência em seu sistema de coordenadas.

Seife (2000) afirma que o número zero tem uma história de paradoxos, pois é diferente dos outros. Ele saiu do Oriente até o Ocidente muitas vezes sendo amado, mas em outras sendo temido e odiado, sendo muitas vezes proibido.

A história do zero é uma prova do poder da colaboração e da disseminação do conhecimento ao longo dos séculos.

O desenvolvimento do zero, em todos os continentes, séculos, e mentes tornou uma das maiores realizações da sociedade humana. Porque a matemática é uma linguagem global, e o cálculo seu coroamento, o zero existe e é usado em todos os lugares. Mas, como sua função como um símbolo e um conceito destinado a denotar ausência, o zero pode ainda parecer nada. No entanto, lembre-se dos temores sobre Y2K11 e o zero já não parece mais como um conto contado por um idiota. (SEN, AGARWAL, 2015, p. 73, tradução nossa)

Por meio desses trabalhos importantes autores, o zero evoluiu de um conceito abstrato para um número fundamental na matemática e na ciência em geral. Hoje, o zero desempenhar um papel crucial em várias áreas, desde a matemática básica até a física quântica e a computação.

3.2 Paridade de Zero

Saber se o zero é um número par é uma das definições a serem ensinadas pelos professores, nas séries dos anos iniciais. O numeral zero tem funções especiais no sistema de numeração decimal que devem ser conhecidas pelos docentes e ensinadas aos alunos ao longo da educação básica.

Primeiramente, o algarismo zero serve para ocupar, na escrita numérica, as ordens, cada algarismo de um número representa uma ordem. A primeira é a das unidades, a segunda das dezenas, a terceira a das centenas que vão se repetindo em classes, de três em três. Assim, tem-se a primeira classe (simples) composta por unidades, dezenas e centenas simples. A segunda classe (milhar) é composta por unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar. A terceira classe (milhões) é composta pelas unidades de milhões, dezenas de milhões e centenas de milhões. E assim sucessivamente. Cada ordem é dez vezes maior que a ordem anterior. que estão vazias.

Em segundo lugar, zero é o elemento neutro da operação de adição em qualquer conjunto numérico ($x + 0 = x$). Quando colocado à direita de um algarismo, zero faz com que seu valor relativo aumente, correspondendo a uma multiplicação por 10, 100, 1000 e assim sucessivamente ($2 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10 \rightarrow 200 = 2 \cdot 100 \rightarrow 2000 = 2 \cdot 1000 \dots$).

O valor absoluto de um número real, ou seu módulo, depende da existência do zero, dado que a definição de valor absoluto de um número corresponde à distância, na reta numérica, entre esse número e zero. Zero, sendo neutro quanto ao seu sinal, diferencia-se de todos os outros números, que são classificados ou como positivos ou como negativos.

E a fim de apresentar uma explicação mais clara sobre paridade de zero, o trabalho apoia-se em Paterlini (2012) que explica a classificação dos números naturais em dois conjuntos, dos números pares e ímpares. Segundo o autor:

Chamamos de par a todo número natural da forma $2q$ para algum número natural q , isto é, a números que têm resto zero quando divididos por 2. Chamamos de ímpar a todo número natural da forma $2q + 1$ para algum número natural q , isto é, a números que têm resto 1 quando divididos por 2. Portanto, o conjunto dos números naturais fica particionado em dois subconjuntos disjuntos: os pares e os ímpares, chamados classes de restos de dois ou de classes módulo dois. (PATERLINI, 2012, p. 86)

Baseando-se na definição apresentada acima, zero é um número natural par, pois pode ser escrito na forma $2q$, sendo $q = 0$ (EQUAÇÃO 1).

$$0 = 2 \cdot 0 \quad (1)$$

Dividindo-se o zero por dois terá como resto o próprio zero (EQUAÇÃO 2).

$$0 \div 2 = 0, \text{ resto } 0 \quad (2)$$

Ainda, para entendermos melhor esta questão vamos definir o que é a paridade de um número, pautando-nos em Domingues e Iezzi (2003):

Na divisão de um inteiro n por 2 há duas possibilidades: o resto ser 0 ou 1. No primeiro caso, o número é divisível por 2 e é chamado par. Consequentemente, os números pares se apresentam sob a forma $2t$, em que t é um inteiro. Se o resto for 1, o número pode ser expresso por $n = 2t + 1$, para algum t , e é chamado número ímpar. (DOMINGUES, IEZZI, 2003, p. 35)

Nesta definição, deve se levar em consideração o resto r da divisão de um número inteiro n por 2. Na divisão euclidiana, temos $\forall t \in \mathbb{Z}, n = 2t + r$ (ou $n = 2t - r$). Contata-se que $0 \leq r < 2$. Assim, existem as duas possibilidades: ou $r = 0$ ou $r = 1$. Se $r = 0$, então origina-se um número par $n = 2t$ e se $r = 1$ tem-se um número ímpar $n = 2t + 1$.

Veja que um número inteiro não pode ser par e ímpar ao mesmo tempo, pois se teria $2t = n = 2t' + 1 \Leftrightarrow 2(t - t') = 1$, um absurdo. Logo, o conjunto dos números inteiros está dividido nestes dois subconjuntos disjuntos, em que os números deixam resto zero ou um na divisão por 2. Daí pode-se afirmar que se zero for par não será ímpar e vice-versa.

Verifica-se, então se zero é ímpar, se for este o caso ele pode ser escrito na forma de $n = 2t + 1$ ou $n = 2t - 1$, no entanto sendo analisado um pouco mais, se nota que $\nexists t \in \mathbb{Z}$ que satisfaça essa condição, portanto zero não é ímpar.

Confirma-se após, que zero é par, se for possível escrever o número zero da forma $n = 2t$. Não são necessários muitos estudos para se identificar que $\exists t \in \mathbb{Z}$ que satisfaz a condição $n = 0$. Basta tomar $t = 0$. Sendo assim, o número zero pode ser considerado par por atender todos os critérios de classificação como um número par, conforme a demonstração.

Penner (1999, p. 34) afirma que o número zero é par (é um múltiplo de 2 e quando dividido por 2 deixa resto 0), pois compartilha de todas as propriedades comuns a todos os números pares. O autor afirma ainda que algumas pessoas concebem o número zero como sendo nem par e nem ímpar, possivelmente afirmando que o zero é um número neutro. Tal afirmação, no entanto, é falsa, pois o conceito de elemento neutro está associado a uma operação matemática e não a elementos de conjuntos numéricos. Realmente, o zero é considerado elemento neutro das operações de adição e subtração, porém, nas operações de multiplicação e divisão, não.

Considerado número inteiro, o zero é ainda um número múltiplo de dois, com antecessor e o sucessor ímpares (-1 e $+1$) e é o resultado da adição de um número inteiro com o seu simétrico (EQUAÇÃO 3).

$$(-a) + (+a) = 0 \quad (3)$$

Pode-se definir, ainda, um número par como aquele que representa a cardinalidade de um conjunto de elementos que pode ser separado em dois subconjuntos disjuntos com mesma cardinalidade (número igual de elementos). Tal regra é satisfeita pelo zero; pois pode-se considerá-lo como a cardinalidade do conjunto união de dois conjuntos vazios (que possuem cardinalidade nulas). A cardinalidade de tal conjunto união é nula e zero satisfaz as condições de paridade pela teoria dos conjuntos, conforme as equações abaixo:

$$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset \quad (4)$$

$$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset \quad (5)$$

$$\emptyset \subset \emptyset = \emptyset \quad (6)$$

$$\text{card}(\emptyset \cup \emptyset) = \text{card}(\emptyset) = 0 \quad (7)$$

Logo, o número zero pode ser considerado par por atender todos os critérios de classificação, vistos acima.

4 PROPOSTA DE ENSINO

Esta seção descreve a implementação da sequência didática constituída pela proposta pedagógica, com aulas e atividades sobre o zero baseadas no que já foi visto no artigo.

Pensou-se na realização de quatro fases/aulas, com duas horas/aulas, assim nomeadas e divididas: Introdução; Definição da paridade do zero; Discussão, aplicação, exercícios e prática e Revisão e consolidação.

A primeira fase chamou-se de Introdução, nela há sempre a necessidade de conhecer a turma e o alunado ao qual está se ensinando. Por isso antes da realização desta, faça uma sondagem e descubra os conhecimentos prévios dos alunos.

Freire (1996) mostra que o conhecimento prévio é a primeira base do progresso. Porque é interpretação e explicação de senso comum, o motor da curiosidade ingênua que pode se tornar curiosidade epistemológica e a base para apoiar e avançar o conhecimento científico preciso.

Introdução

Tempo previsto: 2 horas/aulas

Público-alvo: Alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental

Objetivo: Introduzir conceitos básicos sobre paridade

Desenvolvimento: O professor que irá aplicar a proposta realizará uma conversa com os discentes a respeito do desenvolvimento da sequência didática; é interessante que haja também uma determinação conjunta de regras de boa convivência que deverão prevalecer em todos os encontros. A seguir, comece explicando o conceito básico de paridade. Explique que a paridade se refere à propriedade de um número ser par ou ímpar. Especifique que números pares são divisíveis por 2, enquanto números ímpares não são. Dê alguns exemplos de números pares e ímpares para ilustrar a diferença.

Nessa aula, o professor poderá trazer para os alunos atividades como: o tradicional ‘material dourado’ e, também, a brincadeira ‘seu mestre mandou’. Assim, eles vivenciarão alguns momentos lúdicos para se apropriarem do conceito de par e ímpar.

Figura 3 - Material dourado.



Fonte: Própria autora, 2023.

Trabalhar com o material dourado fica a critério de cada professor, com relação à brincadeira ‘seu mestre mandou’ os alunos se devem agrupar conforme solicitação dada e perceber que a ‘sobra’, ou seja, os alunos que ficavam sem par, representavam os números ímpares. Dessa maneira, logo perceberão e associarão a brincadeira ao conceito estudado.

Do ponto vista da aprendizagem, tem-se que “por um lado, um conceito é frequentemente abstraído a partir de várias de suas representações, por outro lado representações são sempre representações de um determinado conceito abstrato. (DREYFUS, 1991, p. 38, *tradução nossa*).

O autor torna enfático a importância de o estudante abstrair um conceito e mostra a relação com a capacidade de controlá-lo em termos das representações que se quer utilizar. E esse controle é importante para o uso dessas representações na resolução de problemas que envolvem tal conceito. Por isso pensou-se em uma segunda fase, como sendo: Definição da paridade do zero, este deverá ser um momento mais formal de conhecimento, deve haver por parte dos professores embasamentos teóricos corretos, sem crenças que levem ao equívoco.

Definição da paridade do zero

Tempo previsto: 2 horas/aulas

Público-alvo: Alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental

Objetivo: Definir conceitos sobre paridade do zero, explorar padrões e exemplos

Desenvolvimento: Esclareça que o número zero é considerado um número par. Isso ocorre porque ele é divisível por 2, uma vez que 0 dividido por 2 resulta em um quociente inteiro, sem deixar o resto. Para fortalecer o conceito, faça uma demonstração simples usando a divisão. Mostre que 0 dividido por 2 é igual a 0, sem deixar o resto. Mostre também que outros números pares, como 4, 8 e 12, também têm essa propriedade.

Incentive os alunos a observarem padrões relacionados à paridade. Por exemplo, se somarem um número par com outro número par, o resultado será sempre um número par. Se somarem um número ímpar com outro número ímpar, o resultado será sempre um número par. Se somarem um número par com um número ímpar, o resultado será sempre um número misto.

Mostre alguns exemplos para ilustrar a paridade do zero. Por exemplo:

$$0 + 2 = 2 \text{ (número par)}$$

$$0 + 3 = 3 \text{ (número misto)}$$

$$0 + 4 = 4 \text{ (número par)}$$

Esses exemplos ajudam os alunos a entenderem que, ao somar zero a qualquer número, a paridade desse número não muda.

Esta etapa deve ser mais explicativa, porém aconselha-se a abordagem de maneira mais dinâmica desse processo, visto que aulas expositivas se tornam cansativas para o processo de ensino-aprendizagem.

Proponha algumas atividades práticas para que os alunos pratiquem a identificação da paridade do zero e de outros números. Por exemplo, apresente uma lista de números e peça aos alunos para determinarem se cada número é par ou ímpar. Inclua o zero na lista para destacar a sua paridade.

Baseando-se no que diz Bassanezi (2015), a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Por isso, se torna necessária a utilização de acontecimentos do dia a dia do aluno para apresentação e mesmo explicação da definição do conhecimento da matemática em determinado conteúdo.

Nesse sentido, segundo Redling (2011, p. 39), “é de fundamental importância que o professor tenha consciência que um de seus principais deveres, é o de auxiliar seus alunos, o que não é uma tarefa fácil, uma vez que exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes”. A autora ainda enfatiza que a Resolução de Problemas tem-se mostrado como uma oportunidade de propiciar o diálogo maior entre professor-aluno e aluno-aluno, na busca de soluções para os problemas, promovendo um ambiente rico para aprender Matemática.

Assim, propõe-se com próxima fase dessa proposta uma aula que seja reflexo de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas envolvendo a temática estudada.

Discussão, aplicação, exercícios e prática

Tempo previsto: 2 horas/aulas

Público-alvo: Alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental

Objetivo: Promover uma discussão sobre a paridade do zero e sua aplicação no cotidiano.

Desenvolvimento: O professor responsável por conduzir a aula deve trazer reportagens ou recortes de sites que falam sobre paridade e sua utilização no dia a dia em acontecimentos no mundo. Promova uma discussão em sala de aula sobre como a paridade pode ser útil em várias situações, como na resolução de problemas de divisão, na identificação de padrões em sequências numéricas, na criptografia, e em outros contextos.

Além do que foi indicado acima, distribua exercícios para que os alunos pratiquem o ensino da paridade de diferentes números, incluindo o zero. Varie os exercícios, incluindo operações de adição, subtração e multiplicação, para que os alunos apliquem o conhecimento adquirido em diversas situações envolvendo tais conteúdos com situações do dia a dia. Os alunos podem discutir e compartilhar suas respostas com o restante da turma.

Como fase final da proposta tem-se:

Revisão e consolidação

Tempo previsto: 2 horas/aulas

Público-alvo: Alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental

Objetivo: Revisar e Consolidar os conceitos sobre paridade do zero

Desenvolvimento: Faça uma revisão dos principais pontos considerados, destacando a paridade do zero. Certifique-se de que os alunos compreenderam plenamente o conceito e sua aplicação em problemas matemáticos e no dia a dia.

E assim encerra-se a proposta. Sugere-se ainda que para alunos mais avançados, você pode apresentar desafios extras relacionados à paridade, como a resolução de quebra-cabeças e problemas mais complexos que envolvem o uso da propriedade da paridade.

Lembre-se de adaptar as atividades de acordo com a faixa etária e o nível de habilidade dos alunos. É importante que sejam fornecidas oportunidades para que eles pratiquem e apliquem o conceito em diferentes contextos para garantir uma compreensão sólida da paridade do zero. Aborde dentro das explicações exemplos concretos, a fim de permitir que os alunos explorem e discutam o assunto para facilitar a compreensão do conceito. Além disso, certifique-se de responder a quaisquer dúvidas que possam surgir durante todo o processo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente artigo, apresentou-se alguns estudos sobre a paridade de zero e propôs-se uma abordagem de ensino para promover a compreensão dos alunos nesse conceito.

Os resultados indicaram que muitos dos professores e dos alunos possuíam equívocos sobre a paridade de zero. Alguns acreditavam que zero era par ou dependendo do número que o precedia, enquanto outros não tinham clareza sobre a natureza da paridade de zero.

A maior limitação encontrada para a realização deste trabalho foi encontrar material para a fundamentação teórica, pois quase nada se encontra em português sobre o assunto. Para além disso quando abordado são por autores que não são matemáticos e não estudaram, portanto, a fundamentação matemática fornecendo por vezes definições incorretas.

Com base nesses achados, desenvolveu-se uma proposta de ensino que se concentra em esclarecer conceitos e fornecer estratégias eficazes para abordar a paridade de zero. A proposta inclui atividades práticas e discussões em sala de aula, a fim de envolver os alunos de maneira ativa e promover uma compreensão mais sólida desse conceito.

Acredita-se que essa abordagem de ensino pode ajudar a superar as crenças limitadas dos professores e estudantes que tenham crenças equivocadas em relação à paridade de zero, e assim, despertar neles o interesse de averiguar se possuem outras crenças equivocadas em relação a outros conteúdos da matemática.

Ao fornecer um ambiente de aprendizagem interativo e estimulante, os alunos têm a oportunidade de explorar e consolidar seus conhecimentos sobre esse tema.

É importante ressaltar que a formação contínua dos professores também desempenha um papel fundamental nesse processo. Os educadores devem ser encorajados

a refletir sobre suas próprias crenças e aprimorar seus conhecimentos em relação à paridade de zero, a fim de oferecer uma educação de qualidade aos alunos.

Por meio da promoção de crenças mais acuradas e de uma abordagem de ensino envolvente, pode-se ajudar a superar os desafios associados a esse conceito e fortalecer a aprendizagem dos alunos nessa área.

REFERÊNCIAS

ACZEL, M.; ACZEL, D. e VILLE, M. “**Hero from the East: how zero came to the West.**” *Front. Young Minds*. 7:128. DOI: 10.3389/frym.2019.00128. Disponível em: <Hero From the East: How Zero Came to the West · Frontiers for Young Minds (frontiersin.org)> Acesso em: 19 jun. 2023.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BBC News. 20 out. 2018. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/vert-fut-45608526>>. Acesso em: 19 jun. 2023.

BOALER, J. *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Mathematics, Inspiring Messages and Innovative Teaching*, 2nd Edition. **Mindset Mathematics**. Jossey-Bass, An Imprint of Wiley. 10475 Crosspoint Boulevard, Indianapolis, IN 46256. 2e022

CHACÓN, I. M. G. **Matemática emocional: s afetos na aprendizagem matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

DANTZING, T. **NÚMERO: A Linguagem da Ciência**. Tradução de Sergio G. de Paula. Rio de Janeiro. Zahar Editores, 1970.

DICKERSON, D. S; PITMAN, D. J. ADVANCED COLLEGE-LEVEL STUDENTS' CATEGORIZATION AND USE OF MATHEMATICAL DEFINITIONS. In: **PROCEEDINGS OF THE 36TH CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION**, 36., 2012, New York. Proceedings... . Taipei – Taiwan: Pme, 2012. p. 187 - 193. Disponível em: <<http://diva-portal.org/smash/get/diva2:542328/FULLTEXT01.pdf>>. Acesso em: 26 out. 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

HILL, H. C. et al. Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. **Journal Cognition And Instruction**. p. 430-511. set. 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/07370000802177235>>. Acesso em: 27 ago. 2019.

IFRAH, G. **The Universal History of Numbers**. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc. 2000.

IFRAH, G. **Os Números: a história de uma grande invenção**. Tradução Senso, Stella M. de Freitas. 90ª Ed. Editora Globo, 2010.

KEITH, A. **MATHEMATICAL ARGUMENT IN A SECOND GRADE CLASS: GENERATING AND JUSTIFYING GENERALIZED STATEMENTS ABOUT ODD AND EVEN NUMBERS**. 2006. 49 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, John Muir Elementary School, Madison, 2006. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.544.4231&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 27 out. 2019.

LEVENSON, E.; TSAMIR, P.; TIROSH, D. Neither even nor odd: Sixth grade students' dilemmas regarding the parity of zero. **The Journal Of Mathematical Behavior**. p. 83-95. set. 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.05.004>>. Acesso em: 26 out. 2019.

MANZINI, E J. **Uso da entrevista em dissertações e teses produzidas em um programa de pós-graduação em educação**. Revista Percurso, v. 4, n. 2, p. 149-171, 2012. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/114753>>. Acesso em: 26 de out. de 2019.

MCLEOD, D. B. **Research on affect in mathematics education: a reconceptualization**. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, 1992.

PAJARES, M. F. **Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct.** Review of Educational Research. v. 62, n. 3, p. 307-332, 1992.

PATERLINI, R. R. **Aritmética dos números inteiros:** um texto para licenciandos e professores de Matemática. Departamento de Matemática, UFSCar, São Carlos, 2012. Disponível em: <http://arquivoescolar.org/bitstream/arquivo-e/192/1/paterlini_inteiros_06_07_2012.pdf>. Acesso em: 1 de nov. de 2019.

PENNER, R. C. **Discrete Mathematics.** Proof techniques and mathematical structures. Singapore: world scientific. P. 34. 1999.

PUBLISHING, W. **The Man of Numbers: Fibonacci's Arithmetic Revolution.** London, 2011. Disponível em : <rev-hannah.dvi (ams.org)> Acesso em: 1 de nov. de 2019.

REDLING, J. P. **A metodologia de Resolução de Problemas: concepções e práticas pedagógicas de professores de Matemática do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência), Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2011.

SEIFE, C. **Zero: The Biography of a Dangerous Idea.** New York: Penguin Books, 2000.

SEN, S.K.; AGARWAL, R.P. **Zero: A Landmark Discovery, the Dreadful Void, and the Ultimate Mind.** London: Elsevier, 2015.

SILVA, F. L. **Carência de professores licenciados em matemática em corrente: um estudo a partir das representações sociais.** 2018. Dissertação (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.

SILVA, H.; LUZIA, A. S. **A História Oral na Pesquisa em Educação Matemática.** Boletim de Educação Matemática, v. 20, n. 28, 2007, pp. 139-162

WALLE, J. A. V. **Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally.** 4 ed. New York: Logman, 2001.

VIEIRA, S. **O tamanho da amostra nas entrevistas qualitativas.** Blogspot. 2014. Disponível em: <http://soniavieira.blogspot.com/2014/01/o-tamanho-da-amostra-nas-entrevistas_18.html>. Acesso em: 27 de out. de 2019.