



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
IFPI CAMPUS SÃO RAIMUNDO NONATO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ANDRÉIA DA SILVA DIAS

**USO DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA
PARA ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

SÃO RAIMUNDO NONATO – PI

2024

ANDRÉIA DA SILVA DIAS

USO DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA
PARA ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico)
apresentado como exigênciaparcial para obtenção do
diploma do Curso deLicenciatura em Matemática do
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
do Piauí, Campus São Raimundo Nonato.

Orientador: Profº. Me. Dalton Francisco Carvalho
Sousa.

Coorientador: Prof. Esp. Laés de Castro Cavalcante.

SÃO RAIMUNDO NONATO – PI

2024

USO DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA PARA ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

ANDRÉIA DA SILVA DIAS¹

RESUMO

O presente artigo apresenta os resultados obtidos na aplicação de um projeto que teve como foco a utilização do software GeoGebra no ensino da função quadrática para alunos do 1º ano do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, na escola Gercílio de Castro Macêdo, uma instituição pertencente à rede estadual de ensino do Piauí, situada em São Raimundo Nonato. Buscando analisar o potencial do software GeoGebra para o ensino-aprendizagem da função quadrática, os objetivos incluem reconhecer a importância do GeoGebra no ensino da função quadrática para alunos do primeiro ano do ensino médio; demonstrar a aplicabilidade do GeoGebra no ensino dessa função; avaliar a aprendizagem dos alunos em relação à função quadrática com a utilização do GeoGebra. A metodologia utilizada na pesquisa foi do tipo mista, combinando abordagens quantitativas e qualitativas. Os resultados evidenciaram as vantagens e desvantagens na utilização do software, proporcionando uma abordagem prática e visual que tornaram as aulas dinâmicas. A conclusão destaca o equilíbrio necessário entre recursos digitais e métodos tradicionais, reforçando o GeoGebra como recurso pedagógico eficiente.

Palavras-chave: educação matemática; GeoGebra; funções quadráticas.

ABSTRACT

The present article presents the results obtained in the application of a project focused on the use of the GeoGebra software in teaching quadratic functions to students in the 1st year of the Integrated Technical Course in Computing at Gercílio de Castro Macêdo School, an institution belonging to the state education network of Piauí, located in São Raimundo Nonato. Seeking to analyze the potential of the GeoGebra software for teaching and learning quadratic functions, the objectives include recognizing the importance of GeoGebra in teaching quadratic functions to first-year high school students; demonstrating the applicability of GeoGebra in teaching this function; evaluating student learning regarding quadratic functions using GeoGebra. The methodology used in the research was mixed, combining quantitative and qualitative approaches. The results highlighted the advantages and disadvantages of using the software, providing a practical and visual approach that made classes dynamic. The conclusion emphasizes the necessary balance between digital resources and traditional methods, reinforcing GeoGebra as an efficient pedagogical resource.

Keywords: mathematics education; GeoGebra; quadratic functions.

Data de aprovação: 27/02/2024

¹ Graduada em licenciatura em matemática. Instituto Federal do Piauí.

1 INTRODUÇÃO

A educação matemática é fundamental para o bom desenvolvimento social, pois, além de possibilitar a resolução de inúmeras situações matemáticas, também ajuda a desenvolver um ser humano crítico e reflexivo nas boas práticas da vida social, características fundamentais para o bom convívio em sociedade.

Contudo, para desenvolver situações do cotidiano que possa tornar o ser humano, crítico e reflexivo, é necessário buscar novas estratégias para o ensino aprendizagem, além das metodologias tradicionais já utilizadas. Também é necessário preparar adequadamente os professores por meio de formação continuada, de modo que estes possam planejar aulas e produzir materiais didáticos com uma qualidade desejável.

Pensando na utilização de novas estratégias metodológicas que possam proporcionar avanços no desenvolvimento da aprendizagem do aluno, foi realizada uma pesquisa sobre o potencial da utilização de recursos tecnológicos, especificamente, sobre o uso do software GeoGebra para o ensino de matemática.

O presente artigo visa apresentar os resultados de um projeto pesquisa intitulado "**Uso do GeoGebra para o Ensino da Função Quadrática para Alunos do Primeiro Ano do Ensino Médio**". O objetivo é relatar tanto os aspectos positivos quanto os negativos da aplicação desse recurso educacional. O projeto foi desenvolvido em uma turma do 1º (primeiro) ano do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, na escola **CEEP – Gercílio de Castro Macêdo**, uma instituição pertencente à rede estadual de ensino do Piauí, situada em São Raimundo Nonato.

O projeto teve como problema de pesquisa: quais são as vantagens e desvantagens encontradas na utilização do GeoGebra para o ensino das funções quadráticas, para alunos do primeiro ano do ensino médio?

Como objetivo geral: investigar as vantagens e desvantagens do software GeoGebra no ensino das funções quadráticas para alunos do primeiro ano do ensino médio.

Objetivos específicos: Identificar pontos positivos e negativos do software GeoGebra no ensino da função quadrática para alunos do primeiro ano do ensino médio; demonstrar a aplicabilidade do GeoGebra no ensino dessa função; avaliar a aprendizagem dos alunos em relação à função quadrática com a utilização do GeoGebra.

Para a justificativa do estudo, foram considerados parâmetros pessoais, como interesse pela área de educação matemática e pela melhoria do ensino de matemática no contexto local. Também foram considerados aspectos de contribuição acadêmica, visando ampliar o conhecimento na área e contribuir com a produção científica. Além disso, a importância para o IFPI foi destacada, pois o estudo pode impactar positivamente a formação dos estudantes e a qualidade do ensino oferecido pela instituição.

Através de observações, vivências em sala de aula e relatos de professores, nota-se, que grande parte dos alunos apresentam dificuldades para entender os conceitos básicos da função quadrática e relacioná-la aos objetos e experiências do cotidiano.

Diante do exposto, foi desenvolvido o projeto de pesquisa sobre o uso GeoGebra no estudo da função quadrática, de modo a analisar se este método pode proporcionar uma aprendizagem significativa e se os alunos sentem-se mais motivados com esta abordagem.

Para embasar o objeto de pesquisa, foram lidos alguns trabalhos científicos já desenvolvidos com a mesma temática, gerando um maior entendimento sobre o uso do GeoGebra no ensino de matemática, de modo a possibilitar a tomada de ações adequadas para a utilização do método.

Para o IFPI, pretende-se dar visibilidade ao uso de metodologias de ensino que possam gerar resultados satisfatórios, como o uso do GeoGebra no ensino das funções quadráticas, bem como possibilitar que outros trabalhos possam ser desenvolvidos a partir das

considerações do presente trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A matemática é utilizada para resolver diversas situações problemas do cotidiano, mesmo que seu uso as vezes passe despercebido por aqueles que a utilizam, ela “está presente em todos os segmentos da vida e em todas as tarefas executadas do nosso dia a dia, seja na compra de um simples pão como na aplicação de um grande investimento financeiro”. (Cunha, 2017, p.2).

Muitas situações do cotidiano recaem em funções quadráticas, as quais podem ser resolvidas utilizando definições matemáticas além de ser possível utilizar novas tecnologias no processo de resolução, como exemplo, o *software* GeoGebra, uma ferramenta que agrega na busca da solução do problema, tornando o desenvolvimento mais elegante, e que pode proporcionar um maior prazer por aqueles que estudam a matemática.

Assim, neste tópico iremos tratar da relevância do uso das novas tecnologias no ensino de matemática, em especial, o uso do *software* GeoGebra para o ensino da função quadrática.

2.1 Funções quadráticas

Na matemática existem vários eixos de estudo, dentre eles, o estudo das funções reais, que segundo Iezzi et al (2010, p. 47) “dados dois conjuntos não vazios A e B , uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento $x \in A$ a um elemento $y \in B$ recebe o nome de função de A em B ”.

Já, Andrade (2020, p. 37) define que “dados os conjuntos A e B não vazios, dizemos que f é uma função de A em B (ou que y é uma função de x) se, e somente se, para cada elemento x do conjunto A existe em correspondência um único elemento y do conjunto B ”. Ainda, de acordo com Andrade (2020):

O conjunto A é o domínio $D(f)$ e o conjunto B é o contradomínio $CD(f)$ da função f . Quando $y \in B$ é tal que $f(x) = y$ para algum $x \in A$, dizemos y é a imagem de x pela função f . O conjunto de todas as imagens é um subconjunto de B , chamado conjunto imagem $Im(f)$ da função f . (Andrade, 2020, p. 37).

Dentre os tipos de funções trabalhadas na educação básica, uma das mais relevantes com inúmeras aplicações no cotidiano é as funções quadráticas (funções do 2.º grau), na qual, define-se, como “uma função f de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, que a todo número $x \in \mathbb{R}$ associa o número $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a , b e c reais e $a \neq 0$ (Andrade, 2020, p. 88). De acordo com Dante (2016):

O estudo das funções quadráticas é o primeiro momento em que o aluno vai entrar em contato com um outro tipo de relação. É o primeiro passo para perceber que existem outras possibilidades. A taxa variação deixa de ser constante. A função não será mais simplesmente crescente ou decrescente, será importante distinguir onde ela se comporta de cada maneira. Não será mais possível resolver os problemas “pela lógica”, usando intuitivamente as ideias de proporção e regra de três. (Dante, 2016, p. 336).

Os gráficos das funções quadráticas são representados por curvas especiais chamadas parábolas. Independentemente da expressão que representa a função, o que muda é apenas a perspectiva em que se vê o gráfico, não o seu formato. Essa informação é importante para entendermos que não existe uma parábola mais fechada ou mais aberta, por exemplo. Como destaca Smole e Diniz (2010):

Parábola é uma curva do plano cujos pontos satisfazem uma condição bem definida. Toda parábola é construída a partir de uma reta r e de um ponto F não pertencente à r . Os pontos da parábola são os pontos do plano que estão à mesma distância de r e de F . O ponto F é chamado de foco da parábola e r é a diretriz da parábola. (Smole; Diniz, 2010, p. 117).

Por meio do estudo das funções quadráticas será possível solucionar e interpretar diferentes situações problemas, tanto em áreas científicas quanto em relação a situações do cotidiano.

2.2 O uso de tecnologias para Ensino de Matemática

Com o avanço das novas tecnologias, torna-se cada vez mais imperativo o uso desses recursos na educação, a fim de proporcionar aos alunos uma aprendizagem mais dinâmica, interativa e alinhada com as demandas do mundo contemporâneo. A utilização de recursos tecnológicos, como computadores, tablets, softwares educacionais e internet, não só torna as aulas mais atrativas, mas também possibilita o acesso a uma variedade de informações e ferramentas que enriquecem o processo de ensino-aprendizagem.

Conforme destaca Jesus (2018, p. 21):

“A tecnologia como instrumento de ensino e de aprendizagem tem desempenhado um papel importante na escola, visto que os estudantes passam a ter contato com diversas tecnologias fora dela, exigindo cada vez mais dos profissionais do ensino e dos sistemas educativos adequação a esta realidade que se apresenta.”

Por meio do uso de recursos computacionais, será possível fazer com o estudante possa interpretar determinados problemas matemáticos de forma prática, testando a teoria aprendida, através de softwares com finalidades educativas, proporcionando uma aprendizagem sólida ao aluno. Porém, o uso de recursos tecnológicos para o ensino aprendizagem deve ser utilizado com cautela e com objetivos bem definidos, a fim de evitar que o ensino de matemática se torne algo exaustivo e sem sentido, visto que muitas vezes os alunos não tem interesse pela matemática justamente por não ver um fim prático para aquilo que estuda. Portanto,

“[...]recurso computacional não deve ser um fim em si mesmo, mas um meio para se atingir um determinado objetivo proposto. Neste sentido, deve-se entender o recurso computacional no ensino de Matemática como uma ferramenta auxiliar, que ajuda o professor no processo de ensino, e da mesma forma, o estudante na sua aprendizagem. (Jesus, 2018, p. 22).”

Assim, considerando que as escolas estejam equipadas com recursos mínimos necessários e, considerando que os professores do quadro estejam aptos a utilizar tais recursos, será possível através bons planejamentos, desenvolver uma educação de qualidade, melhorando significativamente o desempenho escolar dos alunos.

2.3 Uso do geogebra no Ensino de Matemática

Aqui serão abordados os principais conceitos que norteiam e fundamentam a temática Software GeoGebra, englobando seus princípios e contribuições no processo de ensino das

função quadrática, com o intuito de trazer aportes e reflexões teóricas, assim como, suas vantagens para o ensino de matemática.

Segundo Bacelar Júnior (2013) o GeoGebra é um software de matemática que proporciona um ensino de forma dinâmica, além de ser gratuito, o que facilita o acesso a ferramenta por qualquer público que tenham recursos computacionais. Também é multiplataforma, sendo possível utilizá-lo em todos os níveis de ensino, e na abordagem de diversos conteúdos, tais como, geometria, álgebra, estatística, cálculo etc.

“O GeoGebra foi criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula. O projeto foi iniciado em 2001, onde já alcança 190 países. O software permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc.” (Dias, 2017, p. 22).

Sua criação foi idealizada para o ensino de matemática, oferecendo contribuições desde o ensino básico ao ensino superior, uma vez que, seu uso apresenta a capacidade de trabalhar e entender o ensino da matemática de modo a evitar o contato com o tradicional, como por exemplo, o uso de lápis, régua, transferidor e papel. Assim, o GeoGebra possui uma vantagem de caráter didático e prático, pois apresenta a capacidade de leitura de um objeto de maneiras diferentes, trazendo resultados precisos, melhorando o ensino tradicional com a implementação de tecnologias que ajudam a reformar e atualizar o ensino.

Assim, Jesus (2018) destaca que o GeoGebra vem tendo grande aceitação no meio acadêmico, seja para ser utilizado como uma ferramenta de ensino, seja para a pesquisa. Portanto, esse software se caracteriza como um importante instrumento tecnológico para auxiliar o professor durante as aulas além disso, permite que o aluno participe com mais efetividade na execução das atividades propostas.

O uso do GeoGebra no estudo das funções reais, um dos principais conteúdos estudados no ensino médio, potencializa o processo de ensino aprendizagem, mostrando de forma prática e interativa os comportamentos gráficos das funções assim, construindo uma aprendizagem significativa. Nesse sentido, Dias (2017) destaca que a utilização do Software por professores e alunos é uma forma de facilitar o processo pedagógico desse modo, quando utilizado em aula, resulta em momentos dinâmicos, onde os alunos têm a possibilidade de ver a Matemática em movimento.

Dentre as funções reais estudadas no ensino médio, a escolhida para ser estudada no desenvolvimento do presente trabalho é a função quadrática (função do 2.º grau), já definidas anteriormente.

Com o uso do GeoGebra no ensino da função quadrática, será possível explorar mais detalhadamente as propriedades da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a , b e c reais, de forma mais dinâmica, podendo fazer o estudo tanto algébrico quanto geométrico da função.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Quanto aos métodos empregados, optou-se por uma pesquisa do tipo mista, combinando abordagens quantitativas e qualitativas. Sendo que, “uma abordagem de pesquisa que combina elementos de métodos quantitativos e qualitativos em um único estudo”. (John W. Creswel, 2014, p. 4).

A pesquisa qualitativa teve grande relevância para explorar as experiências dos alunos no ensino de funções quadráticas com o GeoGebra. Para atingir esse objetivo, foram empregados métodos de observação e aplicação de questionários, permitindo avaliar a eficácia do método de ensino empregado.

Para a realização da pesquisa, foram ministradas 5 aulas com duração de 1 hora cada, referente ao uso do GeoGebra no ensino da função quadrática. As atividades foram desenvolvidas nas seguintes etapas:

Etapla 1: Desenvolveu-se uma sequência didática voltada ao estudo da função quadrática, abordando os seguintes tópicos: representação gráfica, análise dos vértices das parábolas e determinação dos valores máximo e mínimo, bem como a investigação do comportamento do sinal da função.

Etapla 2: Foi aplicado um questionário diagnóstico com o propósito de avaliar o desempenho dos alunos no estudo da função quadrática, visto que eles já tiveram exposição a esse conteúdo durante o ano letivo de 2023.

Etapla 3: Os alunos foram familiarizados com o GeoGebra, onde foram apresentadas as funcionalidades do software e instruídos sobre sua utilização.

Etapla 4: O objeto do conhecimento “função quadrática”, conforme a sequência didática elaborada, foi trabalhado com o apoio do Geogebra como recurso pedagógico no processo de ensino-aprendizagem.

Etapla 5: Após a etapa 4, os alunos foram submetidos a um teste suplementar para avaliar seu progresso no aprendizado da função quadrática. Adicionalmente, um questionário foi aplicado para coletar as opiniões dos estudantes sobre a abordagem adotada, com foco especial no uso do GeoGebra como principal recurso pedagógico.

Após a conclusão das etapas mencionadas e a finalização da coleta de dados, foi realizada uma análise detalhada das informações obtidas, com objetivo de compreender a importância da integração do software Geogebra no processo de ensino-aprendizagem da função quadrática. A discussão do presente trabalho se dará entorno das etapas citadas acima.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

No tópico 4.1, será discutida a introdução do GeoGebra como ferramenta pedagógica para o ensino da função quadrática, com base em uma avaliação diagnóstica preliminar. Serão apresentados os resultados de um questionário aplicado aos alunos para medir seu conhecimento prévio sobre a função quadrática, destacando a necessidade de estratégias diferenciadas para melhorar a compreensão dos alunos.

4.1 Introdução ao geogebra no ensino da função quadrática: avaliação diagnóstica

Antes da implementação do GeoGebra como recurso pedagógico para o ensino da função quadrática, aplicou-se um questionário diagnóstico prévio com o objetivo de avaliar o nível de conhecimento dos alunos sobre o tema. Esse procedimento foi realizado em virtude do fato de que o professor titular já havia abordado o assunto anteriormente.

O questionário com oito questões, incluindo tanto perguntas abertas quanto fechadas, abrangendo níveis básicos e avançados sobre o conteúdo da função quadrática, tanto no aspecto algébrico quanto gráfico. O público pesquisado consistiu em 28 alunos.

Os resultados da avaliação preliminar são apresentados na tabela abaixo:

Tabela 1- Desempenho dos alunos na avaliação preliminar

Número de Questões Acertadas	Número de Alunos	Percentual (%)
6 a 8 acertos.	7	25%
4 a 5 questões.	12	43%

Menos de 4 questões.	9	32%
----------------------	---	-----

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Observou-se através da análise dos questionários que os 7 alunos que apresentaram maior desempenho, com acertos entre 6 e 8 questões, apresentam conhecimento sólido acerca de funções quadráticas, evidenciando uma base de conhecimento avançada na matéria. Por outro lado, os 12 alunos que acertaram entre 4 e 5 questões demonstraram uma compreensão moderada do tema.

Este grupo encontra-se em um ponto intermediário de familiaridade com a função quadrática, sugerindo espaço para aprimoramento. Por fim, os 9 alunos que acertaram menos de quatro questões indicam estar em um nível mais baixo de compreensão.

Esses resultados ressaltam a importância de estratégias pedagógicas diferenciadas, como a introdução do GeoGebra, para fortalecer os fundamentos e elevar o nível de compreensão desses alunos.

4.2 Introdução ao geogebra: construção de gráficos de funções quadráticas

Para familiarizar os alunos com o software GeoGebra, foi inicialmente trabalhado a construção de gráficos de diferentes funções quadráticas, para que os mesmos pudessem analisar as características básicas, bem como o seu comportamento, conforme a variação dos coeficientes das funções apresentadas.

Visando facilitar o manuseio do GeoGebra pelos discentes, bem como na realização das atividades a serem executadas no projeto, foi desenvolvido uma sequência didática, contendo as instruções básicas para o manuseio do software, e todo o conteúdo programático a ser trabalhado, detalhando o passo a passo em cada uma das construções a serem realizadas.

Na etapa inicial da atividade, os alunos receberam instruções para elaborar o gráfico da função g , de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $y = g(x) = 3x^2$. No processo de construção, eles começaram calculando os valores de $g(x)$ para alguns valores de $x \in \mathbb{R}$, gerando assim pares ordenados (x, y) , que representam pontos no gráfico da função. Esses dados foram organizados em uma tabela para facilitar a visualização e execução da construção. Um exemplo de tabela elaborada pelos alunos está representado na imagem abaixo:

Imagem 1 - Construindo o gráfico da função $g(x)$

1. Preencha a tabela abaixo, e construa o gráfico da função g , de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $y = g(x) = 3x^2$ na malha quadriculada abaixo.

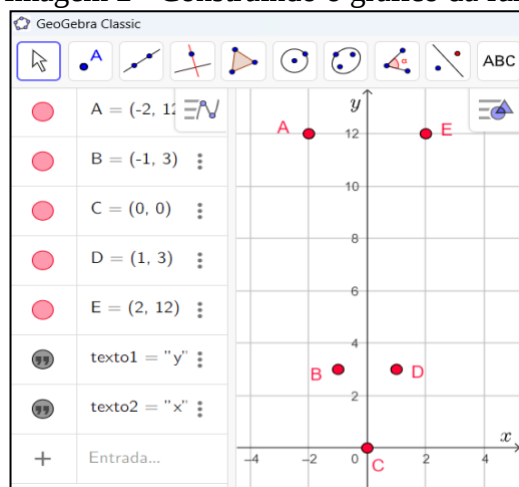
x	$y = g(x) = 3x^2$	(x, y)
-2	$y = g(-2) = 3 \cdot (-2)^2 = 12$	$(-2, 12)$
-1	$y = g(-1) = 3 \cdot (-1)^2 = 3$	$(-1, 3)$
0	$y = g(0) = 3 \cdot (0)^2 = 0$	$(0, 0)$
1	$y = g(1) = 3 \cdot (1)^2 = 3$	$(1, 3)$
2	$y = g(2) = 3 \cdot (2)^2 = 12$	$(2, 12)$

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Com os dados devidamente organizados, os alunos foram instruídos a inserir cada par ordenado (x, y) na caixa de entrada do GeoGebra. Essa etapa permitiu uma análise intuitiva, em que os alunos puderam verificar se os pontos inseridos de fato refletiam o comportamento

esperado para o gráfico de uma função quadrática. O processo de plotagem é ilustrado na imagem abaixo:

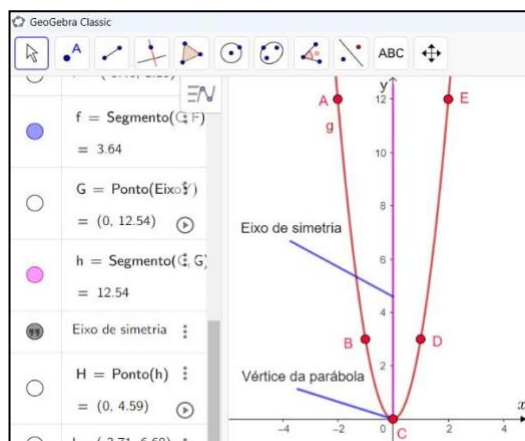
Imagem 2 - Construindo o gráfico da função $g(x)$



Fonte: Autora da pesquisa (2024).

Após a inserção dos pontos no GeoGebra e a discussão em torno desta atividade, onde os alunos analisaram o comportamento dos pontos e verificaram que, de facto, representavam o padrão de uma parábola com a concavidade voltada para cima, a conclusão da análise envolveu a demonstração de que esses pontos pertenciam à função $g(x) = 3x^2$. Os alunos foram orientados a inserir essa função na caixa de entrada do GeoGebra e examinar o gráfico gerado para validar sua correspondência. A imagem ilustrativa que apresentam a construção dessa atividade está disposta abaixo:

Imagem 3 - Construindo o gráfico da função $g(x)$



Fonte: Autora da pesquisa (2024).

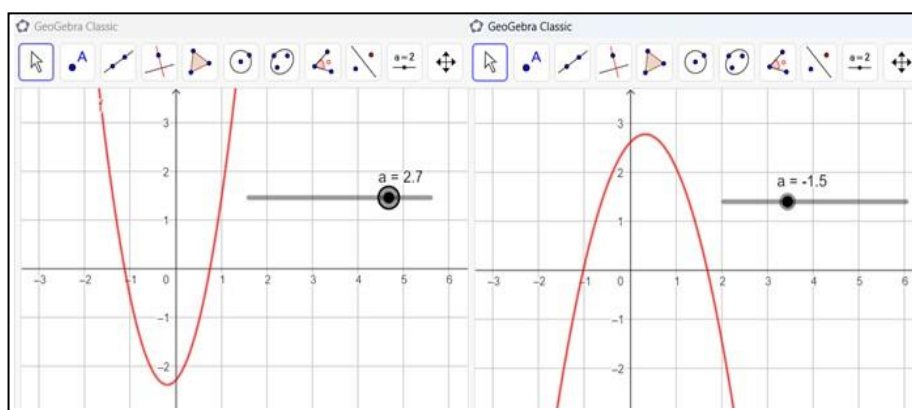
Concluindo a construção, os alunos realizaram o estudo gráfico da função, identificando o eixo de simetria e o vértice da parábola. Foi verificado que o vértice está localizado no ponto de coordenadas (0,0), reforçando a compreensão da relação entre a função quadrática $g(x) = 3x^2$ e os pontos anteriormente inseridos e discutidos no GeoGebra.

4.2.1 Influências dos coeficientes a , b e c no gráfico da função

Nesta etapa, os alunos foram orientados a inserir na caixa de entrada do GeoGebra a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são números reais. Em seguida, foi proposto realizar um estudo gráfico das funções resultantes, variando os valores dos coeficientes a , b e c por meio dos controles deslizantes gerados no GeoGebra. Durante esse processo, os alunos foram encorajados a identificar as raízes da função quadrática, analisar a influência da variação desses coeficientes no ponto em que a parábola corta o eixo y , investigar as características do vértice da parábola e compreender as mudanças na concavidade da curva.

Inicialmente, realizou-se uma análise da influência do coeficiente a . Os alunos ajustaram repetidamente o valor do coeficiente, variando entre incrementos e decrementos no controle deslizante fornecido pelo GeoGebra. Durante esse processo, eles observaram de maneira precisa e clara como o coeficiente a impacta o comportamento gráfico da função quadrática, utilizando o ambiente gráfico proporcionado pelo GeoGebra. Uma representação gráfica dessa análise é apresentada na imagem abaixo:

Imagem 4 - Construindo o gráfico da função $g(x)$



Fonte: Autora da pesquisa (2024).

Este estudo, de modo geral, facilitou a compreensão dos alunos ao destacar que, se o coeficiente a é positivo ($a > 0$), a parábola apresenta concavidade da parábola voltada **para cima**, já quando o coeficiente a é negativo ($a < 0$), a concavidade da parábola voltada **para baixo**.

Posteriormente, foi realizada a mesma análise, desta vez entre incrementos e decrementos nos coeficientes b e c , observando a influência destes no comportamento gráfico da função.

Os alunos puderam constatar visualmente, observando o comportamento gráfico da função, conforme variavam os valores dos coeficientes b e c , que se $b < 0$, a partir do ponto de interseção com o eixo Y a curva da parábola irá descer, se $b > 0$, a partir do ponto de interseção com o eixo Y a parábola irá subir e se $b = 0$, após o ponto de interseção não haverá inclinação. Já o coeficiente c determina o ponto em que o gráfico corta o eixo Y , ou seja, o ponto $(0, y)$.

4.2.2 Raízes da função quadrática

Concluída a etapa anterior, os alunos passaram à analisar as raízes (zeros) da função. Ao inserirem $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ (**discriminante**) na caixa de entrada do GeoGebra e ao variarem

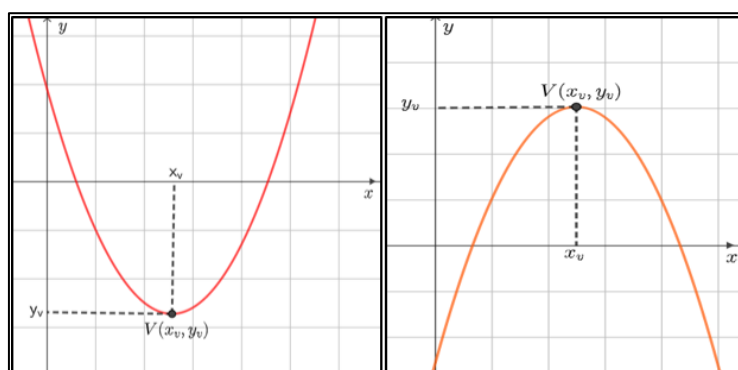
os valores dos coeficientes, puderam observar de maneira precisa que, para qualquer $\Delta > 0$ o gráfico cortava o eixo x em dois pontos; quando $\Delta < 0$ não havia interseção com o eixo x ; e quando $\Delta = 0$ havia apenas um ponto de interseção com o eixo x . Essa análise, possibilitou por meio de uma abordagem visual, a demonstração prática e precisas dessas propriedades no estudo de funções quadráticas, o que nem sempre é possível sem a utilização de ferramentas tecnológicas como esta.

4.2.3 Vértice da parábola e valor máximo ou mínimo da função quadrática

Dando continuidade ao estudo gráfico, os alunos também analisaram as coordenadas do vértice da parábola, uma vez, que elas ajudam na construção do gráfico de uma função quadrática, além de permitir determinarem o conjunto imagem e o valor máximo ou mínimo da função. Nessa etapa, verificaram que de fato, a função assume valor máximo ou valor mínimo na abscissa x_v , do vértice $V(x_v, y_v)$ da parábola correspondente.

Comprovaram as propriedades básicas, que, quando a parábola tem concavidade para cima, o valor mínimo é dado por $y = -\Delta / 4a$, e V é denominado ponto de mínimo da parábola, em que $Im(f) = [-\Delta / 4a, +\infty[$ ou $Im(f) = [-\Delta / 4a, +\infty[$. Já, a parábola terá ponto de máximo, quando a parábola tem concavidade para baixo, e o valor de máximo é dado por $y = -\Delta / 4a$, e V é denominado o ponto de máximo da parábola, em que $Im(f) =]-\infty, -\Delta / 4a]$ ou $Im(f) =]-\infty, -\Delta / 4a]$.

Imagem 5 - valor máximo ou mínimo da função quadrática

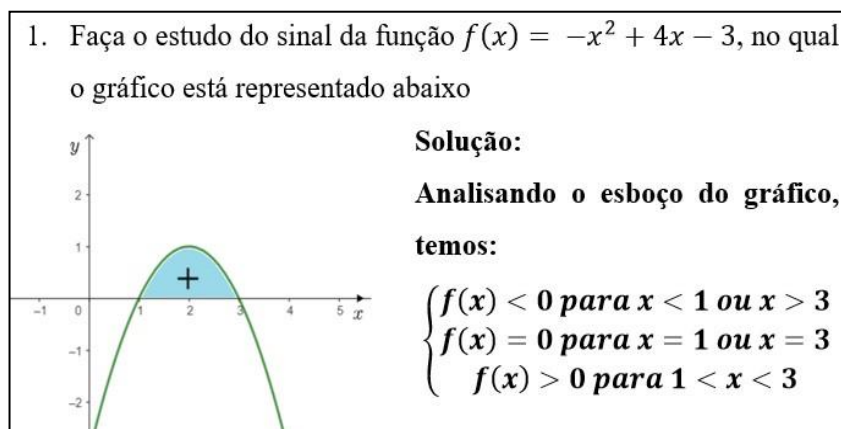


Fonte: Autora da pesquisa (2024).

4.2.4 Estudo do sinal de uma função quadrática

Por último, os alunos realizaram o estudo do sinal da função quadrática, de forma prática e com auxílio de imagens, identificando os valores de $x \in D(f)$ para os quais $f(x) < 0$ ou $f(x) = 0$ ou $f(x) > 0$. Um dos exercícios realizados, está exemplificado na imagem abaixo:

Imagem 6 - Estudo do sinal de uma função quadrática



Fonte: Autora da pesquisa (2024).

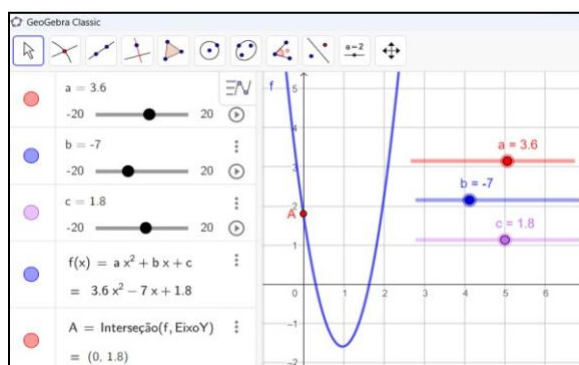
5 ANÁLISE E DISCUSSÕES SOBRE A EFICÁCIA DO USO DO GEOGEBRANO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

A condução desse estudo baseou-se em uma abordagem tipo mista, combinando abordagens quantitativas e qualitativas, na qual uma análise crítica das atividades propostas e executadas permitiu avaliar o nível de facilidade em concluir cada uma das etapas. Durante esse processo, foram feitas indagações aos participantes para obter suas percepções sobre a utilização do programa como recurso pedagógico no ensino da função quadrática, além da aplicação um teste final, para verificar se houve avanço na aprendizagem, em comparação com o teste inicial.

5.1 Discussão sobre as atividades desenvolvidas

Com a realização das atividades propostas, os estudantes demonstraram, em sua maioria, um desempenho notável, revelando habilidade para executar cada uma das tarefas, conseguindo resolver com êxito 75% ou mais dos oito problemas apresentados na sequência didática concebida para a aplicação do projeto. A sequência de atividades foi estruturada nas seguintes etapas: construção do gráfico, investigação da influência na variação dos coeficientes a , b e c na função $f(x) = ax^2 + bx + c$; análise das raízes da função; investigação do vértice, valor máximo e mínimo; e estudo do sinal da função. Um desafio que despertou a curiosidade dos alunos, foi a análise dos coeficientes a , b e c na função $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são números reais, com $a \neq 0$. A tarefa consistiu na modificação dos valores desses coeficientes, tanto aumentando quanto diminuindo, e na análise individual de seu impacto no comportamento gráfico.

Posteriormente, os alunos foram orientados a descrever a influência de cada coeficiente no gráfico da função. Abaixo, apresenta-se uma ilustração da execução dessa atividade:

Imagem 7 - Análise dos coeficientes a , b e c 

Fonte: Autora da pesquisa (2024)

Listamos em seguida repostas dadas por 3 alunos, para o impacto dos coeficientes, a , b e c de acordo com a sua variação:

“Quando aumentei o valor de a , percebi que a parábola se tornou mais estreita. Já ao aumentar b , a parábola se deslocou para a direita. Ao variar c , a parábola subiu”. (ALUNO 1)

“Mexi nos valores de a e b , mas não vi muita diferença. No entanto, ao alterar c , a parábola pareceu se inclinar para baixo”. (ALUNO 2)

“Quando ajustei b , a parábola ficou mais larga, e c a fez descer. a não parecia ter muita influência”. (ALUNO 3)

Esta atividade foi interessante, porque possibilitou que os alunos de forma prática pudessem descrever, segundo suas análises a influência de cada coeficiente, onde o (ALUNO 1) identificou corretamente as influências de a , b e c no formato da parábola, demonstrando compreensão das mudanças esperadas. O (ALUNO 2) reconheceu a influência de c na inclinação da parábola, mas pode ser incentivado a explorar mais as mudanças causadas por a e b . Já o (ALUNO 3) analisou corretamente a influência de b e

c , mas pode ser incentivado a explorar mais as variações de a , pois todos os coeficientes têm impacto significativo no gráfico.

Após a conclusão de todas as atividades da sequência didática elaborada para o desenvolvimento deste trabalho, os alunos foram submetidos a um teste final semelhante ao teste de avaliação preliminar, com o objetivo de verificar se houve progresso na aprendizagem em comparação com o primeiro. Os resultados obtidos estão apresentados na tabela abaixo:

Tabela 2 - Desempenho dos alunos na avaliação suplementar

Número de Questões Acertadas	Número de Alunos	Percentual (%)
6 a 8 acertos.	19	68%
4 a 5 questões.	6	21%
Menos de 4 questões.	3	11%

Fonte: dados da pesquisa (2024)

Os resultados indicam que a maioria dos alunos (68%) obteve entre 6 e 8 acertos, evidenciando um avanço significativo em relação à avaliação preliminar. Uma parcela significativa (21%) alcançou de 4 a 5 acertos, demonstrando um desempenho moderado. No entanto, é importante notar que uma minoria (11%) ainda apresentou dificuldades, acertando menos de 4 questões.

Esses dados sugerem que a sequência didática contribuiu positivamente para o aprendizado dos alunos, refletindo em um aumento geral no desempenho nas avaliações. No entanto, é recomendável identificar e abordar as necessidades específicas dos alunos que ainda enfrentam desafios para garantir uma compreensão mais abrangente e uniforme do conteúdo.

5.2 Discussão através das percepções dos alunos

Por meio da aplicação de um questionário final, os alunos foram questionados sobre o uso do GeoGebra no entendimento da função quadrática. Eles puderam escolher entre as opções: Melhorou bastante, melhorou, não fez diferença, dificultou, Dificultou bastante. Abaixo, apresenta-se a tabela de avaliação:

Tabela 3 - análise dos alunos em relação ao uso do GeoGebra no ensino das funções quadráticas.

Avaliação	Quantidade de alunos	Percentual (%)
Melhorou bastante	10	36%
Melhorou	14	50%
Não fez diferença	2	7%
Dificultou	2	7%

Fonte: elaborada pela autora (2024)

A análise dos dados na tabela destaca que 86% dos alunos avaliaram positivamente a utilização do software, evidenciando a necessidade de incorporar

métodos similares com maior frequência. Recursos tecnológicos, como o utilizado no desenvolvimento desta pesquisa, podem se configurar como excelentes ferramentas pedagógicas para estimular a aprendizagem dos alunos. A receptividade favorável dos estudantes reforça a relevância de integrar inovações tecnológicas de maneira regular no processo educacional, proporcionando experiências enriquecedoras e potencializando o desenvolvimento acadêmico.

Além avaliação acima, analisando as respostas dos alunos no questionário final, com perguntas sobre o uso do GeoGebra nas aulas de funções quadráticas, destacam-se percepções diversas. Em relação ao que mais gostaram, alguns mencionaram a interatividade proporcionada pelo software, que possibilitou uma abordagem visual e prática dos conceitos, tornando as aulas mais dinâmicas. Entretanto, ao questionar sobre os desafios, alguns alunos apontaram o manuseio do GeoGebra como um obstáculo, devido ao recente contato com o software. Quanto à percepção sobre o tornar as aulas mais interessantes, muitos responderam positivamente, destacando a novidade e a aplicação prática dos conhecimentos teóricos.

Dentre as respostas, o (ALUNO 4) destacou o uso do GeoGebra positivamente, na qual disse que, **“o GeoGebra trouxe uma abordagem visual que facilitou a compreensão dos gráficos das funções. Foi interessante ver as mudanças em tempo real”**. Já o (ALUNO 5) analisou como desafiador a utilização do software, na qual o mesmo disse que **“No início, achei complicado mexer no GeoGebra, mas depois percebi que ajudou a visualizar as funções de uma maneira diferente”**.

Quando questionados sobre a simplificação na compreensão dos conceitos no estudo das funções quadráticas, a maioria respondeu positivamente, elogiando a abordagem prática do GeoGebra em comparação com métodos tradicionais.

A discussão acima ressalta pontos significativos sobre o uso do GeoGebra. Destaca-se, especialmente, sua capacidade de ampliar as oportunidades de aprendizado por meio de atividades práticas. Além disso, o GeoGebra surge como uma metodologia alternativa aos métodos educacionais convencionais, sintonizando-se com a atual tendência de inovação no ensino.

5.3 Pontos positivos e negativos observados no uso do GeoGebra.

Analisando os dados da pesquisa, pode-se notar que são vários os benefícios na utilização do GeoGebra no ensino de funções quadrática. Primeiramente, a ferramenta proporciona uma abordagem visual e prática, o que contribui para uma compreensão mais concreta e intuitiva dos conceitos. A capacidade de modificar instantaneamente os coeficientes e observar as mudanças no gráfico permite aos alunos explorarem diferentes cenários, tornando as aulas mais dinâmicas e envolventes.

Porém, alguns desafios podem surgir durante a implementação do GeoGebra no ensino de funções quadráticas, na qual, dependendo conhecimento do software pelo (a) professor (a) e alunos, pode exigir tempo e esforço para se familiarizarem com a ferramenta. Além disso, a dependência excessiva de recursos digitais pode resultar em uma possível perda da essência teórica, se não houver um equilíbrio adequado entre o uso do GeoGebra e métodos tradicionais. É importante considerar que, embora a tecnologia seja uma aliada valiosa, seu sucesso no ensino depende da integração eficaz e equilibrada no contexto educacional.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar este estudo sobre a eficácia do GeoGebra no ensino da função quadrática, é possível destacar a relevância da abordagem prática e visual proporcionada pela ferramenta. Os resultados obtidos indicam que a utilização do GeoGebra contribuiu significativamente para a compreensão dos conceitos pelos alunos, tornando as aulas mais dinâmicas e envolventes.

A pesquisa exploratória desempenhou um papel crucial na fase inicial do projeto, fornecendo uma base sólida para o desenvolvimento abrangente e específico. A opção pela pesquisa qualitativa permitiu uma abordagem mais profunda, explorando as experiências dos alunos no ensino da função quadrática com o GeoGebra.

Ao analisar detalhadamente as atividades realizadas, aliada às percepções dos alunos, mostra a relevância do GeoGebra como ferramenta pedagógica no ensino de função quadrática. Os resultados obtidos indicam que a abordagem prática e visual proporcionada pelo software contribuiu significativamente para a compreensão dos conceitos, tornando as aulas mais dinâmicas e envolventes.

Os alunos, em sua maioria, demonstraram habilidades notáveis ao lidar com as atividades propostas, destacando a interatividade, novidade e aplicação prática dos conhecimentos teóricos como pontos positivos.

Assim, concluiu-se que os objetivos do projeto foram alcançados. Isso foi verificado por meio de análises qualitativas, obtidas através observação durante a aplicação do projeto e nas resoluções dos problemas apresentados no último teste avaliativo. Além disso, a percepção dos alunos, expressa por meio de relatos escritos, reforçou a constatação de que o GeoGebra desempenha um papel significativo no aprimoramento da aprendizagem no estudo das quadráticas. De maneira efetiva, o uso do programa facilitou a compreensão do conteúdo trabalhado.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Andrade Marcelle de. **Matemática Interligada: Funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica**. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

CUNHA, César Pessoa. A Importância da Matemática no Cotidiano. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**. Edição 04. Ano 02, Vol. 01. Julho de 2017.. Disponível em: <<https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/matematica-no-cotidiano>>. Acesso em 09 de janeiro de 2022.

CRESWELL, J. W. **Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches**. Sage publications. 2014.

DANTE, LUIZ ROBERTO. **Matemática: Contexto & Aplicações**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

DIAS, Lindomar Porpino. **O Ensino de Funções do 2º grau com o uso do Software Geogebra: uma experiência no 1º ano do Ensino Médio**. Rio Tinto - PB: [s. n.], 2017. 60 p. Disponível em: <<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/3288/1/LPD19062017.pdf>> Acesso em 11 de janeiro de 2022.

IEZZI, Gelson *et al.* **Matemática: Ciência E Aplicação**. 6. ed. atual. São Paulo: Saraiva, 2010.

JESUS, Danilo do Nascimento de. O uso do software geogebra para o ensino de função do 2º grau: o caso da 1º série do ensino medio da escola deferal: Orientador: Profa. Dra. Maria Madalena Dullius. 2018. 106 f. **Dissertação (Mestrado) - UNIVATES, Mestrado**, 2018. Disponível em: <<https://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/2491/1/2018DanilodoNascimentodeJesus.pdf>>, Acesso em 10 de janeiro de 2022.

BACELAR JÚNIOR, José Da Silva. Uso do geogebra no ensino da trigonometria. **Dissertação** (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/5999>>. Acesso em 11 de janeiro de 2022.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2. ed. rev. Novo Hamburgo - Rio Grande do Sul - Brasil: Editora Feevale, 2013.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**.

1. ed. São Paulo – SP: CORTEZ EDITORA, 2014. 197 p.

SILVA, Lucinete Barbosa; MIRANDA, Deiziane Coutinho. Software geogebra no ensino de Função do 2º grau: um estudo do comportamento dos gráficos. **VII Congresso Nacional de Educação**, 2020. Disponível em:

<<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/69561>>. Acesso em 11 de janeiro de 2022.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática: ensino médio**. 6. ed. São Paulo: SARAIVA, 2010. 320 p. v. 1. ISBN 978-85-02-09413-0.

ANEXOS

ANEXO A - QUESTIONÁRIOS

ALUNO 1, estudante do 1º (primeiro) ano do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio: [Relato escrito realizado em 02 de novembro de 2023]. Questionário. São Raimundo Nonato PI, 2023. Relato Escrito concedido ao artigo “USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA PARA ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO” da escola CEEP – Gercílio de Castro Macêdo.

ALUNO 2, estudante do 1º (primeiro) ano do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio: [Relato escrito realizado em 02 de novembro de 2023]. Questionário. São Raimundo Nonato PI, 2023. Relato Escrito concedido ao artigo “USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA PARA ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO” da escola CEEP – Gercílio de Castro Macêdo.

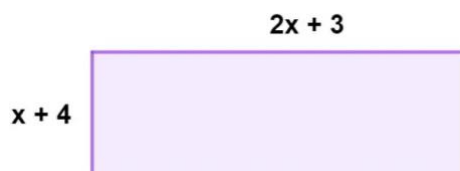
ALUNO 3, estudante do 1º (primeiro) ano do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio: [Relato escrito realizado em 02 de novembro de 2023]. Questionário. São Raimundo Nonato PI, 2023. Relato Escrito concedido ao artigo “USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA PARA ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO” da escola CEEP – Gercílio de Castro Macêdo.

ALUNO 4, estudante do 1º (primeiro) ano do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio: [Relato escrito realizado em 08 de dezembro de 2023]. Questionário. São Raimundo Nonato PI, 2023. Relato Escrito concedido ao artigo “USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA PARA ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO” da escola CEEP – Gercílio de Castro Macêdo.

ALUNO 5, estudante do 1º (primeiro) ano do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio: [Relato escrito realizado em 08 de dezembro de 2023]. Questionário. São Raimundo Nonato PI, 2023. Relato Escrito concedido ao artigo “USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA PARA ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO” da escola CEEP – Gercílio de Castro Macêdo.

ANEXO B - PRÉ-TESTE

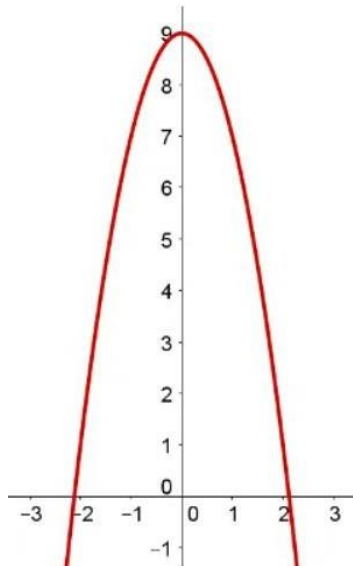
1. A área do retângulo a seguir é igual a 117 m^2 :



Determine, o valor de x é:

- (A) 2
 - (B) 3
 - (C) 4
 - (D) 5
 - (E) 6
2. Sobre o número de soluções da equação $x^2 + 2x + 1 = 0$, podemos afirmar que:
- (A) a equação possui $\Delta = 0$, portanto possui 2 soluções reais.
 - (B) a equação possui $\Delta < 0$, portanto não possui soluções reais.
 - (C) a equação possui $\Delta > 0$, portanto possui 2 soluções reais
 - (D) a equação possui $\Delta = 0$, portanto possui 1 única solução real.
 - (E) a equação possui $\Delta > 0$, portanto possui infinitas soluções reais.
3. Qual deve ser o valor k na equação do 2º grau $x^2 + 8x + k - 1 = 0$ que faz com que essa equação possua uma única solução real?
4. As raízes da equação $x^2 + bx + c = 0$ são os números 1 e 7. Então, podemos afirmar que o valor de $b + c$ é:
- (A) -2
 - (B) -1
 - (C) 0
 - (D) 1
 - (E) 2

5. Determine as raízes da equação $2x^2 - 3x - 5 = 0$
6. O gráfico a seguir pertence a uma função $f(x)$ do segundo grau, com domínio e contradomínio no conjunto dos números reais. A respeito dessas funções, assinale a alternativa correta:



- (A) Toda função do segundo grau pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$.
- (B) O coeficiente “a” dessa função é positivo.
- (C) O valor do coeficiente “c”, nessa função, é igual a 9.
- (D) Não é possível determinar as raízes dessa função unicamente a partir de seu gráfico. Para isso, a lei de formação sempre será necessária.
- (E) $f(2) = 0$ e $f(-2) = 0$.

7. A função $f(x) = x^2 + 6x - 36$, definida nos números reais, possui ponto de mínimo de coordenadas:
- (A) (3, 45)
- (B) (3, -45)
- (C) (-3, 45)
- (D) (0,0)
- (E) (-3, -45)
8. Determine os pontos de encontro do gráfico da função $f(x) = x^2 + 6x + 8$, definida nos números reais, com o eixo x.

ANEXO C - SEQUÊNCIA DIDÁTICA: REVISANDO AS FUNÇÕES QUADRÁTICAS COM O GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁTICO

1. FUNÇÃO QUADRÁTICA

Chamamos de função quadrática, uma função f , de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, que a todo número $x \in \mathbb{R}$ associa o número $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e c reais, e $a \neq 0$.

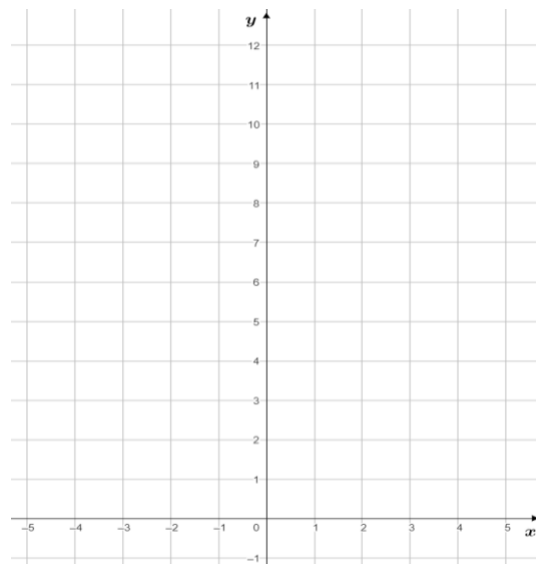
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$Y = ax^2 + bx + c \text{ ou } f(x) = ax^2 + bx + c$$

1.1 GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

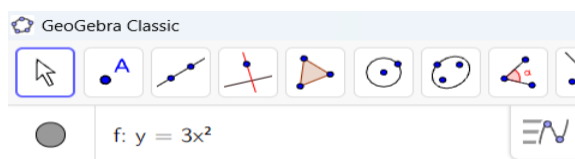
Preencha a tabela abaixo, e construa o gráfico da função g , de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $y = g(x) = 3x^2$ na malha quadriculada abaixo.

x	$y = g(x) = 3x^2$	(x, y)
-2	$y = g(-2) = 3 \cdot (-2)^2 = 12$	$(-2, 12)$
-1		
0		
1		
2		

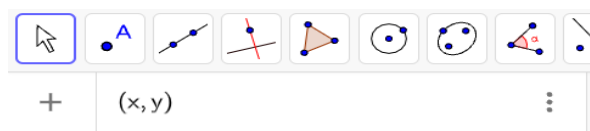


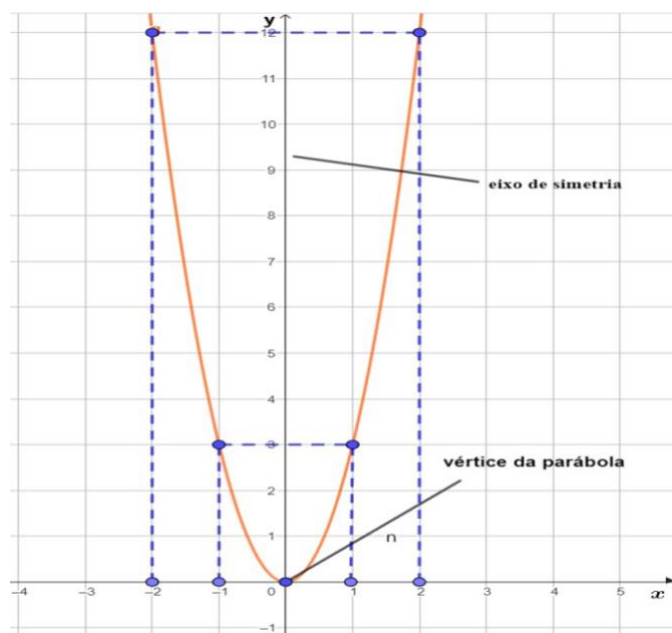
Utilize o Geogebra para auxiliar na construção do gráfico previamente elaborado por você.

- ✓ Na caixa de entrada digite a função $y = 3x^2$



- ✓ Digite os pontos encontrados em 1.1 na caixa da seguinte forma:





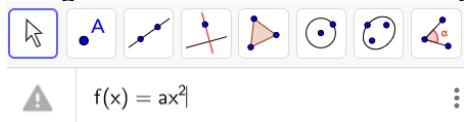
Verifique se o gráfico que foi criado manualmente está em conformidade com o gráfico gerado no GeoGebra.

Observações: A parábola possui um **eixo de simetria** que, no gráfico construído acima, coincide com o eixo y . Observe que o eixo de simetria intersecta a parábola em um único ponto, conhecido como **vértice da parábola**. Neste caso específico, as coordenadas do vértice são $(0,0)$.

ANEXO D - CONCAVIDADE E ABERTURA DA PARÁBOLA

O coeficiente a de uma função quadrática $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$ fornece informações a respeito da concavidade da parábola, que pode ser voltada para cima ou para baixo, além de características de sua abertura que pode ser maior ou menor.

Atividade 01: Copie a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ e cole-a na caixa de entrada do Geogebra, como demonstrado na figura abaixo.



Arraste o controle deslizante para alterar o valor de 'a' e observe como o gráfico da função quadrática é afetado.

a) O que acontece com o gráfico quando 'a' é positivo?

b) E quando é negativo?

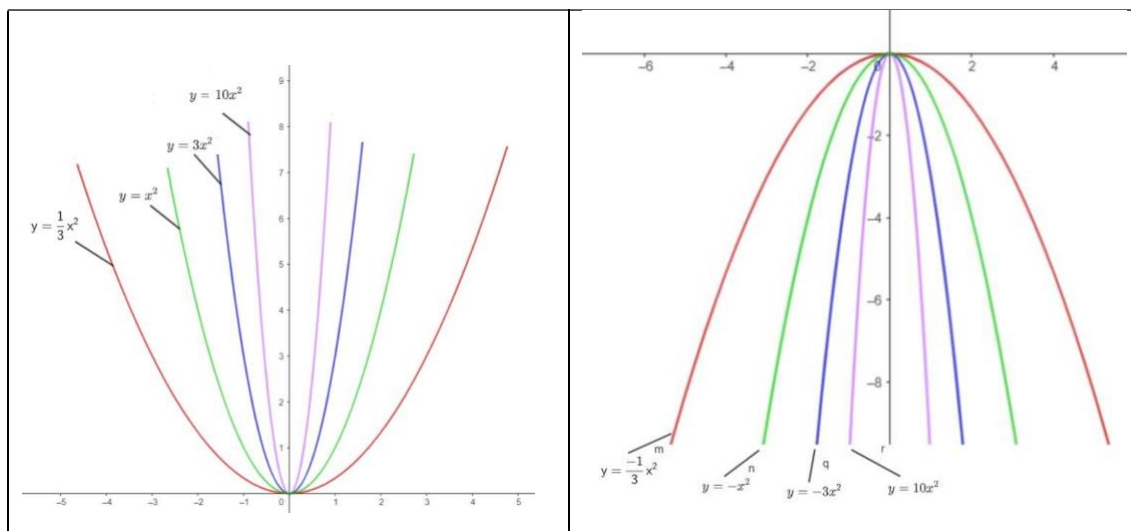
c) Como 'a' afeta a forma da parábola?

De modo geral:

Se o coeficiente a é positivo ($a > 0$), a concavidade da parábola voltada **para cima**.

Se o coeficiente a é negativo ($a < 0$), a concavidade da parábola voltada **para baixo**.

Compare os gráficos das funções quadráticas $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, do tipo $f(x) = ax^2$ com $a \neq 0$, para alguns valores de a .



ANEXO D - PONTOS DE INTERSEÇÃO DO GRÁFICO

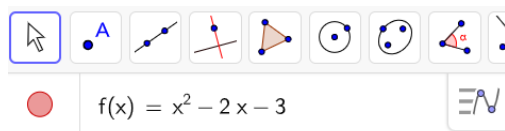
Em uma parábola, destacam-se pontos que facilitam a construção do gráfico de uma função quadrática. Estes pontos notáveis podem ser divididos em três categorias:

- Os ponto(s) de interseção da parábola com o eixo das abscissas (**também conhecidos como raízes**);
- O ponto de interseção da parábola com o eixo das ordenadas (**representando o coeficiente c**);
- O vértice da parábola.

Atividade 02: Dada a função $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Utilizando o Geogebra, verifique inicialmente se os pares ordenados $(-1,0)$ e $(3,0)$ são raízes da função. Em seguida, determine se o ponto $(1, -4)$ representa o vértice da parábola e se este corresponde a um ponto de máximo ou mínimo.

Roteiro:

Insira a equação na caixa de entrada do geogebra como indicado na figura abaixo:



Solução:

Possível solução:

1. Utilizando o Geogebra, podemos verificar se os pares ordenados $(-1,0)$ e $(3,0)$ são raízes da função $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Para fazer isso, basta substituir x por -1 e 3 na função e verificar se o resultado é igual a zero. Se $f(-1) = 0$ e $f(3) = 0$, então esses pares ordenados são de fato raízes da função.
2. Para determinar se o ponto $(1, -4)$ representa o vértice da parábola, podemos usar o fato de que o vértice de uma parábola no formato $f(x) = ax^2 + bx + c$ é dado por (h, k) , onde $h = \frac{-b}{2a}$ e $k = f(h)$. No caso da função $f(x) = x^2 - 2x - 3$, temos $a = 1$ e $b = -2$. Portanto, $h = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1$ e $k = f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$. Assim, o ponto $(1, -4)$ representa o vértice da parábola.
3. Para determinar se o vértice é um ponto de máximo ou mínimo, podemos observar o coeficiente 'a' na função. Se 'a' for positivo, o vértice representa um ponto mínimo, e se 'a' for negativo, o vértice representa um ponto máximo. No caso de $f(x) = x^2 - 2x - 3$, 'a' é igual a 1, que é positivo, portanto, o ponto $(1, -4)$ representa um ponto de mínimo da parábola.

ANEXO E - ZERO DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Os zeros de uma função quadrática corresponde aos pontos que a parábola corta o eixo x , ou seja, são os valores reais de x para os quais a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ se anula $f(x) = 0$. Dessa maneira, para obtermos os zeros, atribuímos o valor 0 para $f(x)$ e resolvemos a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

Para obtermos as raízes da equação do 2º grau, utilizamos a formula $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

em que $\Delta = b^2 - 4ac$, também chamado de **discriminante**.

De acordo com os valores de Δ , temos três casos possíveis.

1º caso - para $\Delta > 0$ a equação tem duas raízes reais distintas: $x_1 \neq x_2$, ou seja, a função tem dois zeros distintos e a parábola corta o eixo x em dois pontos cujas coordenadas são $(x_1, 0)$ e $(x_2, 0)$.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2º caso – para $\Delta = 0$ a equação tem duas raízes iguais $x_1 = x_2$, ou seja, a função tem zeros iguais e a parábola corta o eixo x em um único ponto, cuja abscissa é $x_1 = x_2$.

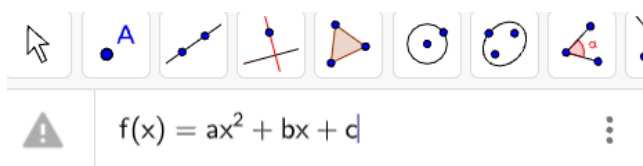
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} \Rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

3º caso – para $\Delta < 0$ a equação não apresenta raízes reais, ou seja, a função não tem zero real e a parábola não corta o eixo x , pois não existem valores reais de x que anulem a função.

Atividade 03: Visualização Gráfica de Funções Quadráticas e Investigação dos Coeficientes.

Roteiro

- ✓ Use a ferramenta de controle deslizante  para criar controles ajustáveis para os coeficientes a , b e c .
- ✓ No campo de entrada, insira a expressão: $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.



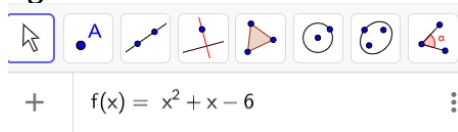
- ✓ Movimente o controle deslizante correspondente ao coeficiente " a ".
 - ✓ Movimente o controle deslizante correspondente ao coeficiente " b ".
 - ✓ Movimente o controle deslizante correspondente ao coeficiente " c ".
- a) Ao ajustar o controle deslizante de a dentro do intervalo especificado, mantendo os controles de b e c constantes, o que você observou? Explique.
- b) Ao ajustar o controle deslizante de b de acordo com o intervalo especificado, e mantendo os controles a e c constantes, o que você observou? Explique.

- c) Ao ajustar o controle deslizante de c de acordo com o intervalo especificado, e mantendo os controles a e b constantes. O que você observou? Explique.

Atividade 04: Represente graficamente as funções a seguir, identificando seus zeros e determinando a concavidade, quando aplicável.

a) $f(x) = x^2 + x - 6$

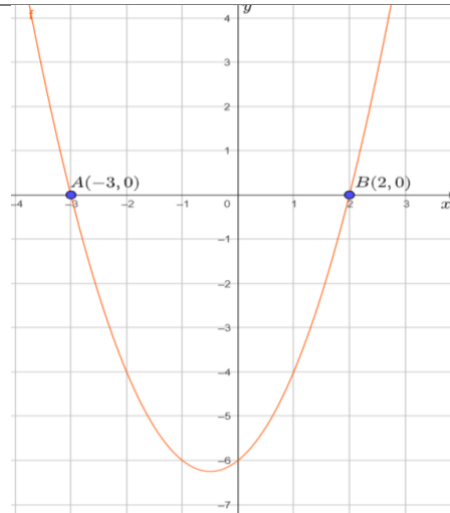
Insira a equação na caixa de entrada do geogebra como indicado na figura abaixo:



$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 > 0$$

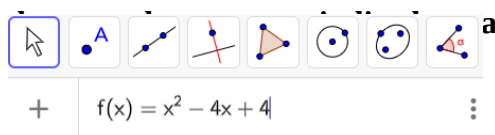
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 5}{2} \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$



Os zeros de f são 2 e 3, e a parábola corta o eixo x nos pontos $(-3,0)$ e $(2,0)$.

b) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

Insira a equação na caixa de entrada



$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

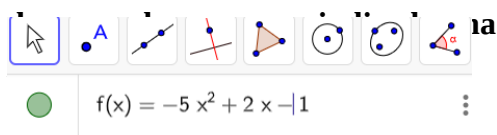
$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 0}{2} \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

O zero de f é 2, e a parábola corta o eixo x no ponto $(2,0)$.

c) $f(x) = -5x^2 + 2x - 1$

Insira a equação na caixa de entrada



$$f(x) = 0 \Rightarrow -5x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-1) = -16 < 0$$

Como $\Delta < 0$, a equação não possui raízes reais. Assim, f não tem zero real e a parábola não corta o eixo x .

ANEXO F - VÉRTICE DA PARÁBOLA E VALOR MÁXIMO OU MÍNIMO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

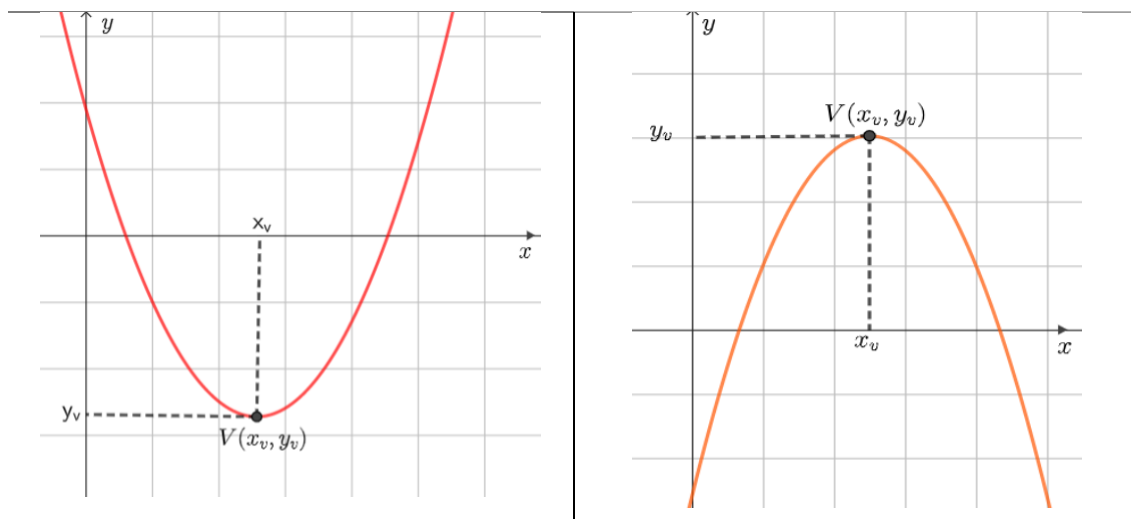
As coordenadas do vértice da parábola ajudam na construção do gráfico de uma função quadrática, além de permitir determinarem o conjunto imagem e o valor máximo ou mínimo da função. A função assume valor máximo ou valor mínimo na abscissa x_v , do vértice $V(x_v, y_v)$ da parábola correspondente.

- $a > 0$

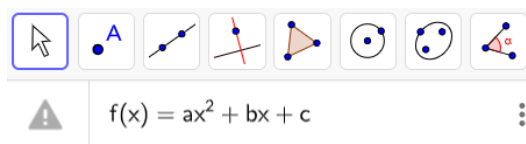
- ✓ A parábola tem concavidade para cima;
- ✓ O valor mínimo é dado por $y = -\frac{\Delta}{4a}$, e V é denominado ponto de mínimo da parábola;
- ✓ $Im(f) = \left[-\frac{\Delta}{4a}, +\infty\right[$ ou $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} | y \geq y_v\}$

- $a < 0$

- ✓ A parábola tem concavidade para baixo;
- ✓ O valor de máximo é dado por $y = \frac{-\Delta}{4a}$, e V é denominado o ponto de máximo da parábola;
- ✓ $Im(f) =]-\infty, \frac{-\Delta}{4a}]$ ou $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} | y \leq y_v\}$



Atividade 05: Na caixa de entrada, insira a função quadrática geral: $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Explore diferentes valores para 'a', 'b' e 'c' e observem as mudanças no gráfico e na posição do vértice.

- De que maneira o coeficiente 'a' influencia a localização do vértice da parábola e como podemos determinar se a parábola atinge um valor máximo ou mínimo com base no valor de 'a'?
- Como o coeficiente 'b' influencia a posição do vértice da parábola e em quais circunstâncias podemos estabelecer se a parábola apresenta um valor máximo ou mínimo com base no valor de 'b'?
- Como o coeficiente 'c' afeta a posição do vértice da parábola? Analisar de que forma 'c' influencia tanto a existência quanto a localização dos valores máximos e mínimos da função.

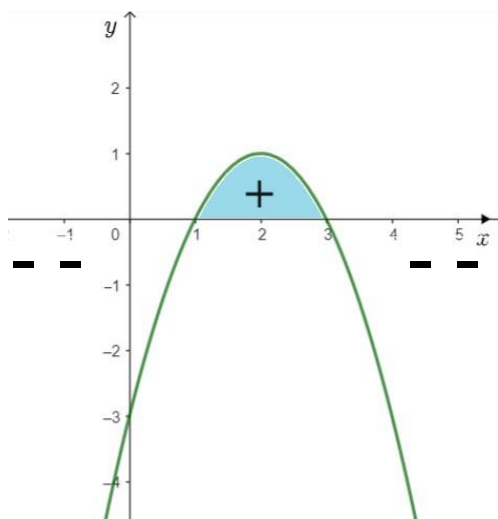
Estudo do sinal de uma função quadrática

Estudar o sinal da função f significa descobrir os valores de $x \in D(f)$ para os quais $f(x) < 0$ ou $f(x) = 0$ ou $f(x) > 0$.

Agora vamos fazer o estudo de algumas funções:

a) Faça o estudo do sinal da função

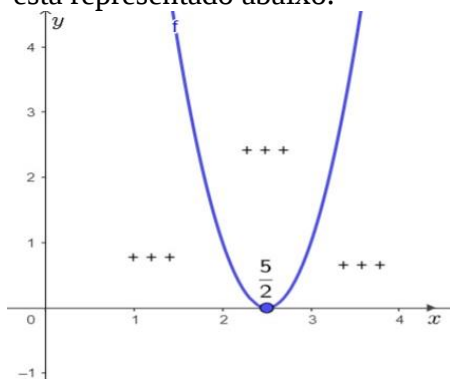
$f(x) = -x^2 + 4x - 3$, no qual o gráfico está representado abaixo.



Analisando o esboço do gráfico, temos:

$$\begin{aligned} f(x) &< 0 \text{ para } x < 1 \text{ ou } x > 3 \\ \{ f(x) &= 0 \text{ para } x = 1 \text{ ou } x = 3 \\ f(x) &> 0 \text{ para } 1 < x < 3 \end{aligned}$$

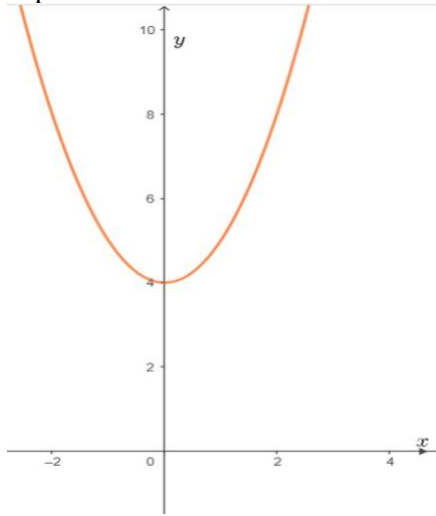
b) Faça o estudo da função $f(x) = 4x^2 - 20x + 25$, no qual o gráfico está representado abaixo.



Analisando o esboço do gráfico, temos:

$$\begin{aligned} f(x) &> 0 \text{ para } x \neq \frac{5}{2} \\ \{ f(x) &= 0 \text{ para } x = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

- c) Faça o estudo do sinal da função $f(x) = x^2 + 4$, no qual o gráfico está representado abaixo.



Analisando o esboço do gráfico, temos:

$$f(x) >$$

0 para qualquer valor real de x

ANEXO G - QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO SOBRE O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

1. Você já tinha utilizado o GeoGebra antes deste projeto? Se sim, em qual contexto?

4. Na sua opinião, como o GeoGebra auxiliou no entendimento das funções quadráticas?

- ☐ Melhorou bastante
- ☐ Melhorou
- ☐ Não fez diferença
- ☐ Dificultou Dificultou
- ☐ bastante

Resposta aberta: _____

5. O que mais gostou no uso do GeoGebra durante as aulas de funções quadráticas?

6. O que achou mais desafiador ou difícil no uso do GeoGebra?

7. Você sentiu que o GeoGebra tornou as aulas mais interessantes? Por quê?

☐ Sim

☐ Não

Resposta aberta: _____

8. Você acredita que o uso do GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos de funções quadráticas em comparação com métodos tradicionais?

☐ Sim

☐ Não

☐ Não sei

Resposta aberta: _____

ANEXO H - PÓS – TESTE

1. Preencha a tabela abaixo, e construa o gráfico da função g , de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $y = g(x) = 3x^2$ na malha quadriculada abaixo.

x	$y = g(x) = 3x^2$	(x, y)
-2	$y = g(-2) = 3 \cdot (-2)^2 = 12$	$(-2, 12)$
-1		
0		
1		
2		

2. Um retângulo que representa uma quadra de esportes cuja área mede 480 m^2 . Seu comprimento (em metros) é quatro metros maior que o triplo de sua largura. Calcule as dimensões desta quadra.

3. Sobre o número de soluções da equação $x^2 + 2x + 2 = 0$, podemos afirmar que:

- (A) a equação possui $\Delta = 0$, portanto possui 2 soluções reais.
- (B) a equação possui $\Delta < 0$, portanto não possui soluções reais.
- (C) a equação possui $\Delta > 0$, portanto possui 2 soluções reais
- (D) a equação possui $\Delta = 0$, portanto possui 1 única solução real.
- (E) a equação possui $\Delta > 0$, portanto possui infinitas soluções reais.
4. Qual deve ser o valor k na equação do 2º grau $x^2 + 8x + k + 2 = 0$ que faz com que essa equação possua duas soluções reais? A soma das soluções da equação $x^2 + 4x - 5 = 0$ é igual a:
- A) -5
- B) -4
- C) -1
- D) 0
- E) 1
5. Sabe-se que o custo de C para produzir x unidades de certo produto é dado pela expressão $C = x^2 - 80x + 3000$. Calcule o a quantidade de unidades produzidas para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.
6. Uma função do 2º grau nos dá sempre:
- A) uma reta
- B) uma hipérbole
- C) uma parábola
- D) uma elipse
7. Certa doença atinge uma comunidade e o número de pessoas infectadas varia de acordo com a função $Q(d) = -d^2 + 100d - 1600$ sendo d o número de dias desde o início do diagnóstico inicial. Em quantos dias 900 pessoas serão infectadas?
- A) 7
- B) 20
- C) 25
- D) 50
- E) 80