



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS SÃO RAIMUNDO NONATO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

KAYO WILLIAN DOS SANTOS VILANOVA MARQUES DE LIMA

**CONTRIBUIÇÕES DO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA
PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM PARA ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO
MÉDIO**

SÃO RAIMUNDO NONATO - PI

2023

KAYO WILLIAN DOS SANTOS VILANOVA MARQUES DE LIMA

**CONTRIBUIÇÕES DO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA
PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM PARA ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO
MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico)
apresentado como exigência parcial para obtenção
do diploma do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus São
Raimundo Nonato.

Orientadora: Prof^a. Me. Dalton Francisco Carvalho
Sousa

SÃO RAIMUNDO NONATO - PI

2023

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de resolução de problemas inspirada nas diretrizes de George Polya. Utilizamos exercícios provenientes do banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), os quais abordam aplicações relacionadas às funções afins. O objetivo desse foi realizar um levantamento das concepções prévias dos estudantes acerca do conteúdo de função afim e analisar de que maneira a aplicação do método de resolução de problemas de Polya pode contribuir para o desenvolvimento do conteúdo de Função Afim no 1º ano do Ensino Médio para um desenvolvimento mais efetivo diante das questões sobre funções afins presentes na OBMEP. Os resultados indicaram que a utilização da metodologia de Polya foi uma estratégia eficaz para superar as dificuldades identificadas neste estudo. Essas conclusões não apenas enriquecem a compreensão do ensino da função afim, como também oferecem informações valiosas para futuras ações pedagógicas.

Palavras-chave: resolução de problemas; george polya; função afim, olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas (OBMEP).

ABSTRACT

This paper presents a problem-solving proposal inspired by the guidelines of George Polya. We utilized exercises from the OBMEP question bank, which address applications related to linear functions. The aim of this study was to survey students' prior conceptions regarding linear function content and to analyze how the application of Polya's problem-solving method could contribute to the development of linear function content in the first year of high school for a more effective approach to questions on linear functions present in the OBMEP. The results indicated that the use of Polya's methodology was an effective strategy for overcoming the difficulties identified in this study. These conclusions not only enrich the understanding of teaching linear functions but also provide valuable insights for future pedagogical actions.

Keywords: problem-solving; george polya; affine function, brazilian public school mathematics olympiad (OBMEP).

Data de aprovação: 28/02/2024 (data de apresentação do TCC)

¹ Licenciatura em Matemática, IFPI – Campus São Raimundo Nonato. Kaiow563@gmail.com

² Mestre em Ensino de Matemática IFPI – Campus São Raimundo Nonato. dalton.sousa@ifpi.edu.br

1 INTRODUÇÃO

Diariamente, os conteúdos relacionados à área de ciências são considerados difíceis por grande parte dos alunos. Isso ocorre em grande parte devido à natureza abstrata de muitos dos conceitos, tornando-os incompreensíveis. Um exemplo notável dessa dificuldade é a função afim, que continua a ser um obstáculo para grande parte dos estudantes. O conceito de função é fundamental na matemática, já que seus princípios estão associados às bases essenciais dessa disciplina. (BARRETO, 2008).

Nas salas de aula, é frequente encontrar alunos com diferentes níveis de dificuldade, especialmente ao abordar o conteúdo da função afim no ensino de matemática. Um dos desafios diários é promover um ensino que estimule uma compreensão mais profunda do conteúdo e capacite o aluno a se tornar um sujeito crítico em seu processo de aprendizagem. Além disso, é fundamental considerar a necessidade de integrar essa ciência com os aspectos socioculturais dos estudantes (Souza; Ohija; Pereira, 2018). Polya (1995), descreve um processo em quatro fases que ajuda a utilizar a resolução de problemas para aprimorar a compreensão deste conteúdo, que são: a compreensão do problema, o planejamento de uma estratégia, a execução do plano e a revisão do problema. No entanto, Polya (1995), ressalta a necessidade de os estudantes aplicarem suas competências e habilidades adquiridas no dia a dia para promover uma aprendizagem significativa. Além disso, é fundamental que manifestem o interesse em resolver o problema. Pois, as etapas delineadas por Polya, são apenas um guia no processo de ensino-aprendizagem, longe de representar uma fórmula infalível.

Diante disso, este estudo busca demonstrar o outro lado da aprendizagem, desconstruindo os receios dos alunos sobre problemas que são enfrentados no decorrer da compreensão do conteúdo função afim, que muitas vezes parecem ser difíceis ou até impossíveis de serem resolvidos, mas isso só será possível através da prática. Conforme é descrito por Polya (1978, p.55):

Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esqui ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. [...] se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom 'resolvedor de problemas' tem que resolver problemas.

Nesse sentido, o objetivo geral desse trabalho é analisar de que maneira a aplicação do método de resolução de problemas de Polya pode contribuir significativamente para o desenvolvimento do conteúdo de Função Afim no 1º ano do Ensino Médio. Para tanto, foram delimitados os seguintes objetivos específicos:

- Avaliar o nível prévio de conhecimento dos alunos em relação ao conteúdo de Função Afim, por meio de diagnósticos e avaliações iniciais.
- Apresentar de forma clara e didática o método de resolução de problemas proposto por Polya, destacando suas etapas e estratégias.
- Aplicar o método de Polya na resolução de atividades específicas relacionadas à Função Afim, promovendo a prática e a aplicação direta do método no contexto do conteúdo em questão.
- Realizar aplicação de questionários para verificar o progresso e o nível de desenvolvimento dos alunos ao longo do período de aplicação do método de Polya.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção tem como objetivo contribuir para as discussões sobre a resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem, abordando a perspectiva de George Polya. Serão exploradas as etapas fundamentais propostas por Polya para a resolução de problemas, aplicando-as especificamente ao estudo das funções afins.

2.1 Resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem

Os desafios matemáticos são associados ao nosso cotidiano, evidenciando-se em atividades tão simples como por exemplos verificar as horas, contar elementos ou realizar uma compra. A resolução de problemas faz parte da experiência humana, existindo mesmo antes do surgimento dos números. Dante (1991) descreve os problemas matemáticos como qualquer situação que necessite do pensamento do indivíduo para ser solucionada. Para resolver tais problemas, é necessário adquirir novas informações e estabelecer relações entre elementos conhecidos e os contidos no objetivo proposto para ser alcançado (Pereira, 1980). Dessa forma, a resolução de problemas por meio de situações-problema contribui de forma significativa para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem do estudante, pois aborda contextos presentes no ambiente sociocultural do aluno. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (1998) destacam que:

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p.40).

De acordo com Dante (2009, p.18), “Um dos principais objetivos do ensino de matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar situações-problema que o envolvam, o desafiem e motivem a querer resolvê-las.” A abordagem não se restringe à memorização, mas sim envolve à busca de conhecimento por meio de novas ideias. Isso implica não se render à mecanização de métodos repetitivos, mas sim explorar estratégias diferenciadas, como destaca Sousa (2005, p.3):

A resolução de problemas é uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, criando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação.

A importância da resolução de problemas é destacada por Polya (1978), pois, segundo ele, o ensino não deve restringir-se apenas ao treinamento de técnicas matemáticas e atividades mecânicas, uma abordagem que fica aquém do nível de complexidade encontrado em um simples livro de receitas culinárias. A distinção reside no fato de que as receitas culinárias permitem espaço para a imaginação e análise por parte do cozinheiro, ao passo que as "receitas matemáticas" frequentemente não oferecem essa mesma margem de flexibilidade e criatividade. Nesse contexto, a resolução de problemas emerge como uma poderosa aliada no processo de ensino-aprendizagem de matemática, guiando o aluno rumo a uma compreensão mais profunda e significativa do conteúdo (Stanic; Kilpatrick, 1989).

2.2 George Polya

George Pólya, é um conhecido matemático, nascido em 13 de dezembro de 1887 em Budapeste, Hungria, proveniente de uma família judaica de origem polonesa, viveu nesta cidade até concluir seus estudos secundários. Apesar da ênfase monótona e considerada sem utilidade na aprendizagem baseada na memória pela escola que frequentava, destacou-se como um excelente estudante (Pinheiro, 2017).

Graduou-se em 1905, sendo um dos quatro melhores alunos, conquistando uma bolsa de estudo na Universidade de Budapeste. Inicialmente, seguiu os passos de seu pai e cursou Direito, mas desencantado com a monotonia, mudou para línguas e literaturas. Seu percurso acadêmico revelou um interesse crescente em Latim, Física, Filosofia e, finalmente, em Matemática, onde concluiu seu doutorado em 1912.

Em 1913, partiu para Göttingen, onde teve contato com Hilbert e publicou uma de suas maiores contribuições, a solução do problema do passeio aleatório. No mesmo ano, foi para Paris para seu pós-doutorado e, em 1914, assumiu um cargo na Universidade de Zurique, onde conheceu Hurwitz. Durante a Segunda Guerra Mundial, evitou o serviço militar, retornando à Hungria após o conflito. Casou-se com Stella Weber em 1918. Em 1942, aceitou o cargo de professor na Universidade de Stanford, onde permaneceu até sua retirada do ensino em 1953. Infelizmente, George Polya faleceu no dia 07 de setembro de 1985 em Palo Alto, Califórnia, Estados Unidos (Pinheiro, 2017).

George Polya fez contribuições significativas em teoria dos números, análise matemática, probabilidade e heurística matemática. Sua notável capacidade de explicar conceitos matemáticos de forma clara e acessível o tornou um educador inspirador. Ele é lembrado por suas contribuições para a resolução de problemas e métodos heurísticos na matemática (Pinheiro, 2017).

Seu livro "*How to Solve It*" (Como Resolver) é uma obra clássica, apresentando abordagens sistemáticas para a resolução de problemas matemáticos e oferecendo valiosos conselhos sobre o processo de pensamento criativo. Assim, George Polya é recordado como um matemático proeminente e um educador influente que deixou uma marca significativa no desenvolvimento e no ensino da matemática (Pinheiro, 2017).

2.3 Etapas de resolução de problemas na perspectiva de George Polya

A resolução de problemas matemáticos frequentemente é considerada como complexa e desafiadora por muitos estudantes. No entanto, George Polya (2006) propõe um processo de resolução que visa desmistificar essa ideia. Ele enfatiza que:

Primeiro que tudo, o enunciado verbal do problema precisa ficar bem entendido. O aluno deve também estar em condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante. Daí porque, raramente, pode o professor dispensar as indagações: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? (POLYA, 2006, p.5).

A observação de George Polya destaca a significância de uma compreensão aprofundada do enunciado de um problema. O autor destaca que, antes de tudo, é fundamental que o aluno compreenda completamente o que está sendo solicitado na questão. Isso vai além da simples leitura do enunciado e envolve a identificação das partes essenciais, como a incógnita (o valor desconhecido a ser determinado), os dados fornecidos e as condições ou restrições apresentadas.

Diante dessa perspectiva, torna-se essencial que os docentes conduzam questionamentos aos estudantes. Essas perguntas têm o propósito de instigar os alunos a compreenderem e organizarem o problema de maneira estruturada. Esse processo de questionamento orientado pelo professor visa aprimorar a habilidade dos estudantes na

interpretação e resolução de problemas matemáticos, desenvolvendo uma abordagem mais eficiente.

A etapa subsequente, conforme delineada por George Polya (2006), consiste em uma vez concluída a interpretação, estabelecer um plano. Diante disso, Polya (2006), descreve que na resolução de problemas matemáticos, é fundamental considerar elementos do conhecimento matemático já adquirido, como problemas previamente resolvidos e teoremas anteriormente demonstrados. Nesse contexto, é frequentemente recomendado iniciar o processo perguntando: "Conhece um problema correlato?". Assim, o autor destaca a importância de aproveitar experiências matemáticas anteriores ao abordar novos desafios.

Polya (2006) salienta que o entendimento de um plano pelo estudante sinaliza sua capacidade para a resolução do problema. Contudo, o autor destaca como terceira etapa:

O plano proporciona apenas um roteiro geral. Precisamos ficar convictos de que os detalhes inserem-se nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e que não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro. POLYA (2006, p.10).

Essa etapa destaca a relevância da implementação do plano, que funciona como um guia. Entretanto, é crucial examinar cuidadosamente o problema para conduzir a resolução de forma a evitar possíveis erros.

Para concluir as fases delineadas, Polya (2006) destaca a relevância de revisar os processos percorridos durante a resolução do problema.

"Ao realizar um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando tanto o resultado final quanto o percurso que levou a ele, os estudantes podem consolidar seu conhecimento e aprimorar sua capacidade de resolver problemas" (Polya, 2006, p. 12).

2.4 Função Afim

A Função Afim desempenha um papel crucial em diversas áreas do conhecimento, com destaque para sua aplicação em contextos matemáticos. Portanto, é essencial compreender sua definição, conforme destacado por Lima (2012, p. 101).

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$. A função identidade $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$, é afim. Também são afins as translações $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + b$. São ainda casos particulares de funções afins as funções lineares, $f(x) = ax$ e as funções constantes $f(x) = b$.

A presença da função afim em exames, como na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), possui ênfase na resolução de problemas contextualizados. Essa abordagem proporciona aos estudantes a oportunidade de aplicar conceitos matemáticos a situações práticas do mundo real, ou seja, trazendo os aspectos socioculturais dos estudantes. De acordo com Dante (2003, p.20).

Situações-problemas são problemas de aplicação que retratam situações reações do dia a dia que exigem o uso da matemática para serem resolvidas... através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma

situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc.

Dessa forma, a função afim desempenha um papel fundamental na área de matemático, como também se destaca como uma ferramenta valiosa em diversas disciplinas, contribuindo para a compreensão de fenômenos lineares em diversos contextos.

3 METODOLOGIA

Este estudo possui uma abordagem quali-quantitativa, que, segundo Marconi e Lakatos (2011, p. 269), "preocupa-se em analisar e interpretar aspectos mais profundos, descrevendo a complexidade do comportamento humano. Fornece uma análise mais detalhada sobre as investigações, hábitos, atitudes, [...], etc".

O instrumento de coleta de dados foi conduzido em duas etapas - pré-teste e pós-teste - por meio da aplicação de um questionário. Conforme Marconi e Lakatos (2003, p. 201), um questionário é "um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas que devem ser respondidas por escrito e sem a presença dos entrevistados." Utilizou-se um questionário composto por 8 questões OBMEP sobre o conteúdo de Função Afim para identificar as concepções prévias dos estudantes e observar como eles interpretavam e respondiam essas questões. Após a etapa inicial, foram ministradas aulas sobre o conteúdo de Função Afim e a resolução de problemas por meio do método Polya. Subsequentemente, aplicaram-se questionários com 3 questões, da OBMEP, para que os estudantes respondessem utilizando o raciocínio do método de Polya.

A pesquisa foi conduzida com 05 estudantes do Instituto Federal do Piauí, campus São Raimundo Nonato, da turma de Progressões, que é ofertada para aqueles que foram reprovados em alguma disciplina, neste caso específico, matemática.

Ao término da coleta de dados, foram gerados gráficos para comparar o desempenho dos alunos no pré-teste e no pós-teste. Os resultados foram discutidos, proporcionando uma análise mais aprofundada sobre o impacto do método de Polya no desenvolvimento do entendimento dos alunos em relação ao conteúdo de Função Afim.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As fases iniciais deste trabalho envolveram a avaliação das concepções prévias dos estudantes do 1º ano do Ensino Médio no Instituto Federal do Piauí sobre o conteúdo de funções afins. Foram utilizadas oito questões da OBMEP para analisar os níveis de dificuldade enfrentados pelos alunos em relação a esse tema. Foram constatados que os estudantes apresentavam desafios ao resolver as questões da OBMEP relacionadas a essa matéria.

Durante a realização do pré-teste, nenhum estudante conseguiu resolver corretamente as questões, mostrando assim a dificuldade para resolver situações-problemas. Isso se deve ao fato deles considerarem as perguntas relacionadas ao conteúdo de função afim bastante complexas, destacando assim, a importância do emprego de estratégias e métodos que facilitem a sua compreensão e auxiliem no processo de Ensino Aprendizagem.

Com o objetivo de auxiliar na compreensão dos alunos, foram utilizadas estratégias baseadas no método de resolução de problemas proposto por George Polya. Esse método foi aplicado no desenvolvimento das questões sobre funções afins, visando proporcionar uma abordagem mais eficaz e clara para os estudantes.

A tabela a seguir apresenta algumas questões utilizadas no pré-teste e pós-teste, nas quais as perguntas do pós-teste foram adaptadas com base no método de resolução de George

Polya para aprimorar o processo de aprendizagem. Cada questão do pós-teste apresentava quatro alternativas “a, b, c e d”, cada um orientando o estudante a seguir um aspecto específico do método de George Polya.

Por exemplo, a alternativa 'a' instruía os alunos a compreender o problema e analisar sua essência. Na alternativa 'b', os alunos eram orientados a traçar um plano, substituindo a ação com métodos matemáticos que poderiam ser empregados para resolver o problema. A letra 'c' exigia que os alunos colocassem o plano em prática e determinassem a conclusão ou resposta alcançada. Por fim, a alternativa 'd' envolvia a revisão do método, instruindo os alunos a verificar os passos anteriores e analisar se o resultado estava em conformidade com o enunciado do problema. A tabela a seguir apresenta as questões que foram aplicadas no pré-teste e pós-teste.

Tabela 1: Primeira questão aplicadas no pré-teste e pós-teste

Questões aplicadas no pré-teste	Questões aplicadas no pós-teste
1. Em certa cidade, uma corrida de táxi custa R\$ 4, 80 a bandeirada, mais R\$ 0,40 por quilometro rodado. Quanto custa uma corrida de 50 quilômetros?	1. Uma fábrica de painéis opera com um custo fixo mensal de R\$ 9 800,00 e um custo variável por painel de R\$ 45,00. Cada painel é vendido por R\$ 65,00. Seja x a quantidade que deve ser produzida e vendida mensalmente para que o lucro mensal seja igual a 20% da receita. a) Analisando a questão, identifique e destaque os elementos essenciais e necessários para a resolução do problema proposto. Quais são eles? b) Quais métodos matemáticos podem ser utilizados em um plano para resolver a questão? c) Ao implementar o método descrito na questão b, qual é a conclusão ou resposta alcançada? d) Verificar os passos anteriores (A, B e C). Após essa revisão, analisar se o resultado obtido está em concordância com o enunciado do problema. Descrever o método utilizado, apresentar o resultado encontrado e concluir se o problema foi resolvido com êxito?

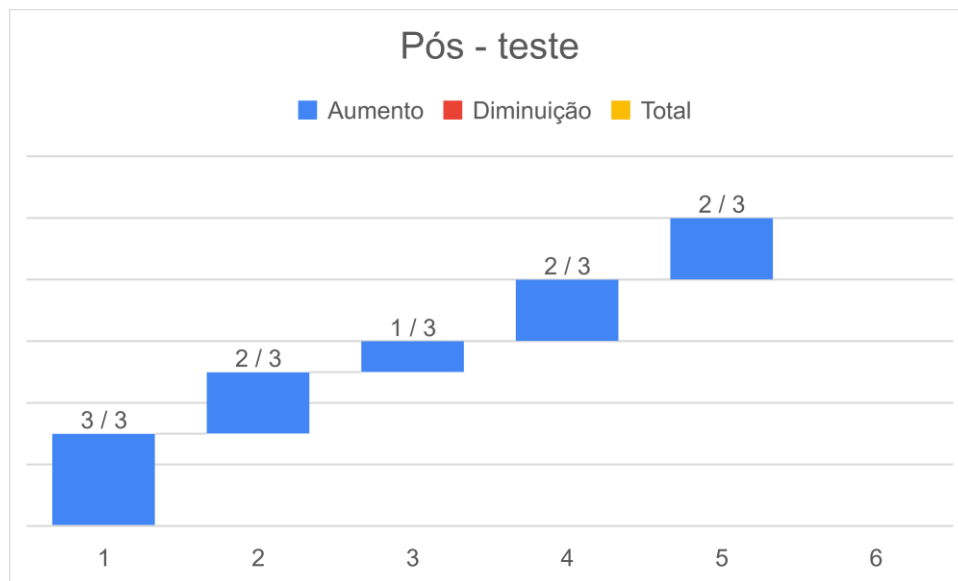
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Conforme demonstrado acima, foi realizado um pós-teste, composto por três questões da OBMEP, para que os alunos pudessem aplicar o método de Polya na resolução desses problemas específicos. Essa abordagem teve como intuito avaliar a eficácia do método na melhoria das habilidades dos estudantes em responder com questões relacionadas ao conteúdo de funções afins.

O pós-teste consistiu-se em três perguntas, cada uma oferecendo alternativas “a, b, c e d”, representando diferentes abordagens do método de Polya. Nessa fase, os estudantes tinham como objetivo compreender o problema e aplicar as estratégias transmitidas em sala de aula, baseadas no método de resolução de problemas de Polya.

Com a implementação do pós-teste, observou-se um avanço significativo, pois os estudantes foram capazes de responder corretamente às questões. O gráfico a seguir apresentam os resultados obtidos no pós-teste.

Gráfico 1: Resultados obtidos através do pós - teste



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Com base nas informações apresentadas no gráfico acima, é notável o avanço expressivo desses estudantes, pois durante o pré-teste nenhum deles conseguiu chegar à resposta correta. Na fase do pós-teste, os estudantes demonstraram progresso ao responder as questões; apenas um estudante não utilizou o método durante a resolução.

Ao analisar os gráficos e a Figura 1 e 2, observa-se que o estudante A obteve sucesso em todas as questões aplicadas no pós-teste, uma vez que, no pré-teste, o mesmo não conseguiu resolver as questões (figura 1), evidenciando um progresso notável atribuível à implementação do método. Este resultado indica que o estudante seguiu os passos preconizados por Polya, compreendendo o problema, observando a estratégia a ser utilizada, executando-a e verificando todo o processo de resolução de maneira eficaz.

Figura 1: Resolução do item 1 do estudante A no pré-teste

1. Em certa cidade, uma corrida de táxi custa R\$ 4,80 a bandeirada, mais R\$ 0,40 por quilometro rodado. Quanto custa uma corrida de 50 quilômetros?
-

$$1) \quad x = 4,80 + 0,40 + 50$$

$$x = 1,92 + 50$$

$$x = 51,92$$

Figura 2: Resolução do item 1 do estudante A no pós-teste

Atividade

1 Uma fábrica de painéis opera com um custo fixo mensal de R\$ 9 800,00 e um custo variável por painel de R\$ 45,00. Cada painel é vendido por R\$ 65,00. Seja x a quantidade que deve ser produzida e vendida mensalmente para que o lucro mensal seja igual a 20% da receita.

a) Analisando a questão, identifique e destaque os elementos essenciais e necessários para a resolução do problema proposto. Quais são eles?

x : 800,00
 R : 65
 L : 45
 L : 20

b) Quais métodos matemáticos podem ser utilizados em um plano para resolver a questão?

Equação do 1º grau
 $L(x) = R(x) - C(x)$
 $L(x) = 0,2 \cdot 65x$
 $L(x) = 13x$

c) Ao implementar o método descrito na questão b, qual é a conclusão ou resposta alcançada?

$L(x) = R(x) - C(x)$
 $13x = 65x - (9800 + 45x)$
 $13x - 65x - 9800 - 45x$
 $13x - 65x + 45x = -9800$

$-7x = -9800$
 $x = (-9800) \div (-7)$ de x e $1 + 4 + 0 + 0 =$
 $x = 1400$

A soma dos algarismos 6

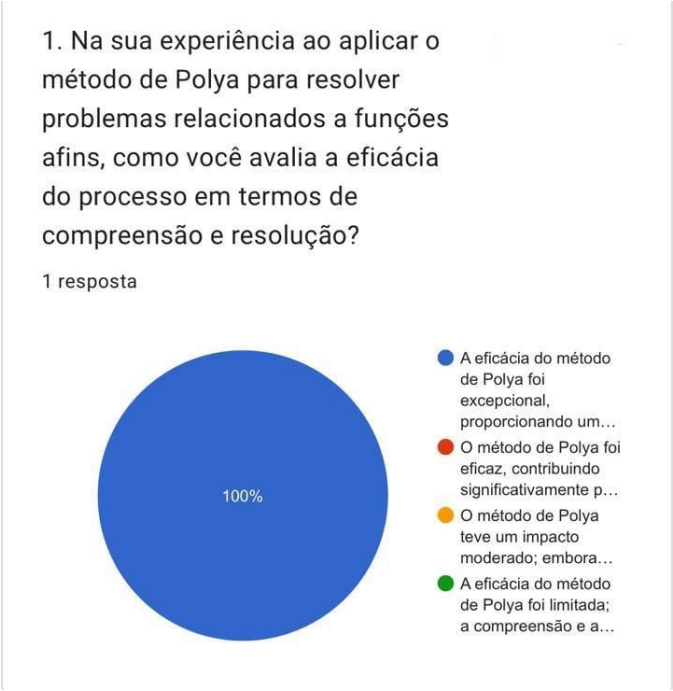
d) Verificar os passos anteriores (A, B e C). Após essa revisão, analisar se o resultado obtido está em concordância com o enunciado do problema. Descrever o método utilizado, apresentar o resultado encontrado e concluir se o problema foi resolvido com êxito?

Sim.
 Encontrei os dados, após isso coloquei a fórmula e encontrei, substituí na fórmula e fiz a conta que obtive a resposta. 5

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

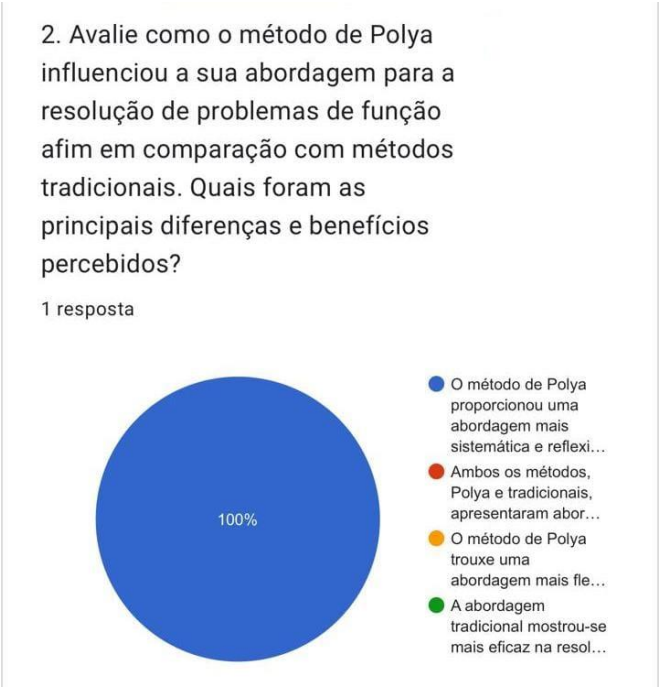
Em busca de avaliar o impacto da aplicação do método de George Polya no processo de Ensino-Aprendizagem dos estudantes, foi conduzido um questionário visando obter as considerações dos alunos em relação ao método, especialmente no desenvolvimento de questões relacionadas ao conteúdo de função afim. As Imagens 3,4 e 5 apresentam algumas das perguntas direcionadas aos estudantes, assim como as respostas obtidas.

Figura 3: Resposta do estudante da pergunta 1 do questionário avaliativo



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 4: Resposta da 2ª questão do questionário avaliativo



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 5: Resposta do estudante sua opinião sobre a aplicação do método

3. Em sua opinião, como a aplicação consistente do método de Polya pode impactar positivamente sua habilidade de enfrentar desafios matemáticos, especialmente aqueles relacionados a funções afins?

1 resposta

De diversas maneiras primeira mente, ao compreender completamente o problema

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 6: Resposta do estudante em relação a contribuição do método

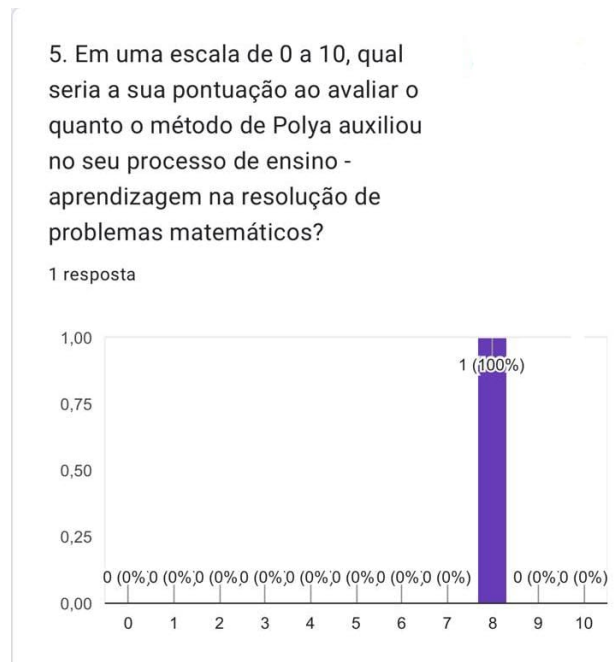
4. Você acredita que a aplicação do método de Polya contribui de maneira significativa para o processo de ensino-aprendizagem ao resolver problemas matemáticos?

1 resposta

Sim

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 6: Resposta do estudante em relação a satisfação da utilização do método Polya



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Destaca-se que apenas um estudante participou do questionário. No entanto, mesmo com essa limitação, observa-se que sua contribuição foi significativa para o desenvolvimento acadêmico. Nas respostas fornecidas, o aluno destaca a importância do método na eficiência da resolução das questões, evidenciando isso na primeira e segunda alternativa. Nesse ponto, o questionamento sobre se a aplicação do método proporcionou caminhos para colaborar de maneira significativa para a aprendizagem recebe uma resposta afirmativa do estudante.

Adicionalmente, o estudante realiza uma avaliação numérica da aplicação do método, seguindo a escala de 0 a 10. Diante disso, o aluno atribui a nota 8, comprovando mais uma vez que o método foi essencial para seu desenvolvimento ao longo da resolução das questões relacionadas ao conteúdo de função afim.

Diante do contexto apresentado, fica evidente que a aplicação do método proposto por Polya desempenhou um papel crucial no avanço significativo na resolução desses problemas. A maioria dos estudantes conseguiram responder às questões, alcançando assim os objetivos propostos nesta pesquisa.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo proporcionou uma análise aprofundada das dificuldades encontradas pelos estudantes ao lidar com questões da OBMEP, com destaque específico no conteúdo de função afim. Diante dessas dificuldades revelou a necessidade de abordagens pedagógicas mais eficazes para melhorar o desempenho dos estudantes.

A inserção da metodologia proposta por George Polya demonstrou-se uma ferramenta de fundamental importância no auxílio da resolução dessas questões desafiadoras que são da OBMEP, envolvendo conteúdo função afim. Ao desenvolver os estudantes com estratégias específicas, baseadas no método de resolução de problemas de Polya, observou-se um avanço significativo na compreensão e na resolução das questões propostas.

Os resultados obtidos no pós-teste, comparados aos do pré-teste, evidenciam o impacto positivo da metodologia de Polya no desenvolvimento dos estudantes em relação ao conteúdo de função afim, tendo em vista que os resultados obtidos no pré-teste foram insatisfatórios. Diante disso, a implementação da abordagem proporcionou um avanço significativo no processo de ensino aprendizagem dos estudantes.

Assim, conclui que a implementação da metodologia de Polya demonstrou ser uma estratégia eficaz para superar as dificuldades identificadas neste trabalho. Espera-se que os resultados obtidos sirvam como base para futuras intervenções pedagógicas, visando aprimorar ainda mais a qualidade do ensino e promover um melhor desempenho dos estudantes em questões desafiadoras como as da OBMEP.

REFERÊNCIAS

- BARRETO, Marina Menna. **Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio.**In_ http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitaes_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf - p 1-11 – acesso 18 nov 2023.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino +fundamental:** matemática. Brasília, D. F: MEC/SEF, 1998.
- DANTE, L. R. 3 ed. **DIDÁTICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA.** São Paulo: Ática (1991).
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** 1ª A 5ª séries. Para estudantes do curso Magistério e professores do 1º grau. 12. ed. São Paulo: Editora Ática. 2003.
- DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** São Paulo: Ática, 2009.
- LIMA, E.L; CARVALHO, C.P; WAGNER, E; MORGADO, C.M. **A matemática do ensino médio-** volume 1/ – 10.ed.- Rio de Janeiro: SBM, 2012
- MARCONI, Maria de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Metodologia Científica.** 6.ed. São Paulo: Atlas, 2011.
- PINHEIRO, Luizalba Santos e Souza. **A HEURÍSTICA DE PÓLYA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE TRIGONOMETRIA.** 2017. 171 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Ufrf, Boa Vista, 2017.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático.** 2 ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995
- POLYA, George, 1887-1985. **A arte de resolver problemas/ G. Polya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo].** -Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
- SOUSA, Ariana Bezerra de. A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática. 2005. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Católica de Brasília – DF, 2005.
- SOUZA, Arnold Vinicius Prado; OHIRA, Marcio Akio; PEREIRA, Ana Lucia. A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA. **Revista Valore, Volta Redonda,** Ponta Grossa, v. 1, n. 1, p. 376-389, 2018.
- STANIC, G; KILPATRIC, J. (1989). **HISTORICAL PERSPECTIVES ON PROBLEM SOLVING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM.** In R.I. Charles and E.A. Silver.
- OBMEP, Portal da Matemática. **Módulo de função afim:** Noções básicas. Disponível em: <https://cdnportaldaobmep.impa.br/portaldaobmep/uploads/material/cno0chndbyo8c.pdf>. Acesso em: 02 out. 2023.

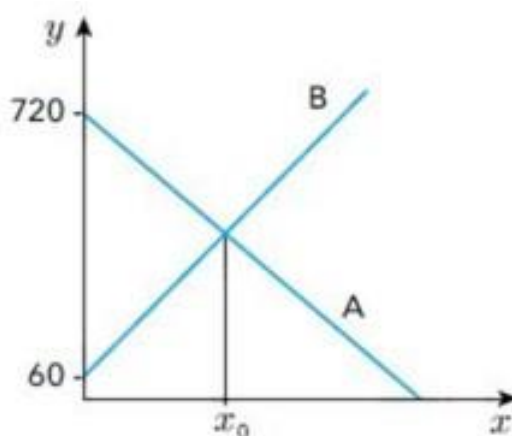
ANEXO A - PRÉ-TESTE

1. Em certa cidade, uma corrida de táxi custa R\$ 4,80 a bandeirada, mais R\$ 0,40 por quilômetro rodado. Quanto custa uma corrida de 50 quilômetros?
2. O grau Fahrenheit (símbolo: $^{\circ}F$) é uma escala de temperatura proposta por Daniel Gabriel Fahrenheit em 1724. Nesta escala, o ponto de fusão da água ($0^{\circ}C$) é de $32^{\circ}F$ e o ponto de ebulição da água ($100^{\circ}C$) é de $212^{\circ}F$. Sabendo que a temperatura na escala Fahrenheit é dada por uma função afim da escala Celsius, determine em qual temperatura na escala Celsius ambas assinalam o mesmo valor numérico?
3. O custo total, por mês, de um serviço de fotocópias, com cópias do tipo A4, consiste de um custo fixo acrescido de um custo variável. O custo variável depende, de forma diretamente proporcional, da quantidade de páginas reproduzidas. Em um mês em que esse serviço fez 50000 cópias, seu custo total foi de R\$ 21000,00; enquanto que em um mês em que fez 20000 cópias, seu custo total foi de R\$ 19200,00. Supondo que o custo por página seja o mesmo nos meses mencionados, determine-o.
4. Um experimento de Agronomia mostra que a temperatura média da superfície do solo $t(x)$, em $^{\circ}C$, é determinada em função do resíduo x de planta e biomassa na superfície, em g/m^2 , conforme registrado na tabela seguinte:

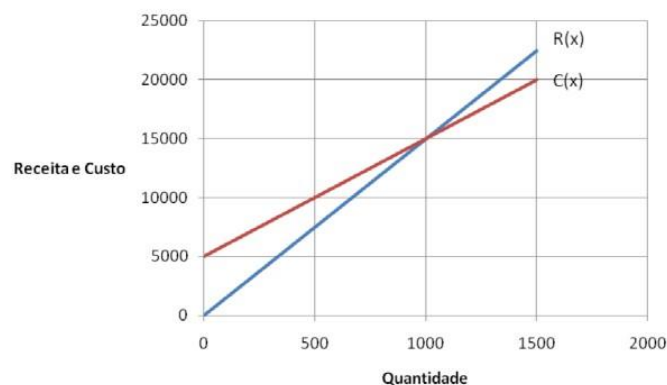
$x[g/m^2]$	10	20	30	40	50	60	70
$t(x)[^{\circ}C]$	7,24	7,30	7,36	7,42	7,48	7,54	7,60

Qual a lei de formação da função $t(x)$?

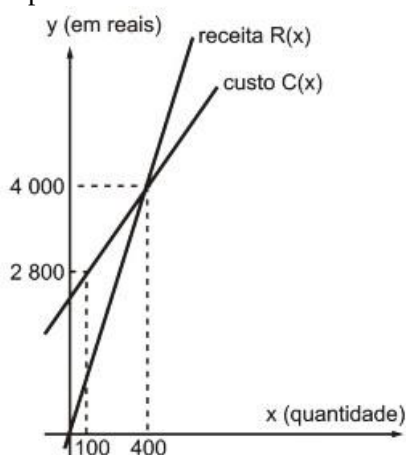
5. O reservatório A perde água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto o reservatório B ganha água a uma taxa constante de 12 litros por hora. No gráfico, estão representados, no eixo y , os volumes, em litros, da água contida em cada um dos reservatórios, em função do tempo, em horas, representado no eixo x . Determine o tempo x_0 , em horas, indicado no gráfico.



6. Os gráficos abaixo representam as funções receita mensal $R(x)$ e custo mensal $C(x)$ de um produto fabricado por uma empresa, em que x é a quantidade produzida e vendida. Qual o lucro obtido ao se produzir e vender 1350 unidades por mês?



7. Paulo é um fabricante de brinquedos que produz determinado tipo de carrinho. A figura a seguir mostra os gráficos das funções custo total e receita, considerando a produção e venda de x carrinhos fabricados na empresa de Paulo.



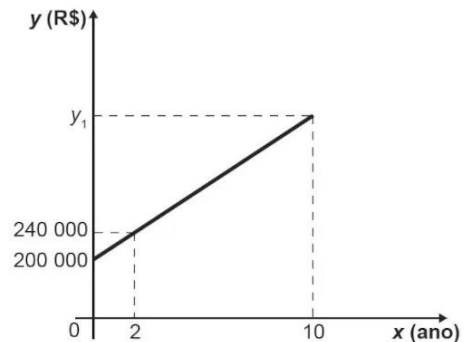
- Existem custos tais como: aluguel, folha de pagamento dos empregados e outros, cuja soma denominamos custo fixo, que não dependem da quantidade produzida, enquanto a parcela do custo que de Paulo, qual o custo fixo de produção de carrinhos?
 - A função lucro é definida como sendo a diferença entre a função receita total e a função custo total. Quantos carrinhos Paulo tem que vender para obter um lucro de R\$ 2.700,00?
 - A diferença entre o preço pelo qual a empresa vende cada carrinho e o custo variável por unidade é chamada de margem de contribuição por unidade. Portanto, no que diz respeito aos carrinhos produzidos na fábrica de Paulo, qual a margem de contribuição por unidade?
8. Claudio, gerente capacitado de uma empresa que produz e vende instrumentos musicais, contratou uma consultoria para analisar o sistema de produção. Os consultores, após um detalhado estudo, concluíram que o custo total de produção x flautas de determinado tipo podem ser expresso pela função $C(x) = 2400 + 36x$, sendo R\$ 2400,00 o custo fixo. Atualmente a empresa vende 60 flautas daquele tipo por mês, ao preço de R\$ 120,00 por unidade. O trabalho da empresa de consultoria demonstrou, também, que um gasto extra de R\$ 1200,00 em publicidade provocaria um aumento de 15% no volume atual de vendas das flautas. Na sua opinião, Claudio deveria autorizar o gasto extra em publicidade?

ANEXO B - PÓS-TESTE

- Uma fábrica de painéis opera com um custo fixo mensal de R\$ 9 800,00 e um custo variável por painel de R\$ 45,00. Cada painel é vendido por R\$ 65,00. Seja x a quantidade que deve ser produzida e vendida mensalmente para que o lucro mensal seja igual a 20% da receita.

- a) Analisando a questão, identifique e destaque os elementos essenciais e necessários para a resolução do problema proposto. Quais são eles?
- b) Quais métodos matemáticos podem ser utilizados em um plano para resolver a questão?
- c) Ao implementar o método descrito na questão b, qual é a conclusão ou resposta alcançada?
- d) Verificar os passos anteriores (A, B e C). Após essa revisão, analisar se o resultado obtido está em concordância com o enunciado do problema. Descrever o método utilizado, apresentar o resultado encontrado e concluir se o problema foi resolvido com êxito?

2. Um sítio foi adquirido por R\$ 200 000,00. O proprietário verificou que a valorização do imóvel, após sua aquisição, cresceu em função do tempo conforme o gráfico, e que essa tendência de valorização se manteve nos anos seguintes.



- a) Analisando a questão, identifique e destaque os elementos essenciais e necessários para a resolução do problema proposto. Quais são eles?
 - b) Quais métodos matemáticos podem ser utilizados em um plano para resolver a questão?
 - c) Ao implementar o método descrito na questão b, qual é a conclusão ou resposta alcançada?
 - d) Os passos anteriores (A, B e C). Após essa revisão, analisar se o resultado obtido está em concordância com o enunciado do problema. Descrever o método utilizado, apresentar o resultado encontrado e concluir se o problema foi resolvido com êxito?
3. O valor de um carro novo é de R\$ 48 000,00 e, com 4 anos de uso, é de R\$ 39 500,00. Supondo que o preço caia com o tempo, segundo uma linha reta, o valor de um carro com 1 ano de uso é:
- a) Analisando a questão, identifique e destaque os elementos essenciais e necessários para a resolução do problema proposto. Quais são eles?
 - b) Quais métodos matemáticos podem ser utilizados em um plano para resolver a questão?
 - c) Ao implementar o método descrito na questão b, qual é a conclusão ou resposta alcançada?
 - d) Verificar os passos anteriores (A, B e C). Após essa revisão, analisar se o resultado obtido está em concordância com o enunciado do problema. Descrever o método utilizado, apresentar o resultado encontrado e concluir se o problema foi resolvido com êxito?

ANEXO C - QUESTIONÁRIO AVALIATIVO

1. Na sua experiência ao aplicar o método de Polya para resolver problemas relacionados a funções afins, como você avalia a eficácia do processo em termos de compreensão e resolução?
- a) A eficácia do método de Polya foi excepcional, proporcionando uma compreensão profunda e uma resolução eficiente dos problemas de funções afins.
 - b) O método de Polya foi eficaz, contribuindo significativamente para uma melhor compreensão e resolução de problemas relacionados a funções afins.
 - c) O método de Polya teve um impacto moderado; embora tenha melhorado a compreensão, a eficácia na resolução de problemas de funções afins foi parcial.

- d) A eficácia do método de Polya foi limitada; a compreensão e a resolução de problemas de funções afins não foram significativamente aprimoradas.
- 2. Avalie como o método de Polya influenciou a sua abordagem para a resolução de problemas de função afim em comparação com métodos tradicionais. Quais foram as principais diferenças e benefícios percebidos?
 - a) O método de Polya proporcionou uma abordagem mais sistemática e reflexiva, diferenciando-se positivamente de métodos tradicionais. As principais diferenças incluíram uma maior ênfase na compreensão do problema antes da resolução, resultando em benefícios claros na precisão e na eficiência.
 - b) Ambos os métodos, Polya e tradicionais, apresentaram abordagens semelhantes na resolução de problemas de função afim, com poucas diferenças percebidas. Os benefícios foram marginais, sem uma distinção significativa entre os dois.
 - c) O método de Polya trouxe uma abordagem mais flexível e adaptativa, contrastando com a rigidez dos métodos tradicionais. As principais diferenças incluíram a ênfase na criatividade e na exploração de diferentes estratégias, resultando em benefícios na resolução inovadora de problemas.
 - d) A abordagem tradicional mostrou-se mais eficaz na resolução de problemas de função afim, com o método de Polya sendo percebido como excessivamente complexo. As diferenças foram desfavoráveis, com benefícios limitados ou inexistentes ao adotar o método de Polya.
- 3. Em sua opinião, como a aplicação consistente do método de Polya pode impactar positivamente sua habilidade de enfrentar desafios matemáticos, especialmente aqueles relacionados a funções afins?
- 4. Você acredita que a aplicação do método de Polya contribui de maneira significativa para o processo de ensino-aprendizagem ao resolver problemas matemáticos?
- 5. Em uma escala de 0 a 10, qual seria a sua pontuação ao avaliar o quanto o método de Polya auxiliou no seu processo de ensino - aprendizagem na resolução de problemas matemáticos?