



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS TERESINA CENTRAL
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

EVALDO GOMES DA COSTA JÚNIOR

**AS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS FUNDAMENTAIS NO ÂMBITO DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

TERESINA
2024

EVALDO GOMES DA COSTA JÚNIOR

AS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS FUNDAMENTAIS NO ÂMBITO DA RESOLUÇÃO
DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina Central.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Caludia Maria lima da Costa.

TERESINA
2024

AS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS FUNDAMENTAIS NO ÂMBITO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Evaldo Gomes da Costa Júnior¹
Clauida Maria Lima da Costa²

RESUMO

O surgimento das operações aritméticas fundamentais está intimamente ligado com a vida cotidiana do homem e adquirir esses conhecimentos é importante para todo um desenvolvimento acadêmico e social. Na busca por acessar esses conhecimentos, os processos didático-pedagógicos mostram-se necessários e neste sentido tem-se a Resolução de Problemas como um método capaz de torná-los acessíveis. Assim, neste estudo objetivou-se analisar o contexto da aprendizagem das operações aritméticas fundamentais a partir do ensino mediado pelo método da resolução de problemas. A natureza dos dados e procedimentos utilizada foi a pesquisa qualitativa. Quanto ao propósito geral, configurou-se como uma pesquisa exploratória. O método que conduziu as técnicas e instrumento de coleta de dados foi a pesquisa bibliográfica. Para as inferências dos dados produzidos, partiu-se da análise interpretativa fenomenológica. Considerou-se que a metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas tem condições didático-pedagógicas de causar um ensino e aprendizagem reflexivas de conceitos/ideias/significados das operações aritméticas fundamentais; mas, ainda é necessário um trabalho de base/iniciação da matemática das operações aritméticas fundamentais uma vez que se constituem como base para a compreensão de conteúdos subsequentes e, importantes dentro do currículo para a aquisição de novas habilidades que facilitem futuras aprendizagens de conteúdos que compõem o currículo da matemática em geral.

Palavras-chave: matemática; ensino; resolução de problemas; operações aritméticas.

ABSTRACT

The emergence of fundamental arithmetic operations is closely linked to man's daily life and acquiring this knowledge is important for academic and social development. In the search to cease this knowledge, didactic-pedagogical processes are necessary and in this sense, Problem Solving is a method capable of making them accessible. Therefore, this study aimed to analyze the context of learning fundamental arithmetic operations based on teaching mediated by the problem-solving method. The nature of the data and procedures used was qualitative research. As for the general purpose, it was configured as exploratory research. The method that conducted the data collection techniques and instrument was bibliographic research. To make inferences from the data produced, we used phenomenological interpretative analysis. It was considered that the Exploration, Resolution and Proposition of Problems methodology has didactic-pedagogical conditions to cause reflective teaching and learning of concepts/ideas/meanings of fundamental arithmetic operations; However, basic work/initiation

¹ Aluno do Curso de Licenciatura em Matemática do IFPI campus Teresina Central. E-mail: catce.2020111mat0313@aluno.ifpi.edu.br

² Profa. do IFPI campus Teresina Central. E-mail: profadraclaulima@gmail.com

in the mathematics of fundamental arithmetic operations is still necessary since they constitute a basis for understanding subsequent content and, important within the curriculum for the acquisition of new skills that facilitate future learning of content that makes up the mathematics curriculum in general.

Keywords: mathematics; teaching; Problem solving; arithmetic operations.

Data de aprovação: 16/07/2024

1 INTRODUÇÃO

A matemática como importante área do conhecimento foi ao longo do tempo sendo moldada pela ação do homem para responder as demandas naturais e científicas e neste sentido, a educação escolar se configura como o *locus* privilegiado de construção, reconstrução dos saberes matemáticos (Brasil, 1997).

Na matemática, as operações aritméticas fundamentais são conteúdos fundamentais pois servem de subsídios necessários para a continuidade do processo de ensino e aprendizagem de matemática, visto que se constituem como pilares das diversas atividades do ser humano e encontram-se presente no dia a dia das crianças mesmo antes de iniciar o período escolar.

O surgimento das operações aritméticas fundamentais está intimamente ligado ao progresso real da vida humana cotidiana, onde é necessário calcular, complementar, agregar, contar, medir, comparar os valores de dois conjuntos diferentes de objetos entre outras necessidades cotidianas. Pode-se inferir que as operações aritméticas fundamentais, surgiram com a necessidade do homem de tratar grandezas no seu contexto e desempenham um papel crucial para o entendimento e início dos estudos matemáticos por parte dos alunos (Ifrah, 1989).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam as operações aritméticas fundamentais da matemática quais sejam: adição, subtração, multiplicação e divisão e ressaltam a aritmética como área da matemática que trata dos números e das operações matemáticas importantes para a realização de cálculos matemáticos (Brasil, 1997).

A Base Nacional Comum Curricular propõe cinco unidades temáticas para o ensino de matemática. As operações aritméticas fundamentais encontram-se na unidade temática Números “que tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades” (Brasil, 2018, p. 268).

Considera, que no ensino fundamental – anos iniciais deve haver um reencontro das experiências vivenciadas na educação infantil com os números, formas e espaço, mas, alerta que a aprendizagem dos algoritmos não deve se restringir às quatro operações apesar de identificar sua relevância. Coloca os mais diversos meios tecnológicos como recursos a serem utilizados para o aprofundamento teórico dos alunos (Brasil, 2018).

Para o aprofundamento teórico do conteúdo números tanto os PCNs quanto a BNCC convergem para indicar a utilização da Resolução de Problemas como um método didático-pedagógico que se configura como “[...] uma das especificidades educativas das ciências e da matemática” (Pais, 2018, p. 125). Nos PCNs tem-se que a Resolução de problemas pode vir a ser um “[...] caminho para o ensino de matemática” (Brasil, 1997, p. 32). As indicações dão conta de que a Resolução de problemas advém de “[...] perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivados por problema de ordem prática [...]” (Brasil, 1997, p. 32). Assim, pode oferecer explicações para os problemas originados das operações aritméticas

fundamentais; visto que são contextos explorados na vivência diária de alunos do ensino fundamental.

Já para a Base Nacional Comum Curricular a resolução de problemas ocupa papel importante para a construção dos processos matemáticos, sendo considerada como “forma privilegiada da atividade matemática” (Brasil, 2018, p. 266).

Esse método de ensino e aprendizagem da matemática constitui-se como uma abordagem com potencial de fomentar o desenvolvimento de atitudes e capacidades intelectuais cruciais com vista a munir o aluno de competências e habilidades necessárias para a construção autônoma de conhecimentos matemáticos. Dessa forma, ao incorporar a Resolução de Problemas como uma metodologia, o professor e as instituições de ensino não apenas fortalecem habilidades matemáticas, mas também nutrem aprendizagens essenciais para a preparação dos alunos diante de frequentes desafios (Brasil, 2018).

A justificativa para a escolha do tema ancorou-se em parâmetros pessoais e de importância para o Instituto Federal do Piauí, *locus* de formação de professores.

Durante a Prática Profissional I, pude notar as dificuldades dos alunos em relação a compreensão das quatro operações aritméticas fundamentais, fato que inicialmente chamou minha atenção. Os níveis de dificuldade em matemática variavam entre alunos do Ensino Fundamental em relação à lógica, operações, percepção e interpretação. Tais dificuldades observadas impulsionou-me a querer desenvolver um estudo científico que me aproximasse de experiências exitosas sobre o ensino e aprendizagem das operações aritméticas fundamentais em trabalhos já realizados.

Razão pela qual partiu-se do seguinte problema de pesquisa: Como a resolução de problemas auxilia processos de aprendizagens das operações aritméticas fundamentais? A resposta prévia ancorou-se na ideia de que a resolução de problemas como método de ensino e aprendizagem para a matemática pode mediar a superação das dificuldades dos alunos em relação ao conteúdo das quatro operações no conjunto dos números naturais, visto que, são importantes bases para a compreensão dos conhecimentos básicos e complexos da matemática e naturalmente estão presentes na vida cotidiana e o método da resolução de problemas pode subsidiar formas mais elaboradas de se pensar e resolver os problemas matemáticos.

Para dar consecução elencou-se como objetivo: Analisar o contexto da aprendizagem das operações aritméticas fundamentais a partir do ensino mediado pelo método da resolução de problemas.

Espera-se com os resultados dos estudos subsidiar discursões no âmbito das disciplinas de Didática, Metodologia do ensino da Matemática no âmbito do Instituto Federal do Piauí, bem como que outros trabalhos de pesquisa possam partir dos dados obtidos nesse trabalho, seja para refutar, aprofundar ou suscitar novos questionamentos.

2 AS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS FUNDAMENTAIS NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS: ALGUNS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

O conjunto dos números naturais possui como elementos os números positivos e inteiros, como 1, 2, 3, 4, ... sendo o primeiro formalizado pelo homem, com ele, podemos resolver as operações aritméticas fundamentais da matemática (Gelson, 2013).

As operações aritméticas fundamentais da matemáticas: adição, subtração, multiplicação e divisão, possuem propriedades básicas que são consideradas essenciais para o aprendizado da matemática e que podem ser utilizá-las em diferentes situações cotidianas, desde as mais simples, até as mais complexas. Por isso é de grande importância compreender essas quatro operações e todas as suas propriedades.

De um modo geral, a adição é tida como ação necessária de combinar ou juntar quantidades, encontrar a soma de dois ou mais números, resolver problemas de contagem. A

subtração traz a ideia de retirar uma quantidade de outra, encontrar a diferença entre dois números, resolver problemas de comparação. A multiplicação o conceito de repetição de adições, ou seja, somar um número consigo mesmo várias vezes, encontrar o total de grupos iguais, resolver problemas de área; a divisão a representação de distribuir uma quantidade em partes iguais, encontrar a quantidade em cada grupo quando dividimos um total e resolver problemas de partilha (Brasil, 1997).

A operação de adição está relacionada com a ideia de adicionar ou somar. Dentre as quatro operações aritméticas fundamentais é a operação da qual todas as outras dependem, também sendo considerada a mais simples (Caraça, 1951).

Matematicamente, a adição pode ser conceituada nos conjuntos dos números naturais como a operação aritmética que consiste em adicionar ou acrescentar quantidades que possuem a mesma natureza, mas que estão em dois grupos distintos até se obter um resultado. Ao número a dá-se o nome de *adicionando*; a b , o de *adicionador*; aos dois, em conjunto, o de *parcelas*. Para simbolizar tem-se a soma de a com b representando-se por $a + b$ (Caraça, 1951).

A adição em $\mathbb{N}$ apresenta as seguintes propriedades estruturais: Propriedade do fechamento: soma de dois números naturais é um número natural: $a \text{ e } b \in \mathbb{N} \Rightarrow a + b = c \in \mathbb{N}$. Em termos gerais, se $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}$, então $(a + b) \in \mathbb{N}$. Propriedade comutativa: a ordem das parcelas não altera a soma: $a + b = b + a = c$, em termos gerais, se $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}$, então a soma de $a + b = c$, $c \in \mathbb{N}$. Na propriedade do elemento neutro, quando o elemento neutro é somado com qualquer número, a operação resulta no próprio, $3 + 0 = 3 \Rightarrow 0 + 3 = 3$. Em termos gerais, se $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}$, então $a + 0 = a$ e $0 + a = a$, ou seja, $a + 0 = 0 + a = a$. (Caraça, 1951).

Na propriedade associativa a adição de três números naturais, podemos associar os dois primeiros ou os dois últimos, $(5 + 7) + 8 = 12 + 8 = 20 \Rightarrow (5 + 7) + 8 = 5 + (7 + 8)$, em termos gerais, se $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{N}$, então $(a + b) + c = a + (b + c)$; ou seja, o reagrupamento de parcela não modifica o resultado.

A adição possibilita a subtração, logo, considerando dois números naturais, dados numa certa ordem, sendo o primeiro maior ou igual ao segundo. Tomando, por exemplo, os números 8 e 3, determina-se um terceiro número natural que, adicionado ao segundo, dê por resultado o primeiro número.

Na subtração de a com b pode ser interpretada da seguinte forma: $a + (-b)$ onde $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{R}$. De acordo com a definição, subtração é o processo pelo qual se obtém determinado número c que, somado a b , resulta em: $a - b = c$; o primeiro número a denomina-se minuendo; o segundo número b denomina-se subtraendo; o resultado da subtração c denomina-se diferença. O símbolo da subtração de a com b é representado por $a - b$. Para que a operação seja viável, é preciso que o aditivo seja maior que o subtrativo ou, pelo menos, igual a ele. A diferença entre dois números naturais só pode ser calculada quando o minuendo é maior ou igual ao subtraendo. Assim: a operação $7 - 2$ é possível em $\mathbb{N}$, pois $7 > 2$; a operação $7 - 7$ é possível em $\mathbb{N}$, pois $7 = 7$; a operação $2 - 7$ é impossível em $\mathbb{N}$, pois $2 < 7$.

As propriedades fundamentais da adição não podem ser diretamente aplicadas à subtração. Por exemplo, no contexto da propriedade comutativa, a ordem dos elementos é crucial, diferenciando, por exemplo, $10 - 5$ de $5 - 10$. Portanto, a comutatividade não se aplica à subtração. Além disso, a propriedade associativa, ao contrário da adição, não permite a associação direta de três ou mais parcelas de subtração. Por exemplo, em $(100 - 40) - 30$, associar 30 à operação resulta em uma diferença diferente de $60 - 30$. Por outro lado, ao realizar a operação $100 - (40 - 30)$, obtemos $100 - 10$, chegando a um resultado distinto de 90.

Quanto ao elemento neutro, surge uma observação interessante. Embora a subtração de zero não afete o resultado final, o mesmo não se aplica quando zero é subtraído de outro valor. Enquanto $10 - 0$ permanece como 10, $0 - 10$ resulta em -10, demonstrando uma assimetria nesse aspecto (Caraça, 1951).

A operação multiplicação, consiste em somar um número por si mesmo tantas vezes quantas forem as unidades de outro número. Para ilustrar, considere-se o exemplo da soma sucessiva de 2 quatro vezes, resultando em 8: $2 + 2 + 2 + 2 = 8$. Essa operação pode ser representada de maneira mais concisa como $2 \times 4 = 8$ (Caraça, 1951).

Em uma multiplicação, os números envolvidos nessa operação são chamados de fatores e o resultado é denominado de produto. No exemplo citado acima, os fatores são 2 e 4 e o produto é o 8. Matematicamente, um terceiro número, c , é obtido ao multiplicar o número b a si mesmo n vezes: $(b+b+b+\dots+b) / (n \text{ vezes})$. Isso é a multiplicação entre dois números naturais, a e b . Assim, pode-se compreender a multiplicação como a combinação de cada elemento de um conjunto com cada elemento de outro conjunto, ambos representados por a e b objetos, respectivamente (Caraça, 1951).

A terminologia associada à multiplicação inclui o termo "multiplicando" para o elemento a que se repete; "multiplicador" para o número b , representando quantas vezes a aparece como parcela, e "fatores" para a combinação de ambos. O resultado dessa operação é chamado de "produto". A simbologia adotada para representar a multiplicação é $a \times b$ ou $a \cdot b$ (Caraça, 1951).

Dessa forma, a multiplicação não apenas simplifica a expressão de somas repetidas, mas também desempenha um papel crucial na manipulação matemática e na representação concisa de relações entre quantidades (Caraça, 1951).

As propriedades da multiplicação dentro dos conjuntos dos números naturais ($\mathbb{N}$) apresentam as seguintes propriedades estruturais:

Propriedade do fechamento: o produto de dois números naturais é um número natural. $3 \in \mathbb{N}$ $3 \times 4 = 12$ e $12 \in \mathbb{N}$ $4 \in \mathbb{N}$. Em termos gerais, se $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}$, então $(a \cdot b) \in \mathbb{N}$.

Propriedade comutativa: para quaisquer números reais a e b . A comutatividade da multiplicação assegura que $a \cdot b$ é equivalente a $b \cdot a$. A ordem dos fatores não influencia o resultado. Exemplo: $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15$. Em termos gerais, se $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}$, então $a \cdot b = b \cdot a$.

Existência do elemento neutro: O número 1 atua como elemento neutro na multiplicação, preservando o valor original. Portanto, $a \cdot 1$ é igual a a . Exemplo: $3 \cdot 1 = 3$. Em termos gerais, se $a \in \mathbb{N}$, então $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

Propriedade associativa: na multiplicação de três números naturais, podemos associar os dois primeiros ou os dois últimos. A propriedade associativa permite agrupar os fatores de maneiras distintas sem alterar o produto. Matematicamente, $(3 \cdot 2) \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot 5) = 30$. Em termos gerais, se $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{N}$, então $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Propriedade distributiva: o produto de um número natural por uma soma (ou diferença) de um número natural pode ser obtido multiplicando-se esse número por cada termo da soma (ou diferença) e, em seguida, somando-se (ou subtraindo-se) os produtos parciais. Quando um número multiplica uma adição ou subtração, a distributividade implica que cada termo dentro dos parênteses deve ser multiplicado separadamente, e os resultados são somados ou subtraídos conforme apropriado. Matematicamente, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ e $(b + c) \cdot (-a) = b \cdot (-a) + c \cdot (-a)$. Um exemplo prático seria $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 16$; ou $(1 + 2) \cdot (-3) = 1 \cdot (-3) + 2 \cdot (-3) = -9$. Em termos gerais, se $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$, $c \in \mathbb{N}$ e $b \geq c$, então: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ ou $a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$.

Essas propriedades são pilares cruciais para a manipulação de expressões matemáticas envolvendo multiplicação, proporcionando uma base sólida para a resolução de problemas e um entendimento mais profundo das relações numéricas (Caraça, 1951).

A operação inversa da multiplicação é a divisão. No conjunto dos números naturais, a divisão parte da premissa de que a e b são dois números, com $b \neq 0$. A divisão de a por b implica distribuir a quantidade representada por a para b objetos ou pessoas, ou ainda, determinar quantas vezes b cabe de forma integral em a (Caraça, 1951).

A divisão em $\mathbb{N}$ nem sempre é possível. Como exemplo, vamos considerar a divisão de 7 por 3. $(7 \div 3) \notin \mathbb{N}$, pois não existe número natural que, multiplicado por 3, dê 7. Não existe a divisão por 0. Como exemplo, consideramos a divisão de 3 por 0. Não existe número que, multiplicado por 0, dê 3. A expressão $3 \div 0$ não tem nem um sentido. Expressões desse tipo não representam número. Quando a distribuição não é exata, ou seja, quando restam elementos após dividir a quantidade de a para b objetos ou pessoas, diz-se que a divisão não é exata, e a quantidade remanescente é chamada de resto da divisão. Na notação matemática, utiliza-se $a : b$ ou a/b , onde a é o dividendo, b é o divisor e c é o cociente. A divisão é, portanto, a operação que, dadas o dividendo e o divisor, determina um terceiro número, o quociente, de modo que ao multiplicá-lo pelo divisor, obtém-se novamente o dividendo (Caraça, 1951).

Em relação às propriedades, é importante destacar que a divisão não é comutativa, associativa nem distributiva. Além disso, a divisão por zero é indefinida, e quando o dividendo é zero, o resultado da divisão é 0 (Caraça, 1951). Essas propriedades contribuem para uma compreensão mais profunda da operação de divisão no contexto dos números naturais.

Diante da exposição teórica sobre o ensino das operações aritméticas fundamentais básicas e suas propriedades, a utilização de recursos didáticos que estejam associados a situações do dia a dia é imprescindível para que os desafios da aprendizagem das operações matemáticas básicas via memorização sejam vencidos (Pais, 2018), estimulando-se a conexão entre a teoria matemática e sua aplicação prática na vida diária, alcançando-se uma compreensão mais profunda e duradoura dos conceitos matemáticos.

Para este processo, Libâneo (1994) defende que o professor é o responsável pela garantia de assimilação ativa dos conteúdos por parte do aluno. É quem deve dispor dos conhecimentos específicos, gerais e didático-pedagógicos para propor que aos conhecimentos prévios o aluno acrescente outros que façam sentido em novas situações gerando outros saberes. Sem a garantia do processo didático – conteúdos, ensino e aprendizagem guardando-se as devidas proporções quanto às especificidades de cada parte pode culminar com o surgimento de dificuldades e distanciamento dos saberes matemáticos e de sua relação com a vida cotidiana.

Sobre o ensino de Matemática é imprescindível ao professor:

Identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações; Conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais; Ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdo de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções (Brasil, 1998, p. 37).

Este conjunto de conhecimentos teóricos e práticos são indicativos que podem garantir ao professor cumprir o que prescreve o Art. 13, Inciso III da Lei n. 9.394/96 quando fala das incumbências do professor “[...] zelar pela aprendizagem dos alunos” (Brasil, 1996, p. 23).

É em nome da incumbência acima citada que o professor de matemática deve “proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias” (Brasil, 1998, p. 39). De modo que o processo didático do ensino de matemática contemple um professor situado teórico e metodologicamente, que seu fazer pedagógico seja intencional e propositivo; com a escolha de conteúdos realmente significativos para o aluno e alinhados com a Base Nacional Comum Curricular, garantindo-se assim o ensino e aprendizagem eficazes da matemática, da matemática não para a vida, mas, que como parte da vida de todos.

3 O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino e aprendizagem de qualquer área do conhecimento em específico da matemática necessita superar a reprodução mecânica. Visto que o ensino tem a ver com um trabalho de parceria entre o professor e o aluno, objetivando resultados pensados previamente pelo professor, devendo este, como já antes assinalado, considerar o nível de conhecimentos em que se encontra o aluno; de modo que para o sucesso didático-pedagógico o professor parte do domínio de conhecimentos para trabalhar em prol do desenvolvimento das capacidades cognitivas de aprendizagem do aluno (Libaneo, 1994).

Neste sentido, o papel da resolução de problemas no contexto da sala de aula de Matemática tem evoluído ao longo das últimas décadas. Nos últimos anos os educadores matemáticos começaram a reconhecer e aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia uma atenção mais precisa (Onuchic, Allevato, 2011).

O ensino da Matemática passou a primar por abordagens mais ativas e a resolução de problemas passou a ser tida como uma estratégia para o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos. Essa mudança reflete uma compreensão mais profunda da importância não apenas de aprender fórmulas e procedimentos, mas também de desenvolver a capacidade dos alunos de aplicar o pensamento crítico e criativo na resolução de situações desafiadoras, propiciando-lhes a mobilização, o desenvolvimento e o gerenciamento de conhecimentos que estão a seu alcance (Brasil, 1998).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam que a Resolução de Problemas é uma abordagem fundamental para o ensino de Matemática em sala de aula. No contexto desse documento, um problema matemático é definido como "uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la" (Brasil, 1997, p. 32).

A Resolução de Problemas, conforme os PCNs, não apenas promove a aplicação prática dos conceitos matemáticos, mas também estimula o pensamento reflexivo e a habilidade dos alunos em enfrentar desafios matemáticos de forma independente. Essa abordagem busca não apenas ensinar procedimentos, mas também cultivar a compreensão profunda dos conceitos matemáticos e o desenvolvimento das habilidades necessárias para enfrentar problemas do mundo real (Brasil, 1997).

A Resolução de Problemas tem em Polya uma referência visto que sua proposta para o ensino da Matemática centrava-se em transformar os alunos em habilidosos solucionadores de problemas. Sua obra tornou-se uma referência importante para educadores dedicados à matemática, tendo delineado quatro fases fundamentais para enfrentar qualquer problema matemático de forma eficiente: (I) compreender o problema: o que é necessário para resolvê-lo? quais suas variáveis e incógnitas? (II) designar um plano (DP): Esse problema é conhecido? Como as variáveis estão correlacionadas? Quais estratégias devemos usar para sua resolução? (III) Executar o plano (EP): é possível verificar cada passo da execução? É possível demonstrar que o plano está correto? (IV) Retrospecto do problema (RP): é possível verificar o resultado encontrado? (Pólya, 1995).

Destacou ainda, que "uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema" (Pólya, 1995, p. 18-19). Bem como, que os problemas ocupam uma parcela significativa do pensamento consciente, e a habilidade de resolvê-los desempenha um papel crucial na atividade humana (Polya, 1995).

A abordagem de Pólya é especial não apenas por destacar a importância prática da resolução de problemas na aprendizagem matemática, mas também pela ideia do valor intrínseco nesse processo para a promoção do pensamento crítico, da criatividade e do interesse contínuo pelo aprendizado matemático (Pólya, 1995).

Em uma releitura sobre o tema, Schroeder e Lester (1989) propõem três tipos de abordagem para a Resolução de Problemas no contexto do ensino de Matemática: 1. ensinar através da Resolução de Problemas: nesta abordagem, o professor apresenta um problema aos alunos, que então buscam solucioná-lo utilizando os métodos que consideram mais adequados. Após a resolução individual ou resolução de grupo, há discussão das respostas e, por fim, o conteúdo é formalizado. Esta abordagem enfatiza o valor da prática ativa na resolução de problemas para ajudar a internalizar conceitos matemáticos. 2. Ensinar para Resolver Problemas: nesse caso, o professor inicia a aula transmitindo o conteúdo de forma mais tradicional e, ao final, propõe um problema para os alunos resolverem. Essa abordagem enfatiza a instrução direta seguida pela aplicação prática do conhecimento adquirido, buscando consolidar os conceitos de forma mais direta e 3. Ensinar sobre a Resolução de Problemas: o professor adota as quatro fases de Pólya para conduzir a aula. As fases incluem a compreensão do problema, a construção de um plano de resolução, a execução desse plano e a retomada para conferência e verificação da solução do problema. Essa abordagem integra a resolução de problemas como parte intrínseca do processo de ensino, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

Diante do que foi destacado até o momento, a resolução de problemas representa um método eficaz de dar significado ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática pelo uso de problemas como ponto de partida para iniciar um novo conteúdo, visto propiciar ao estudante uma participação ativa na construção do conhecimento matemático (Brasil, 1998). “De maneira geral, trabalhar com a resolução de problemas é, contribuir para o desenvolvimento intelectual do aluno, no que diz respeito aos aspectos específicos do saber matemático” (Pais, 2018, p. 125).

Além do mais, esse método possibilita a interligação da matemática com outras disciplinas ou com situações do mundo vivenciado pelo aluno, assim, a operacionalização dos métodos pode contribuir para a formação de sujeitos mais críticos e autônomos, capazes de compreender o mundo e atuar nele (Pais, 20218).

4 MÉTODO DE PESQUISA

Este estudo caracterizou-se como qualitativo por envolver uma abordagem interpretativa do tema pesquisado, buscando-se entender os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles conferem (Denizin; Lincoln, 2006). Acrescente-se que a pesquisa qualitativa não tem quantidade como algo obrigatório: é possível a análise qualitativa de um só objeto de estudo (Minayo, 2015)

Quanto ao propósito da pesquisa configurou-se como exploratória. “Pesquisas exploratórias têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses, incluindo levantamento bibliográfico e entrevistas” (Gil, 2002, p. 14).

Quanto ao método utilizou-se as técnicas e instrumentos de coleta de dados da pesquisa bibliográfica que é realizada “[...] a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites” (Fonseca, 2002, p. 32).

A busca foi realizada na base de dados digitais Catálogo de Teses & Dissertações - CAPES. Para tanto utilizou-se os descritores: “operações aritméticas” AND “resolução de problemas” publicados entre os anos de 2020 a 2022. Tendo-se como resultados 18 trabalhos.

Seguindo-se o critério de optar apenas por trabalhos que contivessem os descritores acima mencionados e que respondessem à pergunta problema “Como a resolução de problemas auxilia processos de aprendizagens das operações aritméticas fundamentais?”, resultaram três (3) trabalhos, de dissertações que passaram a compor o *corpus* de análise para este estudo, quais

foram: As operações aritméticas fundamentais na perspectiva da exploração, resolução e proposição de problemas (Araujo, 2021); A reversibilidade nas operações aritméticas: um estudo no contexto da resolução de problema (Brito, 2020); O favorecimento da vivência da metacognição a partir da resolução de problemas aritméticos por alunos dos anos finais do ensino fundamental (Santos, 2021), tendo-se escolhido apenas o trabalho “As operações aritméticas fundamentais na perspectiva da exploração, resolução e proposição de problemas” de (Araujo, 2021) por melhor atender aos pré-requisitos do objetivo da pesquisa.

A seguir o trabalho escolhido:

Quadro 1 – As operações aritméticas fundamentais na perspectiva da exploração, resolução e proposição de problemas

Tipo de estudo	Dissertação
Instituição	Universidade Estadual Da Paraíba
Autor/Data	Araujo, 2021
Operações aritméticas	Adição, subtração, multiplicação e divisão.
Tipo de abordagem da Resolução de Problemas	Ensinar Através da Resolução de Problemas

Fonte: Autores, 2024.

A seleção do trabalho considerou como critério as propostas educativas para o ensino e aprendizagem de operações aritméticas fundamentais através da Resolução de Problemas.

O critério utilizado para detectar o tipo de abordagem da resolução de problemas segue os estudos dos autores Schroeder e Lester Jr. (1989).

Quadro 2 - Tipo de abordagem da resolução de problemas: critérios

Abordagens da resolução de problemas	Algumas das estratégias dessa perspectiva
Ensinar sobre resolução de problemas.	“ressalta o processo de ensinar aos estudantes como os problemas são resolvidos” (olhar para padrões, resolver um problema mais simples e rever o trabalho, criar estratégias de resolução).
Ensinar para resolver problemas	“a resolução de problemas é utilizada como uma atividade em que os alunos somente se engajam depois da introdução de um novo conceito ou para seguir uma habilidade de cálculo ou um algoritmo” (formalização do conteúdo, exemplos resolvidos pelo professor e repetição do conteúdo em outros problemas ou exercícios pelos estudantes).
Ensinar através da resolução de problemas	“utiliza o problema como ponto de partida, possibilitando aos alunos buscar um caminho para obter a solução” (os problemas são propostos antes da formalização do conteúdo).

Fonte: (Schroeder e Lester Jr., 1989)

A partir dessas três abordagens foi possível detectar o tipo de resolução de problemas utilizado do trabalho escolhido qual seja, ensinar através da resolução de problemas.

Quanto ao método para a análise dos dados coletados, utilizou-se o método de interpretação fenomenológico que se apoia

em três aspectos fundamentais: a) nos resultados alcançados no estudo (respostas aos instrumentos, ideias dos documentos etc.); b) na fundamentação teórica (manejo dos conceitos-chaves das teorias e de outros pontos de vista); c) na experiência pessoal do investigador (Triviños, 2012, p. 173).

De forma que foi possível a realização da avaliação da forma e conteúdo de como o trabalho escolhido desenvolveu o ensino e aprendizagem das operações aritméticas

fundamentais sob a mediação da resolução de problemas, elencando-se como categorias de análise: ensinar sobre Resolução de Problemas; Ensinar para Resolver Problemas; Ensinar através da Resolução de Problemas (Schroeder; Lester, 1989).

5 ANÁLISE DOS DADOS

5.1 AS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS FUNDAMENTAIS NA PERSPECTIVA DA EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

A pesquisa de Araújo (2021) foi desenvolvida em 23 aulas, realizadas em um total de 12 encontros com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Baía Formosa – RN. Trabalhou-se as operações aritméticas fundamentais na perspectiva de Exploração, Resolução e Proposição de problemas, tendo-se descrito as ideias intuitivas que cada operação possui como também a importância de se trabalhar com outras ideias além das intuitivas, para uma aprendizagem mais reflexiva e aprofundada.

Araújo (2021) chama atenção para duas perspectivas históricas e complementares do ensino das operações aritméticas fundamentais: Dantas (2014) que traz as quatro operações como uma construção histórica complexa e destinada à elite, exercendo, pois, função social. E Silva (2016) que apresenta o ensino das quatro operações como tradicional, pois segue-se regras de apresentação de cada operação de forma isolada, dificultando-se a compreensão dos alunos ao se depararem com problemas que envolvam as quatro operações, já que aprenderam as operações de forma isolada.

A composição teórica feita por Araújo (2021) sobre os conceitos de cada operação vai de encontro a Caraça (1951) uma vez que utiliza as ideias de Silva (2016) para definir Adição como $a + b = c$, em que a , b e c são números naturais, sendo a e b chamados de parcelas e c soma das parcelas e a operação de Subtração por $a - b = c$, onde a é o minuendo, b é o subtraendo e c é a diferença.

Para expor as definições teórico-metodológicas de multiplicação e divisão, Araújo (2021) ancora-se em Vergnaud (2009) e Albuquerque (2019). Para Vergnaud (2009), a multiplicação e divisão estão sob os mesmos parâmetros: os problemas de divisão se encaixam nos problemas do tipo multiplicativo, uma vez que fundamentalmente, a divisão é o inverso da multiplicação. Albuquerque (2016), em outra vertente vê uma conexão entre a Multiplicação e Adição: a multiplicação é a soma de parcelas iguais, em que o raciocínio multiplicativo construído, deve partir de relações entre duas variáveis ou grandezas.

Araújo (2021), ao discorrer especificamente sobre divisão, ancorada em Dantas (2014) e Silva (2016) explicita que a divisão pode envolver a ideia de distribuição equitativa (repartição em partes iguais) ou de medida (quantas vezes uma quantidade cabe em outra). Acrescenta ainda, segundo Albuquerque (2016) que é preciso considerar os três aspectos essenciais de uma divisão: a natureza do todo, as características das partes e as características do resto.

Para Araújo (2021) é crucial trabalhar as operações aritméticas fundamentais de forma abrangente para que os alunos possam aprender a aplicar esses conceitos no seu cotidiano, tendo-se como ponto de partida problemas do dia a dia para em momento posterior teorizar-se sobre os conceitos das operações aritméticas fundamentais.

Para o levantamento e análise dos dados, Araújo (2021) anuncia que trabalhou com a metodologia da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas no ensino e aprendizagem da matemática, e partiu de Onuchic e Allevato (2011) para ancorar as ideias teóricas sobre a implementação da Metodologia de Ensino-aprendizagem de matemática a partir das proposições da metodologia da Resolução de problemas.

Araújo (2021), parte de Onuchic e Allevato (2011) e Andrade (2011) para dizer que a resolução de problemas exige uma nova postura do professor e dos alunos, cabendo ao professor selecionar o problema adequado para o conteúdo e conceitos a serem construídos. O professor

deixa de ser o centro das atividades e passa a ser um mediador, transferindo aos alunos a responsabilidade pela aprendizagem. Acrescenta, ainda que a metodologia de resolução de problemas é motivadora e desenvolve o raciocínio lógico e dedutivo nos alunos, mas exige que os professores a apliquem corretamente e que evitem a mecanização dos algoritmos e incentivem o pensamento crítico. Os problemas devem ajudar os estudantes a desenvolver a capacidade crítica sem a mecanização do uso do algoritmo, por representar uma maneira incorreta de se trabalhar a resolução de problemas em sala de aula.

A partir de Boavida et al (2008), Araújo (2021) faz referência a uma classificação simples dos tipos de problema: (a) de cálculo - requerem apenas a tomada de decisões relativas à resolução da operação; (b) de processo - não podem ser resolvidos apenas por seleção da operação apropriada, requerendo reflexão e leitura mais atenta, o que favorece o desenvolvimento do pensar matemático e (c) abertos - apresentam mais do que uma estratégia para se chegar à solução, requerendo um processo de exploração e criação de estratégias mais exigentes.

Aprofundando os aspectos teóricos sobre a resolução de problemas Araújo (2021) apresenta a exploração de problema propondo o modelo Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese (P-T-RS): o problema é apresentado aos alunos; professor e alunos discutem o trabalho (problema), refletindo e sintetizando, o que leva a soluções, novos conteúdos, novos problemas, novos trabalhos e novas reflexões. Conclui que não basta apenas propor situações e exercícios semelhantes para os alunos resolverem: é necessário que os problemas incentivem os estudantes pensarem criticamente, evitando a mecanização dos algoritmos.

Sobre a proposição de problemas Araújo (2021) ancora-se em Silver (1994), para afirmar que a proposição de problemas envolve tanto a criação de novos problemas quanto a reformulação de problemas existentes; e em Chica (2001) para dizer que é possível criar novos questionamentos e trabalhar na formulação de problemas a partir de uma nova operação matemática.

Ainda de acordo com Chica (2001) Araújo (2021) apresenta duas abordagens para a proposição de problemas: utilizando apenas o nome da operação ou a própria operação com números estabelecidos, podendo ser uma ou várias operações, ou até mesmo uma expressão numérica e elaborando o texto de um problema para verificar se os alunos compreendem as ideias matemáticas relacionadas às operações, como juntar ou acrescentar quantidades no caso da adição. Essas abordagens permitem que os alunos usem sua criatividade e demonstrem sua compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

Para Araújo (2021), a metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, ao desafiar os alunos a resolverem problemas, não os limita a apresentarem apenas a solução.

O levantamento dos problemas apresentados no estudo são apresentados a seguir conforme tabela abaixo:

Quadro 3 - Resumo descritivo dos encontros

Encontros	Operações trabalhadas	Tipo de abordagem	Descrição do encontro	Técnicas de análise dos dados
1	-	Ensinar através da resolução de problemas	contato inicial com a turma – apresentação do trabalho.	-
2	Adição com a ideia de Combinar, Subtração com a ideia de Comparar, Multiplicação com a ideia de Comparação Multiplicativa e Divisão com a ideia quotativa.	Ensinar através da resolução de problemas	Informado aos alunos o compartilhamento de 6 situações problemas onde os alunos teriam que responder e que, se tivessem dúvidas, poderiam falar.	Exploração e Resolução de problemas

3	Multiplicação e Divisão (Conjunto dos Números Naturais e Racionais Positivos).	Ensinar através da resolução de problemas	foram trabalhados 4 problemas, apresentados um por vez para que os alunos pudessem ler, fazer perguntas e tentar resolver aquele determinado problema, antes de partir para o próximo problema.	Exploração e Resolução de problemas
4	Adição, com a ideia de mudar adicionando; Subtração, com a ideia de mudar subtraindo; multiplicação, com a ideia de comparação multiplicativa.	Ensinar através da resolução de problemas	Foram trabalhados 4 problemas, apresentados um por vez para o professor acompanhar e tirar dúvidas dos alunos caso surgissem.	Exploração e Resolução de problemas
5	Adição, com a ideia de combinar adicionado, Subtração, com a ideia de comparação e a multiplicação, com a ideia de Área retangular.	Ensinar através da resolução de problemas	A aula iniciou com uma situação-problema compartilhada através de slides, para que os alunos pudessem ler e, consequentemente, solucionar o problema. foram trabalhados dois problemas, o primeiro com o uso da multiplicação e o segundo problema com a utilização de adição e subtração.	Exploração e Resolução de problemas
6	Produto cartesiano (Raciocínio combinatório) e divisão cartesiana e quotativa	Ensinar através da resolução de problemas	A aula iniciou com discussões acerca dos três problemas propostos para que os alunos pudessem resolver.	Exploração e Resolução de problemas
7	Adição com ideias e conceitos através de Sentenças Numéricas	Ensinar através da resolução de problemas	Aula partiu da ideia de Proposição de Problemas onde os alunos descreviam situações problemas para a operação de adição descrita na sentença numérica pelo professor.	Proposição de Problemas
8	Subtração com ideias e conceitos através de Sentenças Numéricas	Ensinar através da resolução de problemas	Aula partiu da ideia de Proposição de Problemas onde os alunos descreviam situações problemas para a operação de subtração descrita na sentença numérica pelo professor.	Proposição de Problemas
9	Multiplicação com ideias e conceitos através de Sentenças Numéricas	Ensinar através da resolução de problemas	Aula partiu da ideia de Proposição e exploração de problemas que envolvam a operação de multiplicação com suas respectivas ideias e conceitos através de sentenças numéricas.	Proposição e exploração de problemas
10	Divisão com ideias e conceitos através de Sentenças Numéricas	Ensinar através da resolução de problemas	Aula partiu da ideia de Proposição e exploração de problemas que envolvam a operação de divisão com suas respectivas ideias e conceitos através de sentenças numéricas.	Proposição e exploração de problemas
			A aula teve dois problemas apresentados, onde o professor mediu a exploração e	

11	Divisão com o resto diferente de zero	Ensinar através da resolução de problemas	resolução dos problemas em situações que envolvam a operação de divisão com o resto diferente de zero.	Exploração e resolução de problemas
12	As quatro operações em expressões numéricas	Ensinar através da resolução de problemas	A aula teve um problema apresentado, onde o professor mediu a exploração e resolução dos problemas em situações que envolvam as quatro operações em expressões numéricas.	Exploração e resolução de problemas

Fonte: Araújo, 2021.

Analisando-se os encontros (vide quadro acima) tem-se que o conteúdo matemático de operações aritméticas foi explorado observando-se as ideias, significados e conceitos das operações fundamentais com a utilização da metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas e que tipo de abordagem da Resolução de problemas utilizado foi “ensinar através da resolução de problemas”; abordagem esta que consiste na apresentação do problema pelo professor, antes do conteúdo formal aos alunos que por sua vez primam pelas respostas a partir de modos próprios de resolução (Schroeder e Lester.1989).

No estudo de Araújo (2021), os problemas escolhidos para o ensino das operações aritméticas fundamentais foram baseados em situações do cotidiano, com o objetivo de despertar o interesse e a curiosidade dos alunos, motivando-os a buscar soluções de forma ativa e crítica, mesmo que tenham demonstrado dificuldades com a proposta de trabalho da autora. A metodologia utilizada enfatizou a importância de se discutir e entender os processos de resolução adotados pelos alunos, almejando-se um aprendizado mais profundo e menos mecanizado, o que vai de encontro com Polya (1995), que destacou a importância da resolução de problemas como uma estratégia focada no desenvolvimento do pensamento crítico e na capacidade de resolver problemas de maneira sistemática e na apresentação de problemas que desafiem os alunos quanto ao reconhecimento teórico-prático dos conceitos matemáticos.

Quanto ao tipo de abordagem da Resolução de Problemas, Araújo (2021) apresentou a de ensinar através da resolução de problemas visando despertar os alunos para os problemas antes mesmo da formalização do conteúdo, esperando-se, dessa forma, que os alunos se apropriassem de processos autônomos de resolução de problemas, de aprendizagens ativas, primando-se pela construção de pensamento crítico-reflexivo da matemática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considera-se que o uso método Resolução de problemas no contexto do ensino e aprendizagem das operações aritméticas fundamentais pode auxiliar procedimentos de resolução de problemas desenvolvidos pelos alunos; no sentido de que os alunos podem transcender as formas comuns de se aprender as operações fundamentais, otimizar formas de pensar os problemas e suas resoluções, desenvolver a compreensão e uso da linguagem e pensar tanto as questões simples da vida cotidiana quanto aquisição de conhecimentos para a compreensão de outros contextos matemáticos.

Acredita-se que o objetivo deste trabalho foi alcançado pois analisando-se o trabalho “As operações aritméticas fundamentais na perspectiva da exploração, resolução e proposição de problemas” acessou-se uma discussão teórica enriquecedora sobre o assunto operações fundamentais, bem como uma discussão teórico-prática sobre a Resolução de Problemas no contexto da metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas.

A partir dos resultados, notificou-se que a maioria dos alunos apresentaram uma boa desenvoltura em solucionar os problemas propostos e que foi possível aprofundar a ideia/conceito/significado “para não resolver por resolver”. Percebeu-se também, que muitos

alunos demonstraram dificuldade com as operações de multiplicação e divisão, sobretudo quando foram acrescentadas as expressões numéricas, ficando visível as dúvidas quanto à interpretação dos enunciados dos problemas. Razão pela qual apresentaram algumas dificuldades para usarem a metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas.

Mesmo com os entraves demonstrados a metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas tem condições didático-pedagógicas de causar um ensino e aprendizagem reflexivas de conceitos/ideias/significados das operações aritméticas fundamentais.

Por tudo o que foi assinalado, ainda é necessário um trabalho de base/iniciação da matemática através das operações aritméticas fundamentais uma vez que se constituem como base para a compreensão de conteúdos subsequentes e, importantes dentro do currículo para a aquisição de novas habilidades que facilitem futuras aprendizagens de conteúdos que compõem o currículo da matemática em geral.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Jessica Almeida. **As operações aritméticas fundamentais na perspectiva da exploração, resolução e proposição de problemas**. 2021. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=11316184. Acesso em: 9 mar. 2023.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 27 jul. 2022.

BRASIL. **LEI Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.ht. Acesso em: 5 jul. 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 5 mai. 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 2 jul. 2022.

BRITO, Vanessa Mendes. **A reversibilidade nas operações aritméticas: um estudo no contexto da resolução de problemas**. 2020 Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9935962. Acesso em: 09 mar. 2023.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa 1951. Disponível em: <http://literamati.dominiotemporario.com/doc/Conceitos.pdf>. Acesso em: 20 maio 2022.

DENZIN, N. K; LINCOLN, I. **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Porto Alegre: Artmed, 2006. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/356625973/235778624-O-Planejamento-Da-Pesquisa-Qualitativa-pdf>. Acesso em: 12 abr. 2022.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila. Disponível em: https://books.google.com.br/books/about/Apostila_de_metodologia_da_pesquisa_cien.html?hl=pt-BR&id=oB5x2SChpSEC&redir_esc=y. Acesso em: 25 abr. 2022.

GELSON, Iezzi. **Fundamentos de matemática elementar: conjuntos, funções**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 1. Disponível em: <https://barbosadejesu.wordpress.com/wp-content/uploads/2021/09/fundamentos-da-matematica-elementar-1-.pdf>

IFRAH, Georges. **Os números: a história de uma grande invenção**. Tradução: Stella Maria de Freitas Senra. Revisão técnica Antonio José Lopes, Jorge José de Oliveira. Rio de Janeiro: Globo, 1989. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3854773/mod_resource/content/1/IFRAH%2C%20G.%20Os%20N%C3%BAmeros%20%28cap.%201%20e%202%29.pdf. Acesso em: 8 fev. 2022.

LIBÂNEO José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994. Disponível em: https://www.professorrenato.com/attachments/article/161/Didatica%20Jose-carlos-libaneo_obra.pdf. Acesso em: 22 mar. 2022.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. NSG (2011). *Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas*. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Vol. 25, Nº 41. 2011. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/01d736ab-d4f9-4768-a844-1a5bbd9d26ef/content>. Acesso em: 7 mar. 2023.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte, Autêntica: 2018. Disponível em: <https://static.scielo.org/scielobooks/dj9m9/pdf/brandt-9788577982158.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2024.

PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Disponível em: <https://archive.org/details/AArteDeResolverProblemasGeorgePolya>. Acesso em: 23 out. 2023.

SANTOS, Andreia Freire dos. **O favorecimento da vivência da metacognição a partir da resolução de problemas aritméticos por alunos dos anos finais do ensino fundamental**. 2020. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9369732. Acesso em: 09 mar. 2023.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. *In*: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (ed.). *New Directions for Elementary School Mathematics*. **Reston**: VA: NCTM, 1989. p. 31-42. Disponível em: <https://www.bgsu.edu/content/dam/BGSU/COSMOS/Documents/resources/C2AM2P-resources/Developing-Understanding-Mathematics-Problem-Solving-Schroeder-Lester-1989.pdf>. Acesso em: 9 jul. 2023.

TRIVINIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**. São Paulo: Atlas, 2012. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4233509/mod_resource/content/0/Trivinos-Introducao-Pesquisa-em_Ciencias-Sociais.pdf. Acesso em: 14 jun. 2023.