



**INSTITUTO
FEDERAL**
Piauí

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PICOS
CURSO FÍSICA**

RIQUELMI FRANCISCO DA ROCHA

**INTRODUZINDO O CONCEITO DE REFERENCIAIS NÃO INERCIAIS NA
MECÂNICA PARA DISCENTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA**

**PICOS
2024**

RIQUELMI FRANCISCO DA ROCHA

INTRODUZINDO O CONCEITO DE REFERENCIAIS NÃO INERCIAIS NA MECÂNICA
PARA DISCENTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de licenciatura em Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Picos.

Orientador: Prof. Dr. Augusto Plácido
Cavalcante Melo de Lima

INTRODUZINDO O CONCEITO DE REFERENCIAIS NÃO INERCIAIS NA MECÂNICA PARA DISCENTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

Riquelmi Francisco da Rocha¹

Augusto Plácido Cavalcante Melo de Lima²

RESUMO

Em física, o conceito de referencial é essencial na análise dos fenômenos como os da área de mecânica. É a partir dele que começa-se a análise do problema, que estabelece-se as medidas e a forma de solucioná-lo. Existem dois tipos de referenciais: os inerciais que são aqueles em que uma partícula livre (longe de influências externas) continua em seu estado de movimento seja ele de repouso ou de movimento retilíneo e uniforme; e os não inerciais que são aqueles dotados de aceleração, esse segundo tipo em particular não é abordado ou o é com pouca profundidade em alguns livros textos de física básica. Porém, os referenciais não inerciais são os que de fato são encontrados ao nosso entorno; como um carro realizando uma curva, um avião decolando, entre outros vários exemplos. Por isso, o conhecimento desse tópico é essencial para profissionais das Ciências exatas, principalmente para professores de Física em formação que no futuro irão ministrar aulas e terão um compromisso com o conhecimento e seu disseminamento, tendo assim de conhecer o máximo possível da área que irão atuar. Em vista do exposto cabe a proposição e a construção de uma sequência de aulas para turmas de licenciatura em física, tendo como suporte teórico a teoria de aprendizagem denominada aprendizagem significativa de Ausubel. Espera-se que quando aplicada os estudantes obtenham uma aprendizagem significativa dos conceitos ligados à Mecânica em referenciais não inerciais, às suas aplicações e sua importância. Os que levará, a um maior aprofundamento/conhecimento da Mecânica.

Palavras-chave: Referenciais; Mecânica; Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

In physics, the concept of a reference frame is essential for the analysis of phenomena, especially in the field of Mechanics. It is from this concept that the analysis of a problem begins, measurements are established, and the approach to solve it is determined. There are two types of reference frames: inertial frames, where a free particle (free from external influences) continues in its state of motion, whether at rest or moving in a straight line at a constant velocity; and non-inertial frames, which are accelerated. The latter type is often not addressed or is covered superficially in some basic physics textbooks. However, non-inertial reference frames are actually the ones most commonly encountered in our surroundings, such as a car making a turn, a plane taking off, and many other examples. Therefore, understanding this topic is essential for professionals in the exact sciences, especially for future physics teachers, who will be responsible for teaching and disseminating knowledge, thus needing to be as knowledgeable as possible about the field in which they will work. In light of this, it is important to propose and develop a sequence of lessons for undergraduate physics students, using Ausubel's theory of meaningful learning as the theoretical framework. It is expected that, when applied, students

¹ Graduando em Licenciatura em Física. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí Campus Picos. capic.20191sf0020@aluno.ifpi.edu.br.

² Graduação em Bacharelado em Física pela Universidade Federal do Ceará, mestrado em Física pela Universidade Federal do Ceará e doutorado em Física pela Universidade Federal do Ceará. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí Campus Picos. Augusto.placido@ifpi.edu.br.

will achieve meaningful learning of the concepts related to Mechanics in non-inertial reference frames, their applications, and their importance. This will lead to a deeper understanding and knowledge of Mechanics.

Keywords: References; Mechanics; Meaningful Learning.

Data de aprovação do TCC: 16/09/2024

1. INTRODUÇÃO

Quando estuda-se fenômenos físicos, em particular os da área de mecânica, estabelece-se um referencial e a partir desse é que inicia-se as etapas de análise e as aplicações das leis fundamentais, tais como as leis de Newton, que são válidas em referenciais inerciais. Em contrapartida, existem referenciais que apresentam efeitos de aceleração, é um fato experimental que neles as leis de Newton não têm validade completa. Dessa forma, se acoplarmos referenciais a objetos que possuem aceleração não-nula em relação a outros referenciais inerciais, então, teremos exemplos de referenciais não inerciais.

O estudo de referenciais não-inerciais possui uma ampla abrangência, pode-se citar a área da informação com a investigação do entrelaçamento quântico de campos eletromagnéticos em referenciais não inerciais, utilizando o estado entrelaçado de helicidade de fótons (Ling, Yi et al, 2007), na espectroscopia vibracional e em fenômenos de transferência de energia com o surgimento da *força de Coriolis* que acopla os movimentos vibracionais e rotacionais moleculares, associando as energias dos modos normais de vibração (Borges; Braga, 2011). De um ponto de vista histórico, há influência sobre as rotas marítimas, assim como um apontamento de um possível novo ponto de vista do “descobrimento” do Brasil pelos portugueses em 1500 (Chesman; Cavalcanti-Neto; Furtado, 2023). De um ponto de vista mais estrito, Mecânico, pode-se mencionar a deflexão transversal na queda livre dos corpos, o efeito da rotação da Terra sobre um pêndulo simples cujo ponto de suspensão pode girar livremente (pêndulo de Foucault), a modificação no vetor aceleração da gravidade (Lemos, 2007), entre outros efeitos.

Entretanto, em alguns livros-texto de Física básica ou livros-texto de Mecânica esse tópico frequentemente não é abordado ou o é com pouca profundidade (tal como, Knight (2000)). Por exemplo, veja as referências Tipler (1994), Halliday, Resnik e Walker (1996) e Young (2003), as quais chegam a citar que existem referenciais em que as leis de Newton não são aplicáveis, mas não abordam sistematicamente esse tópico. Esse fato se configura como uma dificuldade para uma formação mais completa de futuros professores de física.

Não ter conhecimento sistemático de como trabalhar em referenciais não inerciais leva muitas vezes o estudante a estabelecer hipóteses errôneas a respeito de alguns fenômenos ou ainda não conseguir formular explicações coerentes sobre os fenômenos em análise. Além disso, o estudo desses referenciais propicia aos estudantes uma compreensão mais aprofundada da Mecânica e do mundo real, pois a maioria dos movimentos do cotidiano ocorre em referenciais não inerciais, como um carro realizando uma curva, a rotação da Terra, um avião decolando, entre outros (De Vasconcelos, 2018).

Nesse sentido, este trabalho busca introduzir o estudo dos referenciais não inerciais em turmas do ensino superior (licenciatura em física) através da proposta de uma sequência didática contemplando o estudo de referenciais não-inerciais, utilizando como referencial teórico a aprendizagem significativa de Ausubel. Desse modo, eventualmente atingindo um coletivo maior de pessoas, pois o público alvo é o de futuros profissionais do Ensino em Física (professores de Física) e terão uma gama maior de conhecimento, sobre um tema que muitas vezes não os é apresentado, para poderem expor em suas salas de aula.

Inicialmente a sequência foi pensada (plano de aula 1 - plano de aula 3 no apêndice B) para turmas que já tenham passado por um curso básico de Mecânica e cálculo (como nos capítulos 1 a 9 do Tipler (1994) e no capítulo 3 do Leithold (1994)), pois algumas passagens/percepções necessitam dessa base. Entretanto, deixamos também um adicional (plano de aula 4 no apêndice B), caso o professor opte por aplicá-la em turmas mais avançadas (da metade em diante do curso), esse último prever um conhecimento de equações diferenciais (tal como nos capítulos 1 a 3 do Boyce e DiPrima (2010)) e um pouco de números complexos (tal como no capítulo 1 do Iezzi (2013)), por esse motivo deve ser exposto para turmas mais avançadas, talvez numa disciplina eletiva/optativa (com o nome de Mecânica Clássica no nível do Taylor (2013), por exemplo). Além disso, espera-se que os estudantes absorvam os novos conhecimentos, assim como obtenham uma compreensão aprofundada e duradoura dos mesmos, que se envolvam ativamente no processo de ensino-aprendizagem e apliquem o que foi aprendido. Por isso a escolha do suporte teórico: a teoria de aprendizagem denominada aprendizagem significativa de Ausubel, que busca propiciar aos estudantes a possibilidade de construção das características apresentadas anteriormente. Além disso, o tópico tratado neste artigo está intimamente ligado ao nosso cotidiano, uma vez que o próprio planeta Terra com seu movimento de rotação, ao redor do seu eixo, se assenta em um referencial não inercial. Portanto, é um tópico cuja teoria pode ser diretamente ligada a prática, o que se configura como uma preocupação da aprendizagem significativa.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. MOVIMENTO SOB REFERENCIAIS INERCIAIS

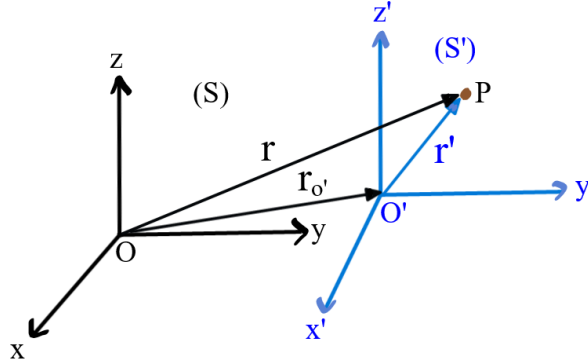
Na análise dinâmica de um corpo qualquer, se estabelece um referencial ou um sistema de referência e a partir dele são feitas as medidas de tempo, posição, aceleração, entre outras variáveis, com o objetivo de descrever e prever o seu movimento. Um referencial pode ser entendido como um sistema cartesiano de eixos que medem as coordenadas, e um relógio, para medir o tempo (Nussenzveig, 2002). Newton teve a preocupação de estabelecer o referencial no qual as suas leis, que são as bases da Mecânica, seriam válidas.

Ao escrever sua primeira lei (Lei da Inércia), a qual “já havia sido proposta, no que tem de essencial, tanto por Galileo como por Descartes” (Chibeni, 1999, pág. 3), cujo o enunciado é: “Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que ele seja forçado a mudar tal estado por forças imprimidas sobre ele” (Isaac, 2002, p. 53); Newton percebeu que suas leis eram válidas apenas para referenciais inerciais, ou seja, referenciais que satisfazem a primeira lei, em outras palavras, nos quais o corpo está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme (MRU), a menos que uma força externa atue sobre ele (Thorton; Marion, 2011).

Nesse sistema de referência o espaço é homogêneo e isotrópico, isto é, todas as posições e as direções são iguais e o tempo é uniforme (Watari, 2004). Caso não fosse as leis da Mecânica não teriam a mesma forma em todos os referenciais inerciais, ou seja, a depender da escolha do referencial inercial fenômenos simples poderiam assumir formas extremamente complicadas. Além disso, não haveria garantia de que as diferentes posições e orientações de um corpo, no espaço, seriam equivalentes do ponto de vista da Mecânica (Landau; Lifchitz, 1996). $\mathbf{r}$

Dados dois referenciais, S fixo (em relação a um referencial inercial) e S' que se move em relação a S , com velocidade constante, $\mathbf{V}$ (onde as letras em negrito representam grandezas vetoriais, essa convenção será utilizada em todo o artigo), os dois observam algum fenômeno denotado pelo ponto P e possuem a origem coincidindo em $t = t' = 0$ (figura 1).

Figura 1: configuração entre os referenciais S e S'.



Fonte: própria do autor.

A relação entre os vetores posição expressos na figura 1 é

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{0'} + \mathbf{r}', \quad (1)$$

usando $\mathbf{V}t = \mathbf{r}_{0'}$ e rearranjando os termos da eq. (1), obtém-se

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t, \quad (2)$$

essa segunda forma se torna mais conveniente pois explicita as medidas de posição atribuída para P e tempo de acordo com cada referencial, do lado esquerdo da equação tem-se somente medidas em S' e do lado direito medidas em S. A relação entre as velocidades pode ser determinada derivando a eq. (2) em relação ao tempo,

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{V}, \quad (3)$$

que corresponde a velocidade relativa. Derivando novamente em relação ao tempo obtém-se a aceleração.

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}. \quad (4)$$

Logo, a aceleração de uma partícula/corpo é a mesma para todos os observadores (ente capaz de medir tempo e espaço) inerciais estejam eles em movimento ou em repouso, ou seja, a aceleração é a mesma independente do movimento relativo de translação entre os observadores (Alonso; Finn, 2018). Já a massa é uma constante universal, no contexto da física clássica. “Isto é, diferentes observadores, independentemente de seus movimentos relativos, concordam, todos, sobre o valor (único) que atribuem à quantidade de matéria de um corpo” (Peduzzi, 2009, Pág. 42).

Uma dúvida que pode surgir é no caso que envolva forças de caráter gravitacional, nessa circunstância teriam envolvidas a massa gravitacional (grandeza física que representa como um objeto responde à presença de um campo gravitacional) e a massa inercial (propriedade de um corpo que especifica o quanto ele pode resistir a mudanças na sua velocidade), porém é um fato que essas duas grandezas são iguais. Para mostrar isso, suponha uma pessoa em uma nave espacial sem janelas (de modo que não saiba se está em uma nave ou na Terra), que se encontra no espaço sideral (longe de influências externas), acelerada para cima com aceleração uniforme

g . Ao soltar uma bola ele verifica que esta cai com aceleração g em direção ao chão da nave, de modo que, sua conclusão é de que está em um campo gravitacional e a bola caiu devido a força gravitacional (ou seja, para ele a massa da bola é a massa gravitacional). Porém, para um observador externo a aceleração g adquirida pela bola deve-se a aceleração obtida pela nave ao ser submetida a uma força $\mathbf{F}$ (portanto, o observador, constata que a bola possui uma massa inercial). Devido as descrições dos dois observadores serem equivalentes (Princípio da Relatividade Geral), então, as massas inicial e gravitacional devem ser iguais (Castellani, 2001).

O fato explicitado acima (igualdade entre a massa inercial e a massa gravitacional), inexplicável no arcabouço da física newtoniana, foi inicialmente confirmado através da experimentação (Machado; Tort; Zarro, 2021). Posteriormente, Einstein, com o seu Princípio da equivalência (um referencial acelerado é idêntico a um referencial em repouso em um campo gravitacional), percebeu que as duas massas são equivalentes (Leite; Andrade-Neto, 2023).

Portanto, a segunda lei de Newton em S' tem a mesma forma que em S (isto é, a aceleração é a mesma, assim como a massa; essas não mudam na transformação entre referenciais inerciais). Em relação as outras duas leis, a primeira, que define os referenciais inerciais, com certeza é válida nesse tipo de referencial. A terceira lei também tem validade assegurada, já que, se as forças sobre um sistema Mecânico se anulam duas a duas (ação e reação) em um referencial inercial, então uma transformação como a da eq. (1) não muda esse resultado. Ou seja, se vale $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{0}$ em um referencial inercial, então vale $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{0}$ no outro referencial inercial (já que a segunda lei de Newton não muda, como mostrado anteriormente). Logo, “A física descrita pelas leis de Newton é a mesma para todos os observadores inerciais” (Neto, 2004, pág. 94).

2.2. REFERENCIAIS NÃO INERCIAIS

Em contrapartida ao inercial, um referencial não inercial é aquele que não possui uma velocidade constante em relação a um referencial inercial. Como será mostrado adiante, nesse sistema as leis de Newton não possuem validade completa, porém elas podem ser “reestruturadas”, em particular a segunda lei, para englobarem as denominadas forças fictícias (ou de inércia).

2.2.1. Referenciais em translação

Seja a mesma configuração de referenciais da figura 1 com a mudança de que S' se move acelerado em relação a S. Portanto

$$\mathbf{r}_{0'} = \mathbf{V}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{A} t^2, \quad (5)$$

onde $\mathbf{V}_0$ é a velocidade inicial do referencial S' (em relação a S), suposta constante, e $\mathbf{A}$ é a aceleração desse mesmo referencial (relativa a S). Aplicando a eq. (5) na eq. (1) e rearranjando os termos

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t - \frac{1}{2} \mathbf{A} t^2, \quad (6)$$

derivando em relação ao tempo fica explícita a relação entre as velocidades

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{V}_0 - \mathbf{A} t, \quad (7)$$

derivando outra vez com respeito ao tempo é estabelecida a relação entre as acelerações,

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a} - \mathbf{A}. \quad (8)$$

Portanto, as acelerações medidas nos dois referenciais diferem por um termo $-\mathbf{A}$ que é a aceleração do referencial S' em relação a S. Isso implica que a segunda lei de Newton, assim como as outras duas, não são completamente válidas para o referencial que possui aceleração diferente de zero. Pela eq. (8):

$$\mathbf{F}' = m\mathbf{a} - m\mathbf{A}. \quad (9)$$

O termo novo que aparece não se deve a interações entre partículas, ou seja, não corresponde a nenhuma “força física” (não existe reação para $-m\mathbf{A}$). O novo termo só aparece devido ao fato de S' se mover acelerado. Porém, a fim de descrever o movimento de um corpo (ou conjunto de corpos) nesses referenciais, a segunda lei deve ser estendida para incluir essas forças denominadas fictícias (ou inerciais)

$$\mathbf{F}_{in} = -m\mathbf{A}. \quad (10)$$

Decorre das eqs. (9) e (10):

$$\mathbf{F}' = m\mathbf{a} + \mathbf{F}_{in}, \quad (11)$$

ou seja, o referencial S' mede a mesma força resultante que o referencial S acrescido ainda da força de inércia. Desse modo, fica evidente que a segunda lei de Newton pode ser estendida para o referencial acelerado, para tanto basta acrescentar as forças de inercia na equação.

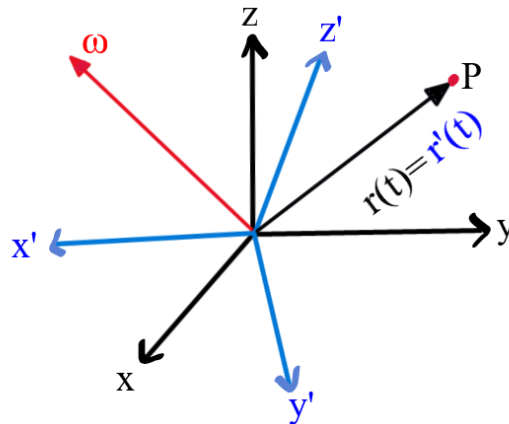
Entretanto, o mesmo não ocorre com a terceira lei já que esta é formulada de modo a tratar das interações entre dois, ou mais, sistemas/objetos. Na Mecânica newtoniana as forças de inercia não são devidas às interações reais entre o corpo de prova e os outros corpos do universo (Neto, 2004).

Dado um referencial S' atrelado a um trem em velocidade alta e constante, viajando suavemente ao longo de trilhos retos, e um dado cubo de gelo posicionado no chão do trem. Como visto a partir do trem (referencial S'), o cubo de gelo está se movendo com a mesma velocidade do trem e continua assim, obedecendo à primeira lei. Mas, agora, considere a mesma situação analisada segundo um trem (referencial S'') que está acelerando para frente. À medida que esse trem acelera para frente, o cubo de gelo é deixado para trás e, relativo à origem de S'' , o cubo de gelo acelera para trás, mesmo que ele não esteja sujeito a nenhuma força resultante. Relativamente ao referencial acelerando S'' a lei da inércia não é válida, e dizemos que o referencial S'' é não inercial (Taylor, 2013).

2.2.2. Referenciais em rotação

Seja um sistema de referência inercial fixo S (com relação a um referencial inercial) e um sistema de referência S' que está em rotação com velocidade angular ω constante em relação a S . Os dois sistemas possuem a origem coincidindo ($O = O'$) e observam uma partícula denotada pelo ponto P (observe a figura 2). Os vetores $\mathbf{r}(t)$ e $\mathbf{r}'(t)$, são os vetores posições da partícula em relação aos referenciais S e S' , respectivamente, em que $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}'(t)$ (pois as origens de S e S' coincidem, e, portanto, os vetores posição do ponto P , medido pelos dois referenciais em relação as suas respectivas origens, são iguais).

Figura 2: referencial girante com eixo de rotação.



Fonte: própria do autor

A relação entre as taxas de variação, de um vetor $\mathbf{M}$ qualquer, medidas em um referencial inercial (S) e em uma referencial não inercial (S') é (vide apêndice A)

$$\left(\frac{d\mathbf{M}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\mathbf{M}}{dt}\right)_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M}, \quad (12)$$

onde os subíndices nas derivadas expressam em que referencial está sendo tomada a taxa de variação. Aplicado o resultado da eq. (12) para o vetor posição resulta

$$\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}, \quad (13)$$

em que o termo a esquerda da igualdade representa a velocidade do ponto P em relação à S ($\mathbf{v}$), e o primeiro termo a direita da equação representa a velocidade medida no referencial S' ($\mathbf{v}'$). A eq. (12) é válida para qualquer vetor, de modo que, ela aplicada a velocidade da partícula em relação a S sucede

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_S = \left(\frac{d}{dt}\right)_{S'} \left[\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \right] + \boldsymbol{\omega} \times \left[\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \right], \quad (14)$$

note que $\boldsymbol{\omega}$ é uma constante, portanto sua derivada é zero, e agrupando os dois termos comuns, é possível escrever a eq. (14) como

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_S = \left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_{S'} + 2\boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}). \quad (15)$$

A fim de classificar os termos

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_S \equiv \boldsymbol{\alpha} = \text{aceleração relativa a } S, \quad (16)$$

e

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_{S'} \equiv \boldsymbol{\alpha}' = \text{aceleração relativa a } S'. \quad (17)$$

Com a nomenclatura dada pelas eqs. (16) e (17) a eq. (15) pode ser reescrita como

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}' + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}). \quad (18)$$

Multiplicando ambos os membros da igualdade da eq. (18) pela massa m , decorre:

$$m\boldsymbol{\alpha} = m\boldsymbol{\alpha}' + 2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}). \quad (19)$$

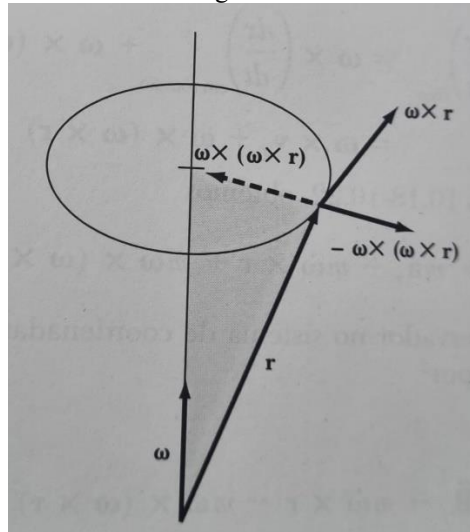
A segunda lei de Newton em S' é $m\boldsymbol{\alpha}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{in}$, comparando com a eq. (19), finalmente, surge

$$\mathbf{F}_{in} = -2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}), \quad (20)$$

como expressão geral das forças de inércia num referencial S' , em rotação uniforme com velocidade angular $\boldsymbol{\omega}$ em relação a um referencial inercial S .

O termo $\mathbf{F}_{cen} \equiv -m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ é denominada *força centrífuga*, a qual é sempre perpendicular ao eixo de rotação e aponta radialmente para “fora” com respeito à origem do referencial (figura 3). A $\mathbf{F}_{cor} \equiv -2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}'$ possui o nome de força de Coriolis, a qual é sempre perpendicular ao eixo de rotação e ao vetor velocidade da partícula.

Figura 3: diagrama indicando que o vetor $-\omega \times (\omega \times \mathbf{r})$ aponta para fora, afastando-se do eixo de rotação ao longo de ω .



Fonte: Thorton; Marion, 2011, pág. 350.

Elas são responsáveis por fenômenos como: o efeito da rotação do plano de oscilação de um pêndulo simples cujo ponto de suspensão pode girar livremente (pêndulo de Foucault), os efeitos em uma centrífuga de alta velocidade, modificação da aceleração da gravidade, as chamadas forças g sobre um astronauta durante o lançamento, um desvio transversal em corpo que caem em queda livre, a direção preferencial de rotação de ciclones nos hemisférios norte e sul, o fenômeno das marés (French, 1971; Taylor, 2013).

2.3. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

David Ausubel publicou seus primeiros estudos sobre a teoria da aprendizagem significativa em 1963 (*The Psychology of Meaningful Verbal Learning*) e a desenvolveu durante as décadas de 1960 e 1970. Quando no final da década de 1970, a teoria recebeu a contribuição de Joseph D. Novak que gradualmente encarregou-se de refinar e divulgar a teoria. E desde a década de 1970, no Brasil, essa teoria tem sido enriquecida, interpretada e divulgada principalmente por Marco Antonio Moreira e Elcie F. Salzano Masini, entre outros (Lino; Fusinato, 2011).

O conceito central da teoria de Ausubel é a aprendizagem significativa, um processo no qual as novas informações são relacionadas com aspectos relevantes já existentes na estrutura cognitiva do estudante (conteúdo total e organizado de ideias de um dado indivíduo). Logo, essa teoria enfatiza a importância dos *subsunçores*, que são ideias já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz e servem como ancoradouros para a nova informação, permitindo que ela adquira significado para o aluno (Moreira, 2006). Em Física, por exemplo, se os conceitos de

espaço e tempo já existirem na estrutura cognitiva do estudante, esses servirão de subsunçores para novas informações referentes aos conceitos de velocidade e aceleração.

Caso o estudante não contenha os subsunçores essenciais para atribuir valor a nova aprendizagem, recomenda-se a utilização de organizadores prévios que são um recurso instrucional (como, por exemplo, um enunciado, uma pergunta, uma situação problema, uma demonstração, um filme, um texto, uma simulação, uma aula que precede um conjunto de outras aulas, etc.) são apresentados em um nível superior de abstração, generalidade e abrangência em relação ao material didático e sua função é compensar a deficiência do subsunçor ou relacioná-lo e distingui-lo com respeito ao novo conhecimento (Moreira, 1999).

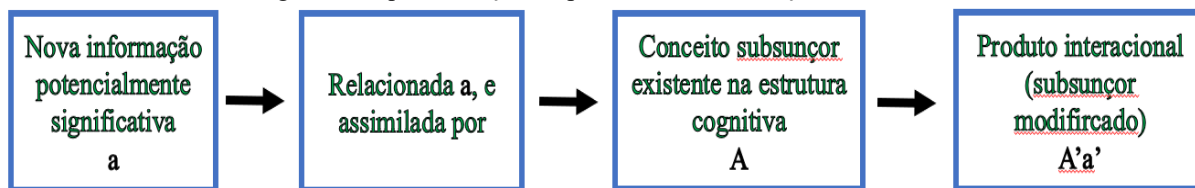
Em contrapartida a aprendizagem significativa, Silva e Schirlo (2014, p. 4-5, apud Ausubel, 1973, p. 23) “define aprendizagem mecânica como aquela que encontra pouca ou nenhuma informação prévia na estrutura cognitiva dos estudantes, com a qual se possa relacionar, não promovendo a interação entre o que já está armazenado e as novas informações”. A nova informação é armazenada de maneira arbitrária (as novas ideias não se relacionam de forma lógica e clara com ideias já existentes na estrutura cognitiva do sujeito) e literal (o sujeito não é capaz de expressar o novo conteúdo com linguagem diferente daquela com que o material foi primeiramente aprendido), não interagindo com aquela já existente na estrutura cognitiva do estudante. O qual acaba por decorar, as novas informações sejam leis ou fórmulas, e logo as esquece.

Para que ocorra aprendizagem significativa é essencial que duas condições sejam satisfeitas: 1) o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e 2) o aluno deve apresentar uma predisposição para aprender. Um material didático (livros, revistas, vídeos) deve possuir significado lógico para o aluno, de maneira a relacionar os conceitos novos com os subsunçores de forma não literal e não arbitrária, ou seja, as ideias são relacionadas a aspectos já existentes na sua estrutura cognitiva. Dessa maneira, o material só pode ser potencialmente significativo, pois o significado não está no material, mas será atribuído pelo aluno. A predisposição para aprender depende de sua capacidade de relacionar o assunto com novos conhecimentos encontrados nos materiais potencialmente significativos de maneira não literal e não arbitrária (Moreira, 2010).

Para tornar mais claro o processo de aquisição e organização de significados na estrutura cognitiva, Ausubel propõe a “teoria da assimilação” (a qual está esquematizada na figura 4). A qual é um processo que ocorre quando um conceito ou proposição a, potencialmente significativo, é assimilado sob uma ideia/conceito mais inclusivo, já presente na estrutura cognitiva. Como apresentado no diagrama, a interação modifica a nova informação (a) e o

conceito subsunçor (A) o qual tem como produto final A'a' que, em última análise, é o subsunçor modificado (Moreira, 2011).

Figura 4: esquematização do processo de assimilação de Ausubel.



Fonte: própria do autor.

Nesse sentido, o processo onde a nova informação é adquirida por meio da interação com os subsunçores é dado o nome de aprendizagem subordinada. Por outro lado, a aprendizagem superordenada é que se dá quando um conceito ou proposição potencialmente significativa (A), mais geral e abrangente do que as informações já presentes na estrutura cognitiva ($a_1, a_2, a_3, \dots$). A aprendizagem combinatória, por sua vez, a nova informação é relacionável à estrutura cognitiva como um todo, de forma bem geral, mas não com aspectos específicos dessa estrutura, como ocorre nas duas aprendizagens citadas anteriormente (Moreira, 2011). A ocorrência desses processos leva a: diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa as quais são processos relacionados que ocorrem à medida que a aprendizagem significativa acontece. Na aprendizagem subordinada, a ocorrência da assimilação conduz à diferenciação progressiva do conceito, ou seja, a medida que o aluno adquire os novos conhecimentos ele vai conseguindo distinguir certas nuances e categorias mais específicas dentro de um conceito mais geral. Na aprendizagem superordenada (e na combinatória), à medida que novas informações são adquiridas, elementos já existentes na estrutura cognitiva podem ser percebidos como relacionados, podem ser reorganizados e adquirir novos significados. Este rearranjo de elementos existentes na estrutura cognitiva é conhecido como reconciliação integrativa, ou ainda, os indivíduos conseguem relacionar diferentes conceitos, tornando a estrutura cognitiva mais integrada (Moreira, 2009).

Sua importância versa em permitir ao sujeito a apropriação de novos elementos na estrutura cognitiva por meio de elementos já presentes, tornando os conceitos mais elaborados, mais gerais, há uma retenção de informações a longo prazo, o conhecimento adquirido de forma significativa pode ser mais facilmente transferido e aplicado a novas situações, propicia uma autonomia intelectual ao estudante (Moreira; Masini, 1982). Além disso, a aprendizagem significativa é mais que uma acumulação de conhecimentos, ela provoca modificação no comportamento do indivíduo, nos seus interesses futuros, na sua personalidade e em suas atitudes. Ou seja, afeta o indivíduo profundamente em sua existência (Rogers, 2001).

3. METODOLOGIA

O trabalho tem por objetivo introduzir o estudo dos referenciais não inerciais em turmas do ensino superior (licenciatura em física) através da proposta de uma sequência didática contemplando o estudo de referenciais não-inerciais, seguindo os passos da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel.

Com relação as aulas, deve-se em um primeiro momento procurar saber os conhecimentos prévios dos estudantes, para isso um questionário inicial deve ser aplicado com tal finalidade. A partir dos dados coletados inicialmente a sequência é estruturada de tal forma a abordar o novo conteúdo em concordância com os conhecimentos já trazidos pelos alunos.

Numa primeira ocasião deve-se constatar a validade das três leis de Newton, em particular a invariância da segunda lei, para referenciais inerciais. Para tal, deve-se estabelecer uma relação entre dois referenciais inerciais quaisquer em que um (referencial A) translada com velocidade constante em relação ao outro (referencial B). O próximo passo é realizar a mesma análise, porém com o referencial A em translação acelerada em relação a B, assim como a amostragem de um experimento a fim de constatar e discutir, junto aos alunos, o(s) efeito(s) das forças de inércia na situação experimental e também apresentar alguns casos (exemplos) de fenômenos cuja descrição/explicação necessita da análise não inercial, como um pêndulo no interior de um vagão acelerado, uma pessoa em cima de uma balança dentro de um elevador acelerado (peso aparente).

Outro importante caso é de um referencial D que possui a origem coincidindo com outro referencial C e rotaciona com velocidade angular constante em relação a este, nesse caso aparecem duas forças inerciais mediadas no referencial acelerado, a força centrífuga e a força de Coriolis. Estas são dadas pela equação (20) e as suas direções podem ser determinadas utilizando a regra da mão direita, já que as mesmas apresentam produto vetorial em suas definições.

A fim de explorar alguns dos(as) efeitos/aplicações das forças de inércia, e aumentar a participação dos estudantes, haverá uma lista de questões que deverá ser solucionada e discutida em uma aula específica na qual os estudantes irão ser divididos em grupos de acordo com o número de pessoas e questões. Esta envolve fazer o tratamento da influência das forças fictícias sobre as marés, mostrar a modificação da trajetória causada pela força fictícia, a ação da força de Coriolis sobre as massas de ar e o desvio que ela causa no movimento de queda livre. Estes problemas vão além de meras aplicações de equações, eles permitem explorar resultados não

intuitivos, discutir e tratar situações que na maioria das vezes não são apresentadas aos estudantes de graduação.

Caso a sequência seja aplicada para turmas da metade em diante do curso, uma última aplicação desse assunto deve ser feita: o tratamento/explicação do pêndulo de Foucault, para isso primeiro deve-se expor um vídeo com a apresentação de tal fenômeno, em seguida começam-se as ponderações e a inserção das forças de inércia no problema, assim como a obtenção dos resultados matemáticos como: a equação de movimento e sua análise, o cálculo do período de oscilação do plano do pêndulo para diferentes latitudes e o estudo da variação do plano de oscilação, a partir do plano *Argand-Gauss* (plano complexo).

Para um panorama mais detalhado dos procedimentos a serem adotados nas aulas, vide o apêndice B, nele estão contidos os planos de aulas referentes a sequência didática. Além disso, deixamos a construção do experimento, a forma de usá-lo (apêndice C) e o questionário que deve ser aplicado inicialmente (apêndice D) a fim de constatar conhecimentos prévios que os estudantes tenham a respeito do tópico.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a criação de uma sequência didática que englobe o assunto comentado anteriormente, assim como as discussões, aplicações e a importância, tendo como suporte a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel. A partir dessa premissa espera-se que os estudantes obtenham uma aprendizagem significativa a respeito dos referenciais não inerciais, conhecendo casos em que as leis de Newton não apresentam validade.

A partir do exposto acima, os novos conhecimentos adquiridos conduzem o estudante (professor em formação) a um maior conhecimento da área da Mecânica, com isso o mesmo dispõe de uma maior capacidade de análise e de explicação no momento da prática da regência. Podendo tratar com mais autoridade os fenômenos do dia a dia, contendo também um maior arcabouço teórico para analisar as próprias respostas/perguntas dos seus alunos.

REFERÊNCIAS

ALONSO, M.; FINN, E. J. **Física: Um curso universitário-Mecânica**, 2ª Edição. Editora Blucher, 2018.

BORGES, E.; BRAGA, J. P. **O efeito de Coriolis: de pêndulos a moléculas**. Química Nova, v. 33, p. 1416-1420, 2010.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

CASTELLANI, O. C. **Discussão dos conceitos de massa inercial e massa gravitacional**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 23, pág. 356-359, 2001.

CHESMAN, C.; CAVALCANTI-NETO, M.; FURTADO, C. B. S. **Força de Coriolis e as grandes navegações do século XV**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 45, p. e20220260, 2023.

CHIBENI, S. S. **A fundamentação empírica das leis dinâmicas de Newton**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 21, n. 1, 1999.

DE VASCONCELOS, A. C. B. **O papel dos referenciais no ensino da física básica**. Trabalho de termino de curso (licenciatura de física) - Universidade Federal Fluminense. Niterói, 2018.

FRENCH, A. P. **Newtonian Mechanics**. New York: W. W. Norton & Company, 1971.

HALLIDAY, D.; RESNIK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física 1**, 4ª Edição. LTC editora, Rio de Janeiro, 1996.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar: Complexos, Polinômios, Equações**, vol. 6, 8ª ed. São Paulo: Atual, 2013.

KNIGHT, R. D. **Física-V1: Uma Abordagem Estratégica-Mecânica Newtoniana, Gravitação, Oscilações e Ondas**. Bookman, 2000.

Hewitt, P. G. **Física conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

LANDAU, L.; LIFCHITZ, E. **Mecânica**. Tradução de José Severo de Camargo Pereira, 2ª Edição. São Paulo: LTDA, 1996.

LEITE, V. B.; ANDRADE-NETO, A. V. **Conceitos de espaço, tempo e movimento na Mecânica Clássica e na Teoria da Relatividade**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 45, p. e20220321, 2023.

LEITHOLD, L. **O cálculo com geometria analítica**, vol. 1, 3ª ed. editora harbra ltda. São Paulo. 1994.

LEMONS, N. A. **Mecânica analítica**, 2ª Edição. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

LING, Y. et al. **Quantum entanglement of electromagnetic field in non-inertial reference frames**. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, v. 40, n. 30, p. 9025, 2007.

LINO, A.; FUSINATO, P. A. **A influência do conhecimento prévio no ensino de Física Moderna e Contemporânea: um relato de mudança conceitual como processo de aprendizagem significativa**. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 4, n. 3, 2011.

MACHADO, R. R.; TORT, A. C.; ZARRO, C. A. D. **O princípio da equivalência: uma introdução à relatividade geral**. A Física na Escola, v. 19, n. 2, 2021.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal aprendizagem significativa?**. In: Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2010. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira>. Acesso em: 25 de dezembro de 2023.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, M. A. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências: A Teoria da Aprendizagem Significativa**. Porto Alegre, Instituto de Física da UFRGS, 2009. Disponível em: . Acesso em: 02 Out. 2024.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Editora Universidade de Brasília, 2006.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

NETO, J. B. **Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004.

NEWTON, S. I. **Principia: Princípios Matemáticos de Filosofia Natural**, 2ª Edição. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2002. v. 1.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica: Mecânica (vol. 1)**, 4ª Edição. São Paulo: Editora Blucher, 2002.

PEDUZZI, L. OQ. **A relatividade einsteiniana: uma abordagem conceitual e epistemológica**. Publicação Interna. Florianópolis: Departamento de Física, Universidade Federal de Santa Catarina, 2009.

ROGERS, C. R. **Tornar-se pessoa**. 5ª Edição. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

SILVA, S. de C. R.; SCHIRLO, A. C. **Teoria da aprendizagem significativa de Ausubel: reflexões para o ensino de física ante a nova realidade social**. Imagens da Educação, v. 4, n. 1, p. 36-42, 2014.

TAYLOR, J. R. **Mecânica clássica**, 2ª Edição. Porto Alegre: Bookman Editora, 2013.

THORTON, S. T.; MARION, J. B. **Dinâmica clássica de partículas e sistemas**. Cengage Learning, 2011.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. P. **Física para cientistas e engenheiros: Mecânica. Oscilações e Ondas, Termodinâmica**, v. 1, 1994.

WATARI, K. **Mecânica Clássica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004. v. 1.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física: Mecânica**, vol. 1. 2003.

APÊNDICE A: RELAÇÃO ENTRE AS TAXAS DE VARIAÇÃO DE UM VETOR QUALQUER EM UM REFERENCIAL INERCIAL E EM UM REFERENCIAL EM ROTAÇÃO

Assumindo que dois referenciais S e S' compartilham uma origem comum O, como ilustrado na Figura 2, de modo que o movimento de S' relativo a S é uma rotação com velocidade angular $\boldsymbol{\omega}$. Considere um vetor $\mathbf{M}$ qualquer e três vetores unitários ortogonais $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ e $\mathbf{e}_3$ que são fixos no referencial S'. O vetor $\mathbf{M}$ expresso em termos dos vetores de base de S' é dado por

$$\mathbf{M} = M_1 \mathbf{e}_1 + M_2 \mathbf{e}_2 + M_3 \mathbf{e}_3 = \sum_{i=1}^3 M_i \mathbf{e}_i, \quad (21)$$

derivando a expressão (21) com respeito ao tempo, quando visto do referencial S', em que os vetores $\mathbf{e}_i$ são constantes, obtém-se

$$\left(\frac{d\mathbf{M}}{dt} \right)_{S'} = \sum_{i=1}^3 \frac{dM_i}{dt} \mathbf{e}_i, \quad (22)$$

o subíndice colocado na derivada do lado esquerdo da eq. (22) expressa em relação a qual referencial está sendo medida a taxa de variação do vetor $\mathbf{M}$, nesse caso em relação a S'. Quando visto do referencial S, os vetores $\mathbf{e}_i$ variam com o tempo. Portanto, derivando a eq. (21) em relação ao tempo medido no referencial S, resulta

$$\left(\frac{d\mathbf{M}}{dt} \right)_S = \sum_{i=1}^3 \frac{dM_i}{dt} \mathbf{e}_i + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{d\mathbf{e}_i}{dt} \right)_S M_i, \quad (23)$$

a derivada no segundo membro da eq. (23) indica que os vetores de base $\mathbf{e}_i$ estão girando em relação a S com velocidade angular $\boldsymbol{\omega}$. Logo, a sua taxa de variação vista em S é dada por

$$\left(\frac{d\mathbf{e}_i}{dt} \right)_S = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}_i, \quad (24)$$

substituindo o resultado eq. (24) na eq. (23) resulta

$$\left(\frac{d\mathbf{M}}{dt} \right)_S = \sum_{i=1}^3 \frac{dM_i}{dt} \mathbf{e}_i + \sum_{i=1}^3 \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}_i M_i = \sum_{i=1}^3 \frac{dM_i}{dt} \mathbf{e}_i + \boldsymbol{\omega} \times \left(\sum_{i=1}^3 \mathbf{e}_i M_i \right), \quad (25)$$

com auxílio das equações eqs. (21) e (22) pode-se escrever a eq. (25) na forma

$$\left(\frac{d\mathbf{M}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\mathbf{M}}{dt}\right)_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M}. \quad (26)$$

A identidade na eq. (26) relaciona as taxas de variação de um vetor $\mathbf{M}$ qualquer quando medidas em um referencial inercial e em um referencial em rotação (não inercial).

APÊNDICE B: PLANOS DE AULA

Este apêndice destina-se a exposição dos planos de aulas. É importante ser dito que o professor pode mudar algumas das características dos planos ou adicionar mais elementos, de acordo com o perfil da sua sala e de seus objetivos com o ensino/aprendizado desse tópico.

PLANO DE AULA 1

PLANO DE AULA 1
DURAÇÃO DA ATIVIDADE 2 aulas de 60 minutos cada.
CONTEÚDOS - Validade e invariância das leis de Newton para referenciais inercias. - Validade das leis de Newton na análise de sistemas de referência não inerciais em translação.
OBJETIVOS - Tomar conhecimento da validade das leis de Newton com relação ao referencial. - Discutir sobre a influência da(s) força(s) de inércia numa situação experimental. - Compreender que as leis de Newton não são válidas em referenciais acelerados, porém que a segunda lei (princípio fundamental da Dinâmica) pode ser estendida para essa classe de referenciais somando as forças de inércia a equação. - Explicar fenômenos a partir de referenciais não inerciais em translação. - Conhecer duas situações problemas que necessitem invocar os conhecimentos de referenciais não inerciais (pêndulo no interior de um vagão acelerado e a de uma pessoa em cima de uma balança dentro de um elevador acelerado).

PROCEDIMENTOS

- Num primeiro momento opta-se por uma aula expositiva em que o estudante tenha total liberdade para participar/questionar, entretanto o professor é quem vai abordar sistematicamente o tópico. Inicialmente, de forma breve, será feita uma constatação da validade das leis de newton para referenciais inerciais, através da situação: um referencial (A) translada com velocidade constante em relação ao outro referencial (B) fixo em relação a um referencial inercial. Em seguida, realiza-se a mesma análise, porém com o referencial A em translação acelerado em relação a B.
- Em outro momento da aula, apresentar um experimento (apêndice C) que servirá como fonte de debate a respeito do conteúdo. Alguns questionamentos podem ser feitos antes, durante e após a realização do experimento para que os estudantes tenham uma maior participação, tendo o professor um papel mediador nessa etapa, tais como:
 - 1) Será que a medida da massa apresentada na balança vai mudar ou vai se manter a mesma? O que leva vocês a pensarem isso?
 - 2) Qual a explicação para fenômeno visto?
 - 3) Analise o ocorrido tomando duas situações diferentes: primeiro em relação a um referencial (A) que vê de fora (o próprio aluno), depois com relação a um referencial (B) que se move junto a caixa. Qual a explicação, em cada referencial, para a variação da massa apresentada no quadro da balança?
 - 4) Com relação a “força” que causa o acréscimo/decrécimo na medida da massa apresentada pela balança, ela é real? Qual a sua origem?
- Discutir matematicamente o experimento, fazendo uma análise a partir de um referencial não inercial (observador dentro da caixa).
- Por último, novamente com uma exposição, apresentar uma outra situação problema cuja descrição/explicação necessita da análise não inercial: o pêndulo no interior de um vagão acelerado.

RECURSOS

- Quadro branco.
- Pincel.
- Apagador.
- Aparato experimental (vide apêndice C).

AVALIAÇÃO

- Participação e interação dos estudantes durante as discussões realizadas acerca dos fenômenos e conteúdos abordados.
- Análise das respostas dos alunos, através dos questionamentos orais.

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

- [1] NETO, J. B. **Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004.
- [2] NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de física básica: Mecânica (vol. 1)**, 4ª Edição. Editora Blucher, 2002.
- [3] TAYLOR, John R. **Mecânica clássica**, 2ª Edição. Porto Alegre: Bookman Editora, 2013.
- [4] WATARI, K. **Mecânica Clássica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004. v. 1.

PLANO DE AULA 2

PLANO DE AULA 2

DURAÇÃO DA ATIVIDADE

- 1 aula de 60 minutos.

CONTEÚDOS

- Validez das leis de Newton na análise de sistemas de referência em rotação uniforme.

OBJETIVOS

- Entender a forma tomada pela segunda lei de Newton quando se estabelece medidas entre um referencial fixo (com relação a um referencial inercial) e um referencial girante, cujas origens coincidem.
- Compreender como se pode “aplicar” a segunda lei de Newton em referenciais girantes.
- Conhecer as forças fictícias que aparecem no referencial girante.

RECURSOS

- Quadro branco.
- Pincel.
- Apagador.
- Lista de problemas.

AVALIAÇÃO

- Participação e interação dos estudantes durante as discussões realizadas acerca dos fenômenos e conteúdos abordados.
- Análise das respostas dos alunos, através dos questionamentos orais.

PROCEDIMENTOS

- Num primeiro momento opta-se por uma aula expositiva em que o estudante tenha total liberdade para participar/questionar, entretanto o professor é quem vai abordar sistematicamente o tópico. Inicialmente, tratar o caso de um referencial D que possui a origem coincidindo com outro referencial C e rotaciona com velocidade angular constante em relação a este. E definir as forças de inercia que aparecem: a força centrífuga e a força de Coriolis.
- Discutir sobre as propriedades, efeitos, direções e importância dessas forças. Por último, a entrega de uma lista de questões problema (apêndice D) para serem solucionadas pelos estudantes na aula seguinte, para isso a sala deverá ser dividida em 4 grupos cada qual ficando imbuído de uma questão.

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

- [1] NETO, J. B. **Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004.
- [2] NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de física básica: Mecânica (vol. 1)**, 4ª Edição. Editora Blucher, 2002.
- [3] TAYLOR, John R. **Mecânica clássica**, 2ª Edição. Porto Alegre: Bookman Editora, 2013.

PLANO DE AULA 3

DURAÇÃO DA ATIVIDADE

- 2 aulas de 60 minutos cada.

CONTEÚDOS

- Validez das leis de Newton na análise de sistemas de referência em rotação uniforme.
- Validade e invariância das leis de Newton para referenciais inerciais.
- Validez das leis de Newton na análise de sistemas de referência não inerciais em translação.
- Aplicação das forças de inercia em algumas situações problema.

OBJETIVOS

- Discutir sobre as questões propostas.
- Compreender a resolução das questões.
- Solucionar a(s) questão(ões) que lhe fora atribuído sobre o conteúdo de referências não inerciais.

PROCEDIMENTOS

- Os estudantes apresentam as suas resoluções e comentários a respeito das questões que lhe foram designadas, por meio dos procedimentos que acharem convenientes/necessários. Cada grupo tendo 30 min para fazerem suas apresentações.
- O professor faz o papel de mediador organizando os grupos, a contribuição de cada integrante, trazendo discursões, fazendo questionamentos, etc. Alguns questionamentos/discussões, envolvendo toda a sala, podem ser trazidos antes, durante ou após os grupos solucionarem as questões, tais como: Na questão 1- Qual trajetória vocês acham que a partícula vai fazer quando vista desse referencial (acelerado)? Na questão 2 – Vocês acham que este efeito influencia no sentido de rotação da água quando damos descarga, ou seja, no polo sul a água gira em um sentido e no polo norte no outro? Na questão 3 – Qual trajetória será realizada pelo objeto? Na questão 4 – Como vocês explicam esse fenômeno das marés? O que o ocasiona?.

RECURSOS • A cargo dos estudantes.
AVALIAÇÃO • Participação e interação dos estudantes durante as discussões realizadas acerca dos fenômenos e conteúdos abordados. • Atividade em grupo em que os integrantes respondem a uma questão que lhe foram proposta na aula anterior.
BIBLIOGRAFIA BÁSICA A cargo dos estudantes.

PLANO DE AULA 4

PLANO DE AULA 4
DURAÇÃO DA ATIVIDADE • 1 aula de 60 minutos.
CONTEÚDOS • Análise do efeito da rotação da Terra sobre um pêndulo simples cujo ponto de suspensão pode girar livremente (pêndulo de Foucault).
OBJETIVOS • Compreender a influência da rotação da Terra sobre o sistema conhecido como pêndulo de Foucault. • Entender como as força(s) de inércia influenciam no plano de oscilação do pêndulo de Foucault e como isso prova que a Terra gira. • Perceber a importância da experiência feita por Foucault.
PROCEDIMENTOS

- Tratamento/explicação do pêndulo de Foucault (com uma aula expositiva), para isso primeiro será apresentado um vídeo com a exposição de tal fenômeno, em seguida uma discussão com toda a sala a respeito do ocorrido (como perguntar, qual a explicação para a ocorrência de tal fenômeno?), para então começar as ponderações e a inserção das forças de inércia no problema assim como os resultados matemáticos e ainda a equação de movimento junto a uma análise desta. Cálculo do período de oscilação do plano do pêndulo para diferentes latitudes e ainda como é a variação do plano de oscilação a partir do plano de Argand-Gauss (plano complexo).

RECURSOS

- Quadro branco.
- Pincel.
- Apagador.
- Projetor.
- Notebook.

AVALIAÇÃO

- Participação e interação dos estudantes durante as discussões realizadas acerca dos fenômenos e conteúdos abordados.
- Análise das respostas dos alunos, através dos questionamentos orais.

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

- [1] LEMOS, Nivaldo A. **Mecânica analítica**, 2a Edição. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.
- [2] NETO, J. B. **Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004.
- [3] TAYLOR, John R. **Mecânica clássica**, 2a Edição. Porto Alegre: Bookman Editora, 2013.

APÊNDICE C: APARATO EXPERIMENTAL

Este apêndice destina-se a exposição do aparato experimental, que não foi construído, mas encontra-se esquematizado. O experimento pode ser melhorado a depender dos materiais disponíveis, por exemplo, um motor que consiga puxa/soltar a corda com aceleração uniforme,

uma câmera que filma os valores apresentados pela balança e algum outro dispositivo que possa projetar a gravação, entre outras melhorias.

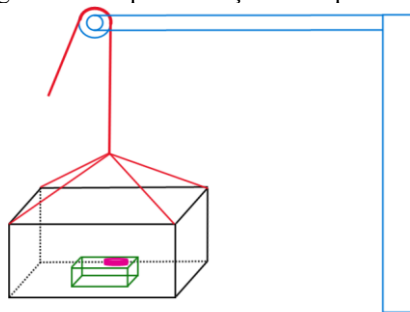
C.1. MATERIAIS

- Caixa de sapato;
- Balança digital;
- Barbantes/fios;
- Roldana;
- Peso (1 kg);
- Suporte fixo.

C.2. MONTAGEM/ESQUEMATIZAÇÃO DO EXPERIMENTO

- 1) Pegue a roldana e a conecte no suporte fixo (conjunto em azul na figura 1C);
- 2) Amarre os fios nos cantos da caixa, conecte os fios e ligue um fio que saia da conexão e passe pela roldana (conjunto em vermelho na figura 1C);
- 3) Coloque a balança dentro da caixa em seguida do peso sobre a balança (conjunto em verde mais rosa, respectivamente, na figura 1C).

Figura 1C: Esquemática do experimento.



Fonte: Própria do autor.

C.3. MODO DE USAR

Com o experimento montado tal como expresso na figura 1C, segure na extremidade do fio e certifique-se de não deixar a caixa rotacionar, então puxe/solte a caixa usando o fio. Desse modo, veras que a medida da massa marcada pela balança varia (exceto para o caso que puxamos com velocidade constante).

A variação apresentada na medida da balança, quando a caixa é puxada ou solta, deve-se a aceleração que o sistema vai obter em cada situação. Sabendo desse fato, pode-se explicar o fenômeno usando o referencial do estudante (aproximadamente inercial, que olha o sistema de “fora”) ou um referencial solidário a caixa (não inercial).

APÊNDICE D: LISTA DE QUESTÕES SOBRE FORÇAS DE INERCIA PARA A ATIVIDADE EM GRUPO

- 1) Suponha que um caminhão esteja em movimento numa rua retilínea e horizontal com aceleração constante, A , em relação ao solo. Suponha também que ele transporta um observador que está em repouso na sua carroçaria. O observador abandona uma partícula de uma altura h em relação ao solo, da extremidade traseira da carroçaria. No instante que essa partícula foi abandonada, a velocidade do caminhão era v_0 em relação ao solo e estava passando em frente de um observador que está em repouso no solo. Qual a trajetória dessa partícula vista pelo observador em repouso na carroçaria do caminhão?
- 2) Um efeito de larga escala da força de Coriolis está presente, por exemplo, na formação de um ciclone, muito comum nas regiões da Terra onde o clima é temperado. Discuta sobre os aspectos qualitativos que envolvem a força de Coriolis, de maneira bastante simplificada, sobre esse fenômeno.
- 3) Um objeto cai de uma altura h , relativa à superfície da Terra, a partir do repouso. Determine a deflexão transversal do objeto ao atingir o solo, provocada pela força de Coriolis.
- 4) As marés são os resultados das variações dos oceanos causadas pela atração gravitacional da Lua e do Sol. À medida que a Terra gira, as pessoas sobre sua superfície percebem essas variações e notam uma elevação e retração do nível do mar. Descreva esse efeito (marés) quando analisadas do referencial solidário a Terra, mostrando a causa/explicação desse efeito.

Obs: Ignore completamente a contribuição do Sol para este problema. Assuma, também, que os oceanos cobrem toda a superfície do globo.

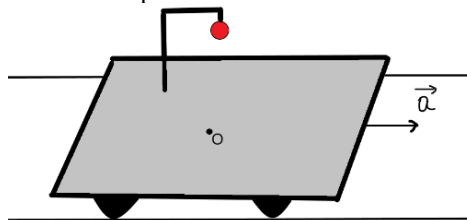
APÊNDICE E: QUESTIONÁRIO PARA OBTER OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ESTUDANTES A RESPEITO DOS REFERENCIAIS NÃO INERCIAIS

Este apêndice destina-se a exposição do questionário que buscar identificar os conhecimentos prévios que os estudantes já tenham a respeito do tópico. A alternativa marcada com a cor azul é o gabarito da respectiva questão.

QUESTIONÁRIO

1. Seja um carrinho, que carrega uma bolinha suspensa por um “poste” fincado nele, acelerando uniformemente para a direita. Em algum instante a bolinha é solta do repouso e cai até atingir o chão do carrinho, do ponto de vista de um observador solidário ao carrinho (figura 1), denotado pelo ponto O (que está frontalmente a bolinha, antes da bolinha despencar), qual trajetória é feita pela bolinha?

Figura 1: Carrinho acelerando para a direita momentos antes da bolinha ser solta.

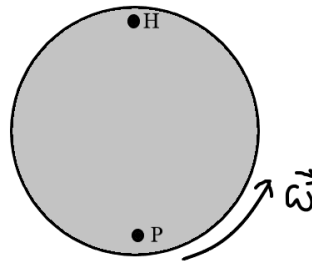


Fonte: Própria do autor.

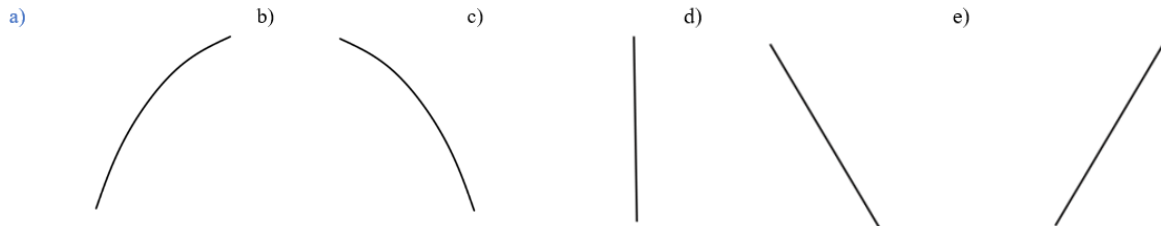


2. Uma câmera é instalada em uma plataforma giratória, de modo que, se a plataforma girar a câmera gira junto com ela (com a mesma velocidade angular $\vec{\omega}$). A câmera tem uma vista superior de toda a plataforma e filma duas pessoas sentadas sobre a plataforma, uma está no ponto P segurando uma bola e a outra no ponto H. A plataforma é posta a girar com velocidade angular $\vec{\omega}$ constante no sentido anti-horário (veja a figura 2), e então, em $t = t_0$, a pessoa no ponto P atira a bola na direção da pessoa no ponto H (ou seja, na linha que une os pontos H e P no referencial inercial, fora da plataforma). Contudo, ao revisar as imagens capturadas pela câmera (que está no referencial rotativo da plataforma), foi notado que a trajetória realizada pela bola foi:

Figura 2: Vista superior da câmera.

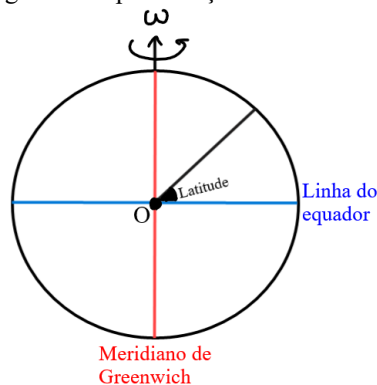


Fonte: Própria do autor.

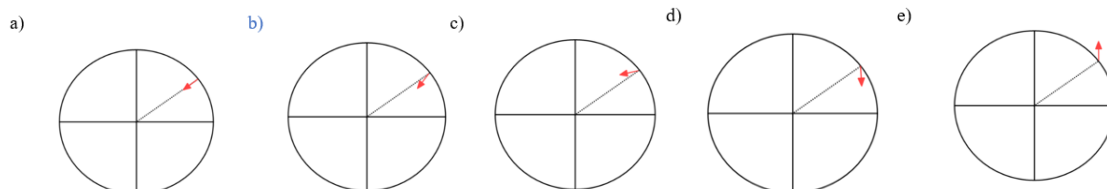


3. (Adaptado de Nussenzveig (2002)) A figura 3 é uma representação bidimensional da Terra, que gira no sentido anti-horário com velocidade angular $\vec{\omega}$, onde o ponto O é centro da Terra. Em um ponto qualquer da Terra com latitude γ (em que $0 < \gamma < \pi/2$), é colocado um prumo, de modo que ele não esteja sobre o equador ou sobre os polos. Em que direção, vista por um observador que possui a mesma velocidade angular $\vec{\omega}$ da Terra (ou seja, que a Terra está em repouso em relação a ele), aponta o prumo (seta nas alternativas).

Figura 3: Representação 2-D da Terra.



Fonte: Própria do autor.

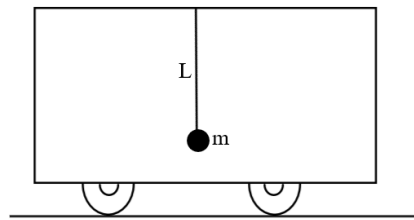


4. (UFOP MG) Um homem de pé no interior de um elevador retira do bolso uma esfera e, então, solta-a à altura da cintura. Ele percebe que a esfera permanece em repouso em relação a seu corpo. Das relações abaixo relacionadas, assinale aquela que estiver fisicamente correta.

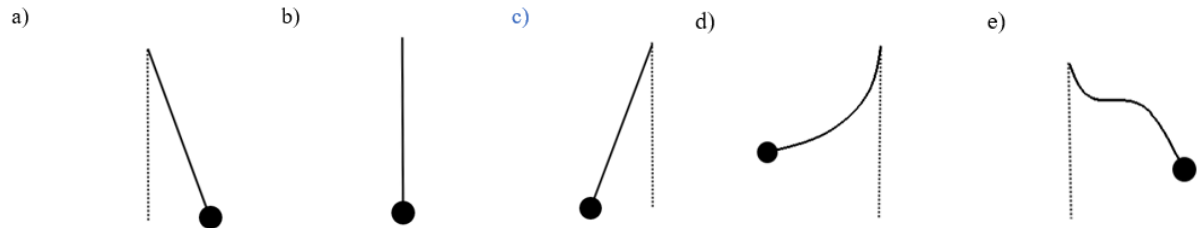
- a) O elevador está descendo com aceleração igual à aceleração da gravidade.
b) O elevador está descendo com aceleração ligeiramente maior que a aceleração da gravidade.

- c) O elevador está descendo com aceleração ligeiramente menor que a aceleração da gravidade.
 - d) O elevador está subindo com aceleração igual à aceleração da gravidade.
 - e) O elevador está descendo com velocidade constante.
5. (Cftce) Um corpo descreve um movimento circular. A respeito das forças centrípeta (F_{cp}) e centrífuga (F_{cf}), é correto afirmar que a força centrífuga (F_{cf}):
- a) é menor que a F_{cp} , para que o corpo possa fazer a curva.
 - b) é, pela 3ª lei de Newton, a reação à F_{cp} .
 - c) só pode ser uma força de contato.
 - d) não existe em um referencial inercial.
 - e) é a resultante das forças que atuam sobre o corpo.
6. (Adaptado de Nussenzveig (2002)) Guilherme de massa m , preocupado com sua massa, resolve pesar-se sobre uma balança de molas confiável, recém-adquirida, enquanto está subindo uniformemente acelerado de elevador para o seu apartamento no 10º andar. Ao olhar para a medida de sua massa apresentada na balança ele constata que:
- a) a balança apresenta em seu quadro exatamente o valor m .
 - b) a balança apresenta em seu quadro um valor menor que m .
 - c) a balança apresenta em seu quadro um valor maior que m .
 - d) a balança não apresenta em seu quadro nem uma medida, pois, está em um referencial não inercial (com aceleração).
 - e) a balança apresenta em seu quadro um valor zero para a massa.
7. (Adaptado de Taylor (2013)) Considere um pêndulo simples (massa m e comprimento L), cujo o fio é inextensível e tem massa desprezível, montado dentro de um vagão de trem que está inicialmente em repouso e o pêndulo encontra-se na vertical (figura 4), então o vagão começa a acelerar para a direita, com uma aceleração constante $\vec{A}$. Após um tempo muito grande, qual das alternativas melhor representa a configuração do pêndulo quando visto por um passageiro no interior do vagão?

Figura 4: Vagão antes de começar a acelerar.

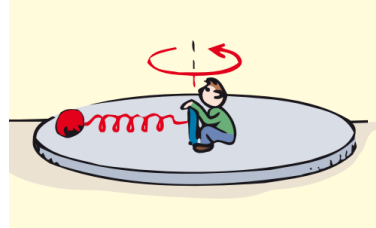


Fonte: Própria do autor.



8. (Adaptado de Hewitt (2015)) Uma bola de ferro pesada é presa a uma plataforma giratória por uma mola ideal, como mostra a figura 5, a plataforma gira com velocidade angular constante e em repouso nela Ramilson observa a bola. A respeito do movimento da bola, quando vista por Ramilson, pode-se afirmar que:

Figura 5: Bola de ferro presa a plataforma giratória por uma mola ideal.

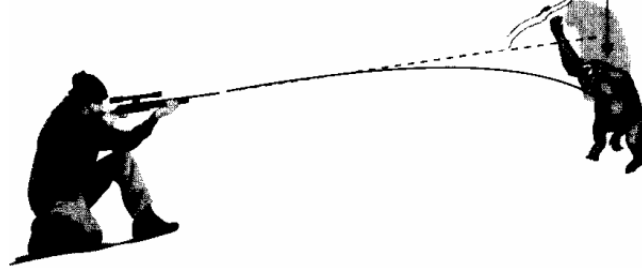


Fonte: Adaptado de Hewitt, Paul G. Física conceitual. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015. Pg. 174.

- a) O observador vê a bola sempre na mesma posição, ou ainda, a bola está em repouso em relação a ele.
 - b) O observador vê a bola sendo puxada para o centro do disco, comprimindo a mola.
 - c) O observador vê a bola sendo puxada para fora, esticando a mola.
 - d) O observador vê a bola fazendo um movimento harmônico simples.
 - e) O observador vê a bola girando no sentido oposto ao da plataforma.
9. (Adaptado de Hewitt (2015)) Se você não está usando o cinto de segurança, escorrega no assento e bate contra a porta do carro durante uma curva, que tipo de força é responsável por isso?
- a) centrífuga.
 - b) centrípeta.
 - c) gravitacional.
 - d) normal.
 - e) nenhuma força.

10. (Adaptado de Nussenzveig (2002)) Um macaco está dependurado em um dos galhos de uma árvore. Um caçador aponta seu rifle em direção ao macaco. No instante que o caçador puxa o gatilho, o macaco se assusta com o som, larga o galho, e cai da árvore. Supondo que tudo está sob condições ideais (a mira e a arma são perfeitas, o som é ouvido instantaneamente pelo macaco, a reação do macaco é instantânea, não há vento, etc.) a bala atinge o alvo, a trajetória da bala e seu movimento no referencial do macaco são:

Figura 6: Configuração do problema do caçador e o macaco.



Fonte: Nussenzveig, Herch Moysés. Curso de física básica: Mecânica (vol. 1). 4ª Edição. São Paulo: Editora Blucher, 2002. Pg. 41.

- a) trajetória parabólica, movimento acelerado.
- b) trajetória retilínea, movimento acelerado.
- c) trajetória parabólica, movimento uniformemente acelerado.
- d) trajetória retilínea, movimento uniforme com velocidade constante.
- e) trajetória retilínea, movimento uniformemente acelerado.