



**INSTITUTO
FEDERAL**
Piauí

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PICOS
LICENCIATURA EM FÍSICA**

PEDRO HENRIQUE MOURA LUZ

O ENSINO DE RELATIVIDADE ATRAVÉS DE TÉCNICAS DIAGRAMÁTICAS

**PICOS - PI
2024**

PEDRO HENRIQUE MOURA LUZ

O ENSINO DE RELATIVIDADE ATRAVÉS DE TÉCNICAS DIAGRAMÁTICAS

Projeto do Trabalho de Conclusão de Curso apresentado, como requisito parcial, para a aprovação na disciplina de TCC-2. Curso de Licenciatura em Física, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Picos.

Orientador: Prof. Dr. Jeferson Dias Gonçalves

FICHA CATALOGRÁFICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PICOS
COORDENAÇÃO DE BIBLIOTECA
SERVIÇO DE PROCESSOS TÉCNICOS

L979e Luz, Pedro Henrique Moura

O ensino de relatividade através de técnicas diagramáticas /
Pedro Henrique Moura Luz. — 2024.
77 f.: il.

Monografia (Graduação em Licenciatura em Física) —
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí,
Picos, 2024.

Orientador: Prof. Dr. Jeferson Dias Gonçalves.

1. Física – estudo e ensino. 2. Ensino de relatividade. 3.
Digramas espaço-tempo. I. Título.

CDD: 530.07

PEDRO HENRIQUE MOURA LUZ

O ENSINO DE RELATIVIDADE ATRAVÉS DE TÉCNICAS DIAGRAMÁTICAS

Projeto do Trabalho de Conclusão de Curso apresentado, como requisito parcial, para a aprovação na disciplina de TCC-2. Curso de Licenciatura em Física, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Picos.

Aprovado pela banca examinadora em ____/____/_____.
BANCA EXAMINADORA:

**Prof. Dr. Jeferson Dias
Gonçalves**

Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Piauí -
IFPI

**Prof. Dr. Augusto Placido
Cavalcante Melo de Lima**

Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Piauí -
IFPI

**Prof. Me. Emanuel Veras de
Souza**

Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Piauí -
IFPI

**Prof. Me. Pedro José Feitosa
Alves Júnior**

Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Piauí -
IFPI

Dedico este trabalho a todos que,
assim como eu, veem na educação
a chave para transformar vidas e
construir um futuro mais promissor.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ser minha força em todos os momentos. Sua presença me guiou, iluminando o caminho nos momentos de dúvida e me dando coragem para enfrentar os desafios. Sem a fé e confiança em seus planos, esta conquista não seria possível.

Aos meus pais, que sempre me apoiaram de forma incondicional, oferecendo amor, compreensão e incentivo ao longo de toda a minha vida acadêmica. Vocês são meus maiores exemplos de dedicação e perseverança. Cada conquista minha é, antes de tudo, uma vitória de vocês. Obrigado por acreditarem nos meus sonhos e por me darem as ferramentas para realizá-los.

Às minhas irmãs, avós, tios, primos e à minha namorada, que estiveram ao meu lado. O apoio, carinho e compreensão que recebi de cada um de vocês foram essenciais para que eu me mantivesse firme ao longo dessa jornada. Vocês foram meu suporte emocional.

Aos meus professores, em especial ao meu orientador, por sua orientação precisa e valiosa ao longo da construção deste trabalho. Sua paciência, dedicação e conhecimento foram essenciais para o desenvolvimento deste projeto. Agradeço também aos demais professores que contribuíram, direta ou indiretamente, para minha formação acadêmica. Suas aulas, ensinamentos e exemplos foram fundamentais para o meu crescimento intelectual e profissional.

Aos meus amigos e colegas de curso, pela amizade, parceria e troca de conhecimento ao longo dos anos. Compartilhar esta jornada com vocês tornou cada momento mais leve e enriquecedor.

Agradeço também a todos os funcionários da instituição, que, de alguma forma, facilitaram meu percurso acadêmico, seja na organização de recursos, no apoio logístico ou simplesmente com uma palavra de incentivo.

Finalmente, a todos vocês, meu mais profundo e sincero agradecimento. Este trabalho é fruto de um esforço conjunto e, de coração, dedico esta conquista a cada um que fez parte dessa trajetória.

*"Ensinar não é transferir conhecimento,
mas criar as possibilidades para a sua
própria produção ou a sua construção."
Paulo Freire*

RESUMO

Este trabalho relata o desenvolvimento de um minicurso intitulado "O Ensino de Relatividade através de Diagramas: Desafios e Possibilidades", desenvolvido para licenciandos em Física e professores já formados. O objetivo principal do minicurso era expor uma abordagem diagramática poderosa e inovadora, desenvolvida e publicada por Robert Geroch na década de 1970, de grande apelo pedagógico para o ensino de Teoria da Relatividade. O minicurso foi realizado no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) – Campus Picos, ao longo de cinco dias, totalizando 10 horas de atividades. Ao longo desses dias foram abordados, respectivamente: i) as noções de espaço-tempo, eventos, linhas e superfícies de mundo; ii) a visão aristotélica e galileana sobre o movimento; iii) a noção de intervalo espaço-tempo e sua importância para a construção da relatividade einsteiniana; iv) os resultados básicos da teoria de Einstein, tais como: dilatação temporal e contração espacial. Durante o minicurso, os participantes também foram avaliados por meio de testes antes e depois das aulas, com o intuito de medir a evolução no entendimento dos conceitos relacionados à Teoria da Relatividade. As discussões, em sala de aula, das respostas esperadas para os testes sugerem que os diagramas ajudaram a facilitar a compreensão dos conceitos, embora alguns participantes tenham expressado dificuldades com a abordagem. O trabalho conclui que, apesar dos desafios, o uso de diagramas se mostrou uma ferramenta promissora para a visualização e compreensão de conceitos abstratos.

Palavras-chaves: Ensino de Relatividade; Diagramas Espaço-Tempo; Ensino em Física; Relatividade Restrita.

ABSTRACT

This work reports on the development of a mini-course entitled “Teaching Relativity through Diagrams: Challenges and Possibilities”, designed for physics undergraduates and High-School teachers. The main objective of the mini-course was to introduce a powerful and innovative diagrammatic approach, developed and published by Robert Geroch in the 1970s, with strong pedagogical appeal for teaching the Theory of Relativity. The mini-course was conducted at the Federal Institute of Education, Science, and Technology of Piauí (IFPI) – Campus Picos, over five days, totaling 10 hours of activities. Over the course of these days, the following topics were addressed: i) the notions of spacetime, events, and world lines and world surfaces; ii) the Aristotelian and Galilean views on motion; iii) the concept of spacetime interval and its importance in the construction of Einstein’s relativity; iv) the main results of Einstein’s theory, such as time dilation and length contraction. During the mini-course, participants were also evaluated through pre- and post-tests to measure their progress in understanding the concepts related to the Theory of Relativity. Classroom discussions of the expected answers for the tests suggest that the diagrams helped facilitate the understanding of concepts, although some participants expressed difficulties with the approach. The study concludes that, despite the challenges, the use of diagrams proved to be a promising tool for visualizing and understanding abstract concepts.

Keywords: Teaching Relativity; Spacetime Diagrams; Physics Education; Special Relativity.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Diagrama de um evento P ocorrendo no espaço-tempo M	18
2	Linha de mundo de um vagalume em repouso no espaço tempo. . .	19
3	Linhas de mundo de dois vagalumes em MRU relativo entre si. . . .	19
4	Duas superfícies de simultaneidade, uma de $t = 0s$ e outra de $t = 11s$. 20	
5	Superfície de mundo de uma corda grossa no espaço tempo.	21
6	Região de mundo do planeta Terra em linguagem diagramática. . .	21
7	Representação diagramática da luz.	22
8	Representação do relógio no espaço-tempo.	23
9	Diagrama da relação entre p e q	24
10	Gráfico de γ , o fator de Lorentz, em função de $\beta(= \frac{v}{c})$, o parâmetro de velocidade.	27
11	Diagrama, Múons desafiam a intuição clássica.	30
12	Slide apresentando a estrutura diagramática de um evento.	33
13	Slide apresentando aplicabilidade no ensino, exemplo cotidiano. . .	34
14	Slide apresentando aplicabilidade no ensino, exemplo diagramático. 34	
15	Slide ilustrando a concepção aristotélica de espaço e tempo.	35
16	Slide apresentando os conceitos fundamentais da visão galileana .	36
17	Slide de um exemplo simples da relatividade de Galileu.	36
18	Slide de um exemplos simples da relatividade de Galileu com diagramas.	37
19	Slide sobre os múons.	37
20	Slide com os postulados da TR.	38
21	Slide com o exemplo utilizado para construir a ideia de intervalo espaço-tempo.	39
22	Slide com o exemplo utilizado para construir a ideia de intervalo espaço-tempo.	39

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EM	Ensino Médio
IFPI	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
MRU	Movimento Retilíneo Uniforme
TR	Teoria da Relatividade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	MOTIVAÇÃO.....	14
3	OBJETIVOS	16
3.1	Objetivo Geral	16
3.2	Objetivos Específicos	16
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	16
4.1	Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel	16
4.2	Elementos Básicos dos Diagramas Espaço-Tempo	17
4.3	Espaço-Tempo e Eventos	18
4.4	Linha de Mundo	19
4.5	Superfície de Simultaneidade	20
4.6	Diagramas para Objetos com Dimensões.....	20
4.7	Postulados de Einstein	21
4.8	O intervalo espaço-tempo	22
4.8.1	Os instrumentos de medida	22
4.8.2	Relações de causalidade entre dois eventos.....	23
4.9	Efeitos Relativísticos	26
4.9.1	Transformações de Lorentz	26
4.9.2	Dilatação do Tempo	27
4.9.3	Contração do Espaço	28
4.9.4	Fórmula de Adição de Velocidades.....	28
4.10	Demonstrações Experimentais dos Efeitos Relativísticos	30
4.10.1	Múons na Atmosfera Terrestre.....	30
5	METODOLOGIA	30
5.1	Desenvolvimento do Minicurso	32
5.2	Primeiro Dia: Introdução ao Tema e Visão Aristotélica.....	32
5.3	Segundo Dia: Visão Galileana e suas Limitações.....	35
5.4	Terceiro Dia: Introdução à Relatividade Restrita	38
5.5	Quarto Dia: Consequências da Teoria da Relatividade	40
5.6	Quinto Dia: Aplicação e Resolução do Segundo Teste	40
6	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	41
6.1	Desempenho no Teste Diagnóstico de Mecânica Clássica	41
6.2	Desempenho no Teste de Relatividade	41
6.3	Discussão dos Resultados.....	42
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	43

REFERÊNCIAS..... 44

1. INTRODUÇÃO

No espectro de teorias físicas vigentes na Física Contemporânea, a Teoria da Relatividade (TR) de Albert Einstein, proposta no início do século XX, destaca-se como uma conquista notável para a Ciência. A transição da Teoria da Gravitação Universal de Isaac Newton para a TR de Einstein representou uma transformação radical em nossa percepção e, por consequência, em nossa compreensão do Universo. A teoria de Newton é baseada nos conceitos de espaço e de tempo absolutos, os quais são independentes entre si; e na noção de uma força gravitacional, cuja ação se dá de maneira instantânea e à distância. Esta teoria foi fundamental para a compreensão de boa parte dos movimentos dos corpos celestes, pertencentes ao sistema solar e visíveis àquela época, bem como para a compreensão dos fenômenos gravitacionais observados na Terra. No entanto, a TR introduziu um novo paradigma, no qual o espaço e o tempo estão intrinsecamente ligados, formando uma nova entidade denominada espaço-tempo, enquanto a gravitação é interpretada como a curvatura desse espaço-tempo causada pela presença de matéria e/ou energia [1].

Todavia, adentrar, e explorar, a estrutura teórico-matemática desta teoria não é uma tarefa trivial, seus conceitos desafiam a intuição e, por vezes, parecem incompreensíveis para muitos estudantes. Impondo, assim, um desafio significativo ao ensino dessa teoria, especialmente no contexto brasileiro, onde o ensino de física muitas vezes se depara com barreiras metodológicas e de infraestrutura. No cenário educacional, especificamente no Ensino Médio (EM), há a necessidade da utilização de uma abordagem diferenciada para a compreensão dos conceitos e princípios relativísticos. Visto que a abordagem convencional muitas vezes recai sobre uma exposição exclusivamente teórica e passiva. Em consequência, esta metodologia demonstra-se insuficiente para uma aprendizagem significativa da TR em toda sua abstração, conforme [2]. Com isso, a busca por estratégias capazes de gerar a aprendizagem significativa de temas avançados e de romper as barreiras cognitivas associadas à sua compreensão é de crucial relevância.

Por tanto, neste trabalho expomos uma proposta que visa fornecer a direção de uma possível contribuição para o desafio do ensino da TR no EM. Esta proposta já foi estabelecida na literatura há algumas décadas, e embora tenha um apelo estético, devido aos recursos visuais de que se vale, ainda é relativamente pouco conhecida do público para o qual ela foi desenvolvida. Reconhecendo a escassez de ferramentas didáticas apropriadas e a lacuna na formação docente, o nosso trabalho concentra-se na introdução de uma técnica diagramática, inspirada no livro *“General Relativity from A to B”* do autor Robert Geroch [3]. Essa abordagem visa tornar tangíveis conceitos abstratos, oferecendo uma visão mais palpável e compreensível da TR e de seus

elementos. Uma vez que, com o auxílio de diagramas temos o poder de simplificar informações complexas, transformando ideias de difícil assimilação e com diversos níveis de encadeamento lógico em representações visuais mais simples e diretas que facilitam a assimilação do conteúdo. Entretanto, é importante utilizar este método com um equilíbrio adequado, garantindo que os diagramas sejam claros, precisos e complementem efetivamente o conteúdo. Além disso, a utilização de diagramas não deve substituir a explicação verbal ou textual, mas sim enriquecer esta. Aprimorando o entendimento do estudante sobre o tópico a ser aprendido.

Desse modo, a implementação bem-sucedida dessa estratégia no EM enfrenta desafios consideráveis, como a capacitação adequada dos educadores. Nesta esteira, propomos não apenas a introdução da técnica diagramática, mas também a preparação de um minicurso destinado a licenciandos em Física. Reconhecendo que a formação inicial desses futuros educadores é fundamental para a disseminação eficaz dessa abordagem pedagógica. Este minicurso abordará não apenas os fundamentos teóricos da TR, como também estratégias para a implementação da técnica diagramática em sala de aula. Sendo assim, os licenciandos serão orientados a integrar as ferramentas visuais propostas de forma criativa em seus futuros planos de aula, promovendo uma experiência de aprendizagem mais envolvente e acessível para os estudantes.

Além disso, o minicurso será fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, buscando não apenas apresentar conhecimentos avançados, mas integrá-los de maneira significativa à estrutura cognitiva dos participantes. Por fim, nossa metodologia proposta engloba a análise crítica do livro do autor Robert Geroch, a adaptação dos conceitos para o contexto do nosso minicurso, o desenvolvimento do minicurso e sua implementação em licenciandos, em uma avaliação contínua da proposta aqui desenvolvida. Assim, este trabalho não apenas busca facilitar a compreensão da TR, mas almeja contribuir para o melhoramento do ensino de Física no âmbito local, fomentando práticas visualmente estimulantes.

2. MOTIVAÇÃO

O ensino da TR representa um desafio considerável, em particular no cenário educacional brasileiro. Essa teoria revolucionou a compreensão sobre o Universo, até então descrito pela Física Clássica, introduzindo conceitos e fenômenos complexos, tais como: o conceito de espaço-tempo e os fenômenos de contração espacial e dilatação temporal. Conceitos esses, cuja assimilação pelos estudantes é muitas vezes prejudicada seja por obstáculos epistemológicos, intrínsecos à compreensão da própria teoria, seja devido a fatores psicológicos e sociais associados à atividade de ensino-

aprendizagem. A abordagem tradicional do ensino de Física, centrada apenas em métodos expositivos e matemáticos, revela-se insuficiente para transmitir eficazmente os princípios relativísticos mais fundamentais [4].

Além disso, a carência de recursos didáticos adequados (tais como: o amplo acesso a laboratórios computacionais), a falta de uma formação docente sólida em temas de Física Moderna e Contemporânea e o baixo traquejo na aplicação de metodologias ativas de ensino contribuem para a perpetuação desses entraves. O resultado é um entendimento fragmentado e repleto de lacunas na estrutura cognitiva dos estudantes sobre conceitos tão fundamentais para a compreensão do Universo. Uma aprendizagem significativa de fenômenos como a dilatação temporal e a contração espacial requer uma abordagem pedagógica mais dinâmica e interativa. A incorporação de recursos visuais possibilitam tornar o ensino-aprendizagem de conceitos abstratos, tais como os conceitos da TR, mais tangível.

No entanto, o acesso a tais ferramentas e a capacitação dos professores para utilizá-las são questões cruciais a serem atacadas. Iniciativas nessa direção estão sendo realizadas [4, 17]. O desafio de integrar a TR ao Ensino Médio não se limita apenas à comunicação de conhecimentos científicos avançados, mas também implica em uma avaliação cuidadosa das práticas pedagógicas e avaliativas. Na literatura especializada [5], já há indícios de que o ensino segmentado e altamente concentrado de tópicos de Física Moderna, apenas no final do EM, é ineficaz. Consequentemente, é importante frisar que a atualização do currículo não pode ser desassociada da preocupação com a formação inicial e continuada de professores de Física. Já que a simples introdução de novos tópicos para análise de questões contemporâneas não é suficiente, se os graduandos em Física não estiverem devidamente preparados para essa transição. Naturalmente, os professores desempenham um papel fundamental na condução da mudança curricular, sendo eles os agentes motores na implementação dessas alterações em sua prática pedagógica [6].

Por fim, destacamos a importância de minicursos voltados para futuros professores, capacitando-os a incorporar abordagens inovadoras. As técnicas diagramáticas que são o tema principal do nosso estudo proporcionam uma abordagem visual e intuitiva aos estudantes, o que pode contribuir para a superação de barreiras cognitivas no ensino de tópicos avançados de Física. Ao destacar os diagramas de espaço-tempo como uma ferramenta pedagógica com grande potencial, este trabalho busca promover a adoção de práticas visualmente atrativas no ensino de conceitos científicos. Finalmente, acreditamos que este estudo está alinhado com uma tentativa de modernização curricular e, portanto, de criação de um ambiente de aprendizado capaz de preparar os estudantes para os desafios científicos do século XXI.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral do trabalho é desenvolver e implementar um minicurso sobre relatividade, fundamentado em técnicas diagramáticas da referência [3], direcionado para licenciandos em Física. Consequentemente, espera-se no futuro uma melhora no ensino da Teoria da Relatividade para classes de nível médio. Com o propósito de tornar a compreensão dos conceitos e fenômenos relativísticos significativa.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Elencamos abaixo os objetivos específicos do nosso trabalho:

- Analisar e, se necessário, adaptar a técnica diagramática baseada em diagramas tipo espaço-tempo.
- Criar um minicurso que seja acessível e compreensível para licenciandos em Física, ensinando os conceitos fundamentais da TR por meio de uma abordagem baseada em diagramas.
- Estimular o uso de diagramas como ferramenta pedagógica para o ensino de conceitos da TR.
- Realizar a implementação prática do minicurso.
- Realizar uma avaliação crítica, através de questionários, sobre as estratégias propostas, analisar o seu impacto na compreensão dos licenciandos e propor ajustes para otimizar os resultados.

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1 TEORIA DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE AUSUBEL

A Teoria de Aprendizagem Significativa, proposta por David Ausubel, é um referencial teórico baseado na relação entre os novos conhecimentos a serem aprendidos e os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva prévia do aprendiz, com o objetivo de garantir a aprendizagem significativa [7]. Esse tipo de aprendizagem pode ser definida como um processo pelo qual uma nova informação se relaciona de maneira não-literal e não-arbitrária a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do

indivíduo. Não-literal significa que essa interação não ocorre literalmente, ou seja, não há uma relação linear entre a ideia nova, a ser aprendida, e a ideia antiga, o subsunçor, já existente na cognição do indivíduo. Não-arbitrária significa que essa interação ocorre de forma específica, por uma conexão pertinente entre a ideia a ser aprendida e um, ou mais, subsunçores [8]. Em nossa aplicação, por exemplo, os conceitos prévios relacionados à mecânica newtoniana, tais como: espaço, tempo, velocidade e massa, serão os subsunçores já presentes na estrutura cognitiva dos estudantes. Ou seja, esses conceitos clássicos servirão como a base a partir da qual os estudantes podem ancorar novas informações relacionadas à TR.

Os princípios fundamentais dessa teoria de aprendizagem são a assimilação e a diferenciação. O princípio da assimilação é o processo pelo qual novas informações são integradas aos conhecimentos já existentes na mente do estudante. Ausubel, ressalta a importância de estabelecer conexões conceituais para facilitar a harmoniosa incorporação de novos conhecimentos [9]. Portanto, a ênfase desta teoria, para a nossa aplicação, recai sobre criar pontes conceituais que tornem os conceitos da TR significativos na estrutura cognitiva preexistente do aprendiz. Do mesmo modo, o princípio da diferenciação visa a distinção clara entre conceitos recém-introduzidos e aqueles já presentes no repertório do aprendiz. O que evita confusões entre informações semelhantes, pois é fundamental garantir uma compreensão precisa de uma ideia e não incorrer em distorções conceituais. Assim, a ancoragem de novos conhecimentos em conceitos prévios destaca-se como um aspecto crucial da teoria de Ausubel, tal abordagem envolve identificar e ativar os conhecimentos prévios dos estudantes que sejam úteis para o ensino de TR [9]. Desse modo, buscaremos ensinar a TR, proposta por Albert Einstein no início do século XX, a qual redefiniu os fundamentos da Física Clássica, introduzindo conceitos-chave que desafiam nossa compreensão intuitiva sobre o espaço e sobre o tempo, em específico há a extinção desses conceitos como independentes. Na TR de Einstein, apenas o conceito de espaço-tempo, como um contínuo único, faz sentido. Com vistas à plena realização desta iniciativa de ensino-aprendizagem nos serviremos da Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Com esse objetivo, buscamos introduzir uma abordagem diferenciada pautada em uma técnica diagramática. Esses diagramas se mostrarão ferramentas eficazes na facilitação da compreensão dos princípios e dos fenômenos relativísticos. Nosso próximo passo será estabelecer os elementos básicos da técnica diagramática a ser desenvolvida.

4.2 ELEMENTOS BÁSICOS DOS DIAGRAMAS ESPAÇO-TEMPO

Nesta seção, abordaremos os elementos fundamentais dos diagramas como ferramenta básica para o ensino da TR. Exploraremos a construção de diagramas

espaço-tempo para visualizar eventos, linhas de mundo, superfícies de simultaneidade, dentre outros; objetivando proporcionar uma compreensão mais acessível e intuitiva dos princípios relativísticos.

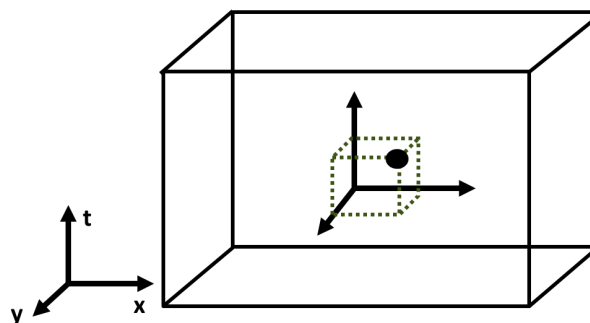
4.3 ESPAÇO-TEMPO E EVENTOS

O espaço-tempo é uma estrutura geométrica [10, 11] composta por pontos que seguem determinadas relações entre si, sendo os pontos, nos quais ocorrem algum fenômeno físico, denominados eventos [12]. Para localizar um ponto no espaço-tempo, são necessárias quatro coordenadas - as coordenadas espaciais x , y , z - além de um valor numérico para o tempo, ou seja, uma coordenada temporal t . Essa definição destaca a indissociabilidade entre o espaço e o tempo, como já mencionado anteriormente, na descrição de fenômenos físicos a altas velocidades/energias.

Torna-se, agora, essencial estabelecer a representação do espaço-tempo e quaisquer fenômenos que nele ocorrem, no qual um evento é identificado por quatro coordenadas: x , y , z e t , o que mostra a necessidade de quatro informações numéricas para a descrição geométrica adequada desse evento. Contudo, a impossibilidade de visualização de um diagrama em 4 dimensões nos motiva a remoção de uma coordenada espacial, uma vez que sem a coordenada temporal é inviável descrever a dinâmica de qualquer sistema físico. A definição de espaço-tempo pode ser concebida como um conjunto abrangente que engloba eventos passados, presentes e futuros. Nesse contexto, o espaço-tempo contém em si a totalidade de eventos que ocorreram, ocorrem e ocorrerão [3].

Um evento P , como o piscar de um vagalume, no espaço-tempo será detectado por um observador O que registra as coordenadas (x, y, z) do evento e consulta seu relógio para determinar o instante temporal t correspondente, sendo representado graficamente no diagrama da figura 1, onde a quarta coordenada z é omitida pela inviabilidade de sua visualização geométrica.

Figura 1 – Diagrama de um evento P ocorrendo no espaço-tempo M .

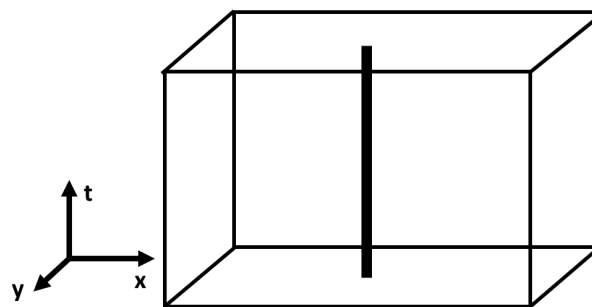


Fonte: Própria do autor.

4.4 LINHA DE MUNDO

Um conceito de significado fundamental é o de linha de mundo. Suponha uma situação na qual consideramos um vagalume em repouso sobre uma folha. Para visualizar este vagalume, podemos empregar um diagrama, tratando-o como um ponto. No estado de repouso, quando inferido por um observador fixo, suas coordenadas espaciais x , y , z permanecem constantes ao longo do tempo, o diagrama representativo é delineado na figura 2. A evolução temporal da posição do vagalume é comumente designada como uma linha de mundo.

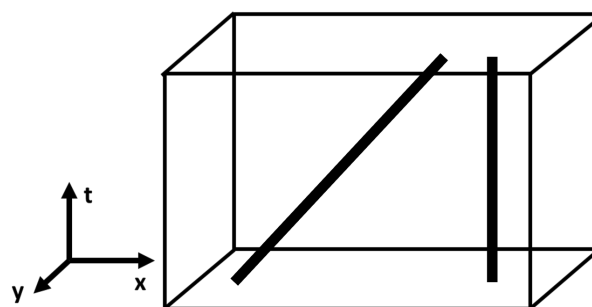
Figura 2 – Linha de mundo de um vagalume em repouso no espaço tempo.



Fonte: Própria do autor.

Consideremos dois vagalumes, os quais se movem apenas na direção x , voando um movimento retilíneo uniforme (MRU), um em relação a outro, esta situação é representada no diagrama da figura 3. No qual temos duas linhas de mundo, uma inclinada representando o vagalume que está se movendo e uma linha de mundo vertical representando o que está em repouso com respeito ao solo.

Figura 3 – Linhas de mundo de dois vagalumes em MRU relativo entre si.



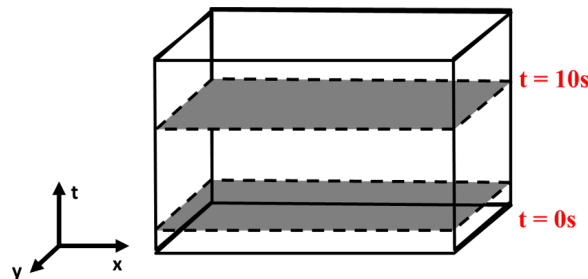
Fonte: Própria do autor.

Uma definição formal para este conceito pode ser a seguinte: uma linha de mundo é toda a curva que é descrita por uma partícula que se move no espaço-tempo. Em particular, estaremos interessados em linhas de mundo cujo o parâmetro natural é o tempo próprio desta partícula, ou seja, aquele medido no referencial de repouso da mesma.

4.5 SUPERFÍCIE DE SIMULTANEIDADE

Vamos agora definir uma implicação que advém de uma análise mais profunda do diagrama anterior, a saber o conceito de superfícies de simultaneidade. Dois eventos são considerados simultâneos quando ocorrem no mesmo instante de tempo para um dado observador. Dessa forma, podemos afirmar que dois eventos A e B são simultâneos se, e somente se, eles são registrados com um mesmo valor de t . Para descrever eventos simultâneos em um diagrama espaço-tempo utilizamos superfícies representadas por planos horizontais no supracitado diagrama. A figura 4 exemplifica duas superfícies de simultaneidade: a primeira representa a superfície de simultaneidade em $t = 0s$, enquanto a segunda representa a superfície de simultaneidade em $t = 11s$.

Figura 4 – Duas superfícies de simultaneidade, uma de $t = 0s$ e outra de $t = 11s$.

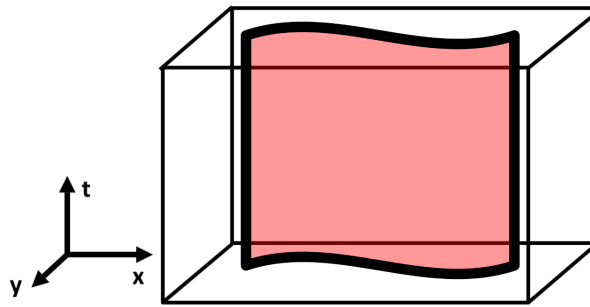


Fonte: Própria do autor.

4.6 DIAGRAMAS PARA OBJETOS COM DIMENSÕES

Para certos objetos não podemos desprezar suas dimensões ao considerar sua dinâmica. Desta maneira, ao tratarmos objetos bidimensionais, como uma corda grossa, ou objetos tridimensionais, como o nosso planeta terra, podemos nos questionar: como poderíamos descrever estes objetos extensos na linguagem de diagramas espaço-tempo? A primeira ideia que poderíamos ter é a de utilizar uma linha. Porém, na descrição diagramática ela será um objeto com extensão e não um ponto, assim ao deixarmos o tempo transcorrer a linha se tornará uma superfície, e não uma linha de mundo como uma análise apressada poderia imaginar. Desta forma, um objeto extenso deve ser representado, na linguagem diagramática, como uma “superfície de mundo”, como aquela exposta pela figura 5. Considerando uma superfície de simultaneidade no tempo t , teremos exatamente a posição da corda no tempo t , tal como registrada por um certo observador O . Já para objetos tridimensionais teremos um problema, como optamos por retirar uma das coordenadas de espaço então os objetos tridimensionais terão de ser reduzidos a duas dimensões. Assim, uma esfera nos nossos diagramas será reduzida a um círculo, um cubo será reduzido a um quadrado, e sua “linha de

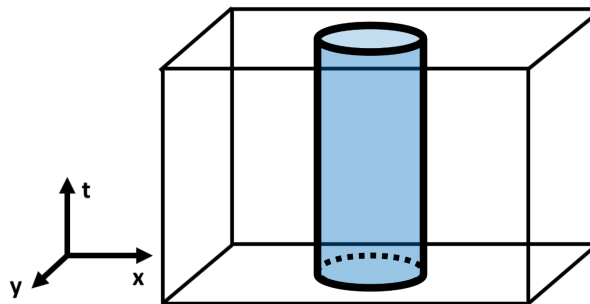
Figura 5 – Superfície de mundo de uma corda grossa no espaço tempo.



Fonte: Própria do autor.

“mundo” será denominada região de mundo, então para representar a região de mundo do nosso planeta Terra, imaginando que ele esteja em repouso para o observador O , nos valem da figura 6:

Figura 6 – Região de mundo do planeta Terra em linguagem diagramática.



Fonte: Própria do autor.

4.7 POSTULADOS DE EINSTEIN

Por um período de aproximadamente duzentos anos, que se estendeu do século XVII até o final do século XIX, sustentou-se a crença de que as equações formuladas por Newton representavam de maneira precisa a natureza. Isso se deve ao fato de que elas tratam adequadamente, com muito boa precisão, o movimento tanto de corpos terrestres quanto de corpos celestes dentro do sistema solar. Contudo, constatou-se que essa teoria é inadequada em situações que envolvam velocidades que são frações significativas da velocidade da luz. A TR de Einstein, consolidada em dois postulados, representa um divisor de águas na compreensão do Universo, e juntamente com a Mecânica Quântica, é um dos pilares de sustentação da Física Moderna. Esses postulados, essenciais para a estrutura teórica, são:

- 1º) (Princípio de Galileu): *As leis da Física possuem a mesma forma quando vistas por observadores situados em referenciais inerciais.*
- 2º) (Constância da Velocidade da Luz): *A velocidade da luz, ao se propagar através*

do vácuo, tem o mesmo valor, $c \approx 299.792.458 m/s$, em todas as direções e em todos os referenciais inerciais [13].

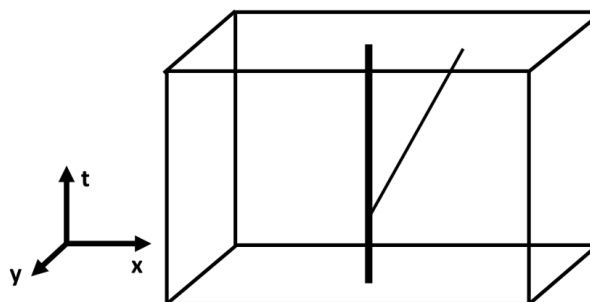
4.8 O INTERVALO ESPAÇO-TEMPO

Passamos de uma concepção rígida do espaço-tempo, de acordo com a visão aristotélica, para uma concepção mais dinâmica, comparável a um "baralho de cartas deslizantes", seguindo a visão galileana[3]. Agora, consideremos o espaço-tempo como uma folha de borracha, que pode ser esticada, comprimida e dobrada. No entanto, antes de tudo, vamos deixar bem definidos os instrumentos que utilizaremos para coletar informações do espaço-tempo.

4.8.1 Os instrumentos de medida

Nesta seção objetivamos o estabelecimento de um instrumento que viaje pelo espaço-tempo, colha informações sobre eventos que ocorram neste espaço-tempo e traga essas informações para nós. Uma simples régua ou trena não funcionaria, para nossos propósitos de medição, por exemplo: imagine que desejamos medir a distância entre dois eventos **A** e **B** e que utilizemos uma régua grande de $10 m$, ao verificarmos nossa régua, digamos que ela marque o valor de $8,5 m$ para a distância entre **A** e **B**, poderíamos nos questionar: como foi feita esta medida? Primeiramente, tivemos de posicionar a régua no evento **A** e depois precisamos nos deslocar com a régua até o evento **B** para medirmos a distância de ambos os eventos e, assim, encontrarmos a variação de distância entre um e outro no valor de $8,5 m$. Perceba que a sua linha de mundo teve que se deslocar o evento **A** até o evento **B** e é justamente isso que não queremos. Desejamos que o instrumento viaje e não nós, já que não sabemos se somente o ato de ir até o evento já modifica algo. Tendo em vista isso, a melhor opção é utilizarmos pulsos de luz, já que a luz pode viajar, ser refletida e voltar.

Figura 7 – Representação diagramática da luz.

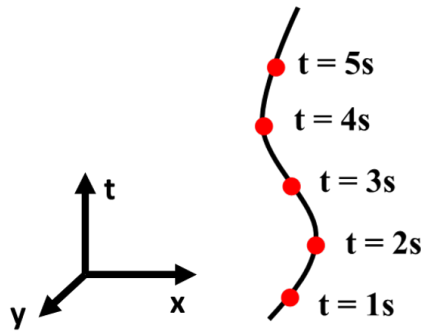


Fonte: Própria do autor.

Outro instrumento que será útil para gravar numericamente as informações será um relógio, mas precisamos defini-lo com cuidado. Primeiro, o relógio será idealizado

para não possuir dimensões, assim ele é considerado um ponto. Segundo, todos os relógios serão idênticos, dessa forma, nossos relógios serão representados no diagrama como um ponto e sua evolução temporal será uma linha de mundo.

Figura 8 – Representação do relógio no espaço-tempo.



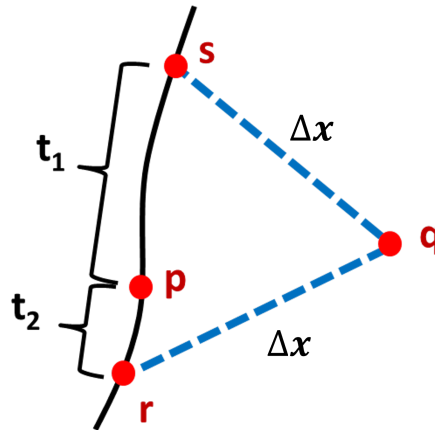
Fonte: Própria do autor.

Assim, temos dois instrumentos: a luz para alcançar os eventos e relógios para registrá-los. É relevante observar que os relógios não atribuem coordenadas temporais a eventos que não estejam em suas linhas de mundo. Assim, se quisermos descobrir o instante de tempo em que um determinado evento ocorreu precisamos fazer com que o relógio passe por esse evento.

4.8.2 Relações de causalidade entre dois eventos.

Imaginemos dois eventos fixos **p** e **q**, para encontrar uma relação entre eles primeiramente vamos fazer com que o relógio passe por um dos eventos, o evento **p**. E utilizando os raios de luz enviamos um raio para o evento **q** que será refletido de volta para a linha de mundo do relógio, como exposto na figura 9.

Figura 9 – Diagrama da relação entre p e q.



Fonte: Própria do autor.

Em que, **r** é o ponto que indica quando o pulso de luz é disparado, já **s** é o ponto que indica quando o pulso de luz retorna para a linha de mundo. Utilizando do relógio obtemos as seguintes informações numéricas t_1 e t_2 , na qual t_1 é o tempo decorrido desde o lançar do pulso de luz, do evento **r**, até o evento **p** e t_2 é o tempo decorrido do evento **p** até a chegada do pulso de Luz em **s**. Com isso, podemos calcular a distância:

$$\Delta x = v\Delta t, \quad (4.1)$$

em que:

$$\Delta t = t_1 + t_2. \quad (4.2)$$

Logo:

$$\Delta x = c(t_1 + t_2). \quad (4.3)$$

Como (4.3) é a distância de ida e volta da luz, logo a distância de **p** até **q** é:

$$\Delta x = \frac{c(t_1 + t_2)}{2}. \quad (4.4)$$

Qual o tempo decorrido entre os dois eventos **p** e **q**? O tempo total decorrido é dado pela soma dos tempos individuais que a luz leva para viajar de **p** até **q** e retornar. Assim, temos a seguinte equação para o tempo total decorrido:

$$\Delta t_{q'} = \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (4.5)$$

Subtraindo com t_2 :

$$\Delta t = \frac{(t_1 + t_2)}{2} - t_2, \quad (4.6)$$

$$\Delta t = \frac{(t_1 - t_2)}{2}. \quad (4.7)$$

O intervalo entre dois eventos é uma quantidade fundamental na relatividade, que estabelece a relação causal entre os dois eventos. Para definir o intervalo, consideramos os tempos t_1 e t_2 associados a cada evento. O intervalo é dado pelo produto dos tempos t_1 e t_2 , conforme demonstrado nas equações a seguir.

Voltando às equações (4.4) e (4.7), dividimos (4.4) por c :

$$\frac{\Delta x}{c} = \frac{(t_1 + t_2)}{2}. \quad (4.8)$$

Somando (4.8) com (4.7), temos:

$$\frac{\Delta x}{c} + \Delta t = \frac{(t_1 + t_2)}{2} + \frac{(t_1 - t_2)}{2}, \quad (4.9)$$

$$\frac{\Delta x}{c} + \Delta t = t_1. \quad (4.10)$$

Subtraindo (4.8) com (4.7), temos:

$$\frac{\Delta x}{c} - \Delta t = t_2. \quad (4.11)$$

O intervalo fica:

$$t_1 t_2 = \left(\frac{\Delta x}{c} + \Delta t \right) \left(\frac{\Delta x}{c} - \Delta t \right), \quad (4.12)$$

$$t_1 t_2 = \left(\frac{\Delta x}{c} \right)^2 - (\Delta t)^2. \quad (4.13)$$

A interpretação física desta equação é a de que este produto se mantém invariante para todos os observadores inerciais. Ou seja, um primeiro observador inercial **A** que meça o intervalo $t_1 t_2$ encontrará o mesmo valor numérico que um segundo **B** que esteja em MRU em relação ao primeiro.

4.9 EFEITOS RELATIVÍSTICOS

4.9.1 Transformações de Lorentz

As transformações de Lorentz foram formuladas pelo físico holandês Hendrik Lorentz no final do século XIX, em um esforço para explicar a dinâmica de fenômenos eletromagnéticos e eliminar as inconsistências surgidas na física clássica e agravadas pelo resultado negativo, em prever a existência do *éter luminífero*¹, pelo famoso experimento de Michelson-Morley. Este experimento mostrou que a velocidade da luz é constante em todos os referenciais inerciais, o que não era compatível com as transformações de Galileu, usadas até então para descrever o movimento.

Lorentz desenvolveu essas equações para ajustar as coordenadas de espaço e tempo entre dois referenciais inerciais que estão se movendo um em relação ao outro. Mais tarde, Albert Einstein incorporou essas transformações na sua Teoria da Relatividade Restrita, mostrando que as medidas das coordenadas espaciais e temporal são relativas ao movimento do observador.

Consideremos dois referenciais inerciais S e S' , em que S' se move com velocidade v ao longo do eixo x com respeito a S . As transformações de Lorentz que relacionam as coordenadas x, y, z, t de um evento, como medidas por S , com as coordenadas x', y', z', t' , como medidas por S' , são dadas por:

$$x' = \gamma(x - vt) \quad (4.14)$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \quad (4.15)$$

$$y' = y \quad (4.16)$$

$$z' = z \quad (4.17)$$

O fator γ é o chamado fator de Lorentz, e é definido como:

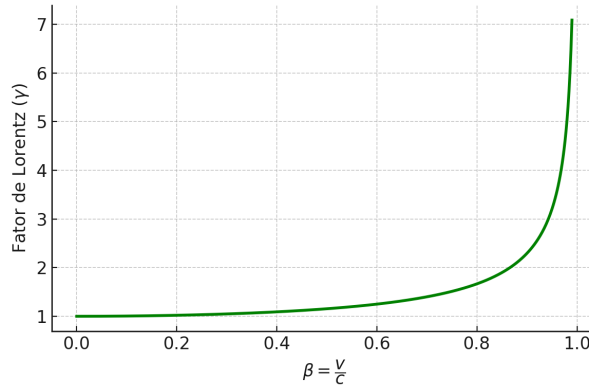
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4.18)$$

em que: v é a velocidade relativa entre os referenciais, e c é a velocidade da luz no vácuo. As transformações de Lorentz revelam que as noções de tempo e espaço dependem do referencial, levando aos efeitos, que serão discutidos adiante, para observadores em movimento relativo. O gráfico a seguir mostra a relação entre o fator de Lorentz γ e o parâmetro $\beta (= \frac{v}{c})$. À medida que β (ou seja, a razão entre a velocidade v e a velocidade da luz c) se aproxima de 1, o fator de Lorentz γ tende a crescer indefinidamente. Isso ilustra que, conforme um objeto se aproxima da

¹ Um meio imponderável que supostamente permearia todo o Universo e o qual poderia gerar um efeito de arrasto sobre a luz. Veja, e.g., [14] para detalhes.

velocidade da luz, os efeitos relativísticos, como a dilatação do tempo e a contração do comprimento, tornam-se extremamente pronunciados.

Figura 10 – Gráfico de γ , o fator de Lorentz, em função de $\beta (= \frac{v}{c})$, o parâmetro de velocidade.



Fonte: Própria do autor.

No gráfico, vemos que, para pequenas velocidades (β próximo de 0), o fator γ é aproximadamente 1, o que corresponde ao comportamento clássico, limite em que os efeitos relativísticos são desprezíveis. No entanto, conforme β se aproxima de 1 (isto é, v se aproxima de c), o fator γ aumenta rapidamente, tendendo ao infinito quando v atinge c .

4.9.2 Dilatação do Tempo

A dilatação do tempo, conforme prevista pela TR, pode ser compreendida através da seguinte equação de fundamental importância, às vezes denominada de *fórmula de dilatação temporal de Lorentz*,

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (4.19)$$

Observe que o inverso do denominador da eq. (4.19) é o parâmetro conhecido como fator de Lorentz, simbolizado pela letra grega γ ,

Na eq. (4.19), $\Delta t'$ representa o intervalo de tempo medido por um observador em movimento, Δt é o intervalo de tempo medido por um observador em repouso, v é a velocidade relativa entre os observadores, e c é a velocidade da luz no vácuo. A interpretação desse resultado revela que: à medida que a velocidade relativa (v) se aproxima da velocidade da luz (c), o denominador se aproxima de zero, resultando em um aumento significativo em Δt . Isso indica que, conforme um objeto se move mais rapidamente em relação a um observador inercial, o intervalo de tempo percebido por esse objeto se dilata [18].

A equação de dilatação temporal é uma expressão matemática precisa, demonstrando como a percepção do tempo pode ser afetada pela velocidade relativa

entre observadores. A título de exemplo numérico. Suponha uma nave espacial (N) se movendo a uma velocidade significativa, digamos 80% da velocidade da luz, $v = 0,8c$. Dentro da nave, há um astronauta (A) e um relógio (t') que marca o tempo percebido pelo astronauta. Fora da nave, há um observador na Terra (T) com um relógio (t) que marca o tempo observado na Terra. Se o astronauta na nave acende um flash de luz e o observador na Terra mede o tempo (Δt) decorrido entre o início e o fim do flash, a dilatação do tempo se torna evidente. Suponha que o observador na terra relatou um tempo de $\Delta t = 1s$. Substituindo esses valores na equação de dilatação do tempo eq.(4.19), obtemos:

$$\Delta t' = \frac{1s}{\sqrt{1 - 0,8^2}}, \quad (4.20)$$

$$\Delta t' \approx 1,67s. \quad (4.21)$$

Assim, o astronauta perceberá que o flash de luz durou mais tempo do que o observador na Terra, $\Delta t' > \Delta t$.

4.9.3 Contração do Espaço

A contração espacial sentida por um objeto em velocidade relativística é outro dos possíveis fenômenos contra-intuitivos que surgem naturalmente na TR. Novamente, através do fator de Lorentz podemos relacionar as dimensões espaciais de um corpo, tal qual medidas por diferentes observadores, que estão em MRU um com respeito ao outro. Conforme a velocidade do objeto se aproxima da velocidade da luz (c), a contração espacial torna-se mais pronunciada. A fórmula matemática que expressa essa contração é dada por:

$$\Delta L' = \frac{\Delta L}{\gamma}, \quad (4.22)$$

em que: ΔL é o comprimento contraído, $\Delta L'$, é o comprimento próprio (medido no referencial em que o objeto está em repouso), e γ é o fator de Lorentz. Essa contração do espaço não é percebida pelo próprio objeto em movimento, mas sim por observadores em repouso em relação ao laboratório e que o vêem com velocidade relativística. Estes fenômenos nos fornecem um indício teórico muito forte sobre como o tempo e o espaço estão intrinsecamente entrelaçados na TR. A dilatação do tempo e a contração do espaço são “duas faces da mesma moeda”, evidenciando a natureza relativística e dinâmica do Universo.

4.9.4 Fórmula de Adição de Velocidades

Neste contexto, utilizaremos as equações da transformação de Lorentz para comparar as velocidades medidas por dois observadores em diferentes referenciais

inerciais, S e S' , para uma mesma partícula. Supomos que S' está se movendo com velocidade v em relação a S . Imaginemos agora que a partícula, movendo-se com velocidade constante paralelamente aos eixos x e x' , emite dois sinais em momentos distintos. Observadores em S e S' medem a distância e o intervalo de tempo entre os eventos (sinais). As equações relacionando essas medidas são:

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t'), \quad (4.23)$$

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2} \right). \quad (4.24)$$

A equação de transformação relativística de velocidades é obtida ao dividir a eq. (4.23) pela eq. (4.24), resultando em:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\gamma(\Delta x' + v\Delta t')}{\gamma \left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2} \right)}. \quad (4.25)$$

Dividindo tanto o numerador quanto o denominador do lado direito da eq. (4.25) por $\Delta t'$, conseguimos:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta x'}{\Delta t'} + v}{1 + \frac{v \left(\frac{\Delta x'}{\Delta t'} \right)}{c^2}} \quad (4.26)$$

À medida que Δt se aproxima de 0, a razão $\Delta x/\Delta t$ se aproxima do módulo da velocidade u da partícula medida no referencial S . De maneira análoga, com $\Delta t'$ se aproximando de 0, a razão $\Delta x'/\Delta t'$ se aproxima do módulo da velocidade u' da partícula medida no referencial S' . Dessa forma, temos:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v u'}{c^2}}. \quad (4.27)$$

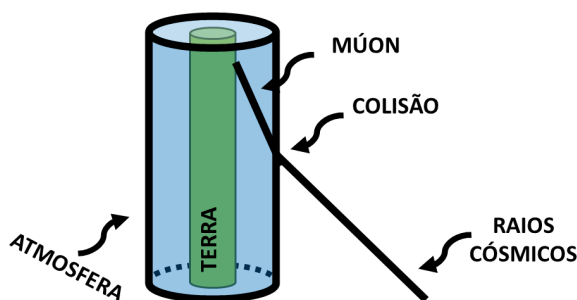
Essa equação revela a complexidade da relação entre as velocidades atribuídas a uma partícula em movimento relativístico por diferentes observadores, assentados em diferentes referenciais inerciais. Quando a velocidade da luz (c) tende ao infinito, o que equivale ao limite de validade da Mecânica de Newton, a equação se reduz à transformação de Galileu ($u = u' + v$). No entanto, a validade da eq. (4.27) se estende a todas as velocidades fisicamente possíveis, contribuindo para uma compreensão mais profunda e abrangente da dinâmica, em especial para os regimes de altas velocidades [16] e [18].

4.10 DEMONSTRAÇÕES EXPERIMENTAIS DOS EFEITOS RELATIVÍSTICOS

4.10.1 Múons na Atmosfera Terrestre

O efeito relativístico observado nos múons é um fenômeno crucial que nos fornece evidências observacionais contundentes da validade da TR de Einstein. Múons são partículas elementares geradas em *chuveiros atmosféricos*, quando raios cósmicos de alta energia interagem com núcleos moleculares na atmosfera terrestre. Essas partículas têm um tempo de vida curto, todavia devido aos efeitos relativísticos elas conseguem atingir a superfície da Terra. O fenômeno relativístico é resultado da velocidade extremamente alta com que os múons viajam através da atmosfera e atingem a superfície terrestre, aproximadamente 0,9998 vezes a velocidade da luz (c) [19]. Esse comportamento contradiz a intuição clássica, que teoricamente, prediz que partículas com tempo de vida tão curto não poderiam alcançar a superfície do planeta. No entanto, a TR prevê a dilatação do tempo e a contração do comprimento em altas velocidades, o que possibilita a chegada dos múons à superfície terrestre. A equação que descreve o número final de partículas (N), ou seja: a quantidade de partículas que efetivamente atinge a superfície da Terra, em relação ao número inicial (N_0), ou seja: a quantidade de partículas que adentra na alta atmosfera terrestre, tempo de percurso (t), e tempo de vida média do múon (τ) é fundamental para compreender esse efeito. A adequada medição deste fenômeno observacional confirma a validade das previsões relativísticas da teoria de Einstein e destaca a necessidade de considerar os princípios da TR ao interpretar eventos em escalas subatômicas a altas energias [19]. A representação diagramática, a seguir, ilustra o impacto de um raio cósmico ao interagir com a atmosfera terrestre resultando na geração de múons que são posteriormente detectados na superfície terrestre.

Figura 11 – Diagrama, Múons desafiam a intuição clássica.



Fonte: Própria do autor.

5. METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho se subdividiu em duas grandes frentes:

- 1^a) Uma ampla revisão bibliográfica baseada fundamentalmente nas referências [1], [3]. Em que aprendemos a técnica diagramática a ser aplicada. Após, a leitura atenta e a reconstrução dos cálculos e esboços dos diagramas, relevantes, exploramos a possibilidade de aplicação desta técnica para novos contextos.
- 2^a) Enquanto isto, a metodologia utilizada no desenvolvimento do minicurso de TR, com base em técnicas diagramáticas, foi conduzida em etapas, buscando a flexibilidade e adaptabilidade do material empregado. A pesquisa adotou procedimentos técnicos predominantemente teórico-expositivos. Quanto à pesquisa de cunho pedagógico-acadêmico, ela foi tanto qualitativa quanto semi-quantitativa. Essa abordagem permitiu uma investigação abrangente, considerando fatores subjetivos e interpessoais que influenciam na aprendizagem [9].

Inicialmente, foi realizada uma análise aprofundada do livro “General Relativity from A to B” de Robert Geroch [3], identificando os conceitos-chave dos diagramas relevantes para a produção do minicurso para licenciandos em Física. Esses tópicos foram adaptados e organizados de forma a atender às necessidades e o nível de compreensão do público. Na fase subsequente, foi elaborado o material didático, incluindo apresentações visuais e exercícios que enfatizem a utilização de diagramas para explicar os fenômenos relativísticos. Durante a aplicação do minicurso deslumbramos promover a participação ativa dos graduandos, buscando a consolidação e a avaliação do seu entendimento do material entregue, por meio da aplicação direta dos conceitos aprendidos. O minicurso foi implementado em um grupo piloto de licenciandos do curso de Licenciatura em Física do Campus Picos do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI. Nesta fase, pretendíamos realizar a coleta de dados através de questionários especialmente desenvolvidos para este fim, através dos quais conseguiríamos obter os *feedbacks* dos participantes. Todavia, no desenvolvimento do minicurso esta coleta se mostrou complexa. Dado o exíguo prazo que dispunhamos para confecção do minicurso e desenvolvimento dos materiais adicionais, tais como os testes de rastreio de concepções prévias. Logo, a coleta da percepção do público ficou restrita ao campo da discussão verbal e consta na próximas seções via relato. Ademais, buscamos incentivar, no ambiente de sala de aula, amplas discussões, a fim de avaliar a eficácia do material didático e identificar possíveis áreas a serem aprimoradas.

A avaliação da aprendizagem foi conduzida por meio de instrumentos como testes, conceituais e/ou gráficos, visando mensurar a compreensão dos licenciandos sobre os conceitos relativísticos apresentados. A análise dos resultados contribui para a avaliação do sucesso, ou não, do minicurso. Adicionalmente, a metodologia buscou contemplar a identificação de desafios específicos enfrentados pelos licenciandos no processo de aprendizagem dos conceitos relativísticos e dos elementos da técnica diagramática. Estratégias foram propostas para superar esses desafios, visando otimizar

a eficácia do minicurso. O processo metodológico foi documentado detalhadamente, resultando em um conjunto de materiais que poderão ser compartilhados com outros educadores e pesquisadores interessados na abordagem de ensino proposta, contribuindo assim para a disseminação e replicação dessa prática no campo do ensino de Física Relativística.

5.1 DESENVOLVIMENTO DO MINICURSO

O minicurso “O ensino de relatividade através de diagramas: desafios e possibilidades” foi realizado presencialmente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) – Campus Picos, as inscrições foram realizadas de forma online, utilizando a plataforma SUAP, com início no dia 25 de julho de 2024, às 8h, e encerramento no dia 01 de setembro de 2024, às 23h59min. Esse período de inscrições permitiu uma ampla divulgação entre licenciandos e professores. O minicurso foi ministrado, entre os dias 02 e 06 de setembro de 2024, com encontros diários de duas horas, das 14h às 16h, totalizando uma carga horária de 10h.

A metodologia adotada buscou apresentar o uso de técnicas diagramáticas, com o intuito de proporcionar aos participantes uma nova ferramenta que pode ser aplicada em sala de aula, auxiliando na melhor absorção dos conteúdos pelos estudantes. Para avaliar o nível de familiaridade dos participantes com os conceitos foi realizado um teste diagnóstico no início do minicurso. Ao final, um segundo teste foi utilizado para mensurar a evolução no entendimento dos participantes e para discutir a eficácia das técnicas diagramáticas apresentadas.

O material de apoio utilizado incluiu a apresentação de slides, que ofereciam explicações e exemplos, gerando uma experiência dinâmica e interativa, com espaço para discussão.

5.2 PRIMEIRO DIA: INTRODUÇÃO AO TEMA E VISÃO ARISTOTÉLICA

O primeiro dia do minicurso teve como objetivo principal avaliar o conhecimento prévio dos participantes sobre a Mecânica Clássica, além de introduzir a importância dos diagramas como ferramenta pedagógica para o ensino de relatividade. A abordagem adotada nesse dia foi tanto expositiva quanto diagnóstica, permitindo, com isso, adaptar o conteúdo dos dias subsequentes às necessidades dos participantes.

A primeira atividade realizada foi justamente a aplicação de um teste diagnóstico já existente na literatura [22], composto por 19 questões de múltipla escolha. O teste visava identificar a concepção prévia dos participantes sobre conceitos da física clássica, concepções relacionadas à força e movimento com ênfase na visão newtoniana de espaço e tempo. O objetivo foi traçar um panorama sobre as lacunas de conhecimento e os possíveis equívocos conceituais que poderiam interferir na com-

preensão dos conceitos de relatividade. Para que o aprendizado seja significativo, é fundamental que esses novos conceitos se conectem de maneira coerente aos subsunçores já presentes na estrutura cognitiva dos alunos. O teste diagnóstico aplicado pode ser consultado integralmente no Apêndice A."

Após a aplicação do teste, deu-se continuidade à sessão com uma apresentação teórica sobre o uso de diagramas como ferramenta no ensino de física, buscando demonstrar aos participantes os benefícios pedagógicos proporcionados pelo uso de diagramas, destacando seu potencial para facilitar a compreensão de conceitos complexos e promover uma aprendizagem mais significativa. Em seguida, deu-se início à apresentação das estruturas dos diagramas, acompanhada da explanação dos conceitos fundamentais relacionados a eles, com o auxílio de Slides, exemplo da figura 12.

Figura 12 – Slide apresentando a estrutura diagramática de um evento.

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Registrando um evento:

- ✓ A impossibilidade de visualização de um diagrama em 4 dimensões nos motiva a remoção de uma coordenada espacial, uma vez que sem a coordenada temporal é inviável descrever a dinâmica de qualquer sistema físico.

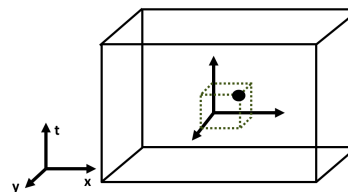


Fig. 1:
Localização de um ponto p no espaço-tempo.

Fonte: Própria do autor.

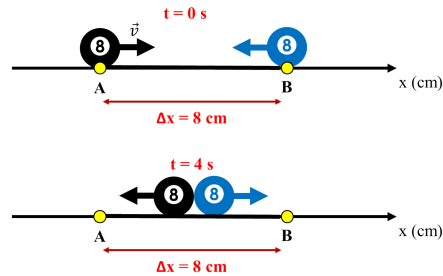
A explicação teórica sobre o uso desses esquemas diagramáticos foi acompanhada da introdução de conceitos fundamentais, como exemplo o de linha de mundo, um conceito crucial na representação do movimento e da trajetória de um objeto no espaço-tempo dentre outros conceitos. Durante toda essa sessão, foram projetados slides que ilustravam a estrutura desses esquemas e sua aplicabilidade no ensino, Figuras 13,14.

Figura 13 – Slide apresentando aplicabilidade no ensino, exemplo cotidiano.

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Exemplo 2: Colisão de duas bolas de bilhar.



Fonte: Própria do autor.

Figura 14 – Slide apresentando aplicabilidade no ensino, exemplo diagramático.

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Exemplo 2: Colisão de duas bolas de bilhar.

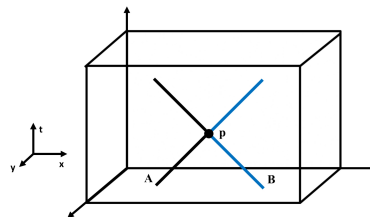


Fig. 10.

Fonte: Própria do autor.

Para encerrar o primeiro dia, foi abordada a visão aristotélica de espaço e tempo. Utilizando diagramas simples, foi explicado como Aristóteles entendia o movimento dos corpos e a relação entre espaço e tempo, ideias que, embora superadas pelas teorias modernas, ainda representam um ponto de partida importante para a compreensão histórica da evolução das teorias científicas. Os diagramas apresentados destacaram como Aristóteles considerava o espaço como uma entidade absoluta e o tempo também devia ser um contínuo e absoluto para todos os observadores. Como exposto na Figura 15.

Figura 15 – Slide ilustrando a concepção aristotélica de espaço e tempo.

3. A Física de Aristóteles.



Em suma:

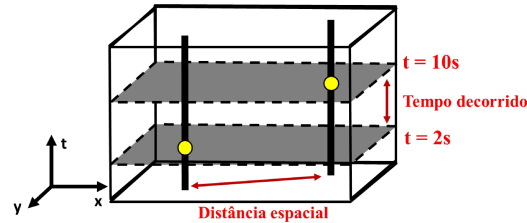


Fig. 24.

Fonte: Própria do autor.

Essa introdução foi essencial para estabelecer as bases nas quais nos assentamos para a apresentação das ideias de Galileu e Newton no dia subsequente, e, posteriormente, para a transição à relatividade einsteiniana. Ao final do primeiro dia, os participantes demonstraram interesse pela forma como os diagramas poderiam ser aplicados ao ensino e participaram ativamente, tanto durante a apresentação dos slides quanto na discussão final sobre os conceitos aristotélicos. A sequência completa dos slides utilizados neste dia pode ser consultada no Apêndice A.

5.3 SEGUNDO DIA: VISÃO GALILEANA E SUAS LIMITAÇÕES

O segundo dia do minicurso foi iniciado com um resumo do que foi discutido no primeiro dia, a fim de relembrar os conceitos fundamentais apresentados, como a visão aristotélica de espaço e tempo e a introdução aos diagramas. Esse resumo foi essencial para conectar os conceitos abordados anteriormente com os novos conteúdos que seriam discutidos, garantindo que todos os participantes estivessem alinhados e preparados para a progressão do minicurso. Após o resumo, o foco foi apresentar e discutir a visão galileana de espaço e tempo, abordando suas contribuições para o desenvolvimento da física e destacando as limitações dessa abordagem no contexto da relatividade. A sessão foi dividida em duas partes principais: uma explicação teórica detalhada sobre os princípios galileanos e, em seguida, uma discussão crítica das limitações da física clássica quando aplicada a velocidades elevadas, como aquelas próximas à velocidade da luz.

A visão de Galileu sobre o movimento, espaço e tempo, figura 16, mostrou a equivalência que havia entre observadores inerciais. Durante essa parte do minicurso, aproveitamos para explicar o clássico exemplo do barco, descrito por Galileu em seu livro *Diálogos sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo*. Nesse exemplo, é discutido o que acontece quando se solta um objeto do alto da proa de um navio em movimento retilíneo uniforme. Esse experimento mental foi utilizado para reforçar o princípio da

relatividade galileana, mostrando que as leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais e que o MRU do navio não afeta os resultados observados por quem está a bordo.

Figura 16 – Slide apresentando os conceitos fundamentais da visão galileana

4. A visão Galileana.

Foi Galileu Galilei o responsável por descobrir e enunciar a Lei da Inércia (1ª Lei de Newton). Tendo-a descoberto a partir de um ponto vista experimental/observacional.

Assim, Galileu lançou as bases do que viria a ser a teoria newtoniana. Entre os princípios básicos de sua Mecânica estão:

- I. O tempo é absoluto e é o mesmo para todos os observadores.
- II. Todos os observadores são inerciais e equivalentes.



Fig. 4:
Galileu Galilei

Fonte: Própria do autor.

Galileu foi um dos primeiros a propor que o movimento é relativo ao observador, afirmando que, em um referencial inercial, as leis da física são as mesmas, independente do movimento. Com base nesta observação, salientamos a conexão entre exemplos cotidianos e exemplos diagramáticos, figuras 17 e 18.

Figura 17 – Slide de um exemplo simples da relatividade de Galileu.

4. A visão Galileana.

Exemplo: Referenciais em MRU

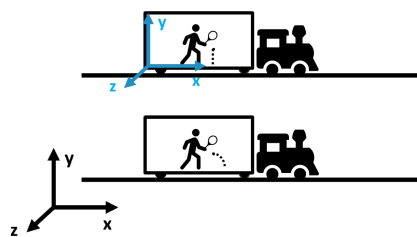


Fig. 6

Fonte: Própria do autor.

Figura 18 – Slide de um exemplos simples da relatividade de Galileu com diagramas.

4. A visão Galileana.



RELATIVIDADE DE GALILEU

- ✓ As leis da mecânica escritas em um dado referencial inercial terão a mesma forma funcional quando expressas em qualquer outro referencial inercial que esteja em MRU com relação ao primeiro.



Fig. 7: A dinâmica, segundo a visão aristotélica, de uma partícula no espaço-tempo.

✓ Todos os referenciais inerciais são equivalentes.



Fig. 8: Figura 7 desenhada pelo outro grupo aristotélico.

Fonte: Própria do autor.

O contraste entre a visão galileana e a aristotélica foi abordado para destacar justamente essa mudança de pensamento que ocorreu na física clássica, com Galileu rompendo com a visão dos gregos antigos.

Após a explicação dos princípios galileanos, foi discutido como a visão de Galileu, apesar de bastante inovadora para a época, apresentou limitações ao lidar com fenômenos que envolvem altas velocidades, próximas à velocidade da luz. Foram apresentados exemplos que mostraram como a Física Clássica, particularmente as transformações galileanas, falhava em descrever adequadamente esses fenômenos, como exemplo, citamos o inesperado comportamento do múon, figura 19.

Figura 19 – Slide sobre os múons.

4. A visão Galileana.



LIMITAÇÕES NA VISÃO GALILEANA

- ✓ Os múons chegam à superfície da Terra com velocidades próximas a da luz, com um valor médio $v = 0,998c$ ou $v = 2,992 \times 10^8 \text{ (m/s)}$

O tempo que os múons levam para percorrer os 15 km de atmosfera é dado por:

$$t = \frac{15000 \text{ m}}{2,992 \times 10^8 \text{ (m/s)}} \cong 50,54 \text{ } \mu\text{s}.$$

O que equivale a um tempo 22,97 vezes maior do que a vida média do múon.

Como, então, os múons alcançam a superfície do planeta Terra?

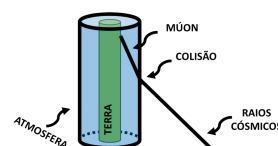


Fig. 19

Fonte: Própria do autor.

O comportamento da luz foi, também, um dos principais exemplos discutidos, mostrando que, segundo Galileu, a velocidade da luz deveria ser relativa ao observador, enquanto a relatividade moderna conjectura que a velocidade da luz permanece constante em qualquer referencial. Essas discrepâncias foram utilizadas para ilustrar as limitações da Mecânica Clássica e a necessidade de uma teoria mais abrangente, que seria discutida com maior profundidade nos próximos dias. A discussão foi bastante

interativa, com os participantes refletindo sobre como as leis da Física se aplicam em nosso cotidiano e onde elas falham, quando consideradas em situações extremas.

No final da sessão, foi realizada a correção do teste diagnóstico aplicado no primeiro dia. O professor orientador, e organizador, do minicurso conduziu a resolução das questões, explicando as respostas esperadas e buscando esclarecer as dúvidas dos participantes. As questões mais difíceis foram discutidas com mais profundidade, para garantir que os conceitos fossem compreendidos de maneira clara antes da introdução da relatividade. Essa revisão permitiu aos participantes eliminarem dúvidas e consolidarem os conteúdos discutidos até então. Foi um momento importante para reforçar o entendimento sobre as limitações da Mecânica Clássica e preparar os participantes para os conceitos mais complexos da relatividade, os quais ainda seriam abordados.

5.4 TERCEIRO DIA: INTRODUÇÃO À RELATIVIDADE RESTRITA

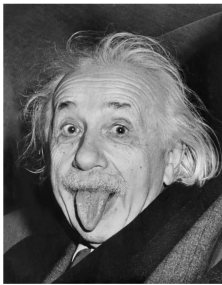
O terceiro dia do minicurso foi marcado pela introdução à teoria da relatividade restrita proposta por Albert Einstein, figura 20, representando uma mudança significativa na forma como os conceitos de espaço e tempo são compreendidos. Esse dia foi especialmente importante, pois, além de apresentar os princípios fundamentais da relatividade, foram utilizados diagramas para construir o conceito crucial de intervalo espaço-tempo, um elemento central da TR.

Figura 20 – Slide com os postulados da TR.

1. O Intervalo

A teoria da relatividade restrita de Einstein se baseia em dois postulados:

- ✓ 1. Postulado da Relatividade:
as leis da física possuem a mesma forma para todos os observadores situados em referenciais inerciais.
- ✓ 2. Postulado da Constância da Velocidade da Luz:
a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor c em todas as direções e em todos os referenciais inerciais.





Fonte: Própria do autor.

Esses postulados serviram de base para explicar a natureza relativa do espaço e do tempo, contrastando com a visão clássica de Galileu e Newton, onde essas grandezas eram consideradas absolutas e separadas.

Novamente, citamos que uma das realizações mais importantes deste dia foi a construção do intervalo espaço-tempo utilizando apenas diagramas e um pouco de imaginação. A partir de um exemplo simples, envolvendo dois eventos separados no

espaço-tempo, foi possível demonstrar como construir a ideia de intervalo entre esses eventos. Esse exemplo foi cuidadosamente retirado da referência [3] para permitir uma visualização clara dos conceitos.

Figura 21 – Slide com o exemplo utilizado para construir a ideia de intervalo espaço-tempo.

1. O Intervalo



Relação entre eventos

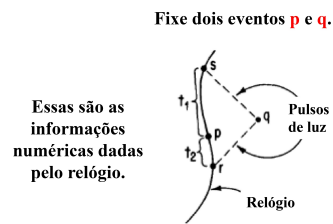


Fig. 6

Fonte: Própria do autor.

Seguindo a construção do intervalo espaço-tempo, foi introduzido também o conceito de causalidade, fundamental para entender como os eventos podem estar conectados no espaço-tempo. Foram apresentados os três tipos de causalidade, esses conceitos foram explicados em detalhes com o uso de diagramas, figura 22.

Figura 22 – Slide com o exemplo utilizado para construir a ideia de intervalo espaço-tempo.

1. O Intervalo



Relação entre **p** e **q**

Como a localização de **q** é dada usando os pulsos de luz, e a luz possui uma velocidade limite, então teremos 5 situações possíveis:

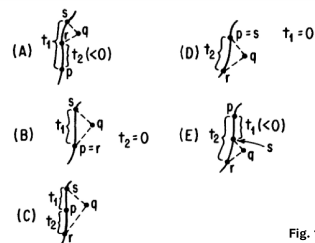


Fig. 11

Fonte: Própria do autor.

Durante a sessão, os participantes demonstraram grande interesse pelos conceitos de intervalo espaço-tempo e causalidade. Perguntas foram feitas sobre como esses conceitos se aplicam na prática, especialmente em fenômenos como o movimento de partículas e eventos astronômicos. A relação entre os diagramas e os princípios de causalidade foi discutida, e exemplos práticos ajudaram a esclarecer dúvidas sobre como os eventos podem, ou não, estar conectados no espaço-tempo.

5.5 QUARTO DIA: CONSEQUÊNCIAS DA TEORIA DA RELATIVIDADE

No quarto dia do minicurso, o foco foi voltado para as consequências da teoria da relatividade restrita. Esse foi um dia essencial para consolidar os conceitos apresentados anteriormente e para destacar como essas teorias mudaram o entendimento da Física e do Universo. Nesse dia, os participantes foram expostos aos principais resultados dessa teoria. Utilizando como ponto de partida o que expomos anteriormente, através da física do intervalo espaço-tempo e de diagramas introduzimos tópicos como a dilatação temporal, contração espacial e lei de adição relativística para as velocidades. Esses conceitos foram apresentados utilizando exemplos diagramáticos simples e depois generalizados com o intuito de facilitar a visualização dos fenômenos e ajudar os participantes a compreender como esses resultados alteraram profundamente as concepções antigas de espaço e de tempo.

5.6 QUINTO DIA: APLICAÇÃO E RESOLUÇÃO DO SEGUNDO TESTE

O quinto e último dia do minicurso foi dedicado à aplicação do segundo questionário, este teste já existe na literatura[24], entretanto, teve que ser traduzido. O objetivo dele era avaliar o progresso dos participantes em relação aos conceitos discutidos ao longo da semana. O teste foi estruturado de maneira similar ao primeiro, com questões de múltipla escolha, mas desta vez focando principalmente nos conceitos de relatividade restrita, como dilatação temporal e contração espacial. Após a aplicação do teste, conduzimos uma resolução detalhada, discutindo cada uma das questões com os participantes. Durante a resolução, foram abordados novamente os principais conceitos do minicurso, e os participantes tiveram a oportunidade de tirar dúvidas, revisar seus raciocínios e discutir as questões mais complexas. Esse momento também serviu para reforçar a aprendizagem e garantir que os conceitos fossem consolidados.

A interação dos participantes foi intensa, especialmente durante a discussão de questões relacionadas aos efeitos relativísticos e como esses fenômenos impactam a Física Moderna. Ao final, o minicurso encerrou com uma reflexão sobre o uso de diagramas como uma ferramenta didática eficiente para explicar conceitos abstratos de maneira acessível e clara.

6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A avaliação da compreensão dos participantes sobre os conceitos da mecânica clássica e da Teoria da Relatividade foi realizada por meio de dois testes: o primeiro, aplicado no início do minicurso, focou em verificar as concepções prévias dos participantes sobre a física newtoniana; o segundo, aplicado ao final do minicurso, buscou identificar o nível de entendimento sobre os conceitos relativísticos discutidos ao longo das aulas.

6.1 DESEMPENHO NO TESTE DIAGNÓSTICO DE MECÂNICA CLÁSSICA

O primeiro teste foi aplicado no primeiro dia, conforme descrito anteriormente, com o objetivo de verificar se os participantes possuíam uma compreensão sólida da mecânica newtoniana, a fim de adaptar as explicações do minicurso de acordo com as necessidades de cada um. Embora a maioria dos participantes tenha apresentado um bom entendimento dos conceitos clássicos, alguns desvios, com respeito às respostas esperadas, foram observados em questões específicas, o que indicou a presença de concepções alternativas que poderiam interferir na assimilação posterior dos conceitos relativísticos. As questões relacionadas ao movimento e sua correlação com forças mostraram ser as mais desafiadoras para os poucos participantes que erraram. Essas questões demandavam uma aplicação precisa da segunda lei de Newton e uma compreensão clara do conceito de inércia, o que, para alguns, ainda se misturava com concepções anteriores, mais próximas da visão aristotélica. Esses resultados indicaram a importância de reforçar os conceitos de referencial inercial antes de avançar para as noções relativísticas, visando evitar possíveis obstáculos de aprendizado.

6.2 DESEMPENHO NO TESTE DE RELATIVIDADE

No último dia do minicurso, foi aplicado o segundo teste, traduzido por nós, que focava em questões relativas à Teoria da Relatividade Restrita. O objetivo era avaliar como os participantes assimilaram os novos conceitos discutidos ao longo das aulas, especialmente a dilatação temporal, a contração espacial e a relatividade da simultaneidade. Entre as questões que geraram mais discussões e onde se observou maior índice de erro, destacam-se as questões 9 e 10. Essas perguntas abordavam, respectivamente, a dilatação temporal e a simultaneidade de eventos em diferentes referenciais. A dificuldade observada nessas questões evidencia que, apesar do avanço conceitual dos participantes, a transição da visão newtoniana para a visão relativística não foi

completamente consolidada em alguns casos. Os participantes ainda enfrentaram dificuldades em aceitar que o tempo e o espaço, bem como a noção de simultaneidade, não são absolutos, mas sim relativos ao observador.

6.3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise comparativa dos dois testes indica que, embora os participantes tivessem um conhecimento considerável de mecânica clássica, havia ainda resquícios de concepções pré-científicas que poderiam comprometer a compreensão total dos conceitos relativísticos. No entanto, os resultados do teste final mostraram um progresso significativo na internalização dos conceitos da relatividade. Acreditamos que o uso de diagramas como ferramenta didática foi um fator decisivo nesse progresso, pois permitiu uma visualização mais clara e intuitiva das transformações ocorridas entre distintos referenciais inerciais. O alto índice de acertos, em questões sobre a constância da velocidade da luz e a relatividade do movimento, indicou que a maioria dos participantes conseguiu superar as dificuldades iniciais e internalizar essas noções fundamentais da relatividade especial. No entanto, os erros em algumas questões mostram que a ideia de simultaneidade e o conceito de tempo próprio ainda são desafiadores para muitos, refletindo a complexidade inerente dessas noções. Importante destacar que toda a análise dos resultados baseou-se nas discussões em sala de aula ao longo do minicurso, especialmente durante a resolução dos testes e das intervenções dos participantes nas atividades. Essas discussões forneceram uma visão detalhada das dificuldades encontradas e dos avanços conceituais obtidos pelos participantes, permitindo uma análise qualitativa do processo de aprendizado.

Podemos notar que a utilização dos diagramas durante o minicurso demonstrou ser uma ferramenta eficaz para facilitar a compreensão. Muitos dos participantes destacaram que a representação visual ajudou a esclarecer dúvidas sobre a relação entre espaço e tempo em diferentes referenciais. A combinação de explicações teóricas com diagramas permitiu uma abordagem mais intuitiva, aproximando os participantes dos conceitos relativísticos de forma gradativa. Ao longo do minicurso, foram feitas várias perguntas que enriqueceram as discussões e demonstraram o interesse dos participantes em entender a aplicabilidade dos diagramas no ensino. Por exemplo uma das perguntas foi: “Por que não utilizar gráficos ao invés de diagramas?”. Esse questionamento abriu espaço para uma discussão sobre as diferenças entre essas ferramentas pedagógicas. Embora gráficos sejam úteis para representar relações matemáticas precisas, os diagramas utilizados no minicurso tinham como objetivo facilitar a visualização das interações espaciais e temporais em referenciais diferentes, proporcionando uma visão mais intuitiva dos fenômenos, o que, muitas vezes, é difícil de obter com gráficos tradicionais.

As discussões em sala durante a resolução das questões finais foram particularmente enriquecedoras, pois os participantes puderam revisar as ideias apresentadas com base nas suas próprias concepções, permitindo a construção de novos entendimentos a partir da visualização dos fenômenos através dos diagramas.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos durante o minicurso indicam que, apesar de alguns desafios em relação à assimilação dos princípios básicos da TR, a metodologia adotada parece ter sido eficaz em promover uma compreensão significativa dos conceitos. As questões que geraram mais discussões revelam a complexidade dos temas tratados e a necessidade de um trabalho contínuo para superar as barreiras cognitivas impostas pelos subsunçores clássicos. O uso de diagramas, embora tenha se mostrado uma ferramenta eficaz para visualizar e compreender conceitos abstratos, ainda foi considerado de difícil assimilação por alguns participantes. Isso sugere que, para a implementação dessa metodologia de forma mais ampla, pode ser necessário um suporte adicional, como explicações mais detalhadas ou maior tempo de prática com o uso dos diagramas, a fim de garantir que todos os alunos consigam utilizá-los com facilidade. De forma geral, a experiência com o uso de diagramas no ensino da relatividade mostrou-se promissora e abre portas para futuras investigações sobre a eficácia dessa metodologia em outros contextos e tópicos da Física Moderna. No entanto, é importante reconhecer que essa abordagem requer uma adaptação cuidadosa e possivelmente um acompanhamento mais intenso para aqueles que apresentam maior dificuldade em interpretar e aplicar diagramas.

REFERÊNCIAS

- 1 WALD, Robert M. *Space, time, and gravity: the theory of the big bang and black holes*. 2. ed. University of Chicago Press, 1992.
- 2 MOREIRA, M. A. Uma análise crítica do ensino de física. *Estudos Avançados*, v. 32, n. 94, p. 73–80, 2018.
- 3 GEROCH, Robert. *General relativity from A to B*. University of Chicago Press, 1978.
- 4 KERSTING, Magdalena. Free fall in curved spacetime—how to visualise gravity in general relativity. *Physics Education*, 2019.
- 5 DOMINGUINI, L. Física moderna no ensino médio: com a palavra os autores dos livros didáticos do PNLEM. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 34, n. 2, p. 2502, abr. 2012.
- 6 OLIVEIRA, F. F. de.; VIANNA, D. M.; GERBASSI, R. S. Física moderna no ensino médio: o que dizem os professores. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 29, n. 3, p. 447–454, 2007.
- 7 MOREIRA, Marco Antonio. *Teorias de aprendizagem*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999.
- 8 MOREIRA, M. A. Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências: A Teoria da Aprendizagem Significativa. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/moreira>>. Acesso em: 02 dez. 2023.
- 9 MOREIRA, Marco Antonio. *Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares*. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011.
- 10 SCHUTZ, Bernard. *A first course in general relativity*. Cambridge University Press, 2009.
- 11 MISNER, Charles W.; THORNE, Kip S.; WHEELER, John Archibald. *Gravitation*. Macmillan, 1973.
- 12 MATSAS, George. Relatividade geral. *Revista USP*, n. 67, p. 10-21, set./nov. 2005. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/revusp/article/view/13428/15246>>. Acesso em: 01 nov. 2023.
- 13 FEYNMAN, Richard P.; LEIGHTON, Robert B.; SANDS, Matthew. *Lições de física de Feynman: a edição definitiva*. 1. ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.

- 14 WHITTAKER, E.T., *A History of the Theories of Aether and Electricity*, Ed. Dover, 1989.
- 15 WILL, Clifford M. The confrontation between general relativity and experiment. *Living Reviews in Relativity*, v. 17, p. 1-117, 2014.
- 16 HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de física, Volume 4: Óptica e Física Moderna*. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- 17 KERSTING, Magdalena; BLAIR, David. *Teaching Einsteinian physics in schools: An essential guide for teachers in training and practice*. Routledge, 2021.
- 18 FRENCH, A.P. *Special Relativity*. W.W. Norton & Company; 1ª edição, 1968.
- 19 CONSALTER, D. M. Medida da vida média do múon. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 32, n. 4, p. 4502, 2010.
- 20 TAYLOR, E. F.; WHEELER, J. A. *Spacetime physics*. San Francisco, London: W. H. Freeman, 1971.
- 21 DRAY, Tevian. *The geometry of special relativity*. 2. ed. CRC Press, 2021.
- 22 SILVEIRA, Fernando Lang da; MOREIRA, M. A.; AXT, R. *Teste sobre as concepções relativas à força e movimento*. *Enseñanza de las Ciencias*, v. 10, n. 2, p. 187-194, 1992.
- 23 CRUZ, C. A.; SILVA, E. J. C. de S.; SALES, G. L.; ALMEIDA, A. C. F. de. The teaching of physics and the capitalist model. *Research, Society and Development*, v. 10, n. 10, p. e536101019205, 2021. DOI: 10.33448/rsd-v10i10.19205. Disponível em: <<https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/19205>>. Acesso em: 28 dez. 2023.
- 24 ASLANIDES, J. S.; SAVAGE, Craig M. *Relativity concept inventory: Development, analysis, and results* *Physical Review Special Topics - Physics Education Research* , v. 9, n. 1, p. 010118, 2013.

APÊNDICE A - SLIDES DO MINICURSO (DIA 1)

O ensino de relatividade através de diagramas: desafios e possibilidades

Eventos e o espaço-tempo: os blocos básicos de construção.
O ponto de vista aristotélico.

Minicursistas: Pedro Henrique Moura Luz,
Prof. Jeferson Dias Gonçalves

Inscrições: <https://suap.ifpi.edu.br/eventos/inscricao/1529/>
Data: de 02/09 à 06/09 de 2024 Local: IFPI – Campus Picos



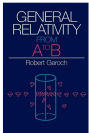


INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
Campus Picos
Curso de Licenciatura em Física

Relatividade Restrita com diagramas, Parte A

Minicurso para licenciandos



Discente: Pedro Henrique Moura Luz
Docente Orientador: Prof. Dr. Jeferson Dias Gonçalves

Slide 1

1. Por que utilizar dos diagramas?



Utilizar diagramas para ensinar relatividade tem várias vantagens pedagógicas:

- ✓ Simplificação e visualização de conceitos difíceis.
- ✓ Elementos visuais podem tornar a aula mais interessante e engajante.
- ✓ Melhora na memorização e retenção de informações.
- ✓ Diagramas organizam ideias de maneira clara e lógica.

Incorporar diagramas na educação pode, portanto, enriquecer o ensino e tornar o aprendizado mais eficaz e prazeroso para os alunos.

Slide 2

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Registrando um evento:

- ✓ Um evento é qualquer acontecimento que ocorre no espaço-tempo.
- ✓ O espaço-tempo é o “palco” onde se desenrolam todos os fenômenos físicos.
- ✓ Para mensurar grandezas físicas associadas a esses fenômenos precisaremos definir um observador.
- ✓ Um observador é um ente capaz de medir tempo e espaço. Logo, ele pode atribuir quatro coordenadas a um evento, três espaciais e uma temporal.

Slide 3

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Registrando um evento:

- ✓ A impossibilidade de visualização de um diagrama em 4 dimensões nos motiva a remoção de uma coordenada espacial, uma vez que sem a coordenada temporal é inviável descrever a dinâmica de qualquer sistema físico.

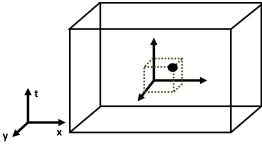


Fig. 1:
Localização de um ponto p no espaço-tempo.

Slide 4

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



LINHA DE MUNDO

- ✓ A evolução de uma partícula massiva, por exemplo, será representada por uma linha no espaço-tempo.

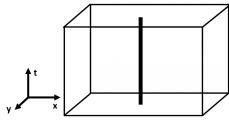


Fig. 2:
Linha de mundo de um vagalume em repouso no espaço tempo.

Slide 5

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



LINHA DE MUNDO

- ✓ Nos fornece informação sobre onde a partícula estava, está e estará.

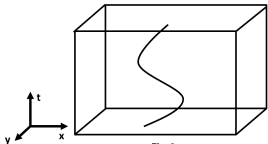


Fig. 3:
Linha de mundo de um vagalume em movimento no espaço-tempo.

Slide 6

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Registrando um evento:

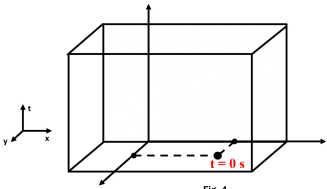


Fig. 4.

x = 10 cm
y = 2 cm
z = -2 cm

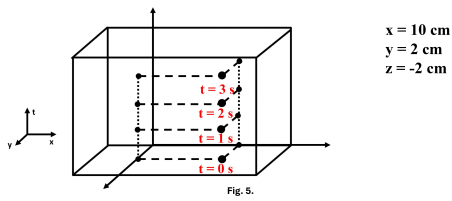
Slide 7

Slide 8

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Registrando um evento:

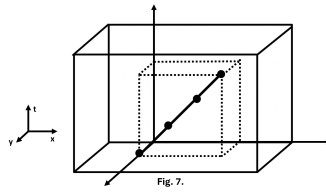


Slide 9

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



LINHA DE MUNDO PARA UMA PARTÍCULA EM MRU:

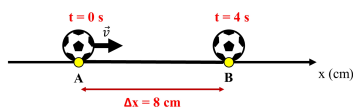


Slide 11

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Exemplo 1: trajetória de uma bola em MRU, que terá suas dimensões desprezadas.

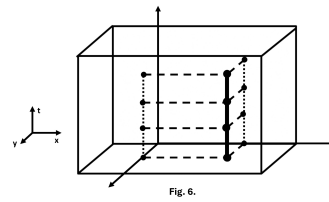


Slide 13

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



LINHA DE MUNDO EM REPOUSO:

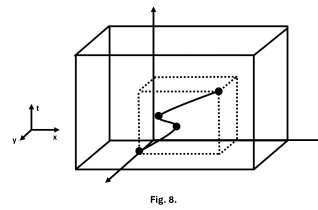


Slide 10

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



LINHA DE MUNDO:

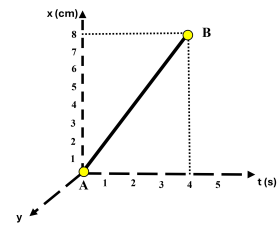


Slide 12

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Montando o gráfico:

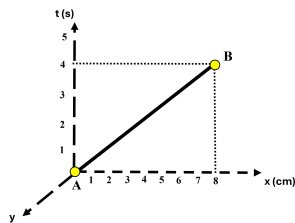


Slide 14

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Montando a linha de mundo:

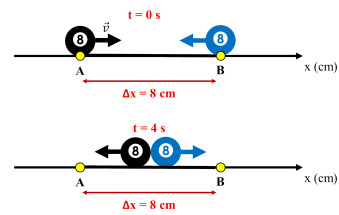


Slide 15

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Exemplo 2: Colisão de duas bolas de bilhar.



Slide 16

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Exemplo 2: Colisão de duas bolas de bilhar.

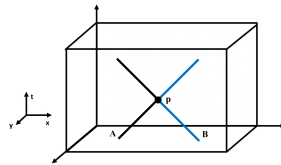


Fig. 10.

Slide 17

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



SUPERFÍCIE DE MUNDO

✓ Nesta descrição, o diagrama de um objeto com extensão, conforme o tempo transcorrer, se tornará uma superfície de mundo, ao invés de uma linha de mundo.

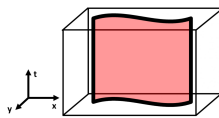


Fig. 13: superfície de mundo de uma corda grossa.

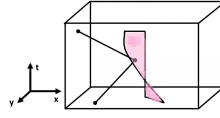


Fig. 14: superfície de mundo de um taco de baseball rebatendo uma bola.

Slide 19

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



PULSOS DE LUZ

✓ A luz pode ser visualizada como uma linha quando se propaga em uma única direção e como uma esfera quando se propaga em três direções.

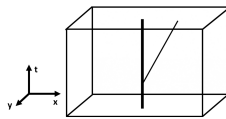


Fig. 17: Luz produzida por uma caneta laser, colimada em uma única direção.

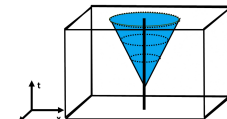


Fig. 18: Luz produzida por uma lâmpada, espalhada em todas as direções.

Slide 21

3. A Física de Aristóteles.



O filósofo grego Aristóteles de Estagira foi uma das primeiras pessoas a construir uma teoria Mecânica completa. Alguns princípios Fundamentais destas teoria são:

- I. Existem dois tipos de movimento: o natural e o forçado.
- II. O universo é esférico e finito. Nada há além das esferas fixas. A Terra ocupa o centro deste universo.

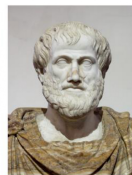


Fig. 20: Busto de Aristóteles. Cópia Romana a partir do original de Lisipo (Séc. IV a.C.), que se encontra no Museo Nazionale Romano, Roma, Itália.

Slide 23

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



Representação de:

✓ Objetos bidimensionais:



Fig. 11
Representação de uma corda grossa.

✓ Objetos tridimensionais:

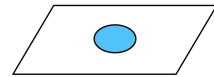


Fig. 12
Representação do planeta Terra.

Slide 18

2. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



REGIÃO DE MUNDO

✓ Uma esfera nos nossos diagramas será reduzida a um círculo, um cubo será reduzido a um quadrado, e sua "linha de mundo" será denominada região de mundo.

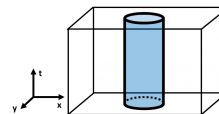


Fig. 15: região de mundo do planeta Terra em linguagem diagramática.

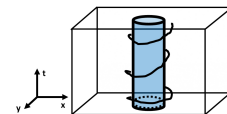


Fig. 16: região de mundo do planeta Terra sendo orbitado por um satélite.

Slide 20

1. Elementos básicos dos diagramas espaço-tempo



SUPERFÍCIE DE SIMULTANEIDADE

✓ Dois eventos são simultâneos se, e somente se, o intervalo temporal entre eles é nulo.

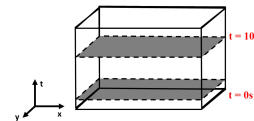


Fig. 19: Duas superfícies de simultaneidade, uma de $t=0s$ e outra de $t=10s$.

Slide 22

3. A Física de Aristóteles.



ESPAÇO ABSOLUTO

✓ O Registro feito por um observador será o mesmo para todos:

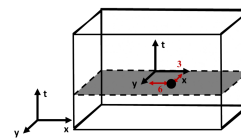


Fig. 21.

✓ Dessa forma, não há diferenças (relativizado) nas medidas realizadas por observadores distintos.

Slide 24

3. A Física de Aristóteles.



TEMPO ABSOLUTO

- ✓ O Registro temporal feito por um observador será o mesmo para todos.
- ✓ Para calcular o **tempo decorrido**, entre dois eventos, basta calcular a distância geométrica entre as superfícies de simultaneidade de cada evento.

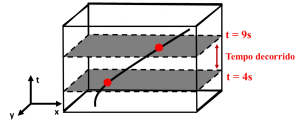


Fig. 22.

Slide 25

3. A Física de Aristóteles.



ESPAÇO E TEMPO ABSOLUTOS

- ✓ Para calcular a **distância espacial**, entre dois eventos simultâneos, basta calcular a distância geométrica entre as linhas de mundo.

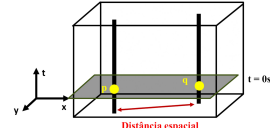


Fig. 23.

Slide 26

3. A Física de Aristóteles.



Em suma:

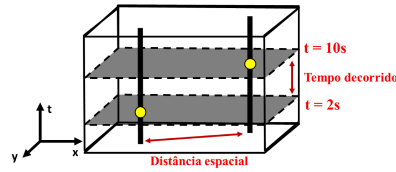


Fig. 24.

Slide 27

APÊNDICE B - SLIDES DO MINICURSO (DIA 2)

O ensino de relatividade através de diagramas: desafios e possibilidades

O ponto de vista galileano e suas dificuldades.

Minicursistas: Pedro Henrique Moura Luz,
Prof. Jeferson Dias Gonçalves

Inscrições: <https://suap.ifpi.edu.br/eventos/inscricao/1529/>
Data: de 02/09 à 06/09 de 2024 Local: IFPI – Campus Picos



Slide 1

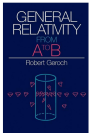


INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
Campus Picos
Curso de Licenciatura em Física

Relatividade Restrita com diagramas, Parte A

Minicurso para licenciandos



Discente: Pedro Henrique Moura Luz
Docente Orientador: Prof. Dr. Jeferson Dias Gonçalves

Slide 2

Relembrando



INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

LINHA DE MUNDO:

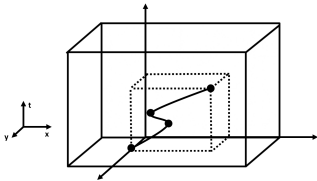


Fig. 1.

Slide 3

Relembrando



INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

SUPERFÍCIE DE SIMULTANEIDADE

✓ Dois eventos são simultâneos se, e somente se, o intervalo temporal entre eles é nulo.

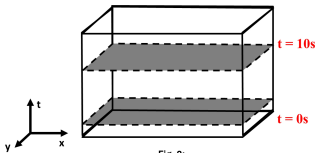


Fig. 2:

Duas superfícies de simultaneidade, uma de $t=0s$ e outra de $t=10s$.

Slide 4

Relembrando



INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

Para a visão Aristotélica:

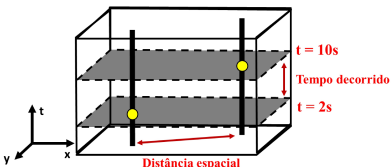


Fig. 3.

Slide 5

4. A visão Galileana.



INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

Foi Galileu Galilei o responsável por descobrir e enunciar a Lei da Inércia (1ª Lei de Newton). Tendo-a descoberto a partir de um ponto vista experimental/observacional.

Assim, Galileu lançou as bases do que viria a ser a teoria newtoniana. Entre os princípios básicos de sua Mecânica estão:

- I. O tempo é absoluto e é o mesmo para todos os observadores.
- II. Todos os observadores são inerciais e equivalentes.



Fig. 4:
Galileu Galilei

Slide 6

4. A visão Galileana.



INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

PRINCÍPIO DA RELATIVIDADE DE GALILEU

✓ É impossível detectar algum efeito físico relacionado ao movimento retilíneo uniforme (MRU) de translação de um sistema físico por experiências realizadas dentro desse sistema.



Fig. 5.

Slide 7

4. A visão Galileana.



INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

Exemplo: Referenciais em MRU

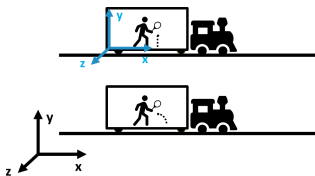


Fig. 6

Slide 8

4. A visão Galileana.



RELATIVIDADE DE GALILEU

- ✓ As leis da mecânica escritas em um dado referencial inercial terão a mesma forma funcional quando expressas em qualquer outro referencial inercial que esteja em MRU com relação ao primeiro.



Fig. 7: A dinâmica, segundo a visão aristotélica, de uma partícula no espaço-tempo.

✓ Todos os referenciais inerciais são equivalentes.



Fig. 8: Figura 7 desenhada pelo outro grupo aristotélico.

Slide 9

4. A visão Galileana.



TRANSFORMAÇÃO DE GALILEU

Se S' se move com velocidade constante $\vec{v}$ em relação a S a relação entre as coordenadas nos dois referenciais é dada por:

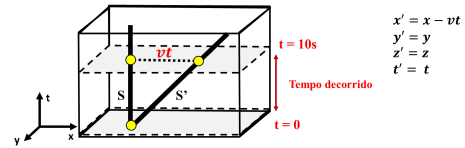


Fig. 9

Slide 10

4. A visão Galileana.



LEIS DE NEWTON

- ✓ Lei I: Todo corpo permanece em seu estado de repouso ou de MRU, a menos que seja obrigado a mudar seu estado por forças impressas nele. ($\vec{F}_R = 0$)
- ✓ Lei II: A força resultante sobre um corpo é igual ao produto da massa deste corpo pela aceleração adquirida pelo mesmo. ($\vec{F}_R = m\vec{a}$)
- ✓ Lei III: A uma ação sempre se opõe uma reação igual, ou seja, as ações de dois corpos um sobre o outro sempre são iguais e se dirigem a partes contrárias. ($\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$)

Slide 11

4. A visão Galileana.



EXEMPLO DE RELATIVIDADE DE GALILEU

- ✓ As leis de Newton expressas, num dado referencial inercial (R.I), serão invariantes em forma quando expressas em quaisquer, outros, R.I.

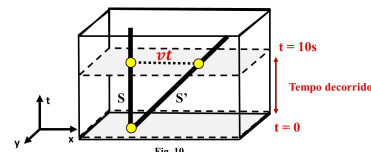


Fig. 10

Slide 12

4. A visão Galileana.



INVARIÂNCIA DAS LEIS DE NEWTON

- ✓ Derivando com relação a t :

$$x' = x - vt$$

$$\dot{x}' = \dot{x} - v$$

$$\ddot{x}' = \ddot{x}$$

- ✓ Logo para massas iguais:

$$\vec{F}' = \vec{F}$$

CHIBENI, Sílvia Seno. A Fundamentação Empírica Das Leis Dinâmicas De Newton. Revista Brasileira de Ensino de Física, Campina.s SP, vol. 21, no. 1, Marco, 1999

Slide 13

4. A visão Galileana.



ESPAÇO E TEMPO ABSOLUTO

Newton introduz as seguintes definições:

- I. O espaço absoluto, por sua natureza, sem nenhuma relação com algo externo, permanece sempre semelhante e imóvel; ...

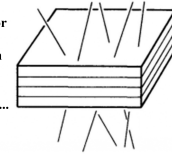


Fig. 11
Espaço-tempo, segundo a visão galileana.

- II. O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, flui sempre igual por si mesmo e por sua natureza, sem relação com qualquer coisa externa, chamando-se com outro nome "duração"; ...

Slide 14

4. A visão Galileana.



TEMPO DECORRIDO

- ✓ O tempo absoluto, por sua vez, é um fluxo uniforme, unidimensional e infinito e também é independente de todos os eventos.

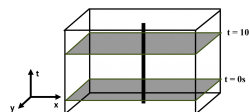


Fig. 12
Tempo Absoluto.

Slide 15

4. A visão Galileana.

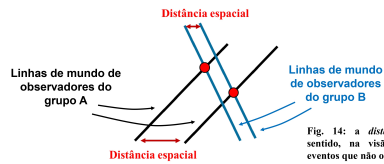


4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

DISTÂNCIA ESPACIAL

- ✓ *Distância espacial* entre dois eventos não simultâneos agora não pode ser bem determinada.
- ✓ O valor que se obtém para a *distância espacial* dependerá, em geral, de qual grupo de observadores determina.

Fig. 14: a *distância espacial* não faz sentido, na visão galileana, para dois eventos que não ocorrem ao mesmo tempo.

Slide 17

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

LIMITAÇÕES DA VISÃO GALILEANA

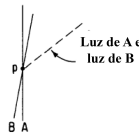


Fig. 16

- Substituição dos revólveres por lasers.
- Disparo de pulsos de luz na direção x.
- Pergunta: as trajetórias dos pulsos de luz serão iguais ou diferentes?

Slide 19

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

LIMITAÇÕES DA VISÃO GALILEANA

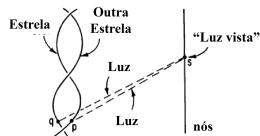


Fig. 18

Luz de duas estrelas chega ao mesmo tempo.

As estrelas parecem apenas orbitar uma em torno da outra.

Comportamento diferente da luz em comparação com esferas de aço.

A luz decide sua trajetória com referência ao espaço-tempo.

Slide 21

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

LIMITAÇÕES NA VISÃO GALILEANA

- ✓ O problema é que, ao estudarmos sistemas com velocidades comparáveis à velocidade da luz, a visão galileana começa a apresentar falhas, quando confrontada com observações experimentais.

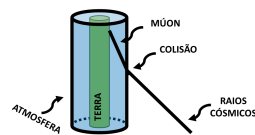


Fig. 19

Slide 23

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

LIMITAÇÕES DA VISÃO GALILEANA

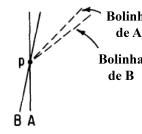


Fig. 15

- Dois revólveres idênticos que disparam esferas de aço.
- Pessoas A e B, em movimento uniforme, se cruzam e disparam na direção x.
- Resultados esperados baseados na visão galileana (fig. 20).

Slide 18

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

OBSERVAÇÕES DAS ESTRELAS DUPLAS

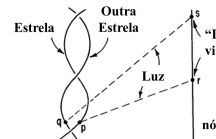


Fig. 17

Sistema de estrelas duplas orbitando uma em torno da outra.

Luz emitida de estrelas em movimento.

Diagrama espaço-temporal das estrelas duplas

Slide 20

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

LIMITAÇÕES DA VISÃO GALILEANA

Entretanto, de acordo com as transformações Galileanas a velocidade da luz não poderia ser a mesma para diferentes referenciais com movimento relativo entre si.

Assim, os efeitos eletromagnéticos não seriam os mesmos quando vistos por diferentes observadores.

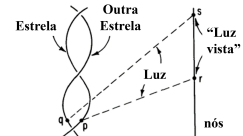


Fig. 17

Slide 22

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

LIMITAÇÕES NA VISÃO GALILEANA

- ✓ Os múons são partículas subatômicas, cujo tempo de vida $t_{\mu} = 2,2 \times 10^{-6}$ s.
- ✓ Essas partículas são produzidas quando os pions chegam a alta atmosfera terrestre e colidem com os átomos/moléculas dos gases que lá estão. O que produz, dentre outras subpartículas, os múons.

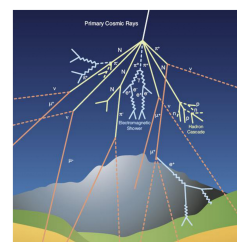


Fig. 20

Slide 24

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Rio de Janeiro
Campus Ficos

LIMITAÇÕES NA VISÃO GALILEANA

- ✓ Os múons chegam à superfície da Terra com velocidades próximas a da luz, com um valor médio $v = 0,998c$ ou $v = 2,992 \times 10^8 \text{ (m/s)}$.

O tempo que os múons levam para percorrer os 15 km de atmosfera é dado por:

$$t = \frac{15000 \text{ m}}{2,992 \times 10^8 \text{ (m/s)}} \cong 50,54 \mu\text{s}.$$

O que equivale a um tempo 22,97 vezes maior do que a vida média do múon.

Como, então, os múons alcançam a superfície do planeta Terra?

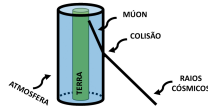


Fig. 19

Slide 25

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Rio de Janeiro
Campus Ficos

James Clerk Maxwell e o Éter

TRANSFORMAÇÃO DE GALILEU

$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}$$

VELOCIDADE DA LUZ CONSTANTE NO VÁCUO.

$$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

- O éter era considerado um meio invisível e imponderável, através do qual todos os corpos se movimentavam, incluindo as ondas eletromagnéticas. A inclusão do éter deixou as duas teorias compatíveis novamente.

Slide 27

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Rio de Janeiro
Campus Ficos

James Clerk Maxwell e o Éter

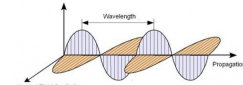
Partindo dessas equações, Maxwell, calculou que as ondas eletromagnéticas se propagariam a velocidades muito próximas à da luz. Logo, ele inferiu que a luz era compreendida como uma onda eletromagnética transversal.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$



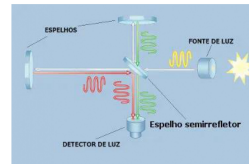
$$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

Slide 26

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Rio de Janeiro
Campus Ficos

Experimento de Albert Michelson e Edward Morley



- **Hipótese:** A diferença na velocidade dos feixes refletidos indicaria a presença do éter.
- **Resultado:** Não houve diferença detectada na velocidade dos feixes.
- **Conclusão:** inexistência do éter luminífero.

Fig. 21

Slide 28

4. A visão Galileana.

INSTITUTO FEDERAL
Rio de Janeiro
Campus Ficos

A constância da velocidade da Luz, c, no vácuo.

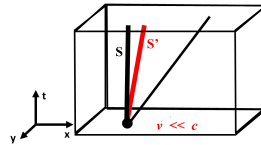


Fig. 22

- A Luz tem velocidade c nos dois referenciais.

$$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

Slide 29

APÊNDICE C - SLIDES DO MINICURSO (DIA 3)

O ensino de relatividade através de diagramas: desafios e possibilidades

O intervalo espaço-tempo, o objeto geométrico fundamental

Minicursistas: Pedro Henrique Moura Luz,
Prof. Jeferson Dias Gonçalves

Inscrições: <https://suap.ifpi.edu.br/eventos/inscricao/1529/>
Data: de 02/09 à 06/09 de 2024 Local: IFPI – Campus Picos

Slide 1

INSTITUTO FEDERAL Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
Piauí Campus Picos
Curso de Licenciatura em Física

Relatividade com diagramas, Parte B

Minicurso para licenciandos

Discente: Pedro Henrique Moura Luz
Docente Orientador: Prof. Dr. Jeferson Dias Gonçalves

Slide 2

1. O Intervalo

A teoria da relatividade restrita de Einstein se baseia em dois postulados:

- ✓ 1. Postulado da Relatividade:
as leis da física possuem a mesma forma para todos os observadores situados em referenciais inerciais.
- ✓ 2. Postulado da Constância da Velocidade da Luz:
a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor c em todas as direções e em todos os referenciais inerciais.

Slide 3

1. O Intervalo

Novas regras:

- ✓ Mantemos a ideia geral de representação do Universo, através do conceito de espaço-tempo, e descartamos momentaneamente todas as demais informações previamente consideradas.
- ✓ Tais como, as noções de: relógio, distância espacial entre dois eventos, eventos simultâneos e velocidade da partícula.
- ✓ Precisamos substituir as noções antigas de distâncias espaciais, tempos decorridos e etc.
- ✓ Dessa forma, necessitamos de dois instrumentos: um que viaje pelo espaço-tempo e colha as informações de cada evento ocorrido, e depois as traga até nossa linha de mundo; e outro para registrar numericamente tais informações.

Slide 4

1. O Intervalo

Primeiro instrumento

- ✓ Utilizaremos pulsos de luz para viajar pelo espaço-tempo, refletir e voltar para nossa linha de mundo.

Fig. 1

Slide 5

1. O Intervalo

Primeiro instrumento

- ✓ Por que não utilizar uma régua?

Fig. 2:

Porque para registrarmos a informação fornecida pela régua precisaremos que nossa linha de mundo alcance a extremidade da régua onde esta informação está registrada.

Slide 6

1. O Intervalo

Segundo instrumento

- ✓ Utilizaremos um relógio para gravar numericamente as informações. Entretanto, precisaremos definir as propriedades que este relógio necessitará possuir.

- Será idealizado para que suas dimensões sejam desprezíveis.
- Todos os relógios serão iguais.
- Os relógios não são capazes de registrar a coordenada temporal de eventos que não estejam em suas linhas de mundo.

Slide 7

1. O Intervalo

Segundo instrumento

- ✓ Para descobrir o instante de tempo em que um dado evento ocorre, o relógio deve obrigatoriamente passar por esse evento.

Fig. 3

Assim, as linhas de mundo das partículas tornam-se função de t

Slide 8

1. O Intervalo

Segundo instrumento

✓ Devido a experiência dos múons, vamos supor que o tempo decorrido entre dois eventos fixos, medidos por relógios em linhas de mundo diferentes, não coincidem.

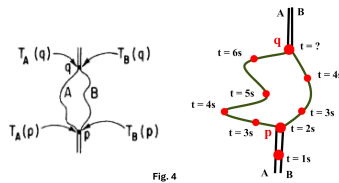


Fig. 4

Slide 9

1. O Intervalo

Segundo instrumento

✓ Por simplicidade, consideremos também a seguinte propriedade:

o passado do relógio não afetará seu ritmo de funcionamento, ou seja: seu tique-taque, nem tão pouco suas medidas futuras.

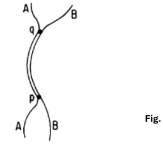


Fig. 5

Slide 10

1. O Intervalo

Relação entre eventos

Fixe dois eventos p e q.

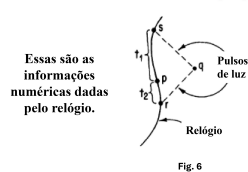


Fig. 6

Slide 11

1. O Intervalo

Relação entre eventos

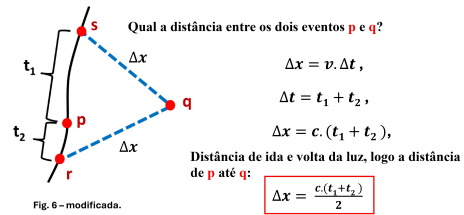


Fig. 6 - modificada.

Slide 12

1. O Intervalo

Relação entre eventos

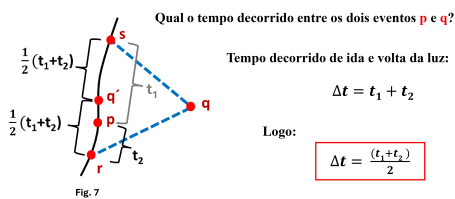


Fig. 7

Slide 13

1. O Intervalo

Relação entre eventos

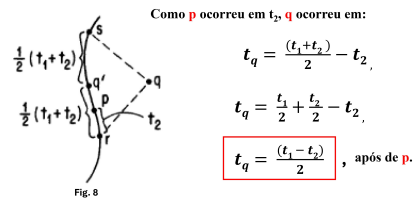


Fig. 8

Slide 14

1. O Intervalo

Relação entre eventos

Portanto, temos:

$$\Delta x = \frac{c \cdot (t_1 + t_2)}{2}, \quad (1)$$

como sendo a "distância espacial" entre p e q. E:

$$t_q = \frac{(t_1 - t_2)}{2}, \quad (2)$$

como sendo o "tempo decorrido" entre p e q.

Slide 15

1. O Intervalo

Relação entre eventos

Em suma, parece que voltamos ao ponto de partida, porém, fizemos progressos significativos.

Agora, vamos considerar que t_1 e t_2, transportam informações do observador e alguma relação intrínseca do espaço-tempo.

Antes de começar com esta questão mais importante, vamos destacar um problema preliminar.

Slide 16

1. O Intervalo



Fig. 9

Problema Preliminar

Para A: t_1 e t_2

Para B: t_1' e t_2'

Geralmente, não será verdade que:
 $t_1 = t_1'$ e $t_2 = t_2'$.

Embora A e B experimentem os mesmos eventos, os tempos registrados por esses observadores para os eventos podem ser diferentes.

Slide 17

1. O Intervalo



Relação entre p e q

Como a localização de q é dada usando os pulsos de luz, e a luz possui uma velocidade limite, então teremos 5 situações possíveis:

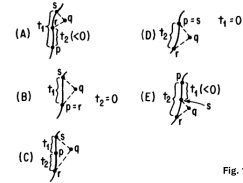


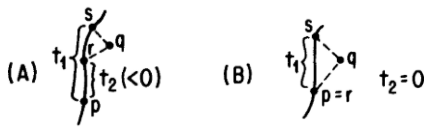
Fig. 11

Slide 18

1. O Intervalo



1º e 2º Casos para a relação entre p e q

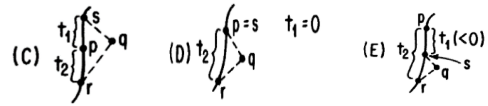


Slide 19

1. O Intervalo



3º, 4º e 5º casos para a relação entre p e q



Slide 20

1. O Intervalo



Relação entre p e q

Percebemos que as relações anteriores entre t_1 e t_2 nos fornecem informações estruturais do espaço-tempo. Com efeito, teremos as seguintes relações de causalidade entre seus de cones de luz.

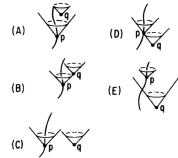


Fig. 12

Slide 21

1. O Intervalo



Relação entre p e q:

Sumarizamos abaixo a relação de sinais dos intervalos temporais, medidos por cada observador, para os eventos p e q.

Caso	Nome	t_1, t_2	Cone de Luz
A)	Tipo-Tempo: q no futuro	$t_1 > 0, t_2 < 0$	q dentro do cone de luz de p
B)	Tipo-Luz: q no futuro	$t_1 > 0, t_2 = 0$	q no limite do cone de luz de p
C)	Tipo-Espaço	$t_1 > 0, t_2 > 0$	Nenhum
D)	Tipo-Luz: q no passado	$t_1 = 0, t_2 > 0$	p no limite do cone de luz de q
E)	Tipo-Tempo: q no passado	$t_1 < 0, t_2 > 0$	p dentro do cone de luz de q

Slide 22

1. O Intervalo



Palpite de sorte

Nosso palpite é que o produto $t_1 t_2$ carrega em si uma informação intrínseca sobre o espaço-tempo. Já que cada produto desse tipo respeita uma combinação de sinais específica. A qual, como já vimos, é também uma relação de causalidade.

Esse produto $t_1 t_2$ é o chamado intervalo entre p e q.

Slide 23

1. Relembrando



Como chegamos até aqui?

I. Quadro geral:

✓ Consideramos apenas eventos que podem ser registrados no espaço-tempo.

II. Os instrumentos:

✓ Definimos com precisão os instrumentos que iremos utilizar.

III. Relação entre p e q:

✓ Por fim, decidimos que a relação fundamental de interesse é o intervalo entre dois eventos.

Slide 24

1. A relação intrínseca entre os eventos

O intervalo

Voltando as eq's (1) e (2), vamos dividir (1) por "c":

$$\frac{\Delta x}{c} = \frac{(t_1 + t_2)}{2}, \quad (3)$$

Somando (3) com (2):

$$\frac{\Delta x}{c} + \Delta t = \frac{(t_1 + t_2)}{2} + \frac{(t_1 - t_2)}{2}, \quad (4)$$

$$\boxed{\frac{\Delta x}{c} + \Delta t = t_1.}$$

Slide 25

1. A relação intrínseca entre os eventos

O intervalo

Subtraindo (3) com (2):

$$\frac{\Delta x}{c} - \Delta t = \frac{(t_1 + t_2)}{2} - \frac{(t_1 - t_2)}{2},$$

$$\boxed{\frac{\Delta x}{c} - \Delta t = t_2.} \quad (5)$$

Slide 26

1. A relação intrínseca entre os eventos

O intervalo

O intervalo então fica:

$$t_1 t_2 = \left(\frac{\Delta x}{c} + \Delta t \right) \left(\frac{\Delta x}{c} - \Delta t \right) \quad (6)$$

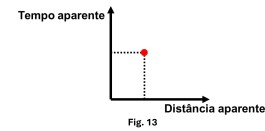
$$\boxed{t_1 t_2 = \left(\frac{\Delta x}{c} \right)^2 - (\Delta t)^2}$$

Slide 27

1. O Intervalo

Representação Gráfica

- ✓ Deixe alguém com um relógio e um ponteiro laser medir t_1 e t_2 , e a partir deles calcular a "distância espacial aparente" e o "tempo decorrido aparente". O resultado obtido será dois números: definem um ponto no espaço-tempo.

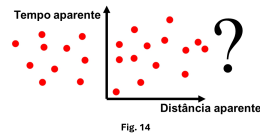


Slide 28

1. O Intervalo

Representação Gráfica

- ✓ Se for permitido que muitos indivíduos realizem esta experiência, como ficará a descrição desses pontos?



Slide 29

1. O Intervalo

Representação Gráfica

- ✓ Para a visão Aristotélica:



Slide 30

1. O Intervalo



Representação Gráfica

✓ Para a visão Galileana:

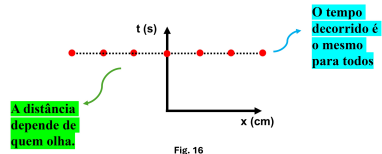


Fig. 16

Slide 31

1. O Intervalo



Representação Gráfica

✓ Para a visão Relativística:

Como “c” é tão grande que se Δx for um número razoável, como 3cm, então $\left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2$ será muito pequeno.

Exemplo: $\Delta x = 3cm, \Delta t = 2s$.

$$\left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2 - (\Delta t)^2$$

Slide 33

1. O Intervalo



Representação Gráfica

✓ Para a visão Relativística:

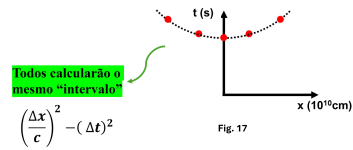


Fig. 17

Slide 32

1. O Intervalo



Representação Gráfica

✓ Para a visão Relativística:

Exemplo:
 $\Delta x = 3\text{cm}$,
 $\Delta t = 2\text{s}$.

$$\left(\frac{3\text{cm}}{3.10^{10}\text{cm/s}}\right)^2 - (2s)^2$$

$$= 10^{-20}\text{s}^2 - 4\text{s}^2$$

$$99999999999999999999\text{s}^2 \cong -4\text{s}^2$$

Slide 34

1. O Intervalo



Representação Gráfica

✓ Para a visão Relativística:

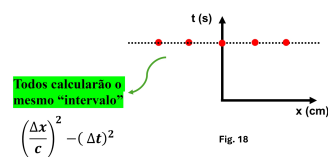


Fig. 18

Slide 35

APÊNDICE D - SLIDES DO MINICURSO (DIA 4)

O ensino de relatividade através de diagramas: desafios e possibilidades

A física e a geometria do intervalo espaço-tempo.

Minicursistas: Pedro Henrique Moura Luz, Prof. Jeferson Dias Gonçalves

Inscrições: <https://suap.ifpi.edu.br/eventos/inscricao/1529/>
Data: de 02/09 à 06/09 de 2024 Local: IFPI – Campus Picos

INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

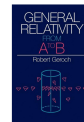
Slide 1

INSTITUTO FEDERAL
Piauí
Campus Picos

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
Campus Picos
Curso de Licenciatura em Física

Relatividade com diagramas, Parte B

Minicurso para licenciandos



Discente: Pedro Henrique Moura Luz
Docente Orientador: Prof. Dr. Jeferson Dias Gonçalves

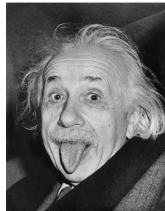
Slide 2

1. O Intervalo

Revisando:

- ✓ O intervalo: a relação intrínseca ao espaço-tempo.

$$t_1 t_2 = \left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2 - (\Delta t)^2$$

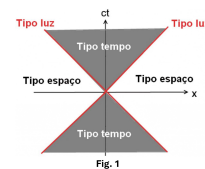


Slide 3

1. O Intervalo

Classificação

- ✓ Os eventos podem ser independentes ou estarem relacionados por causa e efeito. E os intervalos entre os eventos são classificados, de acordo com as relações de causalidade, em intervalos do tipo tempo, do tipo espaço e do tipo luz.



Slide 4

1. O Intervalo

Intervalo tipo luz

✓ Intervalo = 0



$$\left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2 - (\Delta t)^2 = 0$$

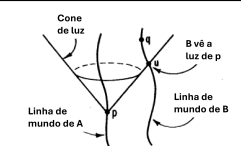
$$\left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2 = (\Delta t)^2$$

$$\Delta x = c\Delta t$$



Slide 5

1. O Intervalo / Relações de Causalidade



Observador que aguarda a ocorrência do evento **q** (reflexão da luz). Mas que intercepta o raio de luz no evento **u**, anterior a **q**. O evento **q** é, então, percebido desconexo ao evento **p**. Logo, não pode haver relação causal entre eles!



Observador que aguarda a ocorrência do evento **q** (reflexão da luz). Mas que intercepta o raio de luz no evento **u**, posterior a **q**. O evento **q** é, então, percebido desconexo ao evento **p**. Logo, não pode haver relação causal entre eles!

Slide 6

1. O Intervalo

Intervalo tipo luz

✓ Intervalo = 0

- Começamos notando que: a luz viaja exatamente a distância $c\Delta t$ no intervalo de tempo Δt . Ou seja, ela se propaga de um evento para o outro sem interrupções ou desvios.
- Depois expressamos essa noção em termos de t_1 e t_2 ; e, por fim, expressamos na em termos do intervalo.
- Logo, qualquer observador para quem mostrássemos nossa expressão final conseguiria interpretá-la como: *dois eventos separados por um intervalo do tipo luz só podem ser conectados por um raio de luz.*

Slide 7

1. O Intervalo

Intervalo tipo tempo

✓ Intervalo < 0



$$\left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2 - (\Delta t)^2 < 0$$

$$\left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2 < (\Delta t)^2$$

$$\Delta x < c\Delta t$$



Slide 8

1. O Intervalo

Intervalo tipo tempo

✓ Intervalo < 0

Ou seja, durante o tempo decorrido entre os dois eventos a luz tem tempo suficiente para viajar mais longe do que a distância espacial entre os dois eventos.

Slide 9

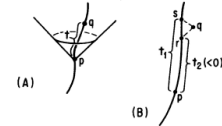


1. O Intervalo

Intervalo tipo tempo

Imagine o evento **q** próximo o bastante da linha de mundo de **p** ao ponto de estar sobre esta linha de mundo:

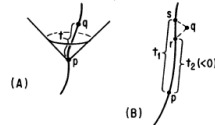
q, r, s se coincidem:



Slide 10

1. O Intervalo

Intervalo tipo tempo



O intervalo fica:

$$t_1 t_2 = -t^2$$

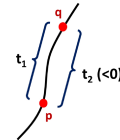
Slide 11



1. O Intervalo

Intervalo tipo tempo

Isso significa que se tivermos um relógio e experimentarmos dois eventos na mesma linha de mundo o intervalo entre eles será: $-t^2$.



Slide 12

1. O Intervalo

Intervalo tipo espaço

✓ Intervalo > 0

$$\left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2 - (\Delta t)^2 > 0$$

$$\left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2 > (\Delta t)^2$$

$$\Delta x > c\Delta t$$

Slide 13



1. O Intervalo

Intervalo tipo espaço

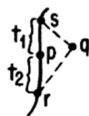
✓ Intervalo > 0

Neste caso, a luz não teve tempo suficiente para chegar até o outro evento e por isso percorreu uma distância menor que a distância espacial entre os dois eventos.

Slide 14

1. O Intervalo

Intervalo tipo espaço

✓ Intervalo > 0 

Dizemos que eventos separados por um intervalo do tipo espaço estão causalmente desconectados.

Slide 15



1. O Intervalo

O caso $t_1 = t_2$, significa que o tempo decorrido, que é dado por:

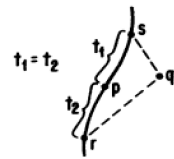
$$\Delta t = \frac{1}{2}(t_1 - t_2)$$

$$\Delta t = 0$$

Desse modo, o intervalo fica:

$$t_1 t_2 = \frac{\Delta x^2}{c^2} - \Delta t^2,$$

$$t_1 t_2 = \frac{\Delta x^2}{c^2},$$



Slide 16

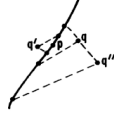
1. Interpretações físicas do intervalo

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

Superfície temporal (ou de Simultaneidade)

Busquemos eventos onde o tempo decorrido aparente seja:

$$\Delta t = 0 \Leftrightarrow t_1 = t_2.$$



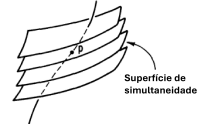
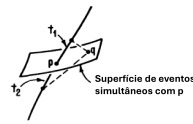
Slide 17

1. Interpretações físicas do intervalo

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

Superfície temporal (ou de Simultaneidade)

Com cuidado e utilizando dos nossos instrumentos montamos nossa superfície temporal:



Slide 18

1. Interpretações físicas do intervalo

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

Linha de posição

$$\Delta x = 0, t_1 = -t_2.$$



Slide 19

1. Exemplos

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

Primeira situação experimental.

Temos um indivíduo, A, segurando um dos nossos relógios padrão. Um segundo indivíduo, B, também carregando um dos relógios padrão, passa por A no evento p.

De modo que o indivíduo A pode comparar sua medida de tempo com a medida de tempo de B.

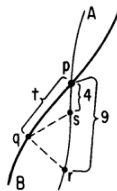
Pergunta: como a taxa de tique-taque do relógio de B (conforme visto por A) se compara à taxa de tique-taque do relógio de A (conforme visto diretamente por A)? O primeiro passo para responder a esta questão é desenhar um diagrama espaço-tempo.

Slide 20

1. Exemplos

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

Primeira situação experimental.



Slide 21

1. Exemplos

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

Primeira situação

Para A:

$$t_1 t_2 = (-4s)(9s) = -36 s^2$$

Para B:

$$t_1 t_2 = (t)(-t) = -t^2 s^2$$

Slide 22

1. Exemplos

INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

Primeira situação

Como o intervalo é o mesmo para os dois:

$$-t^2 = -36 s^2$$

$$t = 6s$$

O que está acontecendo?

Entre os eventos s e p o tempo decorrido foi de 4s quando visto por A. Entretanto, A vê o relógio de B marcar 6s. Ou seja, A diz que o relógio de B está com seu mecanismo acelerado em 50%!

Slide 23

1. Exemplos

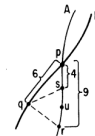
INSTITUTO FEDERAL
Campus Foz

Primeira situação

Agora o que B teria a dizer sobre o relógio de A?

No evento q, B viu a luz emitida por A em r e começa a cronometrar; já em p (após passar-se 6s entre q e p para B) B verifica que o relógio de A marcou 9 segundos para este mesmo intervalo. Ou seja, B diz que o relógio de A está com seu mecanismo acelerado em 50%!

Quem está realmente certo?



Slide 24

1. Exemplos

Primeira situação

Quem está realmente certo?

Não existe uma medida preferencial em relatividade. Essa ideia de que alguém está totalmente certo e o outro errado é resquício da Visão Galileana.

Slide 25



1. Exemplos

Velocidade

Vamos, a seguir, calcular o que A diria que é a velocidade de B.

Primeiramente, vamos calcular Δx medido por A para B:

$$\Delta x = \frac{c}{2}(t_1 + t_2),$$

$$\Delta x = \frac{c}{2}(-4 + 9),$$

$$\Delta x = 2,5c.$$

Slide 26



1. Exemplos

Velocidade

Agora para Δt medido por A para B:

$$\Delta t = \frac{1}{2}(t_1 - t_2),$$

$$\Delta t = \frac{1}{2}(-4 - 9),$$

$$\Delta t = -6,5s.$$

Slide 27



1. Exemplos

Velocidade

Por que o intervalo de tempo aparente é negativo?

$$\Delta t = -6,5s.$$

Porque, segundo A, o evento q ocorreu antes de p.

Podemos intervir no sinal considerando a ordem correta, primeiro q depois p.

Slide 28



1. Exemplos

Velocidade

Dessa forma a velocidade de B (Aparente para A):

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2,5}{6,5}c = \frac{5}{13}c.$$

Ou seja, A diz vê B se movendo a $\frac{5}{13}c$, cerca de 38% da velocidade da luz.

$$v_B = \frac{5}{13}c = \frac{5 \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s})}{13} = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}.$$

Slide 29



1. Exemplos

Velocidade

$$v_B = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}.$$

A grandes velocidades, ou a frações significativas da velocidade da luz, percebemos acentuadas divergências do que é medido no experimento com respeito ao comportamento previsto pela mecânica clássica.

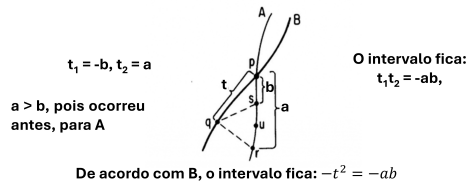
Slide 30



1. Caso Geral

Caso Geral

Vamos, agora, generalizar o diagrama utilizando letras,



Slide 31



1. Caso Geral

De acordo com B, o intervalo de tempo medido fica:

$$t = \sqrt{ab}$$

Dividindo o intervalo de tempo medido por B, como visto por A, pelo intervalo de tempo medido por A, temos:

$$\frac{t}{t_1} = \frac{\sqrt{ab}}{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Como $a > b$, esse fator será maior que 1 e A perceberá B acelerado.

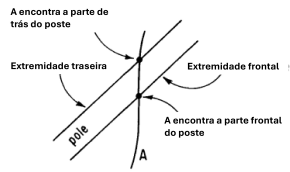
Slide 32



1. Exemplo: medição do comprimento



Um indivíduo, A, está parado com seu relógio padrão. Nosso poste vem em sua direção a A. De modo que A primeiro detecta a extremidade frontal do poste.

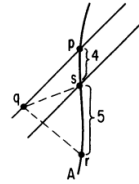


Slide 41

1. Exemplo: medição do comprimento



Assim, A calcula a velocidade aparente da extremidade traseira do poste. A cronometra o tempo necessário para o poste passar por ele. Multiplica a velocidade aparente pelo tempo cronometrado e encontra o comprimento aparente do poste.



Tempo decorrido entre os dois pares de eventos:

s e p: 4s.

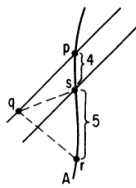
r e p: 9s.

Slide 42

1. Exemplo: medição do comprimento



Portanto, a velocidade do poste no caso presente é apenas a resposta que foi obtida anteriormente, ou seja, $5/13$ c.



$$\Delta x = \left(\frac{5c}{13}\right) \cdot 4 = \frac{20c}{13} \approx 4,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$

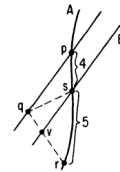
Notamos que este é um poste muito longo!
Este resultado é apenas uma consequência do fato de que desejamos lidar com números "razoáveis" como 4s e 9s. Ao invés de números não cotidianos como 4s e 4,000000001s.

Slide 43

1. Exemplo: medição do comprimento



Introduzimos um segundo observador, B, que ficará na extremidade frontal do poste. Esses dois observadores concordarão quanto ao seu comprimento?

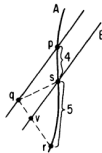


Slide 44

1. Exemplo: medição do comprimento



Primeiramente, para A, entre o evento v e o evento s , a luz viajou até o polo do poste e voltou. Portanto, a distância entre v e s para A é dada por:



$$\Delta x_{v,s}^A = v \cdot \Delta t_{v,s}^A$$

$$\Delta x_{v,s}^A = \left(\frac{5 \cdot c}{13}\right) \cdot \Delta t_{v,s}^A$$

Slide 45

1. Exemplo: medição do comprimento

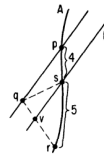


Queremos esse intervalo de tempo aparente, para A, entre o evento v e o evento s .

Sabemos que, para A:

$$\Delta t_{r,s}^A = 5s$$

$$\Delta t_{r,v}^A = 5 - \Delta t_{v,s}^A$$



Slide 46

1. Exemplo: medição do comprimento



Como r e v são *tipo luz*:

$$\Delta x_{r,v}^A = c \cdot \Delta t_{r,v}^A$$

$$\Delta x_{r,v}^A = c \cdot (5 - \Delta t_{v,s}^A)$$

Igualando os $\Delta x_{r,s}^A$, teremos:

$$c \cdot (5 - \Delta t_{v,s}^A) = \left(\frac{5 \cdot c}{13}\right) \cdot \Delta t_{v,s}^A$$

Slide 47

1. Exemplo: medição do comprimento



Somando $c \cdot \Delta t_{v,s}^A$, em ambos os lados, temos:

$$5 \cdot c = \frac{5 \cdot c \cdot \Delta t_{v,s}^A}{13} + c \cdot \Delta t_{v,s}^A$$

$$5 \cdot c = \frac{18}{13} \cdot c \cdot \Delta t_{v,s}^A$$

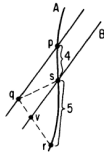
$$\Delta t_{v,s}^A = \frac{13 \cdot 5}{18} = \frac{65}{18} s$$

Slide 48

1. Exemplo: medição do comprimento



Dessa forma, a distância entre **v** e **s** para A é dada por:



$$\Delta x_{v,s}^A = \left(\frac{5 \cdot c}{13}\right) \cdot \Delta t_{v,s}^A$$

$$\Delta x_{v,s}^A = \left(\frac{5 \cdot c}{13}\right) \cdot \frac{65}{18} = \frac{325 \cdot c}{234}$$

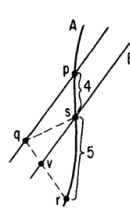
$$\Delta x_{v,s}^A = \frac{25 \cdot c}{18}$$

Slide 49

1. Exemplo: medição do comprimento



Portanto, o intervalo de tempo medido por A é:



$$\left(\frac{\Delta x^A}{c}\right)^2 - (\Delta t^A)^2 = t_1 t_2$$

$$\left(\frac{25c}{18}\right)^2 - \left(\frac{65}{18}\right)^2 = t_1 t_2$$

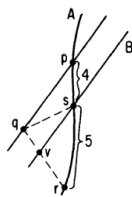
$$\left(\frac{25}{18}\right)^2 - \left(\frac{65}{18}\right)^2 = t_1 t_2 = -\frac{100}{9} s^2$$

Slide 50

1. Exemplo: medição do comprimento



Assim para B, temos:



Logo:

$$t_1 t_2 = -t^2$$

$$-t^2 = -\frac{100}{9} s^2$$

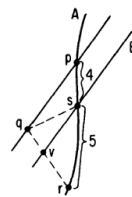
$$t_{v,s} = \frac{10}{3} s$$

Slide 51

1. Exemplo: medição do comprimento



Logo, o comprimento do poste para B é:



$$\Delta x = \left(\frac{10}{3}\right) \cdot c$$

$$\Delta x \approx 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$

Portanto, A e B não concordam!!

Slide 52

CONTRAÇÃO DO COMPRIMENTO



O comprimento $\Delta L'$ de um corpo medido no referencial em que o corpo está em repouso é chamado de comprimento próprio.

$$\Delta L = \frac{\Delta L'}{\gamma} \quad \text{onde,} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

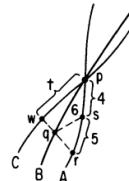
O comprimento medido em outro referencial em relação ao qual o corpo está se movendo (na direção da dimensão que está sendo medida) é sempre menor que o comprimento próprio.

Slide 53

1. Exemplo: medição da velocidade de C



Temos A, B e C, de modo que os três indivíduos iram passar um pelo outro no evento **p**.



Supomos que o observador A detecta que o observador B com uma velocidade $v = 0,38 \cdot c$, enquanto B detecta o observador C com uma velocidade $v = 0,38 \cdot c$.

O que desejamos calcular é a velocidade com que o observador A detecta C passando por ele.

Slide 54

1. Exemplo: medição da velocidade de C



Como as velocidades medidas por A, para B, e B, para C, são as mesmas. Então, as proporções relativas dos números devem ser as mesmas. Portanto, devemos ter:

$$\frac{6}{9} = \frac{t}{6} \Leftrightarrow t = 4s$$

Assim, C, experimenta diretamente os eventos **w** e **p**, e mede um tempo decorrido de 4s entre esses eventos. Portanto, para C o intervalo será:

$$t_1 t_2 = -t^2 = -(4)^2 = -16 s^2$$

Slide 55

1. Exemplo: medição da velocidade de C



O observador A calcula o intervalo entre **w** e **p**, em termos de $\Delta x_{w,p}^A$ e $\Delta t_{w,p}^A$. Encontrando o lado esquerdo da equação abaixo. Do outro lado o observador C experimenta diretamente os eventos **w** e **p** e obtém o valor do intervalo:

$$\left(\frac{\Delta x_{w,p}^A}{c}\right)^2 - (\Delta t_{w,p}^A)^2 = -16 s^2$$

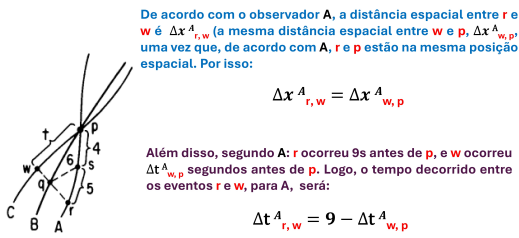
Note que para A:

$$\Delta x_{r,w} = \Delta x_{w,p}$$

$$\Delta t_{r,w} = 9 - \Delta t_{w,p}$$

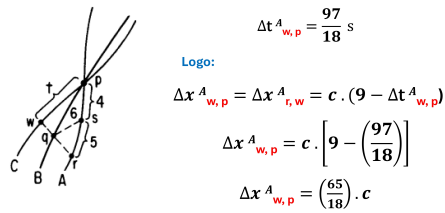
Slide 56

1. Exemplo: medição da velocidade de C



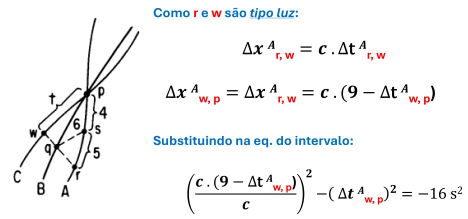
Slide 57

1. Exemplo: medição da velocidade de C



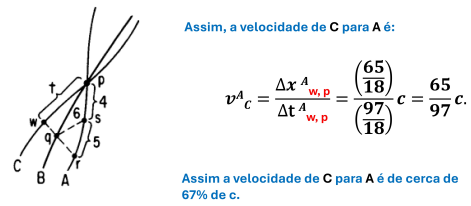
Slide 59

1. Exemplo: medição da velocidade de C



Slide 58

1. Exemplo: medição da velocidade de C



Slide 60

A RELATIVIDADE DAS VELOCIDADES



A fórmula para adição de velocidade relativista unidimensional é

$$u = \frac{v + u'}{1 + \frac{vu'}{c^2}}$$

onde v é a velocidade relativa entre dois observadores,
 u é a velocidade de um objeto em relação a um observador e
 u' é a velocidade relativa ao outro observador.

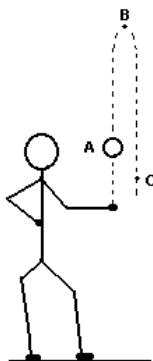
Slide 61

ANEXO A - TESTE DE MECÂNICA NEWTONIANA.

APÊNDICE

Este teste* é constituído por dezenove questões de escolha múltipla, com cinco ou três alternativas. Escolha a alternativa que melhor corresponde à resposta e marque na grade em anexo. NÃO FAÇA MARCAS NAS FOLHAS DE QUESTÕES.

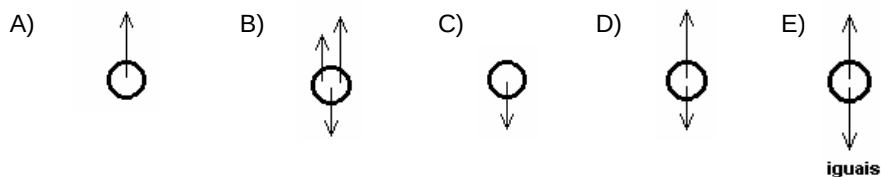
As questões 1, 2 e 3 referem-se ao seguinte enunciado:



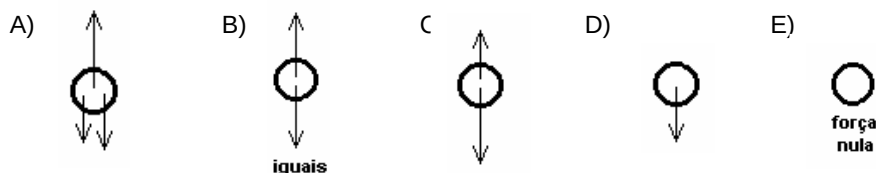
Um menino lança verticalmente para cima uma bola. Os pontos A, B e C identificam algumas posições da bola após o lançamento (B é o ponto mais alto da trajetória). É desprezível a força resistiva do ar na bola.

As setas nos desenhos seguintes simbolizam forças exercidas na bola.

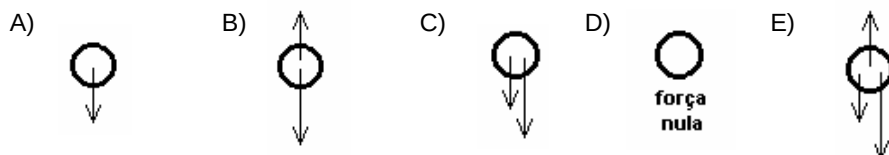
1) No ponto A, quando a bola está subindo, qual dos desenhos melhor representa a(s) força(s) exercidas na bola?



2) No ponto B, quando a bola atinge o ponto mais alto da trajetória, qual dos desenhos melhor representa a(s) força(s) exercidas na bola?

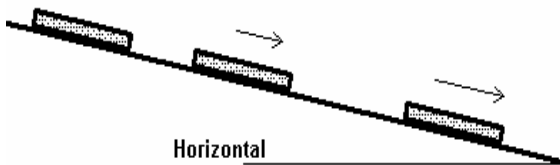


3) No ponto C, quando a bola está descendo, qual dos desenhos melhor representa a(s) força(s) exercidas na bola?



* SILVEIRA, F. L., MOREIRA, M. A. e AXT, R. Estrutura interna de testes de conhecimento em Física: um exemplo em Mecânica. *Enseñanza de las Ciencias*, Barcelona, 10(2): 187-194, 1992.

4) A figura se refere a um corpo que foi abandonado em repouso sobre uma rampa (é desprezível a força resistiva do ar no corpo e é constante a força de atrito com a rampa). Ele passa a deslizar com velocidade que cresce uniformemente no tempo. Assim sendo, pode-se afirmar que a força exercida no corpo rampa abaixo:

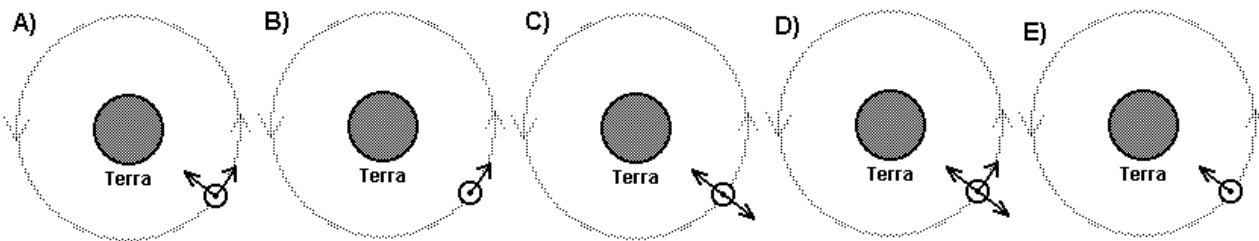


A) é igual à força de atrito.

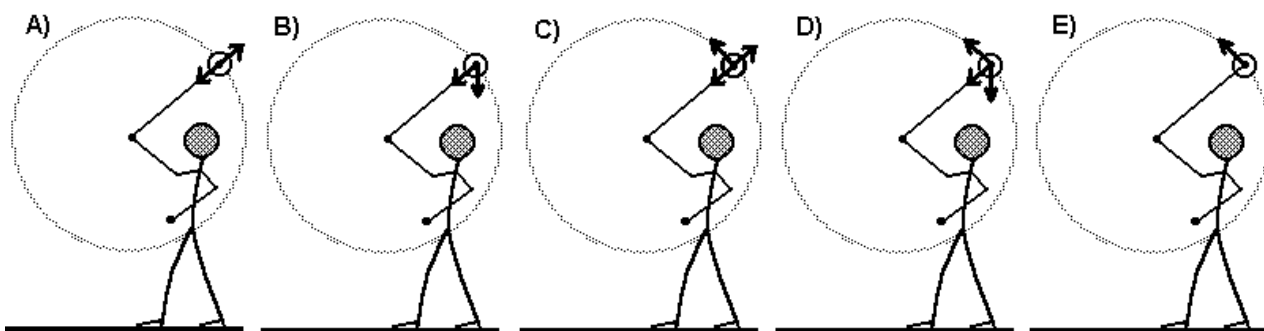
B) é maior do que a força de atrito e está crescendo.

C) é constante mas maior do que a força de atrito.

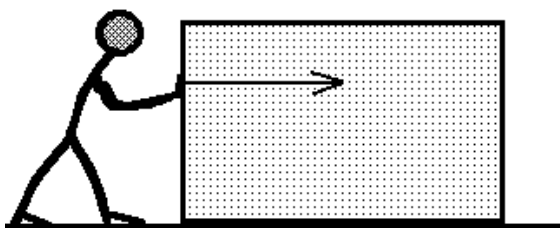
5) As figuras se referem a um satélite descrevendo movimento circular uniforme em torno da Terra. As setas simbolizam as forças exercidas sobre o satélite. Qual das figuras melhor representa a(s) força(s) sobre o satélite?



6) As figuras se referem a um menino que faz girar, em uma trajetória circular em um plano vertical, uma pedra presa ao extremo de um fio. Em qual das figuras a(s) força(s) sobre a pedra está(ão) melhor representada(s) pela(s) seta(s)?



As questões 7, 8 e 9 referem-se ao seguinte enunciado:



A figura se refere a um indivíduo exercendo uma força horizontal sobre uma caixa. A caixa está sobre uma superfície horizontal com atrito. É desprezível a força de resistência do ar sobre a caixa.

7) Inicialmente o indivíduo realiza uma força com intensidade um pouco maior do que a força de atrito. Portanto a caixa se movimentará:

- A) com velocidade que aumenta.
- B) com velocidade pequena e constante.
- C) com velocidade grande e constante.

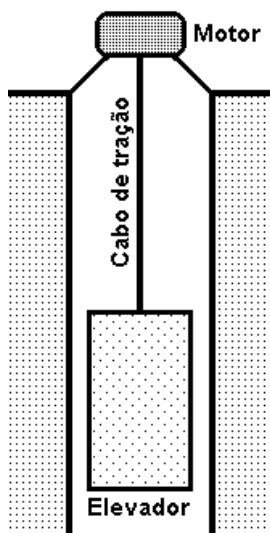
8) A caixa está sendo empurrada por uma força com intensidade muito maior do que a da força de atrito. Então o indivíduo diminui a intensidade da força mas ela continua sendo um pouco mais intensa do que a da força de atrito. Portanto a velocidade da caixa:

- A) diminui.
- B) aumenta.
- C) permanece constante.

9) A caixa está sendo empurrada por uma força com intensidade maior do que a da força de atrito. Então o indivíduo diminui a intensidade da força até que ela se iguale à da força de atrito. Portanto a caixa:

- A) continuará se movimentando mas acabará parando.
- B) parará em seguida.
- C) continuará se movimentando com velocidade constante.

As questões 10 a 14 se referem ao seguinte enunciado:



A figura se refere a um elevador e o seu sistema de tração (motor e cabo). Através do cabo o motor exerce uma força sobre o elevador (são desprezíveis as forças de atrito e de resistência do ar sobre o elevador).

10) O elevador está inicialmente parado e então o motor exerce sobre o elevador uma força um pouco mais intensa do que o peso do elevador. Assim sendo, pode-se afirmar que o elevador subirá:

- A) com velocidade grande e constante.
- B) com velocidade que aumenta.
- C) com velocidade pequena e constante.

11) O elevador está subindo e o motor está exercendo uma força cuja intensidade é muito maior do que a do peso do elevador. Então a força que o motor exerce diminui de intensidade mas permanece ainda um pouco maior do que a do peso do elevador. Portanto a velocidade do elevador:

- A) aumenta.
- B) diminui.
- C) não se altera.

12) O elevador está subindo e o motor está exercendo uma força com intensidade maior do que a do peso do elevador. Então a força que o motor exerce diminui de intensidade, se igualando a do peso do elevador. Portanto o elevador:

- A) parará em seguida.
- B) continuará subindo durante algum tempo mas acabará parando.

C) continuará subindo com velocidade constante.

13) O elevador está descendo e o motor exerce sobre ele uma força com intensidade menor do que a do peso do elevador. Então a intensidade da força que o motor exerce aumenta e se iguala a do peso do elevador. Portanto o elevador:

A) continuará descendo com velocidade constante.

B) parará em seguida.

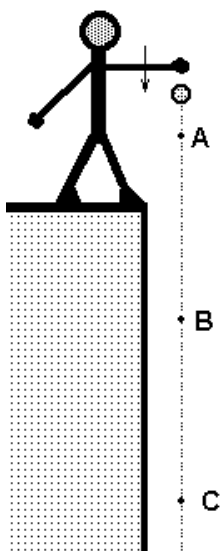
C) continuará descendo durante algum tempo mas acabará parando.

14) O elevador está descendo e o motor exerce sobre ele uma força menos intensa do que a do peso do elevador. Então a força que o motor exerce aumenta de intensidade, se tornando muito mais intensa do que o peso do elevador. Portanto o elevador:

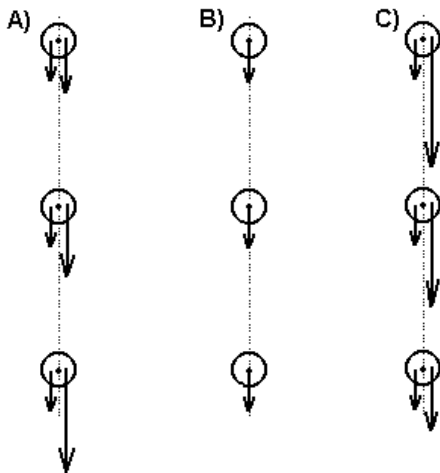
A) imediatamente sobe.

B) continua a descer durante algum tempo com velocidade que diminui.

C) imediatamente para e em seguida sobe com grande velocidade.



15) A figura se refere a um indivíduo que, do topo de uma torre, arremessa para baixo uma bola. Os pontos A, B e C são pontos da trajetória da bola após o arremesso. É desprezível a força de resistência do ar sobre a bola. As setas nos esquemas seguintes simbolizam as forças exercidas sobre a bola nos pontos A, B e C. Qual dos esquemas seguintes melhor representa a(s) força(s) sobre a bola?



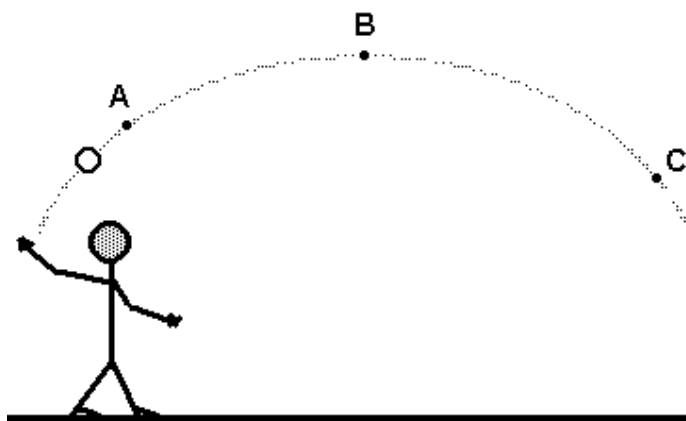
16) A figura se refere a um indivíduo que lança com grande velocidade uma bola sobre uma superfície horizontal com atrito. Os pontos A e B são pontos da trajetória da bola após o lançamento, quando a bola já está rolando; no ponto C a bola está finalmente em repouso. As setas nos desenhos seguintes simbolizam as forças horizontais sobre a bola nos pontos A, B e C. Qual dos esquemas melhor representa a(s) força(s) sobre a bola?



- A) D) B) E) C)

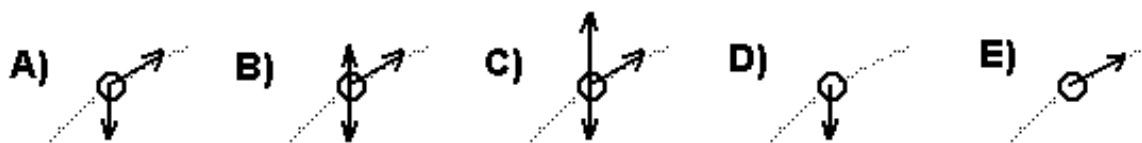
As questões 17, 18 e 19 referem-se ao enunciado abaixo:

Um menino lança uma pequena pedra que descreve uma trajetória como a representada na figura (a força de resistência do ar sobre a pedra é desprezível). O ponto B é o ponto mais alto da trajetória.

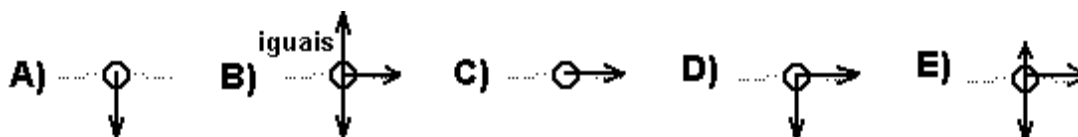


As setas nos esquemas seguintes simbolizam as forças exercidas sobre a pedra.

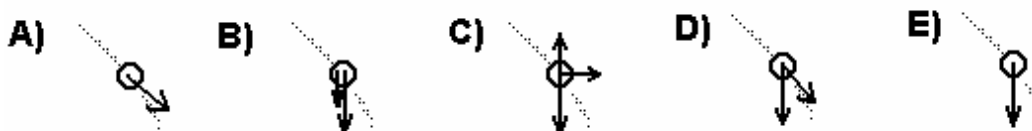
17) No ponto A, qual é o esquema que melhor representa a(s) força(s) sobre a pedra?



18) No ponto B, qual é o esquema que melhor representa a(s) força(s) sobre a pedra?



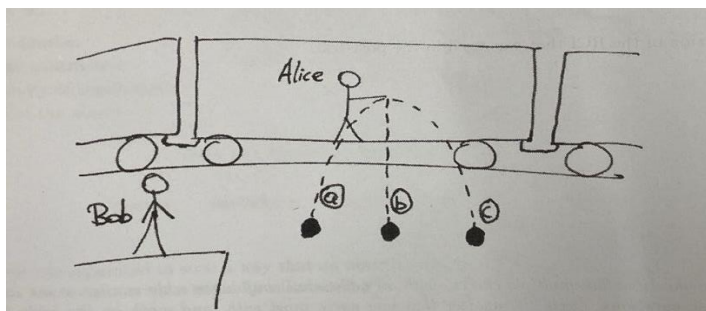
19) No ponto C, qual é o esquema que melhor representa a(s) força(s) sobre a pedra?



ANEXO B - TESTE DE TEORIA DA RELATIVIDADE.

Teste Sobre Teoria da Relatividade ¹

Enunciado para as questões 1 e 2: Alice está parada em pé dentro de um vagão de trem que se move com velocidade v , da esquerda para a direita, em relação a Bob, que está parado em pé em uma plataforma de estação. Quando Alice passa por Bob, ela joga uma bola de boliche pela janela do trem:



1. Ignorando a resistência do ar, qual trajetória da bola Bob observaria, estando parado na plataforma?

- a) Caminho (a). b) Caminho (b). c) Caminho (c).

2. Ignorando a resistência do ar, qual trajetória da bola Alice observaria, estando parada dentro do vagão de trem?

- a) Caminho (a). b) Caminho (b). c) Caminho (c).

3. **Verdadeiro ou falso:** “em princípio, é possível para um observador que segue um pulso de luz a uma velocidade alta e constante observar que a luz está quase estacionária.”

- a) Verdadeiro. b) Falso.

4. Considere uma nave espacial viajando da Terra, em direção a uma estrela distante, a uma velocidade alta e constante v em relação à Terra. A nave espacial envia um pulso de luz de volta à Terra. Na Terra, a velocidade desse pulso é medida como:

- a) c b) $c + v$ c) $c - v$

Enunciado para as duas questões seguintes: Abbey está em uma nave espacial se movendo em alta velocidade em relação a Brendan, que está em um asteroide (um pedaço muito pequeno de rocha flutuando no espaço). Ela passa por ele, de modo que em $t = 0$ ela está momentaneamente lado a lado com Brendan.

5. No instante em que a nave de Abbey passa por Brendan, ela envia dois pulsos de luz para ele a partir de sua nave. Se os pulsos de luz forem emitidos com um nanossegundo (10^{-9} segundos) de diferença de acordo com o relógio de Abbey, qual será o intervalo de tempo entre os pulsos de acordo com Brendan?

¹ ASLANIDES, J. S.; SAVAGE, C. M. Relativity concept inventory: Development, analysis, and results. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prper/pdf/10.1103/PhysRevSTPER.9.010118>>. Acesso em: 02 de set. de 2024.

- a) Maior que um nanossegundo.
- b) Igual a um nanossegundo.
- c) Menor do que um nanossegundo.

6. Além disso, enquanto a nave de Abbey passa por Brendan, Brendan envia dois pulsos de luz para Abbey. Se Brendan envia os pulsos de luz com um nanossegundo (10^{-9} segundos) de diferença de acordo com seu relógio, qual será o intervalo de tempo entre os pulsos de acordo com Abbey?

- a) Maior do que um nanossegundo.
- b) Igual a um nanossegundo.
- c) Menor do que um nanossegundo.

7. Sabe-se que nossa galáxia tem cerca de 100 anos-luz de diâmetro. **Verdadeiro ou falso:** “viajando a uma velocidade constante que é menor do que a velocidade da luz, mas próxima a esta, em princípio, é possível para uma pessoa atravessar a galáxia durante seu tempo de vida.”

- a) Verdadeiro.
- b) Falso.

8. Os Jogos Olímpicos são uma competição esportiva de duas semanas de duração. Um astrônomo alienígena, interessado em esportes, observa as Olimpíadas de um planeta distante que se move em alta velocidade em relação à Terra. Se o alienígena compensasse o tempo que a luz da Terra leva para alcançá-lo, ele mediria a duração das Olimpíadas como:

- a) Maior do que duas semanas.
- b) Igual a duas semanas.
- c) Menor do que duas semanas.

Enunciado para as duas questões seguintes: Alex e sua amiga Bianca decidem partir em viagens separadas em naves espaciais idênticas. Cada uma delas acelera para longe da Terra em direções opostas – Alex, $v = 0,75c$, para a esquerda e Bianca a, $v = 0,75c$, para a direita, em relação a um observador na Terra.

9. Se Alex medir a taxa de aumento da sua distância com respeito a Bianca, ele obterá um valor que é:

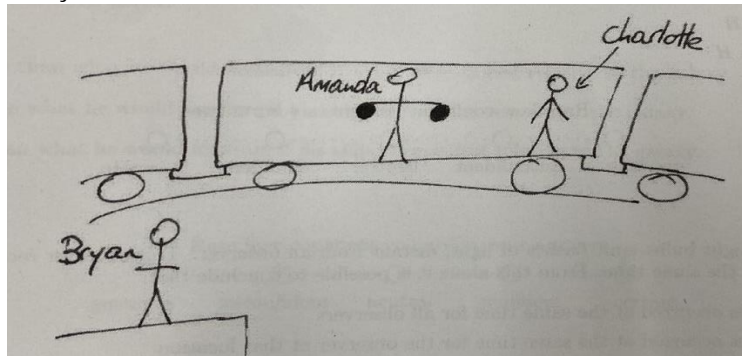
- a) Igual a $1,5c$.
- b) Maior que c , mas menor que $1,5c$.
- c) Igual a c .
- d) Maior que $0,75c$, mas menor que c .
- e) Igual a $0,75c$.

10. Se Cameron, um observador na Terra, medir a taxa de aumento da distância entre Alex e Bianca, ele obterá um valor que é:

- a) Igual a $1,5c$.
- b) Maior que c , mas menor que $1,5c$.

- c) Igual a c .
- d) Maior que $0,75c$, mas menor que c .
- e) Igual a $0,75c$.

Enunciado para as quatro perguntas seguintes. Amanda está em pé dentro de um trem, viajando em alta velocidade, o qual passa por Bryan que está em pé em uma plataforma de estação. Enquanto ela passa por Bryan, ela joga duas bolas de boliche pela janela no mesmo instante de tempo (tal como medido por Amanda), e a uma distância de um braço uma da outra.



11. Bryan fica na plataforma e observa as bolas caírem no chão. Se ele compensar o tempo que a luz do impacto leva para alcançá-lo. Em qual ordem Bryan mede as bolas atingindo o chão?

- a) Ao mesmo tempo.
- b) Uma antes da outra.

12. Charlotte é outra passageira no trem que está junto à Amanda. Se ela compensar o tempo que a luz do impacto leva para alcançá-la, em que ordem Charlotte mede as bolas atingindo o chão?

- a) Ao mesmo tempo.
- b) Uma bola antes da outra.

13. Amanda tem um braço com extensão de D metros quando medido no repouso. Se Bryan medir o tamanho do braço de Amanda, enquanto ela passa por ele, ele obterá um valor:

- a) Maior do que D .
- b) Igual a D .
- c) Menor do que D .

14. Amanda também tem uma altura de H metros em repouso. Se Bryan realizar uma medição da altura de Amanda, quando ela passar por ele, ele obterá um valor:

- a) Maior do que H .
- b) Igual a H .
- c) Menor do que H .

15. Duas lâmpadas separadas emitem flashes de luz, distantes de um observador. Este observador recebe a luz de ambos os flashes ao mesmo tempo. Disso é possível concluir que:

- a) Os flashes ocorreram ao mesmo tempo para todos os observadores.
- b) Os flashes ocorreram ao mesmo tempo para o observador naquele local.
- c) Os flashes ocorreram ao mesmo tempo se o observador não estiver se movendo em relação às lâmpadas.

d) Não é possível tirar nenhuma das conclusões acima.

16. No seguinte experimento mental, você está em um trem de alta velocidade viajando por uma ferrovia. **Verdadeiro ou falso:** “se você medir as dimensões do compartimento do trem, obterá valores diferentes do que mediria se o trem estivesse em repouso.”

a) Verdadeiro. b) Falso.

17. Considere uma estação espacial futurística especializada na construção de naves espaciais rápidas. Uma vez que as naves são construídas, elas deixam a estação em alta velocidade para testes. Conforme elas deixam a estação em alta velocidade, um número de série é carimbado instantaneamente na lateral da nave por uma máquina na estação. Este número de série tem comprimento D , conforme medido por um construtor na estação espacial. Após a nave terminar seu teste, ela retorna à estação e é estacionada no hangar. Qual é o comprimento do número de série agora, conforme medido pelo construtor na estação espacial?

a) Maior do que D . b) Igual a D . c) Menor do que D .

18. Adam está em uma nave espacial movendo-se a $v = 0,99c$ em relação à nossa galáxia. Adam quer medir a massa de sua nave observando o quão resistente a nave é à aceleração. Se Adam exerce uma força na nave (ligando um motor de foguete, por exemplo) e mede (com um acelerômetro dentro da nave) a aceleração resultante, ele obterá um valor que é:

a) Maior do que o valor que ele mediria se sua nave estivesse em repouso em relação à galáxia.
b) Igual ao valor que ele mediria se sua nave estivesse em repouso em relação à galáxia.
c) Menor do que o valor que ele mediria se sua nave estivesse em repouso em relação à galáxia.

19. No seguinte experimento mental, você está em um trem em alta velocidade viajando por uma ferrovia. **Verdadeiro ou falso:** “se você medir a taxa com que seu relógio está funcionando você obterá um valor diferente do que mediria se o trem estivesse em repouso.”

a) Verdadeiro. b) Falso.

20. Você está em um laboratório de física bem equipado, sem janelas ou qualquer outra maneira de interagir com o mundo exterior. Sabe-se que o laboratório está em movimento uniforme. Como você determina a velocidade do laboratório?

a) Você joga uma bola dentro do laboratório e mede sua mudança de velocidade.
b) Você projeta um feixe de laser no laboratório e mede sua mudança de velocidade.
c) Ou (a) ou (b).
d) Não é possível determinar a velocidade do laboratório por meio de experimentos.

21. Você observa um conjunto de relógios distantes, espacialmente separados, que estão sincronizados em seu referencial de repouso. Você está em repouso em relação aos

relógios e observa (por meio de um telescópio) que os horários lidos nos relógios são diferentes. Isso se deve a:

- a) Dilatação do tempo.
- b) Contração do comprimento.
- c) Relatividade da simultaneidade.
- d) Nenhuma das anteriores.

22. Se dois eventos estão separados de tal forma que um observador pode estar presente em ambos os eventos, qual(is) relação(ões) entre os dois eventos é(são) a mesma(s) para todos os observadores?

- a) O tempo entre os dois eventos.
- b) A distância entre os dois eventos.
- c) A ordem em que os eventos ocorrem.
- d) Nenhuma dessas relações é a mesma para todos os observadores.

23. Se dois eventos são separados de tal forma que nenhum observador pode estar presente em ambos os eventos, qual(is) relação(ões) entre os dois eventos é(são) a mesma(s) para todos os observadores?

- a) O tempo entre os eventos.
- b) A distância entre os dois eventos.
- c) A ordem em que os eventos ocorrem.
- d) Nenhuma dessas relações é a mesma para todos os observadores.

24. Considere uma caixa fechada, contendo uma quantidade igual de matéria e antimatéria. A massa total desta caixa com o seu conteúdo é inicialmente M . A matéria e a antimatéria interagem e se aniquilam dentro da caixa, transformando-se em fótons no processo. Qual é a massa total da caixa com o seu conteúdo após a aniquilação?

- a) Maior do que M .
- b) Igual a M .
- c) Menor do que M .