



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
IFPI - *CAMPUS PIRIPIRI*
DIRETORIA DE ENSINO
COORDENAÇÃO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FERDINAN OLIVEIRA LIMA

**GEOGEBRA NA POTENCIALIZAÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:
USO NO CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO**

PIRIPIRI-PI
2024

FERDINAN OLIVEIRA LIMA

**GEOGEBRA NA POTENCIALIZAÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:
USO NO CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia)
apresentado como exigência parcial para obtenção
do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática
do Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Piauí – Campus Piripiri.

Orientador(a): Prof. Me. Francisco das Chagas
Azevedo dos Reis

**PIRIPIRI-PI
2024**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Lima, Ferdinan Oliveira

L732g Geogebra na potencialização do ensino de geometria espacial : uso no cálculo de área e volume na 3ª série do ensino médio / Ferdinan Oliveira Lima. - 2024.
40 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Piripiri, 2024.

Orientador : Prof Me. Francisco das Chagas Azevedo dos Reis.

1. Geometria espacial. 2. Geogebra. 3. Área e volume. I. Título.

CDD - 510

Elaborado por Júlio César Oliveira Rodrigues CRB 3/1125

FERDINAN OLIVEIRA LIMA

**GEOGEBRA NA POTENCIALIZAÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:
USO NO CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – Campus Piripiri.

Orientador(a): Prof. Me. Francisco das Chagas Azevedo dos Reis

Aprovada em: 13/09/2024

BANCA EXAMINADORA

Professor Me. Francisco das Chagas Azevedo dos Reis (Orientador)
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Professora Dra. Joselma Ferreira Lima e Silva (avaliadora)
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Professora Ma. Renata Resende Ibiapina (avaliadora)
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

À Milane (in memoriam)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer a Deus pela oportunidade de obter essa conquista, onde sempre busquei forças para enfrentar esse desafio.

Ao meu Orientador, Prof. Me. Francisco Reis por toda a paciência, empenho e suporte para a realização deste trabalho.

A todos os professores que fizeram parte da minha trajetória até aqui, técnicos e terceirizados do IFPI Campus Piripiri, por sempre se dedicarem a trazer um ensino de excelência e qualidade.

Aos meus pais Elói e Lenita por todo o carinho, apoio e incentivo na busca por esse sonho que não é somente meu, mas nosso. A minha irmã Milena, a minha sobrinha Valentina e a todos os meus familiares que me apoiaram nessa jornada.

Aos meus amigos Andressa, Ana Paula, Joice, Mardônio, Nainara, Nayara, Leticia, Stanlr, e aos demais que conheci durante essa caminhada, e que sempre me ajudaram e me apoiaram durante todo o curso e espero que permanecemos amigos da faculdade para a vida.

E a todos que me apoiaram, que ficaram ao meu lado diretamente ou indiretamente durante meu percurso acadêmico, o meu eterno obrigado.

Sumário

1 INTRODUÇÃO	9
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	11
2.1 Geometria Espacial: do contexto histórico ao “chão da aula de Matemática”	11
2.2 As potencialidades do GeoGebra no Ensino da Geometria Espacial: uma tecnologia ao nosso favor?.....	12
2.3 Cálculo de Área e Volume de prismas, pirâmides e corpos redondos: abordando a aplicação!.....	15
2.3.1 Princípio de Cavalieri	15
2.3.2 Prismas.....	17
2.3.3 Pirâmides.....	19
2.3.4 Corpos Redondos.....	24
3 METODOLOGIA DA PESQUISA	30
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE DADOS	31
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
6 REFERÊNCIAS.....	38
8 APÊNDICES	40
APÊNDICE A – Questionário de participação da Pesquisa " GEOGEBRA NA POTENCIALIZAÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: USO NO CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO"	40
APÊNDICE B- LISTA DE EXERCÍCIOS SOBRE ÁREA E VOLUME	41
APÊNDICE C- QUESTIONÁRIO PÓS OFICINA.....	41
APÊNDICE D- TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE PARA DISCENTES PARTICIPANTES DA PESQUISA	42

GEOGEBRA NA POTENCIALIZAÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: USO NO CÁLCULO DE ÁREAS E VOLUMES NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Ferdinan Oliveira Lima¹

Francisco das Chagas Azevedo dos Reis²

RESUMO

O presente trabalho possui como tema a potencialização do ensino de Área e Volume utilizando o GeoGebra na 3ª série do Ensino Médio. Tendo como objetivo principal analisar as potencialidades do GeoGebra no ensino de Área e Volume na Geometria Espacial na 3ª série do Ensino Médio. Para alcançar os objetivos dessa pesquisa exploratória, inicialmente foi realizado um estudo bibliográfico para elencar a importância da Geometria Espacial no currículo e na aprendizagem, em seguida, com 30 alunos da 3ª série do Ensino Médio foi aplicado um questionário diagnóstico onde foi feito um levantamento das principais dificuldades de aprendizagem no conteúdo de geometria espacial e sobre o conhecimento do GeoGebra. Na etapa seguinte, foi realizada uma oficina demonstrando a aplicabilidade da ferramenta nos conceitos de Área e Volume de Sólidos, finalizando com um segundo questionário para avaliar o nível de aprendizagem com o GeoGebra. Os resultados indicaram uma dificuldade dos alunos em aprender o conteúdo, pois uma parte significativa não teve contato com a Geometria Espacial, e consequentemente, uma dificuldade de visualizar e interpretar as figuras e aplicar e calcular a Área e Volume. Por outro lado, a utilização do GeoGebra melhorou as capacidades visuais, pois permite a manipulação e a visualização completa da figura. Portanto, percebeu-se que o GeoGebra amplia nos conhecimentos de Área e Volume, pois permite manipular, visualizar e planificar, de maneira que as características de cada figura possam ser exploradas de maneira mais intuitiva.

Palavras-chave: Geometria Espacial; Área e Volume; GeoGebra.

ABSTRACT

The theme of this work is to enhance the teaching of Area and Volume using GeoGebra in the 3rd year of high school. The main objective is to analyze the potential of GeoGebra in teaching Area and Volume in Spatial Geometry in the 3rd year of High School. To achieve the objectives of this exploratory research, initially a bibliographical study was carried out to list the importance of Spatial Geometry in the curriculum and learning, then, with 30 students from the 3rd year of High School, a diagnostic questionnaire was applied where a survey was made of the main learning difficulties in spatial geometry content and knowledge of GeoGebra. In the next stage, a workshop was held demonstrating the tool's applicability to the concepts of Area and Volume of Solids, ending with a second questionnaire to assess the level of learning with GeoGebra. The expected results indicated that students had difficulty learning the content, as a significant part had no contact with Spatial Geometry, consequently in visualizing and interpreting the figures and their concepts. On the other hand, the use of GeoGebra improved visual capabilities, as it allows manipulation and complete visualization of the figure. Finally, it was noticed that GeoGebra increases knowledge of Area and Volume, as it allows you to manipulate, visualize and plan, so that the characteristics of each figure can be explored in a more intuitive way.

Keywords: Spatial Geometry; Area and Volume; GeoGebra

¹Licenciando em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI – Campus Piripiri, E-mail:ferdinanoliveira9@gmail.com

² Mestre em Engenharia Civil, Universidade Federal do Ceará – UFC, E-mail: algebrista@ifpi.edu.br

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma das áreas do conhecimento mais antigas da humanidade. Para Rosa Neto (1998, p.8) “o início da história da Matemática se deu na época do paleolítico inferior, onde o homem vivia da caça, coleta, competição com animais e utilizava paus e pedras e fogo, ou seja, vivia de tudo aquilo que se pudesse retirar da natureza”. Surgindo no desenvolvimento das primeiras sociedades, que perceberam a necessidade de contar. Com o decorrer da História, em diferentes épocas, desenvolve-se atendendo as necessidades sociais, na resolução de uma ampla gama de problemas, tais como, contagem, demarcações de terra, cobrança de impostos, divisões de heranças, tabulações de nascimentos, óbitos, construção civil, e mais recentemente, nas tecnologias, entre outros. Com o decorrer dos séculos, foram se desenvolvendo diferentes áreas da Matemática: Aritmética, Geometria Euclidiana, Álgebra, Estatística, Matemática Financeira, Geometrias não euclidianas, dentre inúmeras outras.

Dentre essas áreas a Geometria Espacial (GE), surgiu com uma necessidade de compreender os elementos do mundo, justamente por ser mais intuitiva e estarmos cercados de objetos tridimensionais, com comprimento, largura e altura, imersos no próprio espaço, $\mathbb{R}^3$. A necessidade natural, que surge em uma simples reforma/construção de saber a quantidade de azulejos a ser comprada, sua relação com área da superfície, que passará por recobrimento, pintura de uma parede, problemas que envolvem consumo de água, dado em função da quantidade de metros cúbicos, sua relação com as medidas de capacidade como o litro. Assim, importante ter conhecimento diversos, considerando os problemas que podem aparecer no cotidiano de uma pessoa, pois ajuda no pleno exercício da cidadania, abre perspectivas para o futuro e pode evitar prejuízos.

Os primeiros estudos desenvolvidos nessa área surgiram com os gregos, sendo os mais famosos matemáticos Euclides, Pitágoras, Tales de Mileto, Arquimedes dentre outros. Nessa direção, o currículo de Geometria é fundamental no Ensino Médio, tendo em vista que promove o desenvolvimento do raciocínio dos educandos, promovendo a construção de conjecturas e no desenvolvimento do raciocínio. Além disso, é um campo importante para a resolução de problemas, despertando o interesse dos estudantes. O estudo dessa área também possibilita na compreensão de números e medidas e estimulando a identificação de padrões.

Assim como qualquer outra área da Matemática, a GE possui seus teoremas, definições, postulados e axiomas. Contudo, é necessário considerar que ainda persiste o ensino tradicional, utilizado por muito tempo no sistema educacional brasileiro, que por sua vez pode desestimular o aluno, por caracterizar-se como um processo onde o ensinar, muitas vezes é

desconectado dos anseios e realidade dos estudantes, cujo rigor acaba produzindo, em muitos casos, aversão pelos alunos, não somente a esse conteúdo, mas da Matemática como um todo.

Muitos(as) educadores(as) ao ensinar a GE fazem apenas o uso do material didático, mas, mesmo que o livro escolhido traga figuras geométricas bem elaboradas, não é possível realizar a manipulação e a visualização tridimensional. Representar uma figura tridimensional em um plano bidimensional é uma tarefa complexa, pois o(a) professor(a) precisa demonstrar uma certa habilidade técnica em desenho geométrico.

Percebendo a relevância dessa área no ensino da Matemática na 3ª série do Ensino Médio, surge o seguinte questionamento: Como o GeoGebra pode potencializar o ensino de Área e Volume nas aulas de Geometria Espacial na 3ª ano do Ensino Médio?

O objetivo geral deste estudo é analisar as potencialidades do GeoGebra no ensino de Área e Volume na Geometria Espacial na 3ª série do Ensino Médio. Para alcançar o objetivo geral, se propôs de modo específico: (1) identificar a importância da Geometria Espacial no currículo do Ensino Médio; (2) compreender os benefícios da utilização de ferramentas digitais no ensino de Geometria Espacial; e (3) verificar a utilização do GeoGebra na aplicação dos conceitos de Área e Volume de sólidos.

Visando atingir o objetivo principal do estudo em questão foi realizado um estudo bibliográfico em materiais que abordam a temática proposta para servirem de base para a fundamentação. Além da realização de pesquisa exploratória sobre o tema com a utilização de um questionário diagnóstico para com alunos da 3ª série do Ensino Médio, para avaliar as principais dificuldades e sobre a Área e Volume, foi desenvolvida uma oficina com os discentes, apresentando as funcionalidades e as aplicações do GeoGebra, quanto as suas contribuições no ensino de áreas e volumes.

A fundamentação teórica deste trabalho está estruturada em seções. Abordaremos a importância da GE no currículo de acordo com a BNCC, o uso das tecnologias em sala de aula como uma proposta inovadora de ensino e, em seguida o GeoGebra como um aliado na aprendizagem da mesma. Abordamos as categorias teóricas na visão dos estudiosos: Carvalho (2012), Lorenzato (1995), Thomaz (1999), Santos (2008), Notare e Basso (2016).

A seção da metodologia aborda a classificação, os procedimentos realizados no decorrer do estudo. Na seção destinada à análise, apresentaremos os dados obtidos, com a discussão dos mesmos. Nas considerações finais apresentaremos um panorama dos resultados e um parecer com as contribuições do GeoGebra na utilização de seus recursos no ensino de Matemática na 3ª série do Ensino Médio.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Geometria Espacial: do contexto histórico ao “chão da aula de Matemática”

A Geometria Espacial, juntamente com as outras áreas como a Álgebra, Estatística, Aritmética, compõem o currículo de Matemática. Ela é de suma importância na construção do saber matemático do aluno, possibilitando-o a ter uma nova visão do mundo, ampliar sua sabedoria, além de admirá-la em obras de arte e construções. A Geometria surgiu como uma necessidade do homem de entender as diferentes formas e como poderiam representá-las. Segundo Carvalho (2012),

[...] geometria como ramo matemático surgiu enquanto a atividade empírica dos povos antigos para atender suas necessidades da época, sendo suas primeiras sistematizações realizadas pelos gregos que muito contribuíram para esse saber. Platão, Eudoxo e muitos outros deram à geometria um caráter especial, encarando-a como um ramo de destaque da ciência Matemática. (Carvalho, 2012, p. 02)

Os Gregos foram os grandes precursores dos estudos sobre a Geometria. Euclides de Alexandria, que nasceu por volta de 300 a.c., suas contribuições influenciaram na navegação, no estudo da luz, do som, na construção dentre outras. Fundador da Geometria Euclidiana, ele estabeleceu o espaço geométrico, simétrico e imutável.

Atualmente tais contribuições feitas não somente por Euclides, mas também por tantos outros grandes nomes da Matemática como Platão, Arquimedes e Tales de Mileto, ainda possuem grande relevância, sendo conteúdos essenciais no ensino da Matemática nas escolas. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, a Geometria é considerada,

[...] como a área da matemática que propicia o estudo de formas geométricas e suas propriedades, assim como evidenciar que seu estudo envolve uma ampla gama de conceitos e procedimentos primordiais para a resolução de problemas do cotidiano e de diferentes áreas do conhecimento e que ao “estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos”. (Brasil, 2018, p. 271).

Envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nesta unidade temática, estudar a posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais, pode desenvolver o pensamento geométrico dos educandos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. (Brasil, 2017, p.269).

Nessa concepção, Lorenzato (1995, p.5) reforça a importância da Geometria, haja vista que,

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem habilidade, dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar da Geometria como a fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se incompleta” (Lorenzato, 1995, p. 5).

Percebe-se no ensino da GE em si, que em sua maioria, os estudantes apresentam algumas dificuldades por não possuírem habilidades de visualização geométrica, apresentando relativamente problemas de interpretação e raciocínio de figuras tridimensionais, bem como para realizarem conjecturas das mesmas. Rogenski e Pedroso (2009, p.5) afirmam que,

[...] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos. (Rogenski e Pedroso, 2009, p.5).

Sem tal percepção e uma base reforçada em Geometria Plana, os(as) alunos(as) sentirão dificuldades bem expressivas no decorrer da aprendizagem da Geometria Espacial, uma vez que não conseguirão relacionar as propriedades de cada figura e como utilizar os conceitos matemáticos para determinar sua Área e Volume,

A principal dificuldade advém da representação de figuras tridimensionais no papel ou quadro branco, tendo em vista que para realizar essas construções requerem uma habilidade considerável em desenho geométrico, habilidade essa que muitos não possuem para realizar tais construções de maneira que seja interpretada pelos discentes em sala de aula.

2.2 As potencialidades do GeoGebra no Ensino da Geometria Espacial: uma tecnologia ao nosso favor?

Durante muitos anos o ato de ensinar era tido como algo rígido, tinha um viés mais teórico. Em disciplinas das áreas de exatas, que possuem em suas estruturas inúmeras fórmulas, teoremas, princípios, leis e demonstrá-las aos estudantes e fazê-los aprender esses conteúdos não se constitui uma tarefa fácil, mas necessária. Analisando o panorama educacional do Brasil percebe-se que os métodos tradicionais no ensino de Matemática podem desestimular o(a) educando(a), pois “[...] para muitos alunos é complicada, incompreensível, distante, fria, sem vida [...]” (Thomaz, 1999, p. 192).

Nesse processo atrasado, o educando é visto como um mero receptor de armazenamento de conhecimento, onde os ensinamentos transmitidos pelo sistema não têm importância se são compreendidos ou não. De acordo com Saviani (2011), nos primeiros tempos da história da escola, o ensino tradicional era a norma, e o(a) professor(a) era visto(a) como o(a) detentor(a) do conhecimento, e os(as) alunos(as) eram esperados para obedecer e se comportar de maneira passiva durante todo o processo de ensino e aprendizagem.

Com os constantes avanços das sociedades surgiram as Tecnologias da Informação e Comunicação que se espalharam pelas diferentes áreas do globo, sempre em constante evolução. Mendes (2008) define Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) como um conjunto de recursos tecnológicos, que quando integrados entre si, proporcionam a automação e/ou a comunicação nos processos existentes nos negócios, no ensino e na pesquisa científica. São usadas para reunir, distribuir e compartilhar informações.

Desde o surgimento dos primeiros computadores e a popularização da internet durante as décadas de 1990 e 2000, contribuíram para o avanço da utilização das tecnologias dentro do ambiente educacional. Diante desse cenário torna-se necessário a busca de novas maneiras de renovar o ensino da Matemática. Com o “boom” da tecnologia e o aumento de alunos da geração Z, o uso das tecnologias pode se tornar um mecanismo aliado à Educação.

As tecnologias se tornam um elemento indispensável no ensino de Matemática, pois ela é vista como uma matéria “chata”, e “temida” por grande parte dos educandos. Santos (2008) enfatiza a importância de explorar e questionar os processos de aprendizagem e ensino de Matemática. Ele sugere que isso seja feito utilizando os ambientes e recursos tecnológicos disponíveis, com o objetivo de apoiar o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Ele reconhece o potencial da Matemática para contribuir para a prática docente.

A BNCC afirma que as tecnologias e recursos digitais são um conjunto de aprendizagens essenciais, estando presente nas competências gerais comuns a todos os alunos em seu trajeto pela Educação Básica. A quinta competência geral da BNCC reforça a necessidade de

[...] compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (Brasil, 2018, p.9)

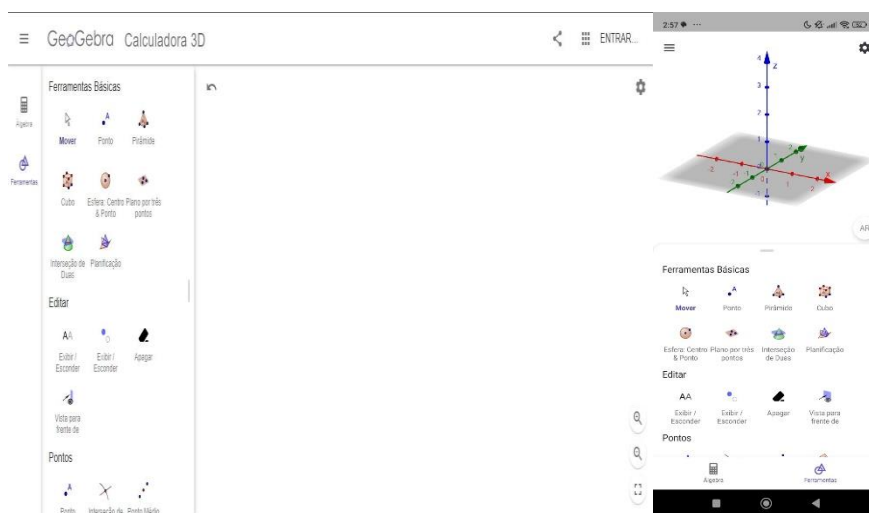
Possibilitando assim um melhor coeficiente de aprendizado, tendo em vista que a tecnologia em sala de aula ainda é vista como uma novidade por parte dos alunos, despertando

a vontade de saber mais sobre o seu funcionamento e suas aplicações. O uso de ferramentas 3D para o estudo de Geometria Espacial possibilita tornar real objetos matemáticos e suas interações e manipulações, possibilitando alterar suas propriedades, surgindo novas maneiras de saber e ensinar Matemática. Para Notare e Basso (2016),

[...] o desenvolvimento de sistemas dinâmicos voltados para a aprendizagem de Matemática tem possibilitado novas formas de tratamento para problemas, pela possibilidade de tornar acessíveis e manipuláveis objetos matemáticos que até então precisavam ser tratados de maneira estática e abstrata. (Notare; Basso, 2016, p.2)

Aliado as novas tecnologias, surgiram várias ferramentas que tornaram o ensino da Matemática, algo mais atrativo. O GeoGebra, é uma ferramenta que foi criada por Markus Hohenwarter, possibilitou uma ampla gama de aplicações, não só para a Geometria Espacial, mas para uma boa parte que a matemática apresenta. O GeoGebra 3D¹ é uma ferramenta gratuita de código aberto, disponível para dispositivos com os sistemas operacionais: *Windows, Mac, Android, IOS, Chromebook, Linux* e em navegadores *web*, que além de não necessitar de um *hardware* muito potente, assim tornando extremamente acessível podendo ser encontrada no site oficial www.GeoGebra.org/download.

Figura 1: Tela inicial do GeoGebra 3D no computador e Smartphone



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

Um fator chave que permite o uso do GeoGebra 3D é sua facilidade de utilização, pois a interface do aplicativo é bem limpa, clara e bastante intuitiva, que em caso de alguma dúvida ou necessitando se aprofundar no uso do *software*, existem diversos tutoriais e manuais disponíveis pelos desenvolvedores na página do aplicativo, além de contar com uma

comunidade ativa com fóruns onde podem ser feitas perguntas ou responder dúvidas sobre seu uso.

Com o GeoGebra 3D, abre-se uma nova visão de ensinar a geometria, pois amplia os olhares e possibilita a demonstração de teoremas que eram somente explícitos em desenhos bidimensionais. A ferramenta abre a possibilidade de interagir com polígonos, permitindo indicar uma aresta ou face, mostrar a planificação dessa figura, mostra a fórmula que calcula a área da representação, dividi-la em planos, dentre outros conteúdos que possam auxiliar nas aulas de Geometria. Outra possibilidade do uso do GeoGebra 3D é que aliada a uma impressora 3D, pode-se criar modelos reais representados a partir das construções realizadas na plataforma, contribuindo na produção de material que possa ser utilizado posteriormente.

2.3 Cálculo de Área e Volume de prismas, pirâmides e corpos redondos: abordando a aplicação!

Um dos conteúdos que são abordados com certa frequência durante a 3ª série do Ensino Médio e o cálculo de Áreas e de Volumes de Prismas, Pirâmides, Corpos redondos, dentre outras. O Volume pode ser definido como: o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupado. Para exprimir essa "quantidade de espaço" através de um número, devemos compará-la com uma unidade; e o resultado dessa comparação será chamado de volume. (LIMA et al., 1996).

Percebe-se que tal conteúdo está presente, não somente a sala de aula como podemos nos deparar em avaliações para concursos, olimpíadas de matemática e exames de nível nacional. A seguir abordaremos algumas noções sobre o Área e volume de algumas figuras.

2.3.1 Princípio de Cavalieri

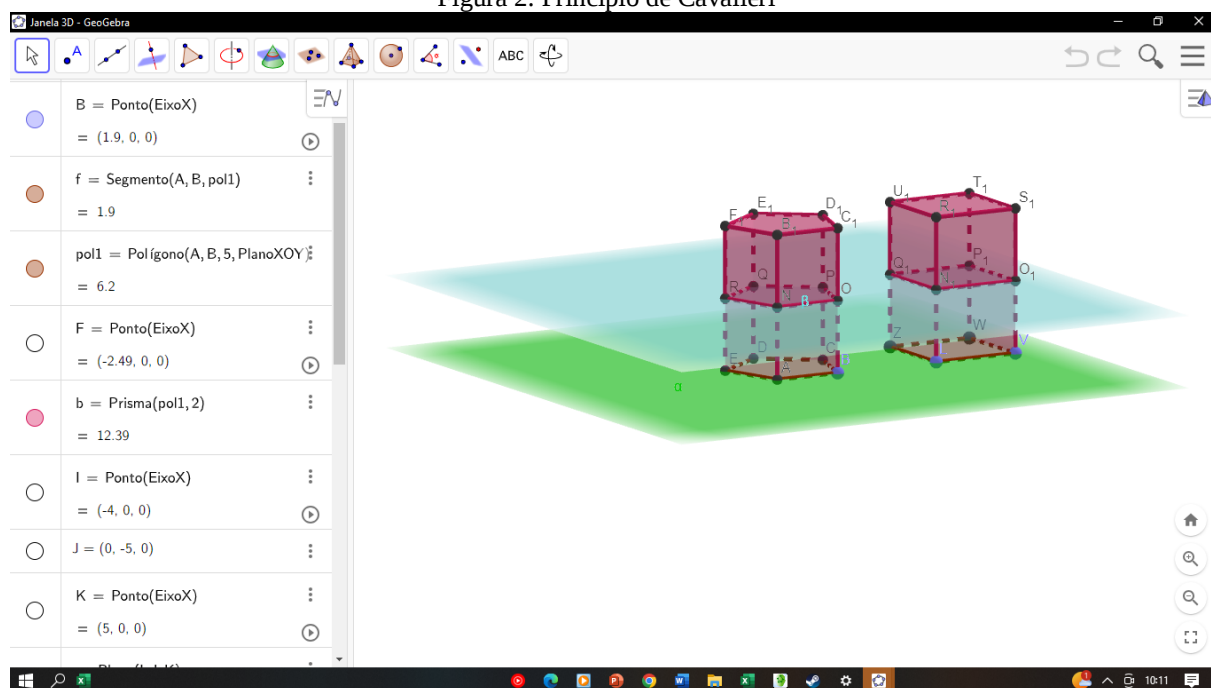
Calcular a Área e Volume de um sólido em muitos casos torna-se algo um pouco mais trabalhoso, principalmente em casos de figuras não regulares. O Matemático italiano, Bonaventura Cavalieri (1598-1647), desenvolveu um método mais simplificado para calcular a quantidade de espaço ocupado por um sólido. De acordo com o historiador Eves, H. (208, p. 425).

[...] o tratado de Cavalieri é longo demais e pouco claro, sendo difícil até descobrir o que ele entendia por indivisível. Tudo indica que um indivisível de uma porção plana dada é uma corda dessa porção e um indivisível de um sólido dado é uma secção desse sólido. Considera-se que uma porção plana seja formada de uma infinidade de cordas paralelas e que um sólido seja formado por uma infinidade de secções planas paralelas. Então, argumentava Cavalieri, fazendo-se deslizar cada um dos elementos do conjunto das cordas paralelas de uma porção plana dada ao longo de seu próprio eixo,

de modo que as extremidades das cordas ainda descrevam um contorno contínuo, a área da nova porção plana é igual à da original, uma vez que ambas são formadas das mesmas cordas. Um procedimento análogo com os elementos do conjunto das secções planas paralelas de um sólido dado fornecerá um outro sólido com o mesmo volume do original (este último resultado pode ser ilustrado claramente formando-se uma pilha vertical de cartas e depois deformando suas laterais transformando-as em superfícies curvas; o volume evidentemente não se altera com essa deformação). Esses resultados, ligeiramente generalizados, fornecem os chamados Princípios de Cavalieri. (Eves, H., 2008 p. 425 e 426)

De maneira mais sintetizada o princípio de Cavalieri, menciona que, dados dois sólidos cortados em várias fatias muito finas e próximas umas das outras e possuindo a mesma altura, tomando duas fatias correspondentes a uma mesma área, ambas terão aproximadamente volumes iguais.

Figura 2: Princípio de Cavalieri



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

De acordo com a definição do princípio de Cavalieri, sejam dois sólidos cortados em várias fatias muito finas e próximas umas das outras e possuindo a mesma altura, tomando duas fatias correspondentes a uma mesma área, ambas terão aproximadamente volumes iguais. Quanto mais finas e próximas as fatias ficam. Tomando o volume de cada sólido a soma dos volumes de suas fatias, podemos dizer que ambos os sólidos possuem volumes iguais. O seguinte axioma traduz o raciocínio.

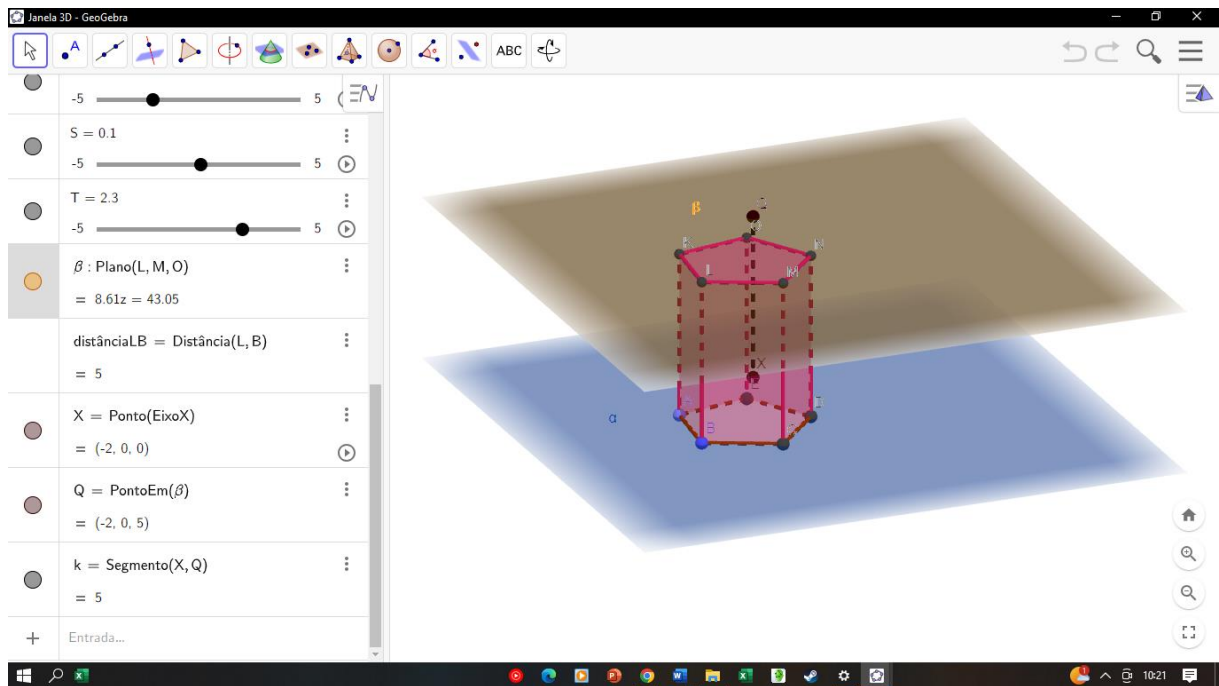
Axioma: *Sejam dois sólidos e um plano α . Se todo plano paralelo a α secciona ambos os sólidos segundo figuras de mesma área, consequentemente esses sólidos possuíram o mesmo volume.* (Lima et al., 1996).

Tal princípio será de grande valia para o desenvolvimento dos tópicos a seguir.

2.3.2 Prismas

Um Prisma pode ser definido como “prisma (ou prisma convexo) à reunião de todos os segmentos congruentes e paralelos a PQ, com uma extremidade nos pontos do polígono e situados num mesmo semiespaço dos determinados por α ”. (Dolce; Pompeo, 2013). Ilustrado na figura a seguir

Figura 3: Prisma Pentagonal



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

As faces laterais de um prisma são conhecidas como paralelogramos. A nomenclatura dos prismas segue de acordo a quantidade de lados presentes em suas bases. Um exemplo, caso o prisma tenha suas bases no formato de triângulos, o mesmo receberá a nomenclatura de prisma triangular, caso suas bases possuam 4 lados, teremos um paralelepípedo, e assim por diante.

Para determinar a área do prisma de acordo com Dolce e Pompeo (2013) “[...] a área total ($A.t.$) de um prisma é a soma das áreas das faces laterais ($A.l.$) com as áreas das bases (duas bases)”.

Inicialmente faz-se necessário calcular as áreas laterais, seja a área lateral (A_l) dada pela soma das faces laterais. Tomando um prisma de aresta lateral “ a ” e $l_1, l_2, \dots, l_n$ medidas de lados das seções retas. Cada face lateral é um paralelogramo de base a e altura igual a essa seção. Daí:

$$A_l = al_1 + al_2 + \dots + al_n = \underbrace{\{l_1 + l_2 + \dots + l_n\}}_{2p} \cdot a \quad (1)$$

$$A_l = 2p \cdot a \quad (2)$$

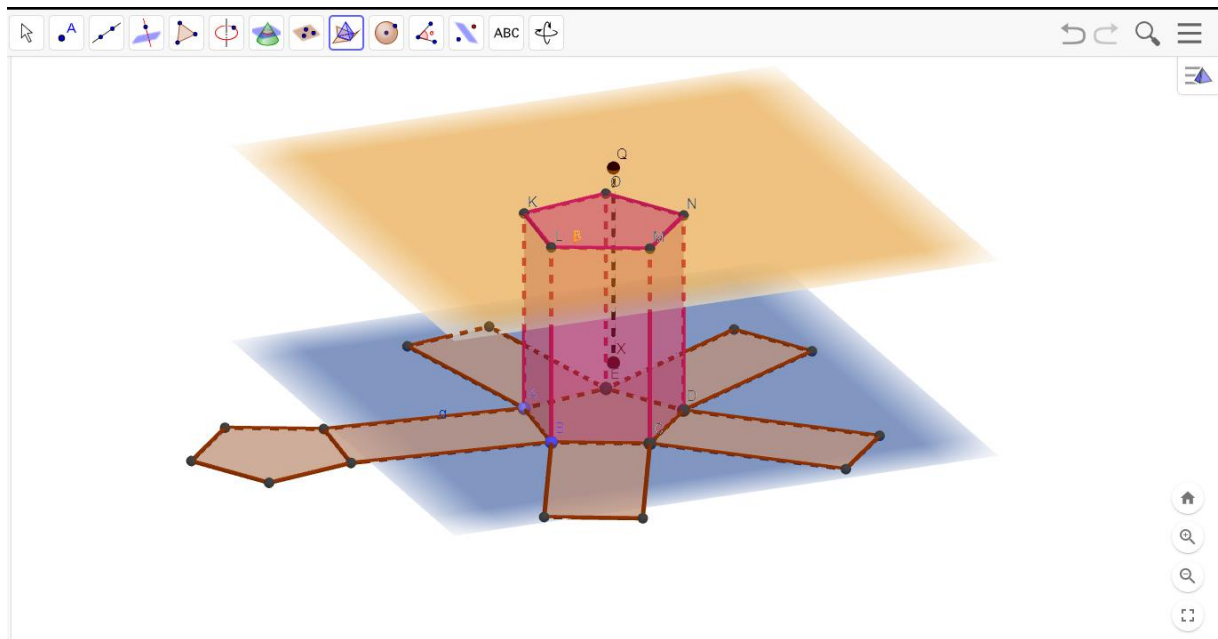
Onde $2p$ é a medida do perímetro da seção reta e a é a medida da aresta de lado.

Substituindo A_l por (2) a área total do prisma é definida por:

$$A_t = A_l + 2B \Rightarrow A_t = 2p \cdot a + 2B \quad (3)$$

Onde B é a área de uma base. A ferramenta de planificação ajuda a compreender a melhor o conceito de área. Tomando o prisma da Figura 3, para exibir sua planificação

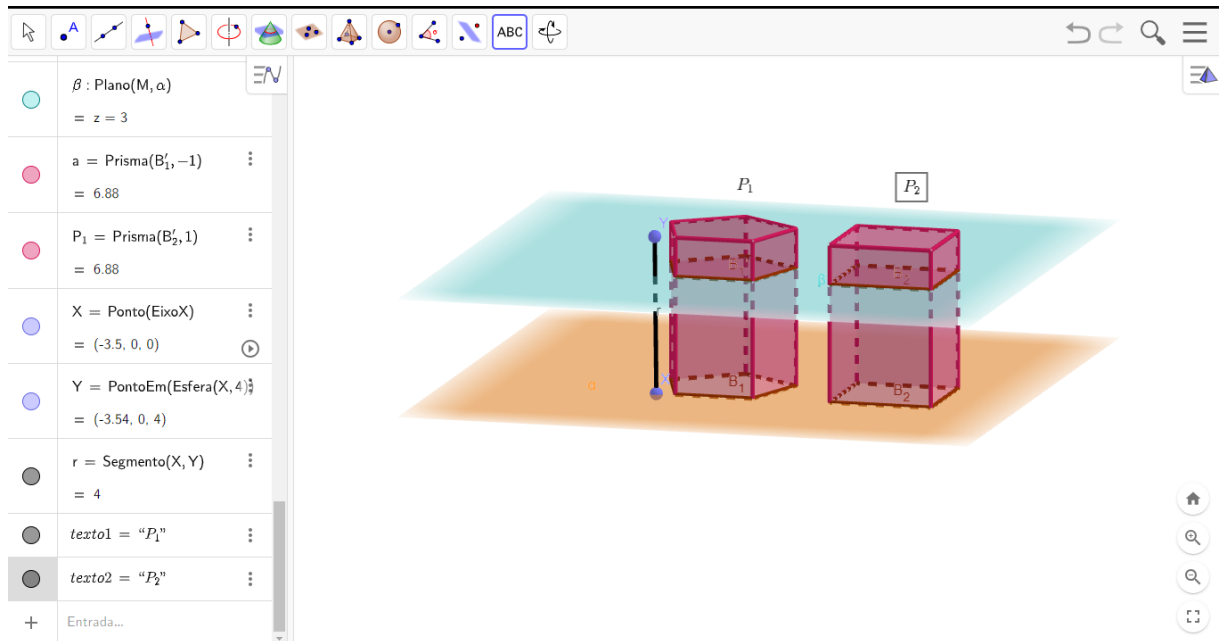
Figura 4: Planificação do Prisma



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

O volume de um prisma pode ser definido como “o produto da área da base pela altura”. Para verificar tal argumento podemos utilizar o Princípio de Cavalieri.

Figura 5: Demonstração do Volume de um Prisma



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

Vamos supor que os dois sólidos possuem suas faces contidas no plano α e estão em um semiespaço determinados por esse plano. Daí qualquer plano β que seja paralelo a α que secciona P_1 , também secciona P_2 e as seções das faces B_1 e B_2 possuem áreas iguais já que são congruentes as suas respectivas bases. Ou seja:

$$(B'_1 = B_1, B'_2 = B_2 = B) \Rightarrow B'_1 = B'_2 \quad (4)$$

Pelo que foi visto sobre o princípio de Cavallieri o Prisma P_1 e o paralelepípedo P_2 possuem o mesmo volume, assim podemos concluir que:

$$V_{P_1} = V_{P_2} \quad (5)$$

Daí sabendo que

$$V_{P_2} = B_2 h \Rightarrow V_{P_2} = B \cdot h \quad (6)$$

E como determinado em (5), conclui-se que

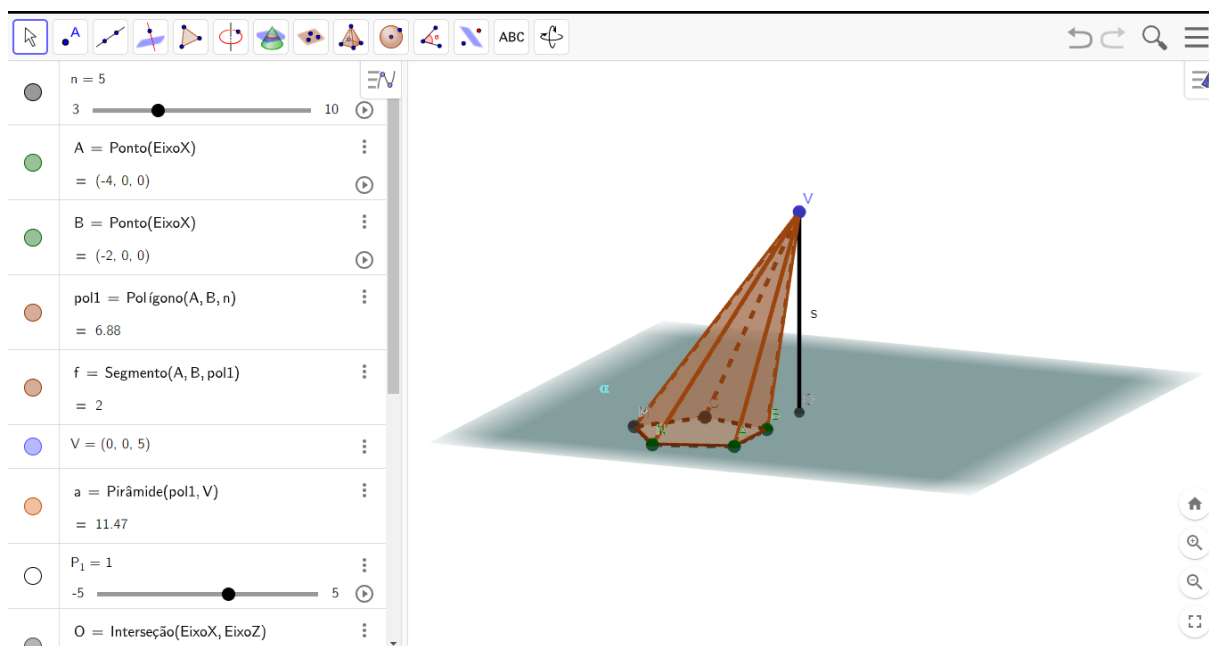
$$V = B \cdot h \quad (7)$$

2.3.3 Pirâmides

Uma pirâmide pode ser definida como “[...] à reunião dos segmentos com uma extremidade em V e a outra nos pontos do polígono. V é o vértice, e o polígono $ABC \dots MN$ e

a base da pirâmide.” (Dolce; Pompeo, 2013, p.178). Em outras palavras, um dado polígono ABC...N contida em um plano α e um ponto V que não está contido em α , uma pirâmide é determinada pelos segmentos com uma extremidade nos pontos do polígono até o vértice V.

Figura 6: Pirâmide



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

A altura de uma pirâmide pode ser representada pela reta (s) que parte do seu vértice até o plano que contém sua base. Sua superfície lateral é a união de todas as faces laterais, a área dessa superfície é denominada por Área Lateral (A_l) superfície total ou Área Total (A_t) é a reunião da superfície da base com a superfície lateral. Sua nomenclatura, assim como o prisma, é nomeada de acordo com o formato de sua base.

Quadro 1: Nomenclatura de pirâmides

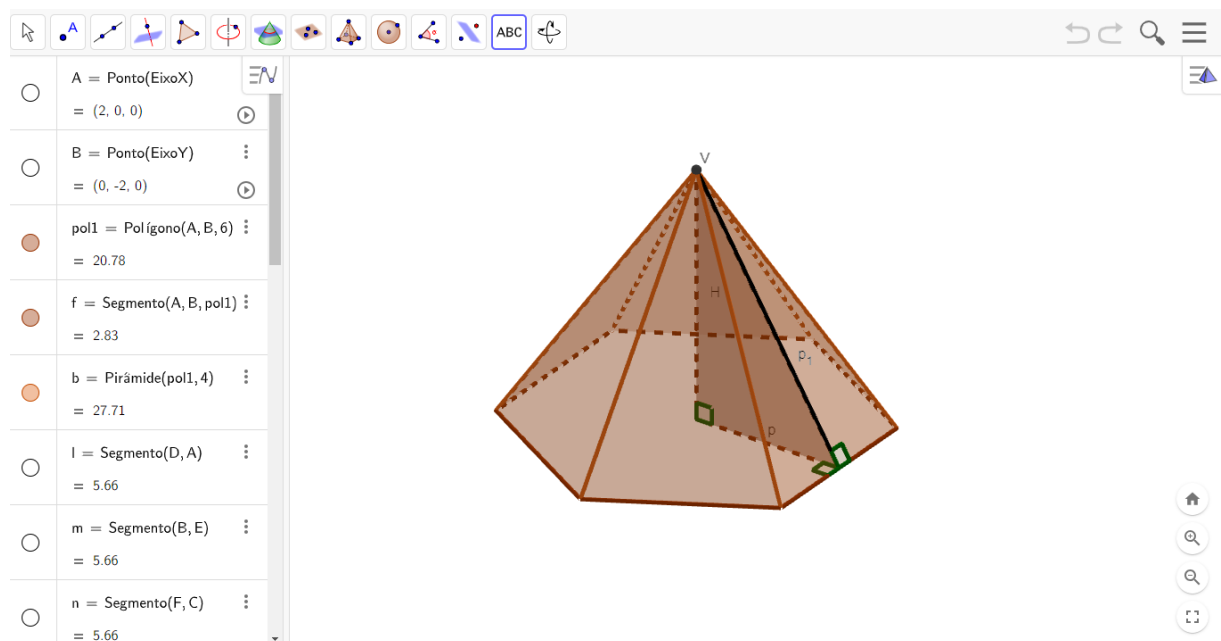
Quantidade de lados	Nomenclatura
3	Triangular
4	Quadrangular (ou quadrada)
5	Pentagonal
6	Hexagonal
...	...
n- lados	n-agonal

Fonte: Elaboração Própria (2024)

Uma pirâmide pode ser classificada em regular ou não regular, o que determina tal característica é se sua base possui um formato de polígono regular, consequentemente, a projeção ortogonal do vértice se encontra no centro da base da pirâmide. Em consequência, as arestas laterais são congruentes e suas faces são triângulos isósceles também congruentes.

Outro elemento importante no estudo das pirâmides é o apótema, na qual pode ser definido como “[...]a altura relativa ao lado da base de uma face lateral” (Dolce; Pompeo, 2013, p.179), representada na figura a seguir.

Figura 6: Pirâmide regular

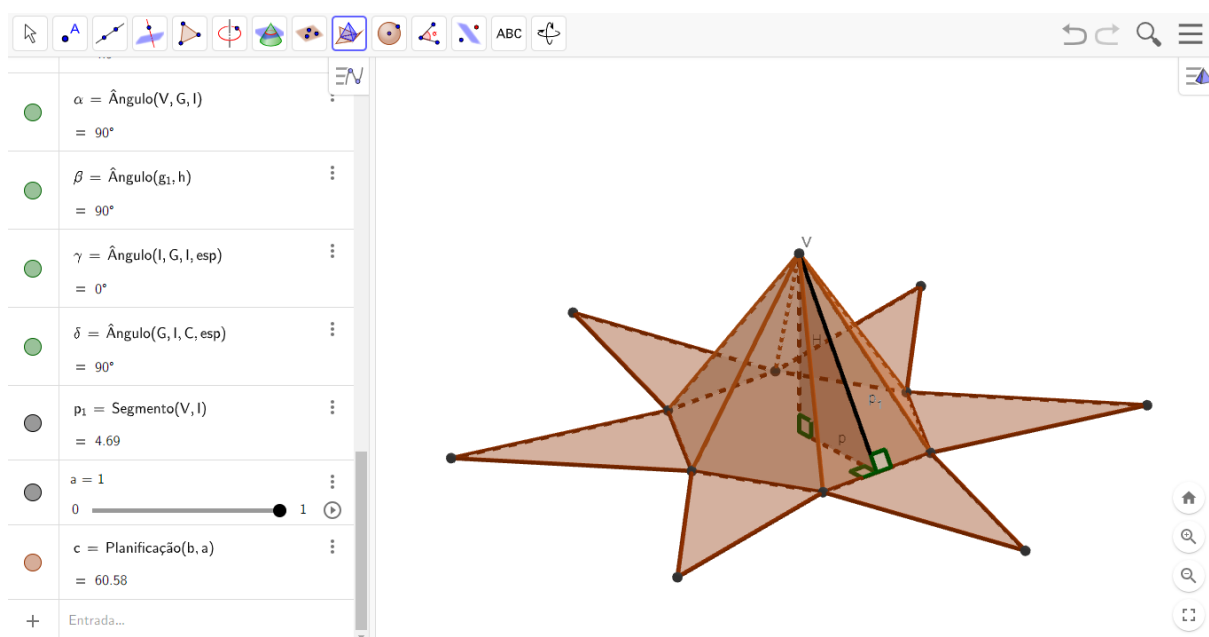


Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

Ou seja, de acordo com a figura 6 o apótema (p_1) é o segmento do ponto médio da aresta de uma das bases até o vértice da pirâmide. Um exemplo de pirâmide cuja sua aplicação possa auxiliar no estudo do volume das pirâmides é um tetraedro, que nada mais é do que uma pirâmide de base triangular.

De forma semelhante ao que é visto no prisma, a área total de uma pirâmide é a soma das áreas laterais com a área de sua base. Sua área lateral A_l é delimitada pela soma da área de todos os triângulos que compõem suas faces laterais. Observando a planificação da pirâmide representada na figura 5.

Figura 6: Planificação da pirâmide regular



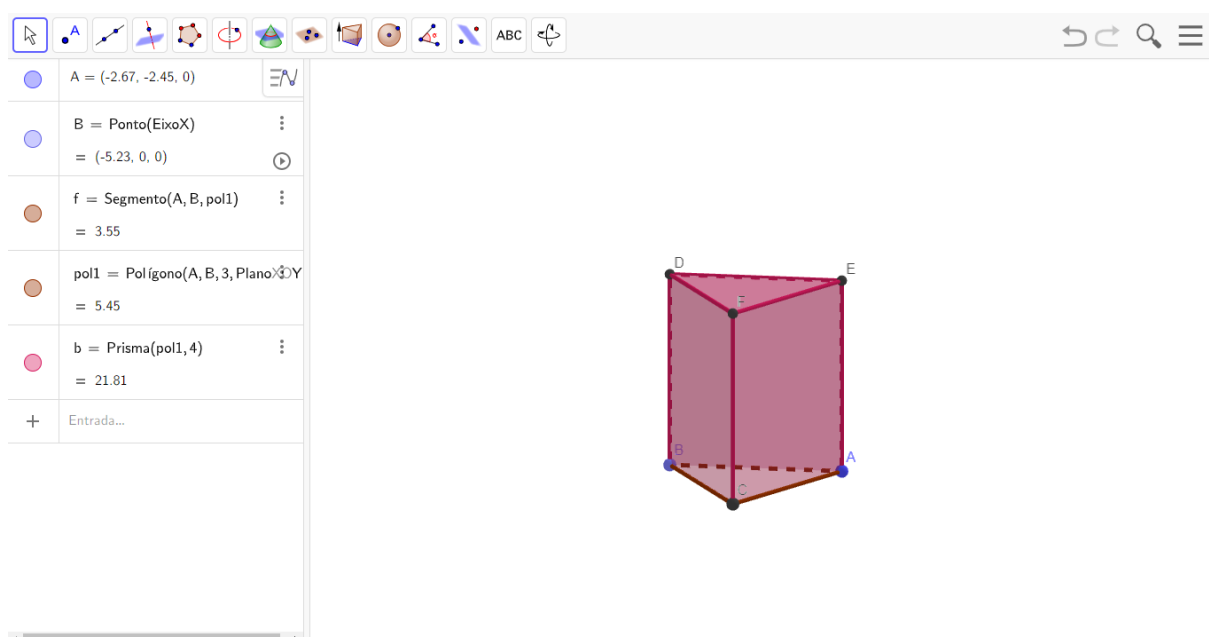
Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

Um exemplo de pirâmide cuja sua aplicação possa auxiliar no estudo do volume das pirâmides é um tetraedro, que nada mais é do que uma pirâmide de base triangular. Vamos utilizá-lo para compreender o conceito de volume de pirâmides.

Teorema: Todo prisma triangular é a soma de três pirâmides triangulares que possuem volumes iguais.

Para demonstração, tomemos um prisma triangular ABCDEF (figura 7).

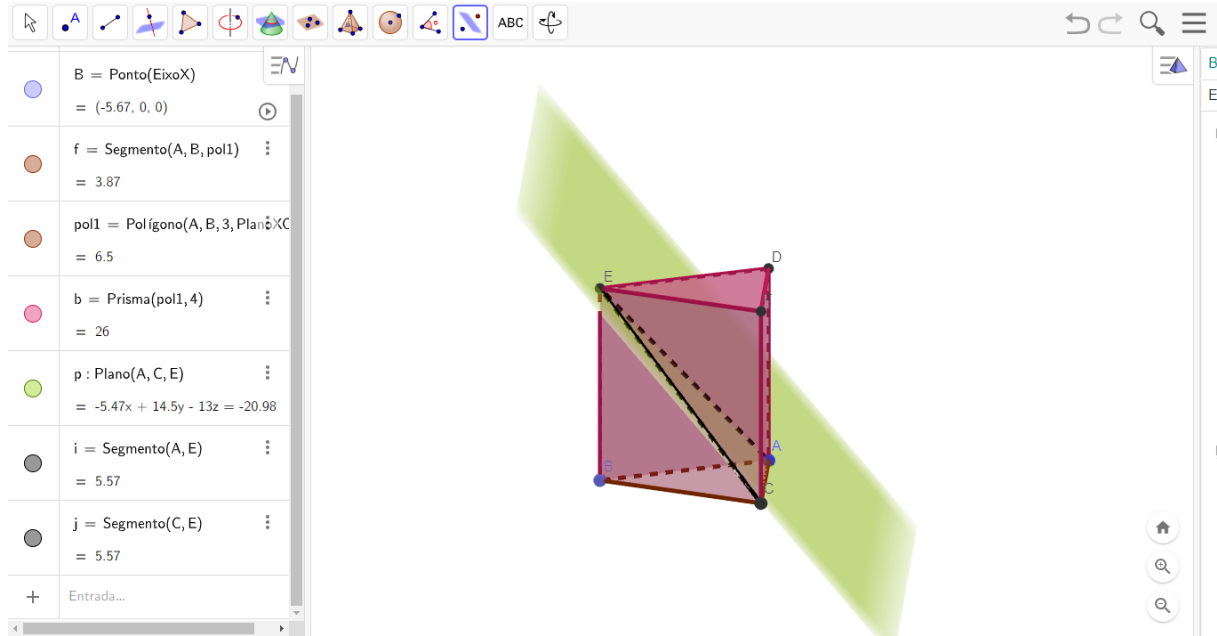
Figura 7: Prisma triangular



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

Cortando o prisma pelo plano (A, C, E), obtemos o tetraedro $T_1 = E(ABC)$ e a pirâmide quadrangular $E(ACFD)$ (figura 8).

Figura 8: Prisma Triangular cortado pelo plano (A,C,E)



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

Daí cortando a pirâmide $E(ACDF)$ pelo plano CDE encontraremos o tetraedro $T_2 = C(DEF)$ e $T_3 = E(ACD)$

Ou seja

$$\text{Prisma } ABCDEF = T_1 + T_2 + T_3 \Rightarrow V_{\text{prisma}} = V_{T_1} + V_{T_2} + V_{T_3} \quad (8)$$

E ainda se percebe que as pirâmides $T_1 = E(ABC)$ e $T_2 = C(DEF)$ possuem volumes iguais já que suas bases são congruentes e a mesma altura entre elas e o prisma. Ou seja

$$V_{T_1} = V_{T_2} . \quad (9)$$

Ainda percebemos que a pirâmide $T_2 = E(CDF)$ e $T_3 = E(ACD)$ possuem volumes iguais, pois ambas as bases dessas pirâmides são congruentes e mesma altura. Portanto

$$V_{T_2} = V_{T_3} \quad (10)$$

Ou seja, de (9) e (10) verifica-se que

$$V_{T_1} = V_{T_2} = V_{T_3} \quad (11)$$

Pelo teorema anterior tomando B a base e h a medida da altura do prisma triangular (Figura 7). Veremos que B , corresponde a área da base e h a medida do tetraedro T_1 . Pelo enunciado do teorema anterior:

$$\begin{aligned} V_{T_1} + V_{T_2} + V_{T_3} &= V_{\{prisma\}} \Rightarrow \\ 3V_T &= Bh \Rightarrow V_T = \frac{1}{3}Bh \end{aligned} \quad (12)$$

Para pirâmides de n lados, seja sua base B e altura h , Tal pirâmide é a soma de $(n - 2)$ tetraedros. Ou seja

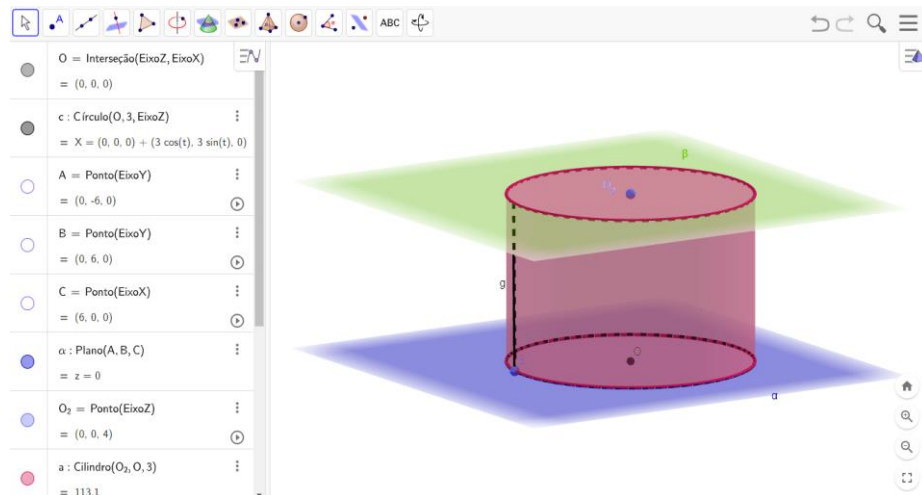
$$\begin{aligned} V + V_{T_1} + V_{T_2} + \dots + V_{T_{n-2}} &\Rightarrow V = \frac{1}{3}B_1h + \frac{1}{3}B_2h + \dots + \frac{1}{3}B_{n-2}h \Rightarrow \\ &\Rightarrow V \frac{1}{3}(B_1 + B_2 + \dots + B_{n-2})h \\ &\Rightarrow V = \frac{1}{3}Bh \end{aligned} \quad (13)$$

Portanto, conclui-se que o volume de uma pirâmide equivale a um terço do produto da área de sua base (B) pela sua altura (h).

2.3.4 Corpos Redondos

Aqui abordaremos sobre o estudo de dois tipos de corpos redondos, cilindros e cones. Para definição de um cilindro, consideremos dois planos paralelos α e β , em α existe uma circunferência de centro O e raio r e uma outra circunferência de mesma medida contida no plano β , um cilindro é formado pela união de segmentos que partem da circunferência contida em α para a circunferência contida em β como podemos ver representação a seguir.

Figura 9: Cilindro



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

A partir da figura 9 podemos identificar os elementos do cilindro. Suas bases são os círculos congruentes que estão contidos em dois planos paralelos. A Geratriz (g) é o segmento de reta que parte da circunferência de α para a circunferência contida em β e a altura h que pode ser compreendida como a distância entre os de suas bases.

Para determinar sua área total (A_t) o cilindro precisamos verificar a medida de sua área lateral e de suas bases. A superfície lateral do cilindro é igual a de um retângulo com dimensões equivalentes ao comprimento da circunferência de sua base e a altura do cilindro.

Seja o comprimento da Circunferência (C) determinado por:

$$C = 2\pi r$$

E a superfície lateral definida por

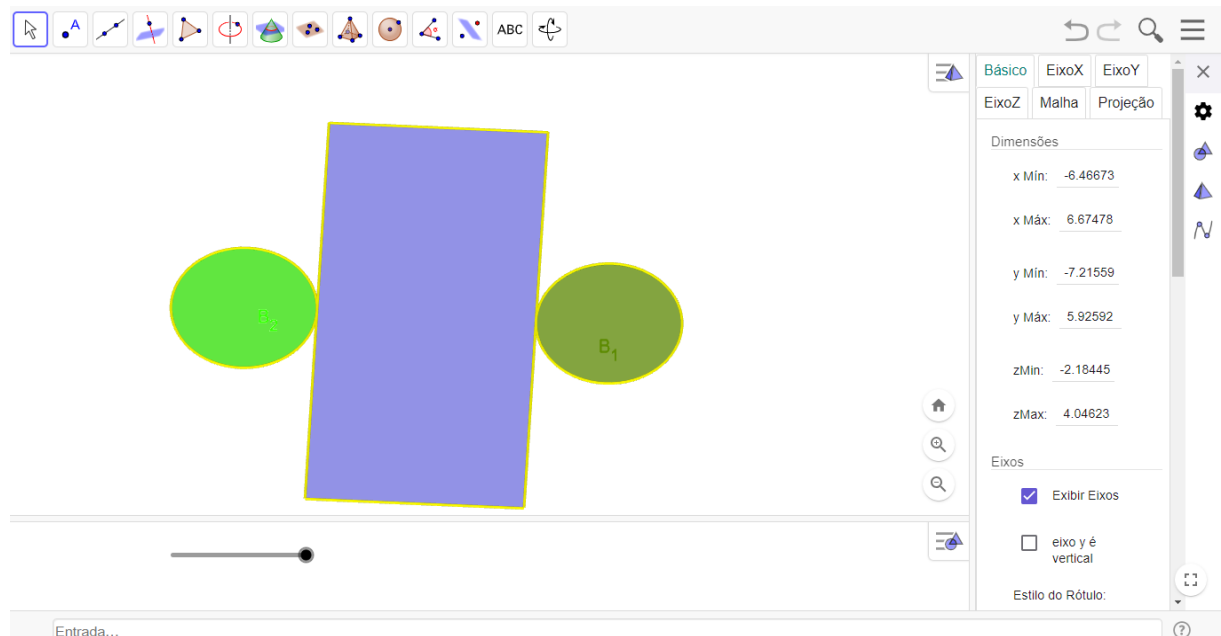
$$A_l = Ch$$

Temos:

$$A_l = 2\pi r h \quad (14)$$

Com a planificação do cilindro podemos ter uma visualização melhor da aplicação de (14)

Figura 10: Planificação do cilindro



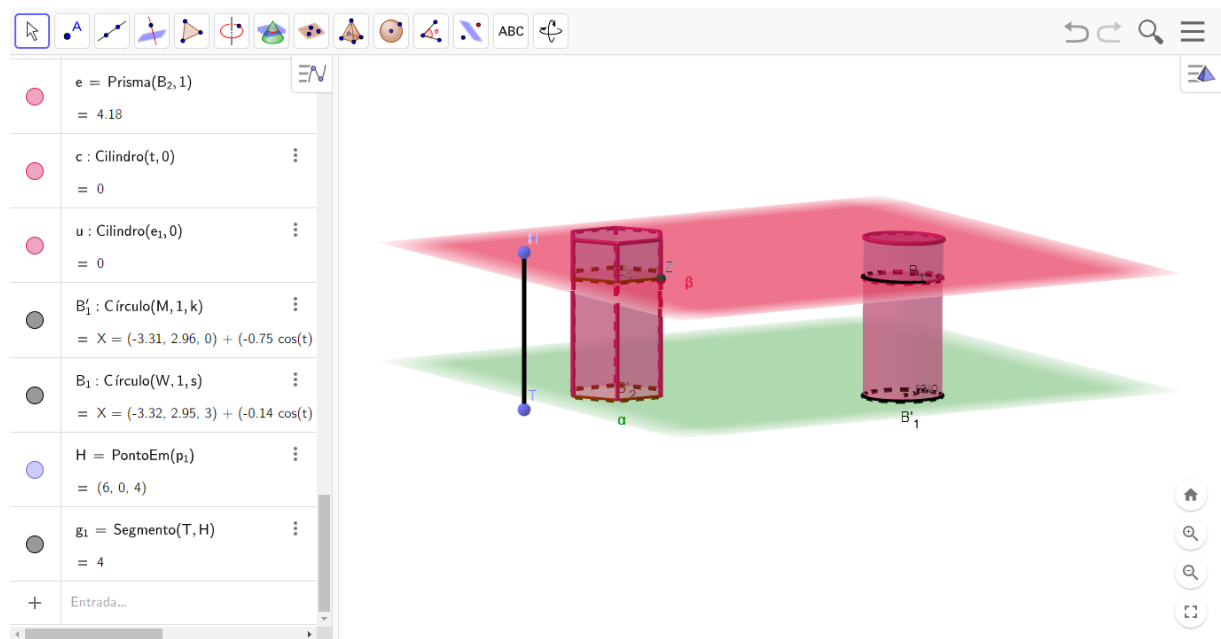
Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

A área total de um cilindro é determinada pela soma da área lateral A_l e a área das duas circunferências (B) que são as bases (a área da circunferência é denotada por $B = \pi r^2$), daí temos:

$$\begin{aligned} A_t &= A_l + 2B \\ A_t &= 2\pi r h + 2\pi r^2 \\ A_t &= 2\pi r(h + r) \end{aligned} \quad (15)$$

Utilizaremos novamente o princípio de Cavalieri para determinar o volume do cilindro. Seja h a altura $B_1 = B$ e um prisma de altura h e de base $B_2 = B$ (sendo que ambas as figuras possuem alturas congruentes e bases equivalentes. Ainda vamos supor que ambos os sólidos possuem suas bases em um plano α e estão em um dos semiespaços, determinados pelo plano α .

Figura 11: Volume do cilindro



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

Seja quaisquer planos β paralelo a α que secciona o cilindro e o prisma e as seções (B'_1 e B'_2) possuem áreas equivalentes, pois as respectivas bases são congruentes. Ou seja:

$$(B'_1 = B_1, B'_2 = B_2, B_1 = B_2 = B) \Rightarrow B'_1 = B'_2 \quad (16)$$

Pelo Princípio de Cavalieri, o volume do cilindro (V_c) e o volume do prisma (V_p) possuem volumes equivalentes. Temos que:

$$V_c = V_p$$

Como $V_p = B_2 h \Rightarrow V_p = Bh$, e

$$V = Bh \quad (17)$$

Portanto, conclui-se que o volume de um cilindro é o produto entre a área da base e a altura.

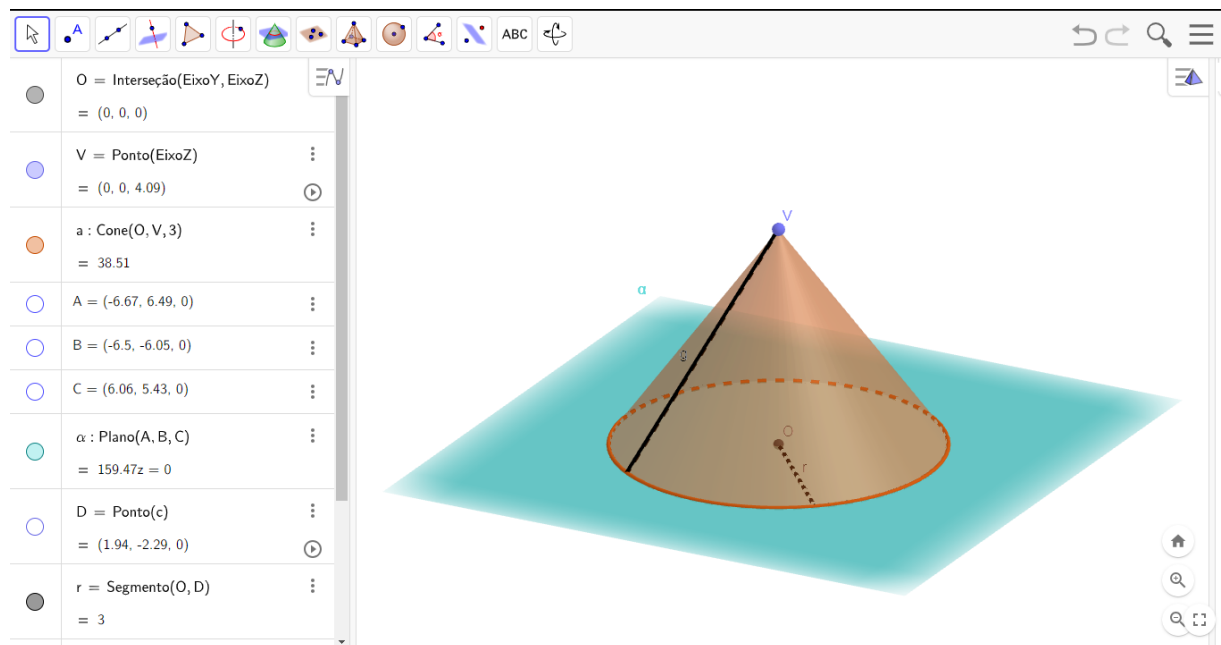
Como a base B é uma circunferência e sua área é determinada por $B = \pi r^2 h$ e substituindo em (17). Chegamos a

$$V = \pi r^2 h \quad (18)$$

Concluindo nossa análise sobre a área e volume de figuras tridimensionais, aqui trataremos sobre o cone.

Definição: Considere um círculo de centro O e raio r contido em um plano α e um ponto V que não está contido em α . Determina-se um cone como a reunião dos segmentos de reta que partem dos pontos do círculo até o ponto V .

Figura 12: Cone



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

Os elementos presentes no cone são; uma base circular de centro em O e raio r , as geratrizes g que ligam a base até o vértice V e a altura que se trata da distância entre o vértice e o plano de sua base.

Para determinar a área total precisamos determinar primeiramente sua área lateral. A superfície lateral de um cone circular reto ou cone de revolução de raio r e geratriz g equivale ao setor circular de raio g e comprimento do arco $2\pi r$.

Ou seja, a areal lateral é um setor circular onde seu raio corresponde a g e comprimento do arco $2\pi r$.

Tomemos θ como o angulo do setor circular, daí

$$\theta = \frac{2\pi r}{g} \quad \text{ou} \quad \theta = \frac{360r}{g} \text{ graus}$$

A área lateral do cone pode ser calculada usando uma regra de três simples:

Comprimento do arco Áreas do setor

$$\begin{array}{ccc} 2\pi g & \text{-----} & \pi g^2 \\ & & \Rightarrow A_l = \frac{2\pi r \cdot \pi g^2}{2\pi g} \Rightarrow A_l = \pi r g \\ 2\pi r & \text{-----} & A_l \end{array} \quad (19)$$

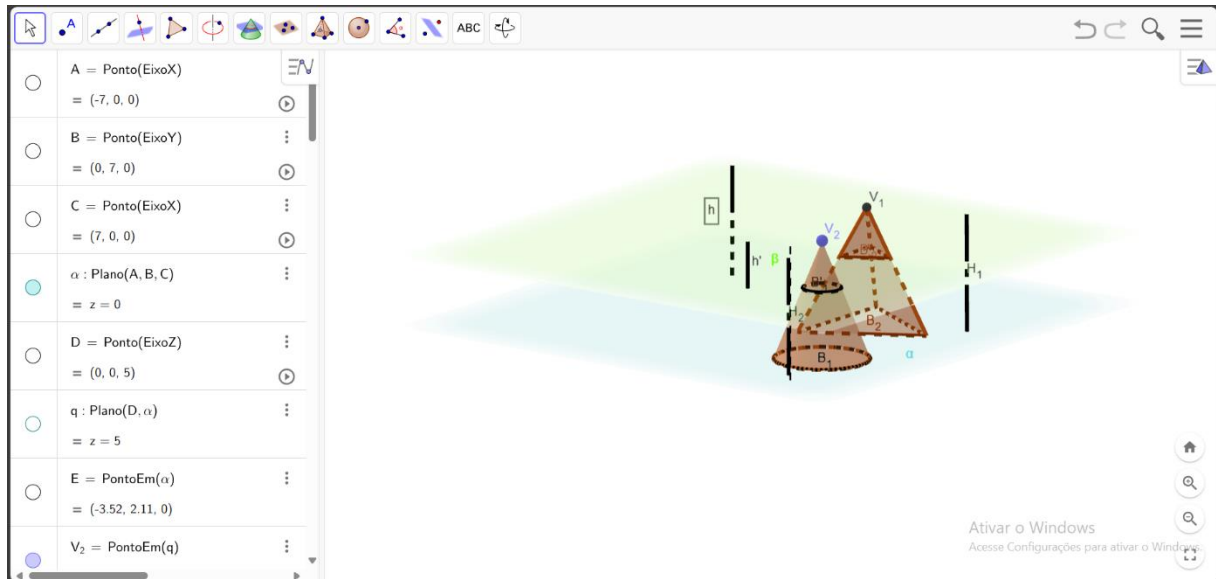
Seja a área total denotada pela a área lateral acrescida da área da base e a área da base B uma circunferência de área $B = \pi r^2$, logo

$$A_t = A_l + B \Rightarrow A_t = \pi r g + \pi r^2 \Rightarrow A_t = \pi r(g + r) \quad (20)$$

Para determinar o volume vamos utilizar o princípio de Cavalieri. Consideremos um cone com altura $H_1 = h$ e área da base $B_1 = B$ e um tetraedro de altura $H_2 = h$ e área da base $B_2 = B$ (onde o cone e o tetraedro possuem bases e alturas equivalentes).

Observando a figura 13, suponha que ambos os sólidos possuem suas bases em um plano α e que os vértices se encontram em um mesmo semiespaço dos determinados por α .

Figura 13: Volume do Cone



Fonte: Elaboração a partir do GeoGebra (2024)

Seja um plano secante β paralelo a α , a uma distância h' dos vértices que seccionam ambos os sólidos, e sendo as áreas dessas seções B'_1 e B'_2 , respectivamente, temos:

$$\left(\frac{B'_1}{B_1} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2, \frac{B'_2}{B_2} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2\right) \Rightarrow \frac{B'_1}{B_1} = \frac{B'_2}{B_2} \quad (21)$$

Como $B_1 = B_2 = B$, implica que $B'_1 = B'_2$.

Pelo Princípio de Cavalieri, o volume do cone (V_c) e o volume do tetraedro (V_t), são equivalentes.

Como $V_t = \frac{1}{3}B_2h$, ou seja $V_t = \frac{1}{3}Bh$, e $V_c = \frac{1}{3}Bh$, ou de forma resumida

$$V = \frac{1}{3}Bh \quad (22)$$

Com isso, concluímos pelo Princípio de Cavalieri que o volume de um cone é um terço do produto entre a área da base e a altura.

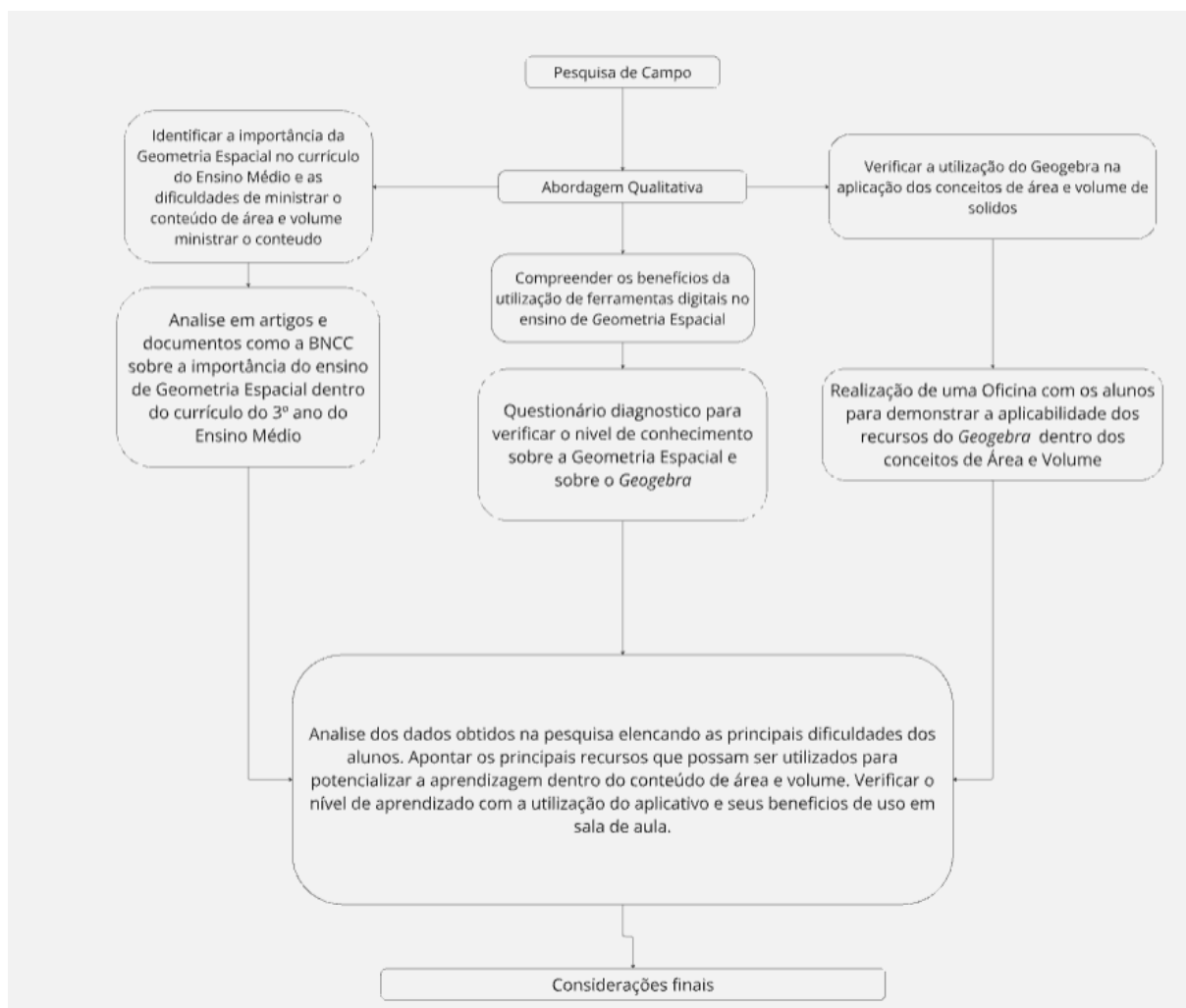
Como a base (B) de um cone é uma circunferência, onde sua área é denotada por $B = \pi r^2$, substituindo B em (22), chegamos a:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \quad (23)$$

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

A presente pesquisa está estruturada de acordo com o percurso metodológico, apresentado no esquema a seguir, visando uma melhor compreensão das etapas realizadas.

Figura 15: Desenho metodológico da pesquisa



Fonte: Elaboração Própria (2024)

O presente estudo consiste em uma pesquisa de campo que na concepção de Marconi e Lakatos (2003),

[...] é aquela utilizada com o objetivo de conseguir informações e/ou conhecimentos acerca de um problema, para o qual se procura uma resposta, ou de uma hipótese, que se queira comprovar, ou, ainda, descobrir novos fenômenos ou as relações entre eles. (Marconi, Lakatos, 2003 p.186)

Com abordagem qualitativa que na concepção de Creswell(2007, p.186) chama atenção para o fato de que, na perspectiva qualitativa, o ambiente natural é a fonte direta de dados e o pesquisador, o principal instrumento, sendo que os dados coletados são predominantemente descritivos.

A pesquisa dividiu-se em três fases, a saber. Primeiramente foi realizado um levantamento bibliográfico em Artigos, Repositórios e Revistas acerca da Geometria Espacial trazendo um breve percurso, sua importância no currículo do Ensino Médio e uma contextualização dos problemas encontrados na abordagem desse conteúdo nas aulas de Matemática, na revisão bibliográfica em artigos encontrados no portal de periódicos da CAPES e na plataforma *Google Acadêmico*.

Posteriormente, foi feita uma análise sobre as dificuldades enfrentadas por 30 alunos da 3ª série do Ensino Médio da Unidade Escolar Gervásio Costa, de Barras-PI, por meio de formulário eletrônico *Google forms* para diagnosticar principais competências e habilidades encontradas, bem como as fragilidades relacionadas sobre o conteúdo de Área e Volume, e uma lista de exercícios para os alunos, abordando os conteúdos de elementos, volume, área, de prismas, pirâmides e corpos redondos, para diagnosticar o grau de entendimento dos(as) alunos(as) sobre o assunto. Os dados coletados foram organizados em gráficos e interpretados.

Em seguida, foi feito um levantamento dos recursos disponíveis na ferramenta GeoGebra em sua versão *mobile* é realizar uma oficina da ferramenta, demonstrando os recursos que podem auxiliar no ensino da Geometria Espacial, e ao fim realizar outro teste com os(as) alunos(as) para verificar se o uso do GeoGebra ampliou o nível de conhecimento acerca do assunto.

Desta forma, todos os dados coletados nas três fases da pesquisa foram analisados e com isso verificar se o GeoGebra 3D, melhora o nível de aprendizagem dos(as) estudantes e compreender a melhora no método de ensinar a Geometria Espacial dos(as) professores(as).

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE DADOS

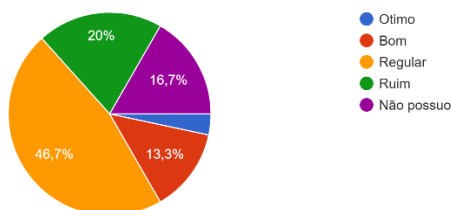
a) A relevância da Geometria Espacial no currículo do Ensino Médio e suas principais dificuldades.

Inicialmente foi aplicado um questionário para avaliar o acesso as tecnologias e o nível de conhecimento sobre a Geometria espacial, e os principais tópicos que os 30 alunos sentiram dificuldade.

Gráfico 1: Nível de conhecimento em Geometria Espacial

3) Qual o seu nível de conhecimento em Geometria Espacial?

30 respostas



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Ao verificar o nível de aprendizado em Geometria Espacial, apenas 1 aluno (3,3%) classificou seu nível como ótimo, ou seja possui conhecimentos na área e sabe utilizar cada um deles, 4 alunos (13,3%) apresentam um conhecimento “Bom”, ou seja, que já viram o conteúdo anteriormente e compreenderam alguns dos principais assuntos abordados no contexto da Geometria Espacial, 14 alunos (46,7%) ou seja a maioria, classifica seus conhecimentos como regulares, 6 alunos (20%) se avaliam com um conhecimento “Ruim”, isto é, que apresentaram dificuldades significativas e 5 alunos (16,7%) afirmaram que não tiveram conhecimentos sobre o assunto, ou seja, tiveram deficiências graves de aprendizado da Geometria Espacial.

Tabela 1: Principais dificuldades apresentadas

PRINCIPAIS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS	
Noções primitivas (ponto, reta e plano)	5 alunos
Dificuldade de visualização e interpretação de figuras	16 alunos
Área e volume	4 alunos
Outras dificuldades	3 alunos
Não apresentaram dificuldades	6 alunos
TOTAL	30 alunos

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Ao abordar as principais dificuldades encontradas no estudo da Geometria Espacial 16 alunos apresentaram dificuldades em visualizar e interpretar as imagens dos sólidos em 2 dimensões, o que pode indicar a falta de percepção geométrica. A segunda dificuldade indicada pelos alunos foi relativa as noções primitivas (ponto, reta e plano), demonstrada por 5 alunos, o que pode ser um indicativo de alerta, pois a dificuldade de aprendizagem em conceitos básicos afeta todo o aprendizado da GE. Área e Volume foram indicados por 4 alunos, e isso se deve ao fato de que o cálculo de Área e Volume utilizar conceitos de Álgebra como uso das noções de razão e proporção, uso das propriedades de radiciação, dentre outras. Seis alunos não apresentaram dificuldades. Quanto a opção outros, remete-nos a 3 alunos que informaram as

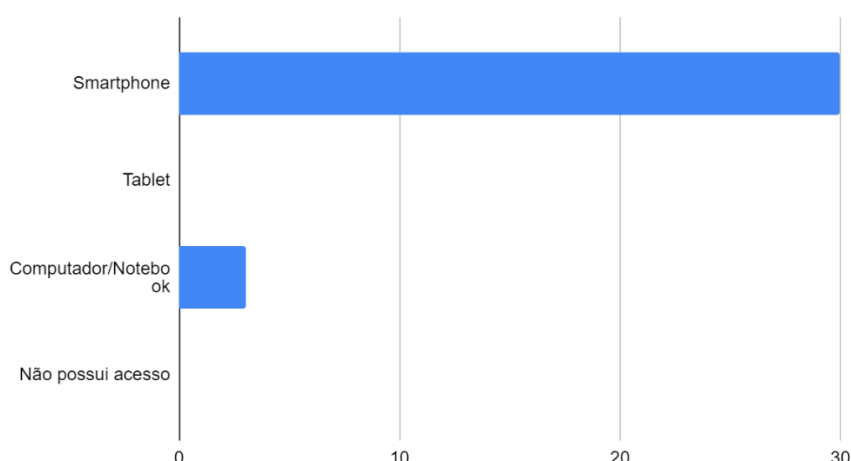
seguintes respostas: “não temos aulas desse conteúdo” e “estou conhecendo agora”, ou seja, não possuíam nenhum contato com a GE em qualquer etapa do ensino. Esses dados indicam uma deficiência considerável dos alunos em relação ao tópico de GE, desde as noções primitivas, o que pode ser resultado de um ensino onde o aluno obteve pouca ou nenhuma assistência pedagógica e didática em seu processo de aprendizagem.

b) Os benefícios na utilização de tecnologias no ensino de Matemática

As tecnologias atualmente possuem uma enorme presença não somente na vida cotidiana, mas em muitas etapas de ensino ela é utilizada. De acordo com o que foi levado aos alunos sobre o acesso das tecnologias, o gráfico 3 mostra o como eles acessam esse meio.

Gráfico 3: Acesso as tecnologias pelos alunos

1) De que forma você tem acesso as tecnologias

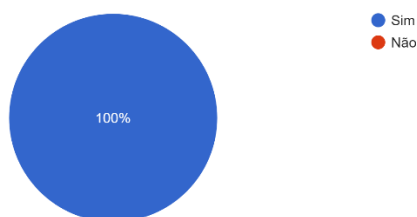


Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Com pode-se notar todos os 30 alunos utilizam o *Smartphone* como meio de acesso e juntamente com ele, 3 alunos também fazem o uso de computadores ou *Notebooks* como forma de acessar as tecnologias. Infere-se que, o acesso as tecnologias atualmente é algo que se tornou bastante comum, podendo se tornar uma ferramenta indispensável no processo de aprendizagem. Ao analisar o quanto as tecnologias podem ser aliadas a aprendizagem de Matemática.

Gráfico 4: Tecnologias aliadas ao ensino de Matemática

2) Você acredita que as tecnologias podem facilitar o aprendizado de matemática ?
30 respostas



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

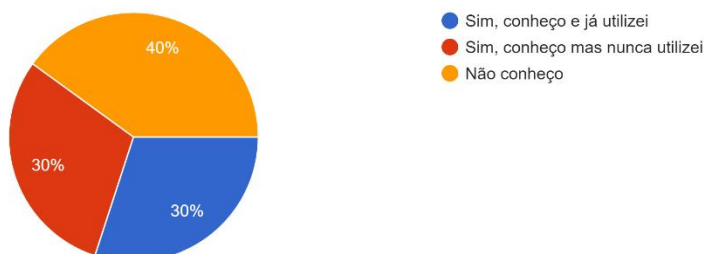
O gráfico 4 mostra o percentual de alunos que acredita que as tecnologias possam facilitar o aprendizado de Matemática, assim, de forma unânime, afirmam que a tecnologia pode facilitar o aprendizado de Matemática. Existem milhares de ferramentas e aplicativos que podem ser utilizados na aprendizagem das diversas áreas da Matemática. O GeoGebra pode ser utilizado também no estudo de Geometria Plana, Funções, Estatística, além de outros como o *Scilab*, *Excel*, que estão disponíveis na Internet.

c) A utilização do GeoGebra na aplicação dos conceitos de Área e Volume

Os dados dessa seção foram divididos em duas partes: a primeira, antes da oficina e a segunda após. O gráfico 5 demonstra se os alunos tiveram algum contato anterior com o aplicativo.

Gráfico 5: Uso do GeoGebra pelos alunos

5) Você conhece ou já utilizou o Geogebra ?
30 respostas



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

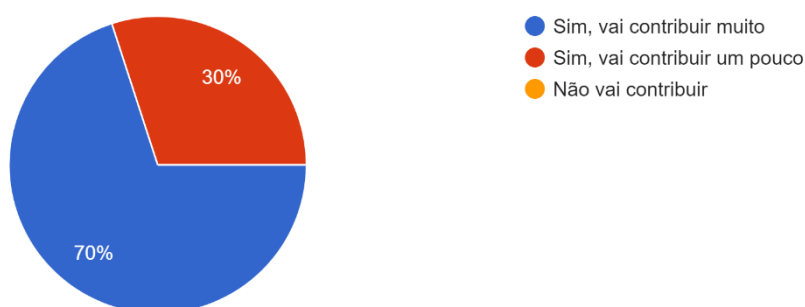
Como observado, 12 alunos (40%) não conhecem o GeoGebra, mesmo que o livro utilizado nas aulas de Matemática apresente em uma seção, não houve curiosidade para explorar seus recursos. Desse modo, 9 estudantes (30%) conhecem, mas não fizeram o seu uso, outros 9

estudantes (30%) afirmaram que conhecem e já utilizaram em algum momento durante os estudos.

Gráfico 6: Avaliação da Eficácia do GeoGebra na compreensão de Área e Volume

6) Você acredita que pode melhorar seus conhecimentos em tanto Área e Volume como na Geometria Espacial como um todo utilizando o Geogebra ?

30 respostas



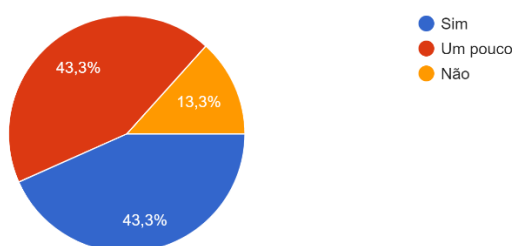
Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Após a realização da oficina, foi aplicado um segundo questionário para analisar a opinião dos alunos acerca do que foi aprendido com a utilização do GeoGebra. De acordo com o Gráfico 6, cerca de 21 estudantes (70%) acreditam que o GeoGebra contribuirá muito para melhorar seus conhecimentos na GE, isso sugere que o programa é visto como uma ferramenta valiosa para o aprendizado nessa área, possibilitando a manipulação e visualização das figuras. Uma parcela menor composta por 9 alunos (30%) acredita que haverá pouca contribuição para o seu aprendizado. Essa parcela pode estar mais cautelosa ou menos familiarizada com o software.

Gráfico 7: Percepções dos Alunos sobre o Impacto do GeoGebra na aprendizagem de Geometria Espacial

1- Você acha que o Geogebra melhorou seu aprendizado sobre a Geometria Espacial ?

30 respostas



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

De acordo com o que pode-se observar no Gráfico 7, fica perceptível que 13 alunos (43,3%) acreditam que a utilização do GeoGebra pode melhorar parcialmente o aprendizado dentro do estudo de Área e Volume, mas demonstrando ainda que sentiram uma certa dificuldade durante a oficina. Outros 13 alunos (43,3%) afirmaram que o GeoGebra melhorou totalmente a aprendizagem de Área e Volume de poliedros e corpos redondos indicando um rápido domínio do aplicativo no estudo em questão, essa melhora foi positiva na visualização e interpretação das formulas utilizadas que a temática propõe. E 4 alunos (13,3%) relataram que o GeoGebra não melhorou de forma alguma o aprendizado, indicando uma dificuldade em utilizar o *software*.

A tabela 2 seguir mostra a quantidade de alunos que sentiram dificuldade em utilizar o GeoGebra.

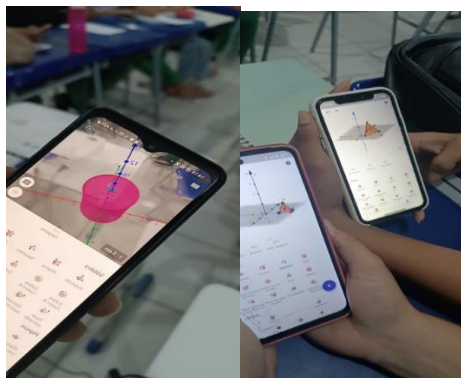
Tabela 2 Dificuldades apresentadas pelos alunos ao utilizar o GeoGebra

DIFICULDADES ENFRENTADAS	
Construir figuras no GeoGebra	9 alunos
Calcular Área e Volume	6 alunos
Manuseio do aplicativo	8 alunos
Nenhuma	7 alunos
TOTAL	30 alunos

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Dos 30 alunos participantes da pesquisa, 9 sentiram dificuldade em construir figuras no GeoGebra, 6 alunos relataram que não conseguiram realizar os cálculos de Área e Volume, 8 em manusear o aplicativo (rotacionar, ampliar ou diminuir a figura, demarcar pontos) e 7 alunos não sentiram dificuldades. O que podemos verificar é a falta de conhecimento sobre o GeoGebra, pois a maioria enfrentou algum problema relacionado ao uso dele.

Imagens 1 e 2: Alunos criando sólidos no GeoGebra



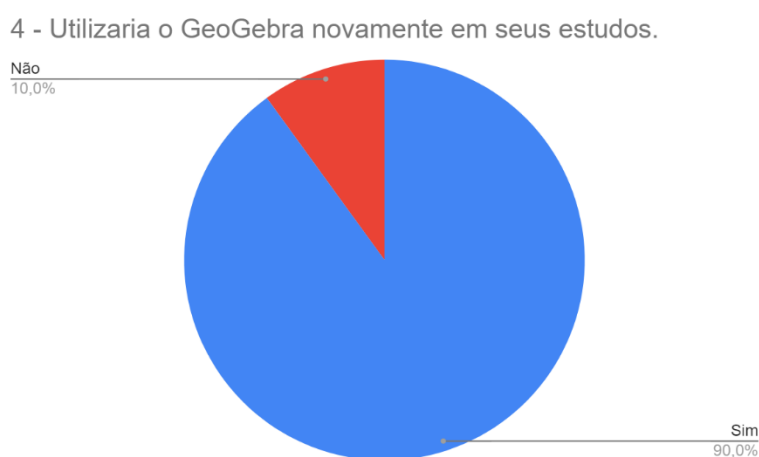
Fonte: De autoria própria (2024)

As principais dificuldades relatadas pela maior parte dos participantes da pesquisa ao utilizar o GeoGebra foram a dificuldades em realizar as construções, como selecionar os pontos para a formação da base. Outra dificuldade que foi bastante pontuada trata-se da questão de utilizar as fórmulas, como na resolução das questões 1 e 2 da lista de exercícios utilizada, demonstrando dificuldade em calcular a base dos prismas, que possuíam formato hexagonal.

Tendo em vista que a maioria não teve aulas do conteúdo ainda, demonstrando que um assunto tão importante e que é muito cobrado no ENEM e em vestibulares, não pode ser tratado na última série do Ensino Médio, desta forma não haverá aproveitamento adequado dos conteúdos matemáticos.

A penúltima pergunta presente no questionário pós oficina referia ao uso do posterior do GeoGebra em seus estudos.

Gráfico 9: Utilização posterior do GeoGebra nos estudos



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

O gráfico 9 revelou que 90% dos estudantes utilizariam novamente, indicando que sentiram uma melhora na interpretação dos conteúdos e na aplicação das formulas oriundas da visualização e manipulação que o aplicativo permite . Por fim 10% não fariam um uso posterior.

Na sequência, foi solicitado aos alunos que relatassem as dificuldades enfrentadas durante a oficina. O aluno Lucas (nome fictício) afirmou que “o app é um suporte para melhorar a vida do usuário”, ou seja, que sentiu mais facilidade em compreender os conceitos de área e volume usando o GeoGebra. Por outro lado, a aluna Camila relatou uma dificuldade em usar o aplicativo, devido a incompatibilidade de seu dispositivo com o app. A realização da oficina no geral trouxe aspectos positivos na aprendizagem de Área e Volume tanto na visualização quanto na aplicação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com o que foi realizado, podemos perceber uma significativa deficiência do ensino de GE na 3ª série do Ensino Médio. O conteúdo deve ser ministrado dentro das três séries, pois os conteúdos abordam diferentes temáticas das inúmeras representações presentes. É necessário também trabalhar conteúdos que são necessários para um bom domínio da Geometria Espacial.

Para trabalhar os conceitos de Área e Volume, é preciso construir uma base nas noções primitivas, já que elas são o alicerce para a construção do conhecimento geométrico, além disso reforçar o entendimento de conceitos algébricos se fazem extremamente necessários.

Quanto ao uso do GeoGebra, é preciso abrir mais espaço para a utilização não somente dele, mas de vários outros recursos que podem ajudar os alunos nas inúmeras dificuldades que podem apresentar no contexto da Matemática, pois as metodologias tradicionais atualmente não são mais eficazes se não buscarem alternativas para reforçar o conteúdo de modo conectado com a realidade dos estudantes, bem como com as inovações pedagógicas dos dias atuais.

Mesmo que a grande maioria dos alunos envolvidos na pesquisa não tivesse contato com esse recurso, foi perceptiva a melhora na parte de visualização e interpretação. Os estudantes conseguiram ampliar, rotacionar, planificar e aplicar os conceitos na resolução do que foi proposto a eles.

Logo, acredita-se que o GeoGebra pode ser um aliado eficaz ao estudo de Área e Volume, devido a sua facilidade de operação e visualização que o aplicativo permite reforçar na construção do saber geométrico e potencializar a aprendizagem deste e dos demais tópicos dentro da Geometria Espacial.

6 REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação Infantil e Ensino fundamental. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25/03/2024.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2017. Disponível em: <

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>>. Acesso em: 19 de Outubro de 2022.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#introdução>. Acesso em: 28 de Outubro de 2022

CARVALHO, Joaquim Francisco de. **Evolução do pensamento matemático, das origens aos nossos dias**. 2012. Artigos e Ensaios. Disponível em: http://cienciaecultura.bvs.br/scielo.php?pid=S00097252012000200021&script=sci_arttext. Acesso em: 16 de Outubro de 2022.

CRESWELL, J.W. (2007). **Projeto de pesquisa: método qualitativo, quantitativo e misto**. 2. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2007

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da Matemática Elementar: geometria espacial posição e métrica**. 7. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013.

EVES, H. , **Introdução à História da Matemática**. Tradução Higyno H. Domingues, Campinas-SP: Editora da UNICAMP, 2004.

GUTIERREZ, Angel. **Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial**. In: Revista EMA, v. 3,n. 3, 1998, p.193-220

LORENZATO, S. **Por que ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Rio de Janeiro, p. 5, 1995.

MARCONI, Mariana de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos da Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo, SP: Atlas S.A., 2003.

MENDES, A. -**Muita gente está comentando, mas você sabe o que é?** ` iMaster, mar. 2008. Disponível em: <<http://imasters.com.br/artigo/8278/gerencia-de-tii/tic-muita-gente-esta-comentando-mas-voce-sabe-o-que-e/>>. Acesso em 28 de outubro de 2022.

NOTARE, Márcia; BASSO, Marcus. Geometria Dinâmica 3D – novas perspectivas para o pensamento espacial. **Renote**, Porto Alegre, v. 14. N. 2, 2016 2, 2016

ROSA NETO, E. **Didática da Matemática**. 11. ed. São Paulo: Ática, 1998, p. 7-26.

SAVIANI, D. **História das ideias pedagógicas no Brasil**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

SANTOS, V de M. **A matemática escolar, o aluno e o professor: paradoxos aparentes e polarizações em discussão**. Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 25-38, jan./abr. 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ccedes/v28n74/v28n74a03.pdf> Acesso em: 20 Outubro de 2022.

THOMAZ, Tereza Cristina. **Não gostar de Matemática: que fenômeno é este**. Cadernos de Educação, Pelotas, n. 12, p. 187-209. jan./jul. 1999.

8 APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionário de participação da Pesquisa " GEOGEBRA NA POTENCIALIZAÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: USO NO CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO"

1- Você possui algum acesso a tecnologia

- ☐ Smartphone
- ☐ Tablet
- ☐ Computador/ Notebook
- ☐ Não possui acesso

2- Você acredita que as tecnologias podem facilitar o aprendizado de Matemática?

- ☐ Sim
- ☐ Não

3- Qual é o seu nível de conhecimento em Geometria Espacial?

- ☐ Ótimo
- ☐ Bom
- ☐ Regular
- ☐ Ruim
- ☐ Não possui

4- Qual(is) dificuldades você enfrenta no estudo da Geometria Espacial?

- ☐ Noções primitivas (Ponto, Reta e Plano).
- ☐ Dificuldade de visualização e interpretação de figuras.
- ☐ Área e Volume
- ☐ Não apresento nenhuma dificuldade
- ☐ Outros: _____

5- Você conhece ou já utilizou o GeoGebra ?

- ☐ Sim, conheço e já utilizei.
- ☐ Sim conheço, mas nunca utilizei
- ☐ Não conheço

6- Você acredita que pode melhorar seus conhecimentos tanto em Área e Volume como na Geometria Espacial xomo um todo utilizando o GeoGebra?

- ☐ Sim, vai contribuir muito
- ☐ Sim, vai contribuir um pouco

() Não vai contribuir

APÊNDICE B- LISTA DE EXERCÍCIOS SOBRE ÁREA E VOLUME

Lista de Exercícios Oficina de GeoGebra
Professor Ferdinan Lima

Nome:

1 Prismas

1) Crie no GeoGebra um prisma regular de bases hexagonais, onde sua aresta da base deve medir 1 cm e a altura desse prisma seja de 2,5 cm. Em seguida, calcule sua área total e seu volume.

2) Calcule a área total e o volume de um prisma hexagonal regular de 12m de aresta lateral e 4m de aresta da base.

2 Pirâmides

3) Calcule a área lateral, a área total e o volume de uma pirâmide regular de base quadrada, cuja a medida da base tenha 5 cm de lado e a aresta lateral da pirâmide mede 5 cm de lado.

4) Sabendo que a aresta de um tetraedro regular mede 3 cm, calcule a medida de sua altura, sua área total e seu volume.

3 Cilindro

5) Um porta-joias é feito no formato de um cilindro, ele possui raio de 3 cm e altura de 8 cm. Qual é a área total desse porta joias?

6) Calcule o volume de um cilindro que possui 16 cm de diâmetro e 25 cm de altura. Considere $\pi = 3,14$

4 Cone

7) Determine a área lateral e a área total de um cone de revolução, sabendo que sua altura mede 12 cm e sua geratriz mede 13 cm.

8) Calcule o volume do cone da questão anterior.

APENDICE C- QUESTIONÁRIO PÓS OFICINA

1- Você acha que o GeoGebra potencializou seu aprendizado sobre a Geometria Espacial?

- () Sim
- () Um pouco
- () Não

2- Você sentiu dificuldade em utilizar o GeoGebra?

- () Sim
- () Não

3- Qual(is) dificuldade(s) você enfrentou ao utilizar o GeoGebra ?

4- Utilizaria o GeoGebra novamente em sus estudos?

- () Sim
- () Não
- () Talvez

5- O que você sugere para melhora do aplicativo?

6- Deixe aqui alguma opinião sobre a oficina e sobre o app.

APÊNDICE D- TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE PARA DISCENTES PARTICIPANTES DA PESQUISA



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ (IFPI)
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
CAMPUS PIRIPIRI

Prezado (a) participante,

1. O estudo é intitulado **“GEOGEBRA NA POTENCIALIZAÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: USO NO CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO”** e está sendo desenvolvido pela licenciando Ferdinan Oliveira Lima, Matrícula 2020116LMAT0215, do Curso de Licenciatura em

Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI), campus Piripiri. O estudo está sob supervisão e orientação do Professor Mestre Francisco das Chagas Azevedo dos Reis, docente do Programa.

2. Antes de decidir se deseja participar (de livre e espontânea vontade) você deverá ler e compreender todo o conteúdo deste Termo. Ao final, caso decida participar, você deve assiná-lo e receberá uma via do mesmo.

Sobre o estudo

3. O objetivo deste estudo é “Analisar as potencialidades do GeoGebra no ensino de Área e Volume na 3ª série do Ensino Médio”.
4. Tendo em vista as dificuldades de representação de figuras tridimensionais em um plano no conteúdo de Área e Volume e o GeoGebra como uma ferramenta importante no ensino desse conteúdo.
5. A estratégia para alcançar o objetivo deste estudo de natureza aplicada, será mediante aplicação de questionário, diagnóstico para avaliar o conhecimento sobre as tecnologias digitais, conhecimento sobre o GeoGebra e sobre o conteúdo de Área e Volume, em seguida será realizada uma oficina com o aplicativo em *smartphones* demonstrando as funções do aplicativo aplicadas ao conteúdo de Área e Volume, por fim será realizado um pós teste para avaliar o aprendizado dos alunos.

Riscos e Benefícios

6. É importante ressaltar que, como qualquer tipo de pesquisa que envolve pessoas, o estudo em questão apresenta riscos que podem se constituir em entraves a sua realização. Com o intuito de garantir a aplicação e coleta dos dados essenciais a conclusão da pesquisa, algumas medidas serão tomadas para erradicar, ou pelo menos, diminuir os riscos no decorrer do seu processo de realização.
7. O participante tem a liberdade de escolher o local e o horário para responder, ou não, às perguntas, sendo asseguradas a confidencialidade e a privacidade, a proteção à imagem e a não estigmatização, garantindo, também, a não utilização das informações em prejuízo das pessoas envolvidas nesta pesquisa. O questionário será composto por perguntas, em sua maioria, com alternativas de múltipla escolha e por algumas questões abertas, porém, simples de responder. Caso o participante não se sinta à vontade, a qualquer momento poderá comunicar ao pesquisador a decisão de não mais participar, sem precisar justificar, como também pedir mais informações sobre a

pesquisa sempre que considerar necessário. A participação, ou não, neste estudo, não traz quaisquer implicações legais, e não acarreta nenhum prejuízo ou sanção.

8. Ao responder as perguntas, seja por meio de questionário e entrevista, existe um risco de que os participantes não compreendam adequadamente as questões apresentadas. Termos novos, pouco conhecidos, ou distantes do vocabulário cotidiano dos entrevistados podem comprometer a interpretação das perguntas e, conseqüentemente, a veracidade das respostas. A fim de mitigar esse risco, optamos por apresentar, antes do questionário, um pequeno glossário com os termos apresentados nas questões e oferecer as devidas referências bibliográficas. Para as entrevistas, o uso de linguagem simples, contendo se necessário comparações entre termos, serão utilizadas a fim de garantir que não ocorram distorções ou constrangimentos por falta de entendimento.
9. Também é possível que as pessoas não se sintam à vontade para responder os questionários por desconforto emocional, falta de tempo ou local adequado para elaborar as respostas. Pensando em evitar esse risco, propomos entrevistas/questionários em espaço reservado, seguro e tranquilo para esse fim, com tempo adequado para a apresentação das respostas solicitadas, considerando e respeitando seus valores, cultura e crenças. Serão realizadas medidas minimizadoras de risco para garantir o sigilo às respostas, as quais serão tidas como confidenciais e utilizadas apenas para fins científicos; garantia de acesso a um ambiente que proporcione privacidade durante a geração de dados, com uma abordagem humanizada, optando-se pela escuta atenta e pelo acolhimento.
10. Quanto ao risco de quebra de anonimato e invasão de privacidade será garantido a não identificação nominal, esclarecendo e informando a respeito do anonimato e da possibilidade de interromper o processo quando desejar, sem danos e prejuízos à pesquisa e a si próprio, garantindo, inclusive a confidencialidade e a privacidade, a proteção da imagem e a não estigmatização, a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e das comunidades.
11. O sigilo da identidade dos participantes da pesquisa será informado logo no início da abordagem, garantindo assim, o respeito aos sentimentos de autopreservação que favorecem a liberdade de expressão necessária para a veracidade das respostas apresentadas. O sigilo é essencial principalmente para os docentes e artesãos que, inconscientemente, podem omitir informações se não sentirem um ambiente de acolhimento e respeito durante esse processo de pesquisa. O nome do participante será

mantido em sigilo, assegurando, assim, a sua privacidade, além do livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, antes, durante e depois da sua participação.

12. Os dados gerados serão utilizados, única e exclusivamente, para fins desta pesquisa, em que os resultados poderão ser publicados. O nome do participante aparecerá apenas no documento de consentimento e esclarecimento. A suspensão ou interrupção imediata do processo será realizada em face de qualquer indício de problemas e/ou danos ao bem-estar e saúde dos entrevistados.
13. Ademais, a pesquisa possibilitará a retirada do consentimento prévio, ou simplesmente interrupção do autopreenchimento das respostas e não envio do formulário, caso o participante desista da pesquisa.
14. Mesmo que não origine nenhum benefício direto e imediato, a participação voluntária proporcionará um estudo exploratório do tema e terá impacto positivo para o participante na oportunidade de experimentar uma autorreflexão sobre o tema. Paulatinamente a isso, e em face a estas considerações, considerando às normas brasileiras para pesquisa em seres humanos (Resoluções CNS 466/2012 e 510/2016), nenhum pagamento financeiro será recebido pela participação neste estudo, como também, ressalta-se a gratuidade dessa investigação de mestrado para os participantes. Porém, os participantes terão a garantia de ressarcimento (tais como transporte e alimentação) e indenização (cobertura material para reparação a dano, causado pela pesquisa ao participante da pesquisa) de quaisquer despesas e danos que possam incorrer a partir da sua participação na pesquisa. Consequentemente, ressalta-se que os participantes da pesquisa receberão a assistência integral e imediata, de forma gratuita (pelo pesquisador responsável), pelo tempo que for necessário em caso de danos decorrentes da pesquisa.
15. Assim, ao participarem das ações da pesquisa, os discentes e docentes, poderão desenvolver um olhar crítico e reflexivo, voltado para a formação profissional cidadã dos jovens do Ensino Médio integrado. Esse estudo mostra-se benéfico para todos os envolvidos, pois convida os participantes a repensarem suas práticas extensionistas, e refletirem sobre as contribuições advindas dessas ações para o ensino, bem como, para a formação de cidadãos comprometidos com a transformação social. Espera-se que esse estudo motive os participantes a assumirem atitudes cidadãs, e contribua para que os mesmos possam se posicionar criticamente diante dos problemas individuais e

coletivos, pautando suas ações no compromisso de minimizar as desigualdades sociais existentes em nossa sociedade.

Participação, recusa e direito de se retirar do estudo

16. Sua participação é voluntária. Você não terá nenhum prejuízo se não quiser participar, podendo retirar-se desta pesquisa a qualquer momento, bastando para isso entrar em contato com um dos pesquisadores responsáveis.
17. A qualquer tempo, o Comitê de Ética pode ser consultado para esclarecer dúvidas sobre aspectos éticos da pesquisa. Endereço do Comitê de Ética: Reitoria do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Avenida Presidente Jânio Quadros, nº 330, Santa Isabel, sala 3, CEP: 64053- 390, Teresina-PI, Telefone: (86) 3131-1441.
18. Caso necessite de maiores informações sobre o presente estudo, favor ligar para os responsáveis por este estudo:
19. Licenciando Ferdinan Oliveira Lima, Telefone (86) 99439-1893, e- mail: ferdinanoliveira9@gmail.com
20. Orientador Francisco das Chagas Azevedo dos Reis, Telefone (86) 9928-2873, e- mail algebrista@ifpi.edu.br
21. Considerando, que fui informado (a) do objetivo e da relevância do estudo proposto, de como será minha participação, dos procedimentos e riscos decorrentes deste estudo, declaro o meu consentimento em participar da pesquisa, como também concordo que os dados obtidos na investigação sejam utilizados para fins científicos (divulgação em eventos e publicações). Estou ciente que receberei uma via desse documento. Também, afirmo que me foi garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a minha participação no estudo acima descrito.

Piripiri, PI, _____ de _____ de 2024.

Assinatura por extenso do(a) participante

Pesquisador Responsável

Assinatura:

Nome: Ferdinan Oliveira Lima

Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI)

Área: Ensino

Pesquisador Participante

Assinatura:

Nome: Francisco das Chagas Azevedo dos Reis

Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI)

Área: Ensino