

ERIVAN SILVA COSTA

PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO E O OLHO GEOMÉTRICO

Trabalho de Conclusão Curso (artigo) apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI / Campus Uruçuí, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Gabriel dos Santos Pinto.

Coorientador: Prof. Esp. Francisco Nórdman Costa Santos.

URUÇUÍ, PI

2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Serviço de Processamento Técnico da Biblioteca – Campus Uruçuí do IFPI
Biblioteca Professora Joalba Mendes Pereira

C837p Costa, Erivan Silva

Pontos notáveis do trabalho e o olho geométrico/ Erivan
Silva Costa. – 2017.
21 f. il.

Artigo - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
do Piauí, Pró- Reitoria de Ensino, Curso de Licenciatura em
Matemática. Uruçuí, 2017.

Orientação: Me. Gabriel dos Santos Pinto

1. Pontos notáveis do triângulo 2. Investigação matemática
3. Olho geométrico I. Pinto, Gabriel dos Santos II. Título.

CDD 510

ERIVAN SILVA COSTA

PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO E O OLHO GEOMÉTRICO

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo) apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI / Campus Uruçuí, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Gabriel dos Santos Pinto.

Coorientador: Prof. Esp. Francisco Nórdman Costa Santos.

Aprovada em: ____/____/____.

BANCA EXAMINADORA

Profº Me. Gabriel dos Santos Pinto (Orientador)
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Profº Francisco Nórdman Costa Santos (Coorientador)
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Profº Me. Nilmar Almeida da Fonseca Filho
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO E O OLHO GEOMÉTRICO

¹Erivan Silva Costa

²Gabriel dos Santos Pinto

RESUMO

Ao manipularmos figuras geométricas por meio do software GeoGebra podemos descobrir algumas curiosidades. Um exemplo é o que chamaremos aqui de olho geométrico, que é uma construção geométrica realizada pelos pontos notáveis do triângulo que se assemelha a um olho humano. Achando isso interessante resolvemos, contar com a geometria plana e analítica para estudar essa figura a fim de justificar alguns comportamentos e, além disso, equacionar os componentes do olho. Objetiva-se nesse trabalho apresentar tanto esse estudo como seus resultados, buscando assim fomentar o interesse do estudante para a investigação matemática em especial no sentido de se tentar justificar comportamentos curiosos e ou equacionar estas curiosidades encontradas.

Palavras-chave: Pontos Notáveis do Triângulo. Investigação Matemática. Olho Geométrico.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por objetivo, apresentar e debater acerca do processo de geração, estruturação e matematização de um lugar geométrico gerado ao se introduzir a figura geométrica plana, triângulo, bem como seus pontos notáveis, no software GeoGebra, onde ao variar um de seus vértices sobre a circunferência determinada pelo lado oposto a este vértice, obtém-se um lugar denominado por Olho Geométrico, devido a sua semelhança com o olho humano.

Esta pesquisa se deu, a partir de estudos realizados sobre a constituição e demonstração do teorema do famoso matemático Leonard Euler (1707 – 1783), denominado por Reta de Euler. Neste teorema, Euler nos proporciona a possibilidade de realizar um estudo mais aprofundado sobre o triângulo e seus pontos notáveis, à medida que ele demonstra que em triângulos quaisquer, os

¹Formando em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI – Uruçuí. E mail: erivan.96@hotmail.com

² Professor Mestre de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI – Uruçuí. E mail: gabriel.pinto@ifpi.edu.br

pontos notáveis, ortocentro, baricentro e circuncentro são colineares, ou seja, pertencem a uma mesma reta.

Assim, resolveu-se introduzir o triângulo e seus pontos notáveis em um software de plotagem gráfica, objetivando encontrar estruturas matemáticas relevantes, que apresentassem alguma relação com lugares geométricos matemáticos já existentes, onde assim como Euler mostrou a disposição dos pontos notáveis sobre uma reta, fosse possível também apresentar equações e justificativas matemáticas para tal fato.

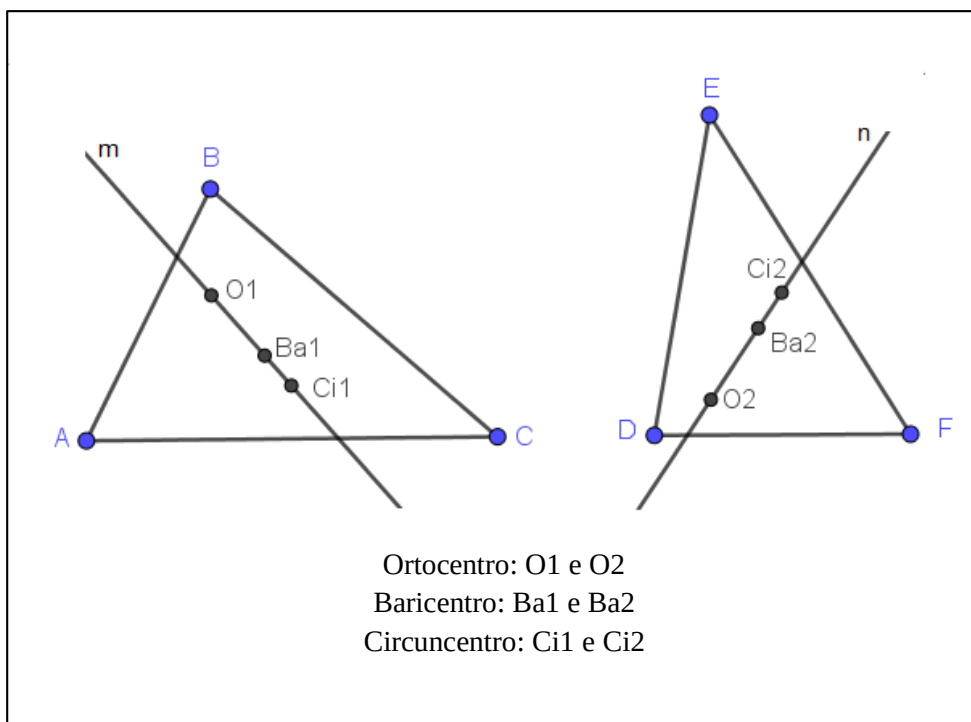
Desta forma, foram gerados alguns questionamentos, que se tornaram peças-chaves para o desenrolar desta pesquisa, dentre os quais podemos citar: Porque a estrutura gerada pela Figura geométrica plana triangular e seus Pontos notáveis foi denominada de Olho Geométrico? Quais são os passos a serem seguidos para a construção desta estrutura? Quais as justificativas matemáticas para que se tenha a geração de tal figura? É possível equacionar cada componente deste Olho Geométrico?

Portanto, a fim de respostas para estes questionamentos, objetivando uma maior proximidade com o triângulo, algumas propriedades próprias do mesmo, bem como de outros conceitos matemáticos que se fizeram necessários para a construção do Olho Geométrico, será apresentado a princípio, um tutorial de como se construir o Olho Geométrico utilizando o Software GeoGebra, seguida de uma apresentação de evidências que relaciona esta estrutura gerada com o olho humano, bem como apresentação de justificativas matemáticas e equações que descrevam cada componente do Olho Geométrico, tendo como apoio os conceitos proporcionados pela Geometria Plana e Analítica.

2. A RETA DE EULER

O teorema do famoso matemático Leonard Euler (1707 – 1783), conhecido como Reta de Euler, diz que em um triângulo qualquer, os seus pontos notáveis, ortocentro, baricentro e circuncentro, são colineares, ou seja, pertencem a mesma reta, conforme visto na figura que segue.

Figuras 01: Reta de Euler

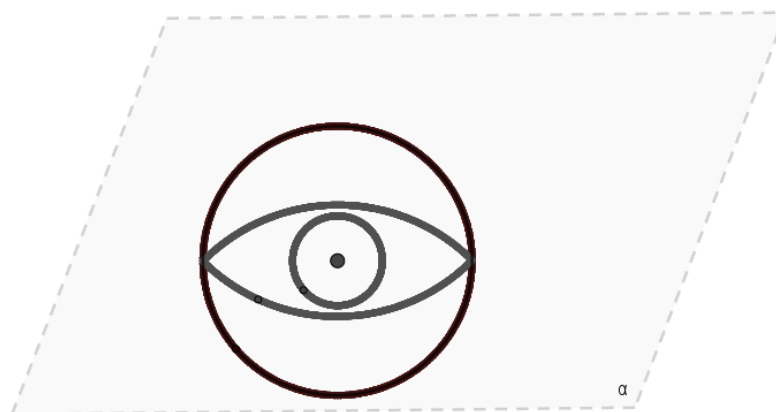


Fonte: Produção do autor.

Com base neste estudo desenvolvido por Euler, acendeu-se um estudo em busca de novas relações existentes entre o triângulo e seus pontos notáveis, estudo este que será apresentado nos tópicos que seguem.

3. O OLHO GEOMÉTRICO

Ao tomarmos um triângulo qualquer ABC e traçarmos uma circunferência passando por dois de seus vértices, tendo como centro o ponto médio do lado correspondentes a tais vértices, e se daí fizermos o terceiro vértice percorrer a circunferência os rastros provocados pelos pontos notáveis (baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro) formam uma figura semelhante a um olho, denominado neste trabalho por olho geométrico.



Figuras 02: Olho Geométrico

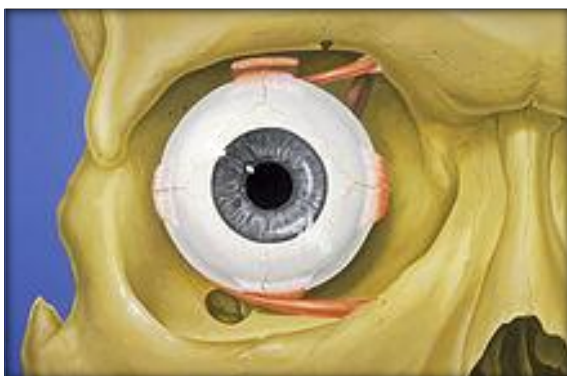
Fonte: Software GeoGebra. 2017

A percepção acima foi possível com a utilização do software GeoGebra, onde após a inserção dos dados que possibilitaram a construção do olho geométrico, neste software, tornou-se viável, uma visualização geométrica da disposição dos pontos notáveis de um triângulo ABC qualquer, de maneira rápida e precisa, permitindo assim, a descobertas de curiosidades.

O estudo do olho geométrico, torna-se algo relevante, ao passo que com o ao variar um só ponto de um triângulo, é possível gerar esta figura que é semelhante ao olho humano, visto a rigorosidade com que os pontos notáveis são dispostos.

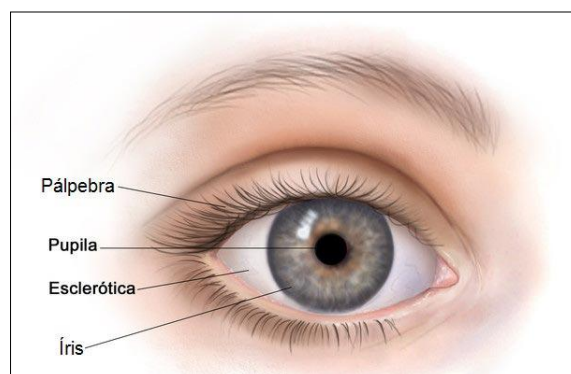
Objetivando uma maior compreensão sobre as relações relatadas, será apresentado com mais detalhes as semelhanças do olho geométrico com o olho humano, nomeando cada parte da estrutura gerada, de acordo com o olho humano.

Figuras 03: olho humano



Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Olho>

Figura 04: características do olho humano



Fonte: <https://www.ludopedia.com.br/topico/489>

Ao observar as figuras 03, 04 e 05, note que, a região gerada pelo ortocentro se assemelha a Esclerótica do olho humano, a região delimitada pelo incentro

lembra a região da esclerótica visível quando as Pálpebras estão abertas, a região delimitada pelo baricentro se assemelha a Íris e por fim temos a região geométrica gerada pelo circuncentro, que nos remete a Pupila. No quadro abaixo é apresentada esta correlação de maneira sucinta e utilizaremos esta relação no decorrer do texto, para nos referirmos a um determinado componente do olho.

Tabela 01 – Regiões determinadas pelos rastros dos pontos notáveis

RASTRO GERADO PELO PONTO NOTÁVEL:	REGIÃO DETERMINADA
Ortocentro	Esclerótica
Incentro	Pálpebra
Baricentro	Íris
Circuncentro	Pupila

Fonte: do autor

3.1 OBTENDO O OLHO GEOMÉTRICO A PARTIR DO GEOGEBRA

Afim de se compreender de maneira mais acentuada como foi obtido o espaço geométrico plano debatido, será apresentada uma sequência, de como se obter o olho geométrico, utilização o Software GeoGebra.

- i) Ao abrir o software construa um triângulo, indo na barra de ferramentas e selecionando a aba polígono, construindo assim a figura geométrica plana triângulo.
- ii) A partir daí, deve-se localizar os pontos notáveis do triângulo. Para isso, é preciso se atentar a definição de cada ponto, para que se tenha uma noção de qual ferramenta utilizar no Software.

Ortocentro: é o ponto de encontro das três retas suportes das alturas de um triângulo.

Visto isso, para que seja localizado o ortocentro, basta que sejam traçadas duas retas, que pode ser feito selecionando a aba reta perpendicular, selecionando um vértice do triângulo, e logo após, o lado oposto a este vértice. Feito isso basta marcar o ponto de intersecção entre estas retas.

Incentro: é o ponto de intersecção das três bissetrizes internas de um triângulo, sendo que este ponto se encontra em igual distância dos lados deste triângulo.

Para localizar o incentro, basta construí duas bissetrizes do triângulo, pois a terceira consequentemente interceptará as outras duas no mesmo ponto. Para isso seleciona-se a aba Bissetriz na barra de ferramentas e logo após seleciona-se os três vértices do triângulo, para que seja gerada a bissetriz interna do ângulo desejado, ou seja, se quisermos encontrar a bissetriz do ângulo A, basta selecionar o vértice B, depois o vértice A e por fim o vértice C, marcando assim o ponto de intersecção entre as retas suportes das bissetrizes.

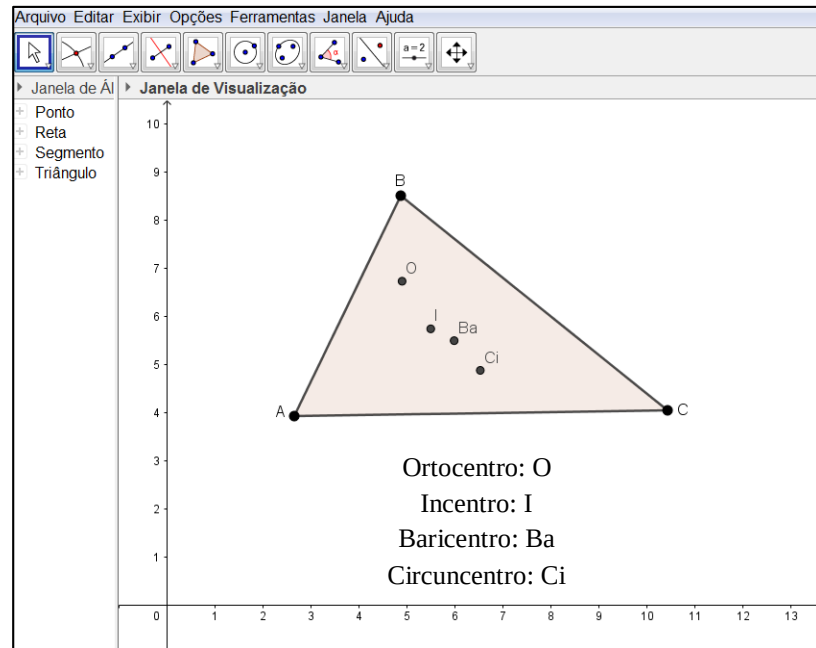
Baricentro: corresponde ao ponto onde as três medianas de um triângulo se interceptam, sendo que este ponto divide a mediana em duas partes tais que a parte que contém o vértice é o dobro da outra.

Para traçar as medianas, se faz necessário localizar o ponto médio do segmento relativo ao vértice de partida da mediana, que pode ser feito, selecionando-se a aba ponto médio, e logo após, seleciona-se os extremos do segmento, gerando assim o ponto médio. Logo após, trace uma reta que passe pelo ponto médio marcado e pelo vértice oposto ao segmento que o contém, obtendo-se assim as medianas. Cumprido este passo, marca-se o baricentro, ponto de intersecção das medianas.

Circuncentro: diz respeito ao ponto de encontro das mediatrizes dos lados de um triângulo sendo que este ponto localiza-se a igual distância dos vértices do triângulo.

Para traçar as mediatrizes, basta selecionar a aba mediatriz, e depois selecionar o segmento do qual se objetiva traçar a mediatriz, depois de gerada duas delas, marca-se o circuncentro, ponto de encontro delas.

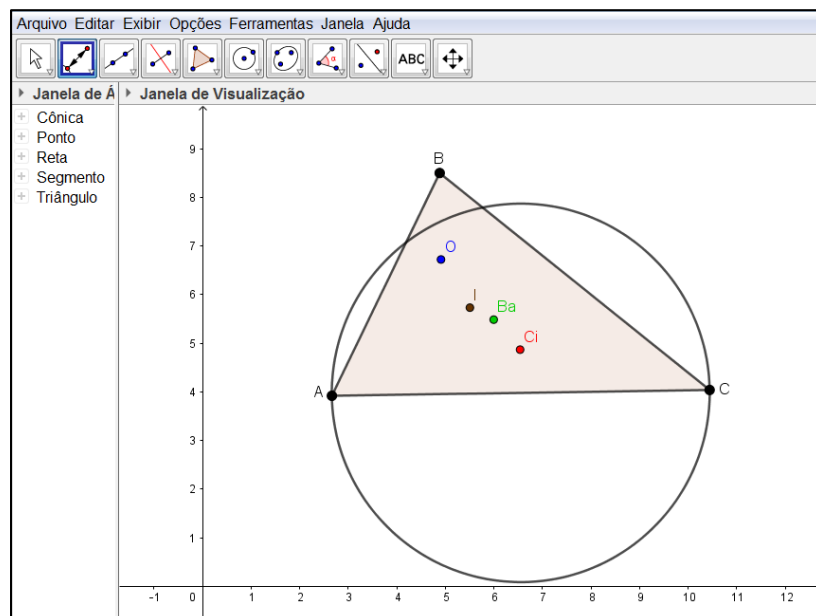
Figura 05: Triângulo ABC com seus pontos notáveis



Fonte: Produzido pelo autor

- iii) Logo após a localização dos pontos notáveis do triângulo ABC, deve-se construir a circunferência tendo como diâmetro, um dos lados do triângulo. No exemplo trabalhado nesta pesquisa, será construído sobre o lado AC, como segue na figura abaixo. Para isso deve-se escolher na barra de ferramentas do GeoGebra, a aba Circulo dados centro e um de seus pontos, depois seleciona-se o ponto médio de AC, e por fim o vértice A ou C.

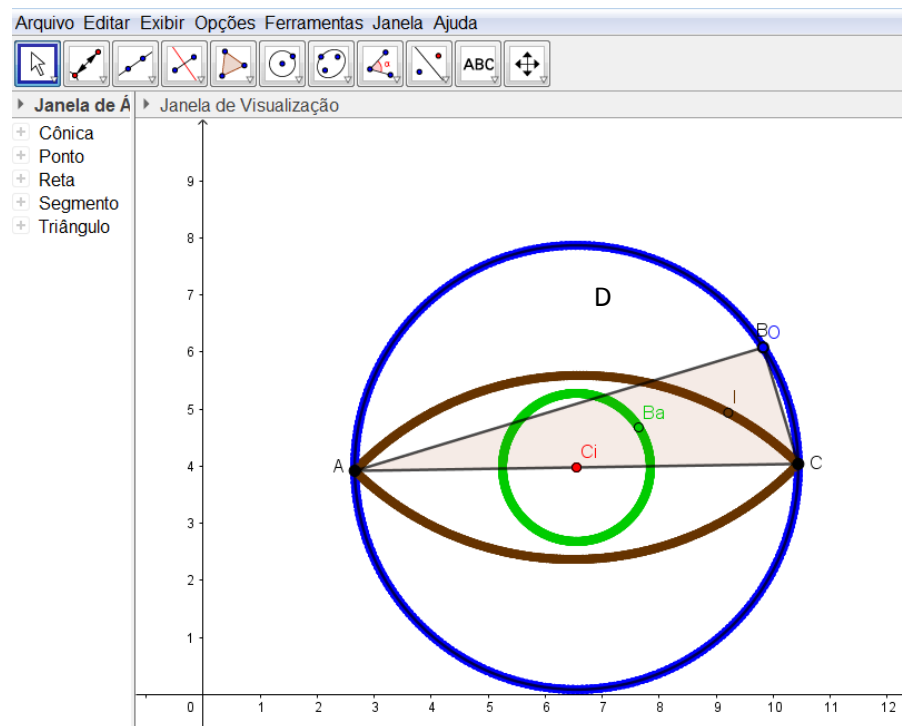
Figura 06: Construção de uma circunferência determinada por AC



Fonte: Produzido pelo autor

- iv) Cumprida a etapa anterior, é chegado o momento de construção do Olho Geométrico. Para isso, deve se arrastar o vértice B do Triângulo ABC, para cima da circunferência d, feio isso deve-se habilitar rastro nos pontos notáveis do triângulo, para observamos o lugar geométrico plano gerado por eles. Assim, deve-se percorrer toda a circunferência, até voltar para o local de origem.

Figura 07: Olho Geométrico



Fonte: Produzido pelo autor

3.2 Geometricamente, que figuras são essas?

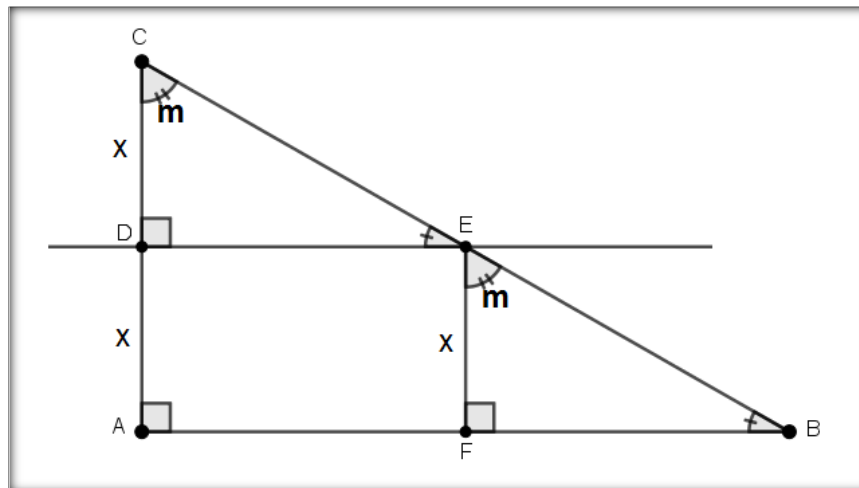
3.1.1 Propriedades geométricas necessárias para a matematização do olho

Neste tópico, serão apresentadas algumas propriedades, que se farão necessárias para se justificar o comportamento apresentado pelos pontos notáveis do triângulo.

P1 – AS mediatrizes de um triângulo retângulo se encontram no ponto médio da sua hipotenusa.

De fato, veja:

Figura 08: circuncentro de um triângulo retângulo



Fonte: Produzido pelo autor

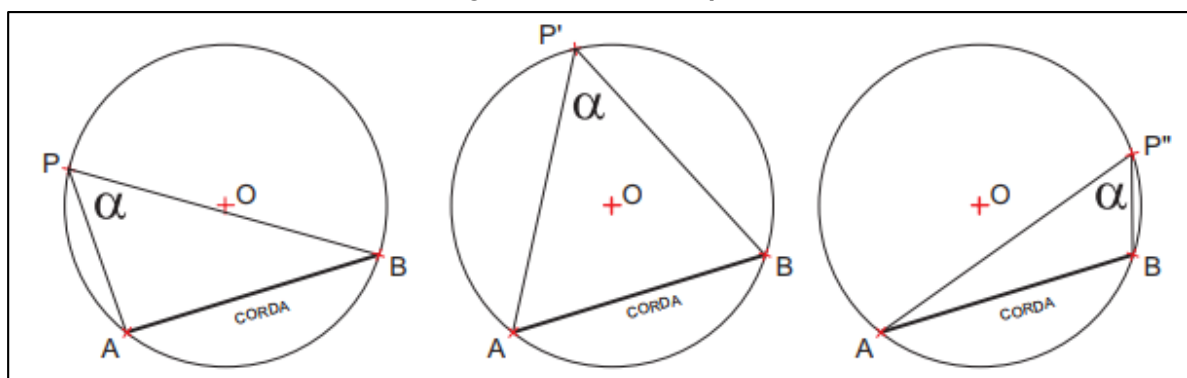
Analisando a figura 08 acima, note que a mediatriz DE corta a hipotenusa no ponto E, e que ao traçar um segmento perpendicular ao lado AB, no caso EF, obtemos dois triângulos congruentes, o triângulo EDC e o triângulo BFE, fato este justificado pelo caso de congruência de triângulos de ângulo, lado, ângulo (ALA), fazendo assim o segmento $BE \equiv EC$, e portanto é corresponde ao ponto médio da hipotenusa BC.

Um processo análogo pode ser para a mediatriz FE, e observaremos que a mesma também intercepta a hipotenusa BC no ponto E, e visto que a terceira mediatriz obrigatoriamente deve passar por este ponto, temos que as mediatrizes de um triângulo ABC se interceptam no ponto médio de sua hipotenusa.

P2 – Arco Capaz

É definido como sendo o lugar geométrico dos pontos de onde segmentos dados, são necessariamente vistos segundo o mesmo ângulo, como ilustrado na figura abaixo.

Figuras 09 – Arco Capaz



Fonte: http://www.exatas.ufpr.br/portal/degraf_rossano.pdf

P3 – O Baricentro de um triângulo divide cada mediana em duas partes a parte relativa ao vértice do triângulo e a parte relativa ao lado, sendo que a parte relativa ao lado mede $\frac{1}{3}$ da mediana.

3.1.2 Justificativas matemáticas para o comportamento de cada ponto notável

Visto estas relações obtidas, a partir dos estudos sobre os pontos notáveis de um triângulo, fomos em busca de respostas matemáticas que justificassem estes comportamentos, representados pelos rastros dos mesmos.

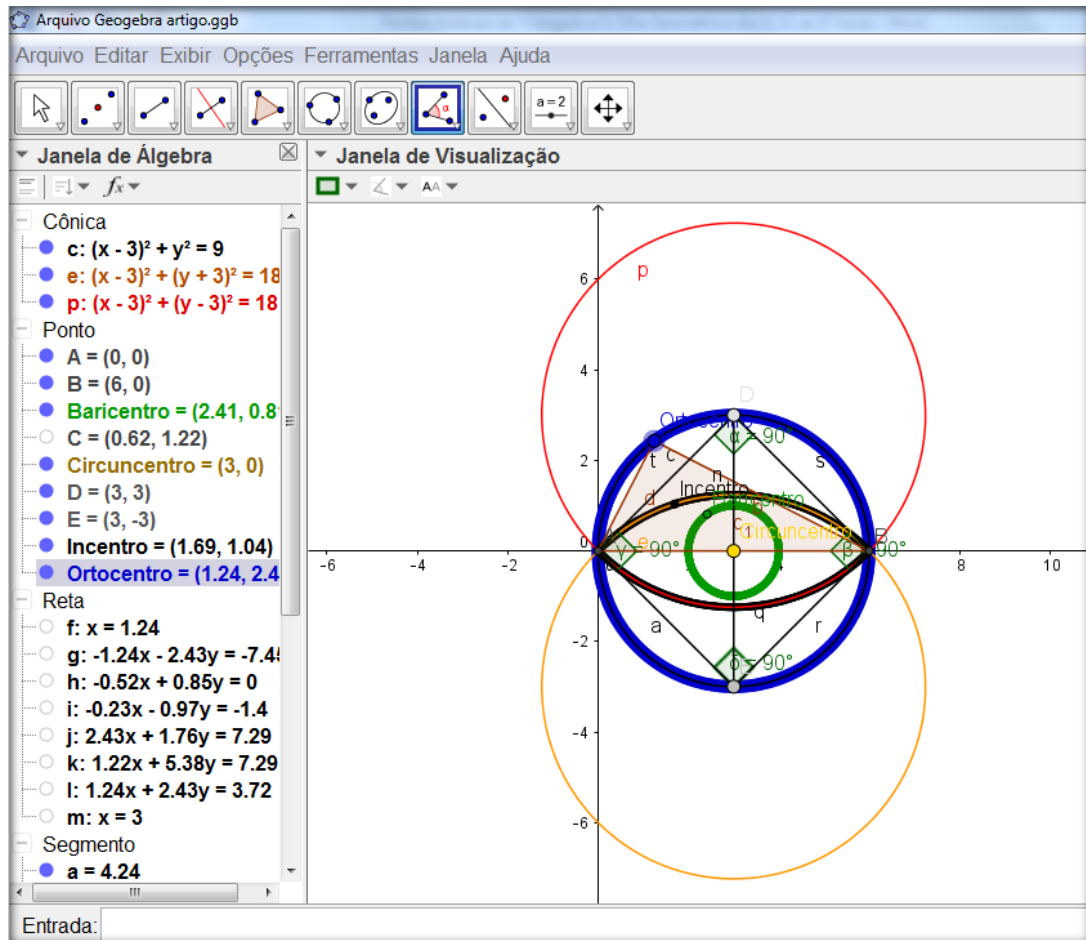
A primeira curiosidade a ser citada é com relação ao ortocentro, visto que ao momento em que temos o vértice oposto ao diâmetro percorrendo a circunferência D, o Ortocentro também faz o mesmo trajeto. Isto se justifica pelos conceitos de Arco-capaz, pois ao considerarmos o diâmetro como este segmento, temos que o lugar geométrico denominado por arco-capaz, é justamente o lugar definido pelos pontos da circunferência, onde como sabido que o diâmetro determina um arco de 180 graus, o vértice do triângulo que percorre a circunferência, que também pode ser visto como um ângulo inscrito na circunferência, determina um ângulo de 90 graus, fazendo assim, dos pontos da circunferência, encontro das alturas deste triângulo, vistos que todos serão triângulos retângulos, com estes pontos denominado assim por ortocentro. Assim, o rastro deixado pelo ortocentro no triângulo ABC, é expresso pelo gráfico de uma cônica, uma circunferência, que tem como raio metade do lado AB.

Logo após partiu-se para análise do rastro que determinava as Pálpebras. Este momento foi regido de diversos questionamentos, visto as semelhanças do mesmo com cônicas, ou seja, hipérboles, Parábolas ou elipses, fato este que nos levou a diversas tentativas de adequação deste rastro, com gráficos de cônicas que pudessem descrever o comportamento do Incentro.

Após estas tentativas, conseguiu-se encontrar o gráfico de duas cônicas, duas elipses, que descrevia de maneira fiel o trajeto feito pelo incentro, onde uma delas determina a pálpebra superior, e a outra a pálpebra inferior, como apresentado na imagem que segue. De maneira mais clara, o rastro deixado pelo incentro,

representa $\frac{1}{4}$ da circunferência que tem como raio, $R\sqrt{2}$, onde R é o raio da circunferência que contém o triângulo ABC.

Figura 10: Estrutura de formação do olho geométrico



Fonte: Produzido pelo autor

Mostrando-se assim, a ligação dos gráficos destas circunferências, com o lado do triângulo no qual foi construído a circunferência D, isto referente ao fato de que o raio destas, é definido como sendo a hipotenusa de um triângulo retângulo que tem como catetos metade do comprimento do segmento AB, lado do triângulo ABC em estudo.

Conhecida a região que determina as Pálpebras, procurou-se familiarizar matematicamente dos rastros deixados pelo baricentro rastro que determina a Íris. Como é sabido que o baricentro de um triângulo, divide as medianas em uma razão de dois para um, sendo que a parte que contém o vértice e o dobro da outra, concluiu-se que o rastro deixado pelo baricentro determina uma circunferência, e que o raio desta se relaciona com o lado AB do triângulo, de tal forma que este corresponde a $\frac{AB}{6}$. Isto é dividido o raio da circunferência D, ser sempre uma das

medianas de todos os triângulos inscritos na Circunferência D, que tem como base o diâmetro AB.

Quanto ao circuncentro, observa-se no software, que ao variarmos o vértice C, oposto ao diâmetro sobre a circunferência D, ele não muda de lugar. Isso se deve ao fato de que todos os triângulos que são gerados ao variar o vértice C, são retângulos, e este tipo de triângulo, possui a propriedade de que o encontro de suas mediatrizes ocorre no ponto médio da hipotenusa deste triângulo, e visto que a hipotenusa de todos destes triângulos não vai mudar, continuará sendo AB, fazendo com que o circuncentro permaneça fixo no ponto médio deste segmento.

Após estas percepções, notou-se que independente do triângulo, para construirmos o Olho Geométrico, só precisamos determinar o lado do triângulo, que no caso contém dois de seus vértices e que servirá de diâmetro da circunferência, já que o terceiro vértice será vinculado a referida circunferência.

Isto nos possibilita como já visto na figura 09, nos argumentos discutidos anteriormente e como o apoio da Geometria Analítica, expressar as equações que descreve cada rastro dos pontos notáveis de um triângulo qualquer, em função do comprimento do segmento que servirá de suporte, como diâmetro, da circunferência a ser construída. Sendo assim, a seguir será apresentado as equações que descreve cada rastro, postas em função do diâmetro.

4. EQUACIONANDO CADA COMPONENTE DO OLHO

Esclerótica

Dado o triângulo ABC seja os pontos dois pontos $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ e $M(x_p, y_p)$, onde M é o ponto médio do segmento AB.

Como vimos que a nossa Esclerótica é uma circunferência, e visto que tem como centro o ponto $M(x_p, y_p)$, médio do lado AB, e raio R, com base na geometria analítica, a equação da esclerótica fica:

$$(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 = R^2$$

Pálpebra

Dado um plano α e três pontos $A(c,d)$, $B(e,f)$ e $C(g,h)$ pertencentes a este plano, e tomando um sistema cartesiano ortogonal, chama-se de Pálpebra, a região

delimitada pelo rastro do Incentro de um triângulo ABC contido em α , e que é expressa pela equação:

$$\begin{cases} (x - x_p)^2 + (y - y_p + r)^2 = (r\sqrt{2})^2, \in [A, B] \\ (x - x_p)^2 + (y - y_p - r)^2 = (r\sqrt{2})^2, \in [A, B] \end{cases}$$

onde $R = \frac{AB}{2}$, pois a circunferência D foi construída sobre o lado AB do um triângulo ABC contido em α .

Íris

Dado um plano α e três pontos A(c,d), B(e,f) e C(g,h) pertencentes a este plano, e tomando um sistema cartesiano ortogonal, chama-se de Íris, a região delimitada pelo rastro do Baricentro de um triângulo ABC contido em α , e que é expressa pela equação:

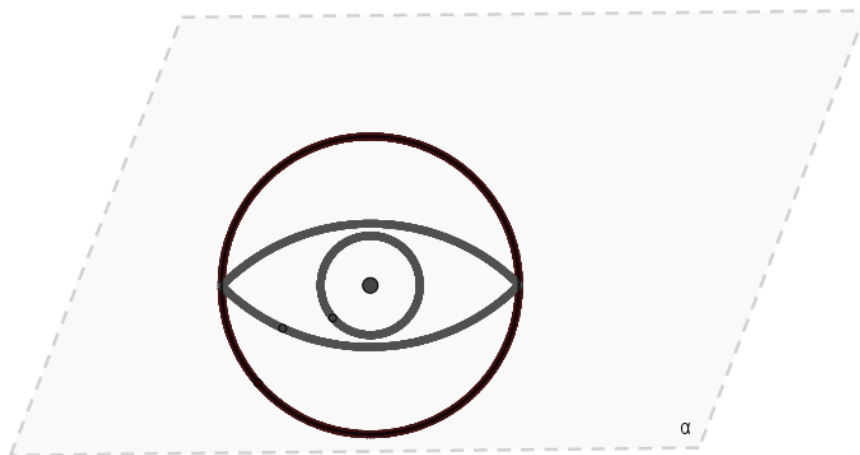
$$(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 = \left(\frac{r}{3}\right)^2$$

onde $R = \frac{AB}{2}$, pois a circunferência D foi construída sobre o lado AB do um triângulo ABC contido em α .

Pupila

Dado um plano α e três pontos A(c,d), B(e,f) e C(g,h) pertencentes a este plano, e tomando um sistema cartesiano ortogonal, chama-se de Pupila, a região delimitada pelo rastro do Circuncentro de um triângulo ABC contido em α , que no caso, é apenas um ponto definido por metade do lado do triângulo ABC no qual é construído a circunferência.

Figuras 11 – Olho Geométrico



Fonte: Produzido pelo autor

Olho Geométrico

Chama-se Olho Geométrico, a região formada pela Esclerótica, pela Pálpebra, pelo Íris e Pela Pupila, conforme definidas anteriormente, e como pôde ser visualizado na imagem acima.

5. CONCLUSÃO

A partir da busca por justificativas matemáticas que explicassem tal comportamento, se fez necessário um estudo de propriedades da Geometria Plana e Analítica, que foram de fundamental importância para que fosse possível gerar as equações de cada componente do olho, demonstrando assim, a importância deste trabalho quanto ao desenvolvimento do gosto pelo estudo destes conceitos.

Desta forma, podemos concluir que por inspiração de uma curiosidade podemos mergulhar em uma investigação que nos propicia um ganho conceitual no que diz respeito a definições e propriedades matemáticas, pois determinadas vezes necessitamos percorrer por algumas propriedades matemáticas para justificar um comportamento.

Tal tipo de investigação mostrou-se importante também por evidenciar softwares como um auxiliar tanto para percepção dessas curiosidades, como para indicar suspeitas acerca da solução. Dessa forma é evidente que a contribuição de atividades desse tipo pra a aprendizagem significativa é inquestionável.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar a Deus, por estar presente nas minhas escolhas, me abençoando, me guiando, iluminando e acima de tudo, me indicando o caminho correto a ser trilhado.

A minha mãe Maria de Lourdes Silva Costa e ao meu pai Evandro Martins da Costa, pois desde o início da minha vida me mostraram o estudo como a única maneira de conseguir conquistar os meus sonhos, de conquistar aquilo que eles não tiveram a oportunidade de alcançar, uma formação acadêmica.

A Família Saraiva, em nome de Teresinha Saraiva de Andrade, José Saraiva e Andrade, Irenice Saraiva de Andrade Moreira e Maria Saraiva, por terem me acolhido durante estes quatro anos de curso em Uruçuí – PI.

A todos os professores e servidores que compõem o IFPI – Campus Uruçuí, pelas oportunidades concedidas no decorrer deste curso.

A todos os colegas de turma, pelos conhecimentos compartilhados e pelas amizades conquistadas.

A todos os amigos que fizeram parte desta caminhada, por estarem presentes não somente nos momentos de alegria, mas também nas dificuldades vivenciadas.

Enfim, agradeço a todos os que de forma direta ou indireta, colaboraram e contribuíram para esta grande conquista.

NOTABLE TRIANGLE POINTS AND GEOMETRIC EYE

ABSTRACT

By manipulating geometric figures through the GeoGebra software we can find out some curiosities. An example is what we will call here with geometric eye, which is a geometrical construct performed by the remarkable points of the triangle that resembles a human eye. Finding this interesting we solved, counting on the planar and analytical geometry to study this figure in order to justify some behaviors and, moreover, equate the components of the eye. It aims at this work to present both this study and its results, thus seeking to foster the student's interest for mathematical research in particular in the sense of trying to justify curious behaviors and or equate these curiosities.

Keywords: Notable points of the triangle. Math research. Geometric eye.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. São Paulo: Blucher, 2012. Tradução de Helena Castro.

FERREIRA, Eber Nunes. **Desenho Geométrico**. Disponível em: <http://www.exatas.ufpr.br/portal/degraf_rossano/wp-content/uploads/sites/16/2014/10/gd_04_dg_apostila.pdf>. Acesso em: 01 de dez. 2017

OFICINA de miniaturas: olhe nos meus olhos. Disponível em: <https://www.ludopedia.com.br/topico/489/oficina-de-miniaturas-olhe-nos-meus-olho> >. Acesso em: 01 de dez. 2017.

Olho humano. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Olho_humano>. Acesso em: 01 de dez. 2017.

.