



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS CORRENTE
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

MOREX CARVALHO DOS SANTOS

**O USO DE MATERIAL CONCRETO NO ENSINO DE CÁLCULO INTEGRAL:
UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NO IFPI – CAMPUS CORRENTE**

CORRENTE

2017

MOREX CARVALHO DOS SANTOS

O USO DE MATERIAL CONCRETO NO ENSINO DE CÁLCULO INTEGRAL:
UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NO IFPI – CAMPUS CORRENTE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. Campus Corrente.

Orientador: Prof. Me. Cleilton Melo.

CORRENTE

2017

AGRADECIMENTOS

A Deus, Senhor, Criador e Salvador de todas as coisas que me orientou e capacitou em todos os momentos dessa pesquisa.

Agradeço a todos os professores e servidores do IFPI do Campus Corrente, pois todos cumprem as suas funções com excelência e com dedicação para oferecer um ensino de qualidade.

E em especial aos meus pais, que deram todo o apoio necessário para que eu chegasse até aqui.

O que prevemos raramente ocorre; o que menos esperamos geralmente acontece”.

Benjamin Disraeli

RESUMO

O presente trabalho tem o objetivo de analisar e discutir as contribuições de atividades práticas no ensino de Cálculo Integral, a partir de experiências proporcionadas pelo uso de material concreto durante a aula. O trabalho fundamentou-se em outros estudos em educação matemática. A pesquisa de campo foi realizada com discentes do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Piauí – Campus Corrente, a partir da aplicação de um minicurso e atividades experimentais, mesclando a resolução de exemplos e medição do volume de sólidos. Como instrumento de coleta de dados, foi utilizado um questionário de avaliação das atividades, aplicado aos discentes. Os resultados da pesquisa apontam que o uso de material concreto contribuiu para despertar a curiosidade dos discentes, e que fazer uso de material concreto no ensino de cálculo integral ajuda a assimilar o conhecimento.

Palavras-chave: Cálculo Integral. Material Concreto. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

The present work has the objective of analyzing and discussing the contributions of practical activities in the teaching of Integral Calculus, from experiences provided by the use of concrete material during the lesson. The work is based on other studies in mathematical education. The field research was carried out with students of the Mathematics Degree course of the Instituto Federal do Piauí – Campus Corrente, From the application of a mini-course experimental activities merging the resolution of examples and measurement of the volume of solids. As an instrument of data collection, a questionnaire was used to evaluate the activities, applied to students, The results of the research indicate that the use of concrete material has contributed to awaken the uriosity of the students, And that making use of concrete material in the teaching of integral calculus helps to assimilate knowledge.

Keywords: Integral Calculus. Concrete Material. Mathematics Teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Isaac Newton	15
Figura 2 - Gottfried Wilhelm von Leibniz	16
Figura 3 - Resposta de aluno do grupo B da segunda questão	27
Figura 4 - Resposta de aluno do grupo B da quinta questão	28
Gráfico 1 – Respostas da 7ª questão grupo A	31
Gráfico 1 – Respostas da 7ª questão grupo B	31

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	O CÁLCULO INTEGRAL	12
2.1	HISTÓRIAS DO SURGIMENTO DO CÁLCULO INTEGRAL E DIFERENCIAL	12
2.2	CONCEITOS E DEFINIÇÕES FUNDAMENTAIS DO CÁLCULO INTEGRAL	15
2.2.1	Volume de um sólido	15
2.2.2	Superfícies e Sólidos de Revolução	15
2.2.3	Teorema Fundamental do Cálculo. Existência de Primitivas	16
2.2.4	Integral de Riemann	17
2.3	Importância da disciplina de Cálculo Integral	18
2.4	O ensino de Cálculo e o uso de material concreto	19
3	ENSINO DO CÁLCULO INTEGRAL USANDO MATERIAIS CONCRETOS	21
4	ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS OBTIDOS	23
4.1	Resultados do Questionário dos licenciandos do “grupo A” e “grupo B”	23
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	32
	REFERÊNCIAS	34
	APÊNDICE A – instrumento de coleta de dados.....	37
	APÊNDICE B – imagens do minicurso como o Grupo A	38
	APÊNDICE C – imagens do minicurso como o Grupo B	39
	APÊNDICE D – Materiais utilizados no minicurso	40
	APÊNDICE E – Slides da aplicação do minicurso	41

1 INTRODUÇÃO

O ensino de matemática vem enfrentando dificuldades, por conta dos vários desafios, tais como, o tradicional desinteresse dos alunos ou por falta de conhecimentos básicos dos mesmos, inclusive no ensino superior, por isso torna-se necessário procurar alternativas que possam diminuir esses obstáculos.

Com isso o objetivo principal desse trabalho é testar e analisar as contribuições do uso de material concreto no ensino de cálculo integral, uma vez que essa prática já é consagrada no ensino fundamental e apresenta sempre fatores que contribui para um bom rendimento dos alunos.

A motivação inicial deste trabalho baseou-se em experiências vivenciadas no ensino fundamental com o uso de material concreto no ensino de Matemática, daí surgiram os seguintes questionamentos, essa metodologia pode ser aplicada no ensino superior? Ela pode melhorar o interesse dos discentes? Quais seriam as vantagens e/ou desvantagens dessa metodologia no ensino superior?

Este trabalho faz um apanhado sobre o ensino de Cálculo Integral, mais especificamente quando aplicado para encontrar o volume de um sólido, pretendendo apresentar algumas conclusões elaboradas a partir de respostas obtidas através de questionários aplicado após o encerramento de um minicurso onde foi usada a metodologia proposta.

A disciplina de Cálculo integral é uma disciplina com auto índice de reprovação no curso de Licenciatura em Matemática, esse insucesso é atribuído a má formação inicial dos discentes e a métodos pedagógicos que desmotiva e que são ineficientes.

Conforme ressalta Braga (2010)

“Em se tratando da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, observa-se que ainda é muito forte a presença do paradigma do exercício sob o tripé: conceito, exemplo e exercícios fragmentados, dissociados de aplicações matemáticas. Tal paradigma reforça o questionamento sobre o aluno que queremos e o aluno que formamos, ou seja, é preponderante no ensino a repetição, exercícios rotineiros e exigem-se alunos críticos, autônomos, participativos, reflexivos, capazes de resolver problemas.”

No decorrer desse trabalho será apresentada a ideia que adapta-se segundo uma sequência didática, que será o teste do uso de material concreto no

ensino superior.

No sentido de tentar promover uma experiência distinta do que se tem nas aulas expositivas tradicionais, e deslumbrando uma melhoria no ensino de Cálculo Integral, propõe-se a inserção de material concreto no ensino de cálculo.

2 O CÁLCULO INTEGRAL

2.1 Histórias do surgimento do Cálculo Integral e Diferencial

A palavra cálculo é de origem latina, “*calculus*”, e na Roma Antiga era uma pequena pedra ou seixo usado para contagem e jogo, e o verbo latino *calcular* passou a significar ‘figurar’, ‘computar’, ‘calcular’ (SIMMONS, 1987, p.70).

O Cálculo diferencial e integral ou Cálculo Infinitesimal é uma área de estudo que já vem sendo trabalhada há muito tempo, existe registro de cálculos que parecem ser uma estimativa da área de uma superfície curva em um Papiro Egípcio de Moscou que data aproximadamente ser de 1890 a.C., nesse escriba pede a área da superfície de um cesto, e resolve a questão com um cálculo parecido uma técnica de integração. Nesse mesmo Papiro aparece também problemas matemáticos que busca saber o volume de um troco de pirâmide (BOYER, 2010).

Uma informação relevante no parágrafo anterior é que nos registros mais antigos a respeito do estudo do cálculo, é que se tratam do cálculo integral, ou seja, é provável que a ideia de integração surgiu antes da ideia de derivadas ao contrário da sequência aplicada nos cursos de Licenciatura em Matemática.

A ideia do Cálculo integral e diferencial basicamente surge a partir da busca por um método que encontre a área e volume de um polígono ou sólido, mas não de polígonos ou sólidos de bordas retas, pois esses são fáceis de se encontrar, mas sim de áreas e volumes curvos.

De acordo com estudos realizados por Rooney (2012, p. 149), é citado o início das primeiras abordagens:

“As primeiras abordagens para os problemas de trabalhar com formas e volumes irregulares tentavam dividir a área ou volume em partes pequenas e regulares e depois juntar as partes. Os elementos essenciais desse método foram descritos por Eudoxo e Arquimedes mais de 2.000 anos atrás, mas desenvolvimento e aplicação rigoroso não foram possíveis enquanto os matemáticos ainda estavam tropeçando na ideia do infinito.”

Temos sim esses registros de 1890 a.C., mas as maiores contribuições no estudo do Cálculo Diferencial e Integral foi no século XVII, a contribuição maior deve-se ao físico e matemático inglês Issac Newton (1642-1727) e ao filósofo e matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646- 1716) que descobriram de forma

independente a relação entre derivada e integral, através do estudo conhecido como “O teorema fundamental do cálculo” (BARBOSA, 2003).

Figura 1 - Isaac Newton



Fonte: FRAZÃO (2017).

Isaac Newton nasceu prematuramente no Natal de 1642 e estava tão doente que chegou a receber a extrema-unção, quando ele tinha três anos, sua mãe o deixou aos cuidados da avó e foi viver com seu novo marido.

Newton foi para o Trinity College, em Cambridge, onde estudou as ciências clássicas exigidas pelo currículo, mas também leu os novos trabalhos de Descartes e do químico Robert Boyle. Newton tinha atração por assuntos místicos e alquimia. Ele tinha também uma intolerância psicótica a outros estudantes que discordassem dele. Por muitos anos, trabalhou isolado, evitando qualquer possível fonte de conflitos. Disputas profissionais lhe causavam grande raiva e provocando tempestades no mundo científico.

Na área da Matemática, Isaac Newton criou o chamado Binômio de Newton (através das séries infinitas), muito usado na Combinação, em Análise Combinatória. Mas, com certeza, o trabalho mais destacado foi na criação do Cálculo Diferencial e Integral. O Cálculo Integral veio a ser criado alguns meses depois do Cálculo Diferencial (FRAZÃO, 2017).

Antiderivada é a outra forma de chamar a integral indefinida, uma vez que é um processo que inverte a derivada de funções. Já a integral definida, a princípio definida como Soma de Riemann, determina limites de integração, ou seja, é um

processo situado entre dois intervalos bem definidos, daí o nome integral definida. Com o advento do "Teorema Fundamental do Cálculo" estabeleceu-se uma conexão entre os dois ramos do cálculo: o Cálculo Diferencial e o Cálculo Integral.

Figura 2 - Gottfried Wilhelm von Leibniz



Fonte: somatematica (2017)

Leibniz nasceu em Leipzig, Alemanha, no dia primeiro de julho de 1646. Ingressou na Universidade aos 15 anos de idade e, aos 17, já havia adquirido o seu diploma de bacharel. Estudou Teologia, Direito, Filosofia e Matemática na Universidade. Aos 20 anos de idade, já estava preparado para receber o título de doutor em direito. Deixou a Leipzig e foi para Nuremberg receber o seu título de doutor na Universidade de Altdorf.

Leibniz foi o primeiro a publicar um trabalho sobre Cálculo Diferencial, isso em 1684, antes mesmo do que Newton, e tinha como título "*Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, qua nec irrationales quantitates moratur*". Nesse trabalho aparecerem as fórmulas:

$$dx^n = nx^{n-1} \quad (1)$$

$$d(xy) = xdy + ydx \text{ (Derivada do produto)} \quad (2)$$

$$d\left(\frac{x}{y}\right) = (ydx - xdy)/y^2 \text{ (Derivada do quociente)} \quad (3)$$

Leibniz dois anos depois veio a publicar um trabalho sobre Cálculo Integral. Nesse trabalho, o problema da quadratura aparece como um caso especial do método do inverso das tangentes.

2.2 Conceitos e definições Fundamentais do Cálculo Integral

O processo de integração surgiu a partir dos problemas de quadratura de curvas, que é a base para encontrar a área limitada por uma curva, para tais problemas a visualização geométrica é muito importante para entender as questões, por isso a Geometria é uma parceira do Cálculo.

“A integração calcula a área sob a curva traçando uma série de retângulos infinitesimalmente finos sob a curva e somando suas áreas.” (Rooney, 2012, p. 154).

Vamos assumir conceitos e definições básicas para o bom entendimento do trabalho, assuntos que são pré-requisitos para trabalhar com cálculo integral, tais como, volume de um sólido, superfície de revolução, sólido de revolução, integral definida.

2.2.1 Volume de um sólido

Quando analisamos a trajetória escolar de um aluno, com relação aos conteúdos de Matemática, podemos perceber que ainda no ensino fundamental e médio já temos os primeiros contatos com o cálculo de volumes de sólidos, sólidos regulares. E geralmente esse conteúdo é trabalhado apenas com a apresentação de fórmulas sem nem um tipo de demonstração, e isso pode ser um dos fatores que dificultam o entendimento do cálculo de volumes por integração.

2.2.2 Superfícies e Sólidos de Revolução

Tomaremos como base para definir esse conceito usaremos o livro A matemática do ensino médio – volume 2, que tem como autor principal, Elon Lages Lima, edição 6.

Considere em um plano, uma reta E chamada de eixo e uma linha L , simples, que não corta esse eixo. Imagine que essa linha “gire” em torno do eixo, ou seja, cada ponto de L descreve uma circunferência em um plano perpendicular à E e com centro sobre E .

Cada ponto P em L percorre, então, uma circunferência cujo raio é a sua distância ao eixo e a reunião de todas essas circunferências é chamada uma

Superfície de Revolução.

Se a linha L for fechada aos seus dois extremos pertencerem ao eixo, a superfície de revolução delimita um sólido chamado *Sólido de Revolução*.

2.2.3 Teorema Fundamental do Cálculo. Existência de Primitivas

Esta é uma outra definição que também é importante para nosso estudo, tomaremos como base a definição apresentada no livro: “Um Curso de Cálculo” Volume 2, de Luiz Guidorizzi.

Seja f contínua no intervalo I e seja a um ponto em I . Como estamos supondo f contínua, para todo x em I , a integral $\int_a^x f(t)dt$ existe; podemos, então, considerar a função F definida em I e dada por $F(x) = \int_a^x f(t)dt$.

Demonstração

$$\text{Para todo } x \text{ em } I, F'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = f(x)$$

Temos

$$\frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \frac{\int_a^{x+h} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt}{h} = \frac{\int_x^{x+h} f(t)dt}{h}$$

Pelo teorema do valor médio para integrais existe c entre x e $x+h$ tal que

$$\int_x^{x+h} f(t)dt = f(c)h.$$

$$\text{Assim, } \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = f(c).$$

Tendo em vista a continuidade de f em I e observando que c tende a x quando h tende a zero resulta, $F'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = f(x)$.

Percebe-se que o teorema fundamental do cálculo nos garante que toda função contínua em um intervalo admite, neste intervalo, uma primitiva e, além disso, exibe-nos, ainda, uma primitiva.

2.2.4 Integral de Riemann

A definição de Integral de Riemann que adotaremos para esse trabalho encontra-se no livro: “Um curso de cálculo”, volume 1, 5ª edição e autoria de Hamilton Luiz Guidorizzi, definida como segue abaixo.

Tome f uma função definida em $[a, b]$ e L número real. Dizemos que $\sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$ tende a L , quando $\max \Delta x_i \rightarrow 0$, e escrevemos $\lim_{\max \Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i = L$

Se, para todo $\epsilon > 0$ dado, existir um $\delta > 0$ que só dependa de ϵ mas não, da particular escolha dos c_i , tal que $|\sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i - L| < \epsilon$ para toda partição P de $[a, b]$, com $\max \Delta x_i < \delta$.

O número L que se refere a cima quando existe é único, denomina-se Integral de Riemann de f em $[a, b]$ por $\int_a^b f(x)dx$.

$$\text{Portanto, temos } \int_a^b f(x)dx = \lim_{\max \Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$$

Se $\int_a^b f(x)dx$ existe, então diremos que f é integrável (segundo Riemann) em $[a, b]$. É comum referimo-nos a $\int_a^b f(x)dx$ como integral definida de f em $[a, b]$.

2.2.5 Parametrização de uma função

Como o presente trabalho é voltado para cálculo de volume por meio de integração torna-se necessário definir aqui as formulas que usamos para parametrizar uma função, as formas que usaremos são obtidas através de coordenadas polares, tomaremos como referência o livro Um Curso de Cálculo volume 1, 5ª edição de autoria de Hamilton Luiz Guidorizzi.

Seja f contínua em $[a, b]$, com $f(x) > 0$ em $[a, b]$. Seja B o conjunto obtido pela rotação em torno do eixo x , do conjunto A do plano limitado pelas retas $x = a$ e $x = b$, pelo eixo x e pelo gráfico de $y = f(x)$. Estamos interessados em definir o volume V de B .

Seja $P: a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{i-1} < x_i < \dots < x_n = b$ uma partição de $[a, b]$ e, respectivamente, $\bar{c}_i$ e $\bar{\bar{c}}_i$ pontos de mínimo e de máximo de f em $[x_{i-1}, x_i]$, logo, $\bar{c}_i = x_{i-1}$ e $\bar{\bar{c}}_i = x_i$. Temos:

$\pi[f(\bar{c}_i)]^2 \Delta x_i$ = volume do cilindro de altura Δx_i e base de raio $f(\bar{c}_i)$ (cilindro de “dentro”)

$\pi[f(\bar{\bar{c}}_i)]^2 \Delta x_i$ = volume do cilindro de altura Δx_i e base de raio $f(\bar{\bar{c}}_i)$ (cilindro de “fora”).

Uma boa definição para o volume de V deverá implicar

$$\sum_{i=1}^n \pi[f(\bar{c}_i)]^2 \Delta x_i \leq \text{volume} \leq \sum_{i=1}^n \pi[f(\bar{\bar{c}}_i)]^2 \Delta x_i \text{ para toda partição } P \text{ de } [a, b].$$

Para $\max \Delta x_i \rightarrow 0$, as somas de Riemann que comparecem nas desigualdades tendem a $\int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$ ou $V = \pi \int_a^b y^2 dx$, em que $y = f(x)$.

2.3 Importâncias da disciplina de Cálculo Integral

No curso de Licenciatura em Matemática é importante que os discentes tenham um bom desempenho na disciplina de Cálculo Integral e Diferencial, pois no curso, ela proporcionará ao licenciando um primeiro contato com a Matemática do ensino superior, sendo a introdução de uma série de disciplinas que envolve Cálculo.

Um dos fatores que torna o Cálculo Integral uma das disciplinas mais importantes dentro do curso de Licenciatura em Matemática é que ele serve de base para várias definições, isso pode ser notado em disciplinas como, Geometria Analítica, Matemática Financeira e Estatística.

Um fato preocupante é que mesmo sendo uma disciplina fundamental para os cursos de exatas e tendo auto índice de reprovação, poucos tentam diversificar para que se tenha mudanças nos resultados.

Isto foi percebido por pesquisa da UNESCO (2004), que cita alguns fatores responsáveis por estas dificuldades no aprendizado do Cálculo, tais como, a metodologia aplicada pelos professores da disciplina, e pelo tradicional desinteresse dos acadêmicos nos processos iniciais de aprendizado do Cálculo.

Além disso as disciplinas de Cálculo fundamentam o licenciando para trabalhar com conteúdos que são abordados no ensino fundamental e médio com pleno domínio.

Lima e Silva (2012, p. 3) dizem:

“A realização de uma reflexão aprofundada a respeito da disciplina inicial de Cálculo que se ministra na graduação em Matemática, a nosso ver, é de suma importância, principalmente pelo fato da abordagem dada a este assunto nesse tipo de curso superior, em muitos casos, trazer consequências determinantes para a atuação profissional de seus egressos.”

Ter domínio de conteúdo é essencial para que o professor consiga ensinar de forma significativa aos seus alunos, refletindo sobre como ensinar este conteúdo, na sua didática em sala de aula, desta forma, propiciando a compreensão e a produção de conhecimentos.

Além disto, na formação dos professores, segundo Pinheiro e Romanowski (2009) é necessário,

“trabalhar no sentido da diversificação dos modelos e das práticas de

formação instituindo novas relações dos professores com o saber pedagógico e científico. A formação passa pela experimentação, pela inovação, pelo ensaio de novos modos de trabalho pedagógico. E, por uma reflexão crítica sobre a sua utilização. A formação passa por processos de investigação, diretamente articulados com as práticas educativas.” (PINHEIRO; ROMANOWSKI, 2009)

Tendo em vista que um dos objetivos da Licenciatura em Matemática é formar um professor para o ensino fundamental, e um requisito importante que o professor deve atender é o domínio dos conteúdos, e a disciplina de Cálculo Integral e Diferencial ajuda, pois são muitas as fórmulas deduzidas e demonstradas através do Cálculo, principalmente as fórmulas para calcular áreas e volumes que são apresentadas no ensino fundamental e médio.

2.4 O ensino de Cálculo e o uso de material concreto

São vários estudos a respeito do uso de material concreto nas aulas de matemática, elaborados para o ensino fundamental e também para o ensino médio, e essa metodologia sempre teve resultados significativos e positivos. Por isso iremos sugerir essa metodologia também para o ensino superior, mais especificamente para o conteúdo de Cálculo Integral.

O professor não deve simplesmente conduzir seus alunos através de procedimentos que os levem para resultados prontos, para tornar as aulas mais produtivas é preciso que o professor parta do real, conhecimentos que os alunos já dominam e também fazer uso do manipulável.

Silva (2013) afirma:

“Dessa forma, cabe ao educador perceber a necessidade de enriquecer sua metodologia, utilizando os materiais concretos para que a aula possa ser mais dinâmica, além de conciliar teoria e prática para instigar os alunos a participarem da aula, expor suas opiniões e interagir nos grupos.” (SILVA, 2013)

A utilização de materiais concretos com o intuito de explorar ideias matemáticas, podem agregar mudanças no ambiente da sala de aula. Com isso, deixamos de ter ensino centrado no professor, logo os discentes são induzidos a refletir sobre os conceitos do Cálculo.

NOVELLO, SILVEIRA e LUZ (2009) destacam que o ensino de matemática utilizando de materiais concretos deixa as aulas mais interativas, e instiga o educando

a buscar informações, isso deixa o aluno mais participativo sempre lançando questionamentos, o que torna o educando ativo na construção do seu conhecimento, descobrindo suas próprias soluções.

Araújo e Yoshida (2009)) Diz que:

“Fazer da sala de aula o lugar de aprendizagem natural do sujeito é estabelecer como objetivo da escola criação de um ambiente onde se partilha e constrói significados. A decorrência de se aceitar esta afirmação como verdadeira é que aos que fazem a escola, cabe o planejamento de atividades de ensino mediante as quais, professores e alunos possam ampliar, modificar e construir significados.”

E a sugestão trazida neste trabalho, caso colocado em prática, poderá trazer uma nova visão dos estudantes com as disciplinas que necessitam do Cálculo Integral, podendo inclusive atrair-los para trabalhos acadêmicos nas áreas que demandam cálculo nas ciências exatas. Podendo também, melhorar o relacionamento entre professor, aluno e disciplina, e isso pode implicar num melhor aproveitamento da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática, diminuindo a reprovação na mesma.

3 ENSINO DO CÁLCULO INTEGRAL USANDO MATERIAIS CONCRETOS

O trabalho em questão trata-se de um estudo realizado no primeiro semestre de 2017, com alunos do curso de graduação em Licenciatura em Matemática do Campus Corrente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI, na ocasião a disciplina Cálculo Diferencial e Integral II é colocada em foco, pois aqui é proposto o uso de materiais concretos como ferramenta para o ensino do cálculo de volume.

Em busca de respostas com pontos de vista diferentes optaremos por coletar informações dos discentes do grupo que não tiveram contato com a disciplina de Cálculo Integral (*Grupo A*), desse grupo participaram da pesquisa 6 discentes do módulo III, e de um outro grupo que já passaram pela disciplina (*Grupo B*), no grupo B foram 12 participantes do IIV e VIII módulos, para conduzir a investigação utilizou-se uma abordagem qualitativa, de forma a contemplar as questões apresentadas.

A metodologia qualitativa se adequou melhor a pesquisa pelo fato que estamos interessados em analisar e interpretar aspectos mais profundos, fazendo uma análise mais detalhada da investigação.

A pesquisa tem caráter qualitativo, segundo D'Ambrosio (2012), a pesquisa qualitativa é muitas vezes chamada etnográfica, ou participante, ou inquisitiva, ou naturalística. A pesquisa é focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural

Segundo Minayo (2001), define a pesquisa qualitativa com um universo de significados, motivos, crenças, valores e atitudes, o que corresponde um espaço mais profundo das relações dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Esta pesquisa seguiu um planejamento metodológico delimitado por 5 etapas, abaixo temos as descrições de cada etapa.

Este trabalho teve início com o levantamento bibliográfico desde o contexto histórico do surgimento do Cálculo Integral até as metodologias usadas hoje nos cursos de Licenciatura em Matemática, e entre esses tópicos foi ressaltada a importância desta disciplina para o curso de Matemática.

Antes de ter dado início a parte prática do projeto foi realizada uma

divulgação com apresentação do projeto para o público alvo, essa divulgação foi feita de sala em sala nas turmas de matemática que já estudaram ou estudarão a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II.

A aplicação deste trabalho é por meio de um minicurso prático em paralelo com a teoria, onde os alunos participaram de forma ativa, ou seja, ajudando no manuseio do material concreto. Esses materiais são sólidos geométricos de material acrílico (Cone, tronco de cone, esfera e cilindro), e serviram para demonstração prática do cálculo de volumes por integração, fazendo exemplos e verificando os resultados através de medições.

No início da aplicação da aula foram resolvidos exercícios do cálculo de volumes de sólidos formados com a rotação de uma função em torno de um eixo e dentro de um intervalo, como por exemplo: do tronco de cone, da esfera e do cilindro, sendo que após cada cálculo foi feita uma medição com água em um recipiente de acordo com cada exemplo para verificar o resultado.

Para finalizar a aula foi proposto que os participantes se reunissem em duplas, e foi distribuído entre eles outros recipientes acompanhados de uma fita métrica para que eles encontrem a função que define a superfície desse sólido e com isso, usando integração, assim como nos exemplos, eles encontrem o volume do sólido e em seguida façam a medição e comparem com o resultado do cálculo.

Mediante a implementação da atividade, foi aplicado um questionário com a finalidade de levantar alguns dados sobre a perspectiva dos sujeitos em relação a metodologia proposta, além destas o questionário contém questões relacionadas a conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral. As questões elaboradas foram respondidas individualmente pelos alunos.

Com tudo, para concluir a pesquisa faremos uma análise qualitativa de todos os questionários e do desenvolvimento do minicurso, com comparações, análise e discussão entre as repostas do grupo A com as do grupo B.

Para tratar de um elemento específico dos grupos A e B usaremos respectivamente A.1, A.2, A.3, ...; B.1, B.2, B.3, ..., pela ética da pesquisa. Todos os licenciandos do grupo A estão cursando a disciplina Cálculo Diferencial, a característica geral deste grupo e que todos tiveram o primeiro contato com o Cálculo integral durante o minicurso apresentado nessa pesquisa, já no grupo B todos são concludentes do curso e com isso já tiveram contato com o Cálculo Integral.

4 ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS OBTIDOS

Aulas teóricas são fundamentais para possibilitar o aprendizado de determinados assuntos, no entanto, existem conteúdos que precisam de metodologias que usam aulas práticas, para que discente possa abstrair e analisar de forma a possibilitar a construção de conceitos, e essa construção é um dos resultados aguardados.

Nesse tópico será exposto os dados obtidos na pesquisa, analisaremos as respostas

4.1 Resultados do Questionário dos licenciandos do “grupo A” e “grupo B”

Questão 1

Quadro 1 – Respostas do Grupo A da 1ª questão

Qual sua concepção de sólido de revolução?	
A.1	É a rotação da figura plana ao redor do eixo.
A.2	E um sólido gerado a partir da rotação de uma reta ou uma curva em torno de um eixo.
A.3	É quando rotaciona em volta do seu próprio eixo uma figura plana.
A.4	Defini uma função preenchida. Figura plana em rotação de um eixo.
A.5	É quando você gira uma reta em torno de um eixo para encontrar um sólido.
A.6	É o sólido formado através da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 2 – Respostas do Grupo B da 1ª questão

Qual sua concepção de sólido de revolução?	
B.1	É um sólido gerado através da rotação de uma figura plana em torno do eixo x ou do eixo y do plano cartesiano.
B.2	Sólido formado pela rotação de uma figura plana.
B.3	É algo que gira em torno de um eixo.
B.4	Sólido gerado pela rotação de uma figura plana.
B.5	Sólido de revolução é formado pela rotação de uma figura plana em torno de um eixo.
B.6	É a revolução da superfície, quando dá um giro de trezentos e sessenta.
B.7	É o sólido formado pela rotação de uma figura plana.
B.8	É um sólido gerado pela rotação de uma função “de seu gráfico” em um determinado intervalo.
B.9	Quando uma figura plana é racionada em torno de um eixo.

B.10	É um sólido que e criado a partir da rotação de uma certa região plana em torno do eixo X ou Y.
B.11	É quando fixamos a metade de um sólido em um dos eixos, e racionamos conseguimos visualizar seu sólido de revolução.
B.12	Não respondeu!

Fonte: Elaborado pelo autor

A maior parte dos discentes de ambos os grupos conseguiram dar uma definição aceitável de um sólido de revolução, uma dificuldade visível em quase todas as repostas é a de usar termos matemáticos, como exemplo disso temos a resposta do discente B.3 “É algo que gira em torno de um eixo”, constamos que o discente pode até saber reconhecer um sólido de revolução, mas tem essa dificuldade para defini-lo.

Questões de 2 a 5

Tabela 1 – Tabulação das respostas da 2ª a 5ª questão

Questão	Certas		Erradas		Abstenção	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
Segunda	67%	75%	33%	16,66%	0%	8,33%
Terceira	100%	91,66%	0%	8,33%	0%	0%
Quarta	66,66%	66,66%	16,66%	33,33%	16,66%	0%
Quinta	50%	16,66%	16,66%	50%	33,33%	33,33%

Fonte: Autor da pesquisa

Essas quatro questões, da segunda à quinta, são a respeito de conteúdos relacionados ao Cálculo Integral.

SEGUNDA QUESTÃO

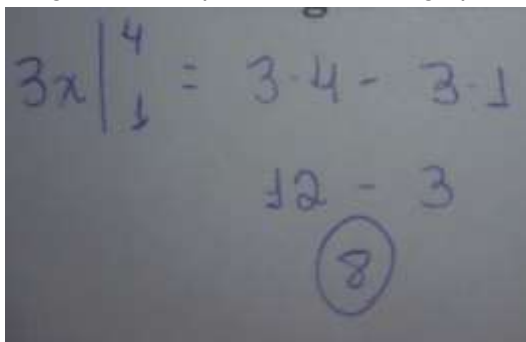
Calculando a integral definida $\int_1^4 3dx$ obtemos?

Essa questão pede o resultado da integral de uma constante dentro de um intervalo, como mostra a tabela acima 67% dos discentes do grupo A acertaram essa questão, esse é um resultado bastante satisfatório visto que esse é o grupo que teve seu primeiro contato com o cálculo integral através da aplicação desse projeto.

E 75% do grupo B também acertou essa questão, esse é um bom número de acertos, fato preocupante é que dentre os 16,66% que erraram tem-se erros

preocupantes tendo em vista que são alunos concludentes. Na imagem abaixo temos um desses erros:

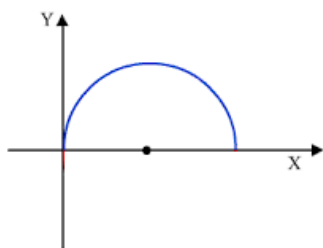
Figura 1 – Resposta de aluno do grupo B.


$$3x \Big|_1^4 = 3 \cdot 4 - 3 \cdot 1$$
$$12 - 3$$
$$\textcircled{8}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

TERCEIRA QUESTÃO

Que sólido geométrico é formado com a rotação do semicírculo em torno do eixo X?



Nessa questão os dois grupos tiveram bons resultados, 100% de acertos no grupo A e 91,66% no grupo B, essa questão exige capacidade de abstração, algo muito importante para trabalhar com o cálculo integral e que também é bastante exercitado quando utilizamos material concreto.

QUARTA QUESTÃO

Qual sólido de revolução é gerado pela rotação da função $y = x$ em torno do eixo x , no intervalo $[0,3]$?

Tanto o grupo A como o grupo B tiveram 66,66% de acerto, a diferença nas respostas foi por conta das abstenções no grupo A que chegaram a 16,66%, isso indica que são pessoas que não souberam responder, ou seja, nos dois grupos 33,33% não conseguiram fazer a abstração que é necessária para visualizar o cone que possui altura e raio com 3 unidades de medida.

QUINTA QUESTÃO

Encontre o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo x da região sob a curva $y = \sqrt{x}$, o eixo x e as retas $x = 0$ e $x = 1$.

Aqui já é exigido um pouco mais de conhecimento, pois deve-se parametrizar a função, perceber o intervalo de integração e por fim integrar a função parametrizada, 16,66% do grupo B acertou que não é um bom resultado pois é uma integral simples para alunos que já passaram pela disciplina.

O grupo A teve 50% de acertos, mas deve ser ressaltado que esses discentes tiveram o primeiro contato com integral por meio desse projeto, e tivemos respostas bastante satisfatórias, pois esses discentes do grupo A seguiram todo o processo de maneira correta, a exemplo disso temos a imagem abaixo:

Figura 2 – Resposta de aluno do grupo A.

$$y = x^2$$

$$\int_0^1 \pi (x^2)^2 dx = \text{volume}$$

$$= \pi \int_0^1 x^4 dx \quad V = \int_0^1 \pi \frac{x^5}{5} dx$$

$$= \pi \frac{x^5}{5} \quad V = \frac{\pi}{5}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Questão 6

Quadro 3 – Respostas do Grupo A da 6ª questão

Como a aula com uso de material concreto influencia na sua relação com o professor (Os licenciandos foram nomeados de A1, A2, A3..., pela ética da pesquisa).	
A.1	A aula fica mais prazerosa. E o professor e os alunos se aproximam mais.
A.2	Facilita a observação e o entendimento a respeito dos sólidos.
A.3	Na relação com o professor não muda em nada, mas a aula menos expositiva deixa mais cativante.
A.4	Influencia muito, pois deixa a aula mais bem entendida um material concreto, e interage com os alunos.
A.5	Aumenta a interação e ajuda o aluno a entender o que acontece e que os cálculos têm ligação com a realidade.
A.6	Faz com que haja uma melhor interação.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 4 – Respostas do Grupo B da 6ª questão

Como a aula com uso de material concreto influencia na sua relação com o professor (Os licenciandos foram nomeados de B1, B2, B3..., pela ética da pesquisa).	
B.1	Uma interação entre aluno e professor
B.2	Além de ter contado direto com o material estudado, torna a aula mais participativa e dinâmica.

B.3	Influência de maneira muito positiva, pois estimula os alunos através de aplicação por meio de materiais concretos, cria um vínculo entre professor e alunos
B.4	Através do material concreto podemos entender o professor e podemos formar uma relação bem amigável.
B.5	É um aprendizado mais fácil
B.6	Influencia com a interação, pois passa trabalhar juntos, sendo que o aluno passa a dar seus pontos de vista com mais detalhes
B.7	Fica mais fácil de enxergar “entender o conteúdo”
B.8	Influencia no modo de aprendizagem, vejo como algo que traz um sentido a mais para os conteúdos.
B.9	Em quase nada! O professor que traz material concreto apenas torna o professor mais dinâmico, não muda muito a relação para com ele.
B.10	Ajuda bastante no entendimento e visualização de diferentes assuntos, inclusive em sólido.
B.11	Com certeza uma aula prática estreita a relação com aluno-professor.
B.12	O uso de material concreto nas aulas, é muito importante, pois os alunos ficam mais os conteúdos, não fica sendo uma aula cansativa, e é mais dinâmica.

Fonte: Elaborado pelo autor

Tanto no grupo A quanto no B a grande maioria dos participantes expressaram pontos positivos em relação ao uso de material concreto nas aulas, no entanto poucos falaram da relação com o professor, desses poucos podemos citar as respostas dos alunos A.1: “A aula fica mais prazerosa. E o professor e os alunos se aproximam mais”, A.3: “Na relação com o professor não muda em nada, mas a aula menos expositiva deixa mais cativante.”, e B.: “Através do material concreto podemos entender o professor e podemos formar uma relação bem amigável.”.

Como pode-se perceber um dos participantes citados, expõe que essa metodologia não muda nada na relação com o professor, mas os outros dois afirmam alguma melhoria dentro da relação.

Questão 7

Quadro 5 – Respostas do Grupo A da 7ª questão

Já teve alguma disciplina que usava materiais concretos nas aulas: Sim () Como influenciou na aprendizagem? Não ()	
A.1	Sim, ajuda a enxergar, com mais facilidade o que acontece.
A.2	Sim, facilitou a concepção em forma da geometria.
A.3	Sim, Influenciou na interação dos alunos com o conteúdo e com os alunos entre se.
A.4	Sim, ajuda muito no aprendizado, deixa uma aula bem mais clara.
A.5	Sim, facilita na “visualização” dos cálculos.

A.6	Sim, facilita bastante o entendimento.
------------	--

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 6 – Respostas do Grupo B da 7ª questão

Já teve alguma disciplina que usava materiais concretos nas aulas: Sim () Como influenciou na aprendizagem? Não ()	
B.1	Sim, ajudaram na assimilação do conteúdo
B.2	Sim, de maneira que facilita o entendimento pois sai da teoria e parte para prática concreta.
B.3	Não!
B.4	Não!
B.5	Não!
B.6	Sim, quando está trabalhando com o concreto na maioria das vezes é mais fácil de ser observado, na teoria passa despercebido.
B.7	Não!
B.8	Sim, de maneira simples.
B.9	Sim, deu mais significância a teoria
B.10	Sim, influenciou muito, principalmente na geometria espacial, na hora da visualização de figuras.
B.11	Sim, a utilização dos sólidos geométricos.
B.12	Sim, influenciou pelo fato de pôr em prática o que já foi visto na lousa.

Fonte: Elaborado pelo autor

Todos os alunos do grupo A já tiveram aula onde o professor utilizou material concretos, e todos citaram influências positivas, no grupo B nem todos passaram por essa experiência, mas os que responderam sim também perceberam bons aspectos nessa metodologia, como afirma o participante B.12: “Sim, influenciou pelo fato de por em prática o que já foi visto na lousa.”.

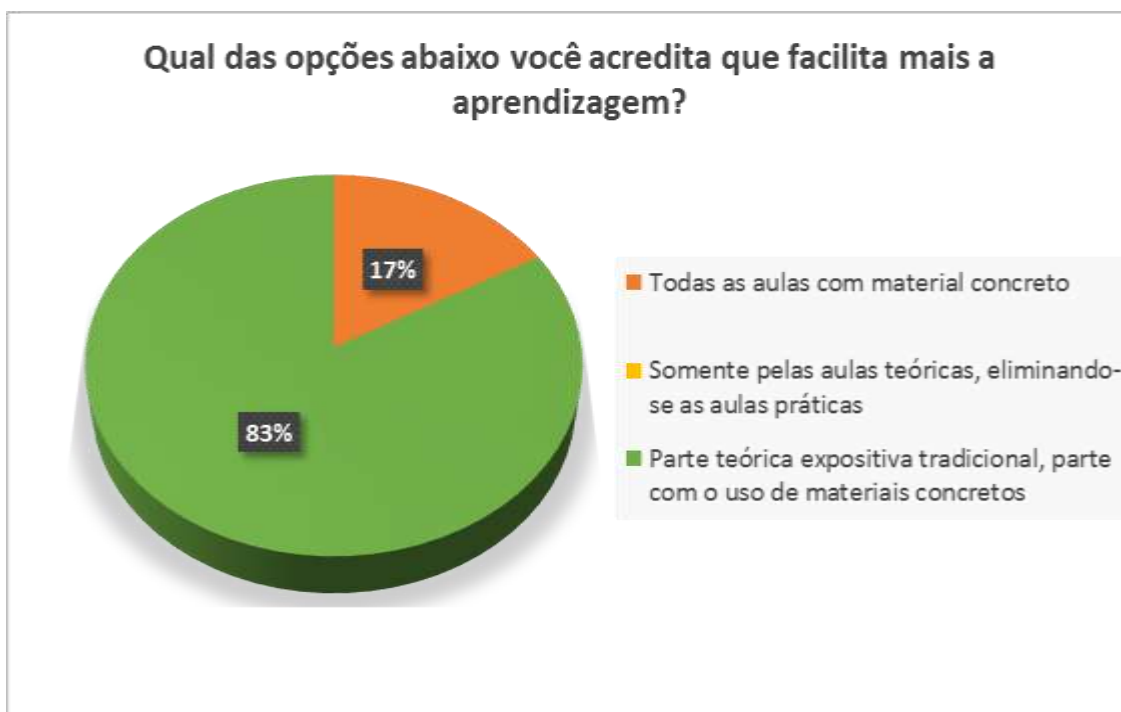
Questão 8

Gráfico 1 – Respostas da 8ª questão grupo



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 2 – Respostas da 7ª questão grupo B



Fonte: Elaborado pelo autor

Percentualmente os grupos apresentaram opinião igual, 83% deles preferem uma mesclar aulas expositivas tradicionais com aulas com o uso de material

concreto. Dessa forma percebe-se que essa metodologia é bastante aceitável pelos participantes dessa pesquisa.

Questão 9

Quadro 7 – Respostas do Grupo B da 9ª questão

Quais vantagens e/ou desvantagens você percebe na metodologia aplicada no minicurso?	
A.1	A concepção real do que acontece quando se calcula integral.
A.2	Vantagem é que com o material concreto consegue observar cada detalhe escondido no cálculo.
A.3	Foi uma abordagem interessante.
A.4	Nenhuma desvantagem. A vantagem é que você aprende mais que você pensa que sabe.
A.5	Deixa a matemática mais divertida. Não vi desvantagens
A.6	A principal vantagem é o fato de despertar no aluno uma curiosidade maior sobre o tema e a matemática em geral.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 8 – Respostas do Grupo B da 9ª questão

Quais vantagens e/ou desvantagens você percebe na metodologia aplicada no minicurso?	
B.1	As vantagens são: o manuseio do material, a participação dos alunos no decorrer da aula e o modo de exposição do conteúdo.
B.2	Vantagens que oferece subsídios que facilita a aprendizagem.
B.3	A metodologia empregada foi muito boa, só que por ter cedo um pouco corrido ficou muito jogado a explicação. Mas deu para observar várias informações.
B.4	Vantagem que mostra como você pode dá uma aula diferente através do material concreto.
B.5	Umas das vantagens é que fica fácil a visualização para o aluno compreender o conceito de sólido. Desvantagens: não vejo nenhuma.
B.6	Vantagens que no minicurso leva os conteúdos de maneira clara para que seja captado da melhor maneira possível.
B.7	Justamente a aplicação
B.8	Vantagens – melhor visualização de que está calculando ou fazendo. Não vejo desvantagem usando equilibradamente
B.9	Vantagens: trás mais veracidade, mais significância as aulas teóricas.
B.10	Vantagens: uma nova forma de verificar o cálculo de volumes a partir de integrais. Desvantagens: nenhuma.
B.11	Vantagem: facilita a aprendizagem.
B.12	As vantagens é que o aluno conseguiu aprender mais e fixa mais o conteúdo visto.

Fonte: Elaborado pelo autor

De maneira geral os participantes destacaram apenas vantagens quanto a aplicação desse método para o ensino de cálculo integral, colocando em suas respostas muitos fatores que melhoram a aprendizagem, tais como os citados pelos participantes A.1, A.6, B.6 e B.12. Não foram colocadas desvantagens pelos discentes em suas respostas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para o desenvolvimento desse trabalho dividimo-lo em etapas, e em cada uma delas apresentamos resultados que tendem para construção do conhecimento. Deu-se início com uma pesquisa bibliográfica sobre a história do Cálculo integral e suas definições. Para pôr em prática a proposta deste trabalho foi aplicado um minicurso usando a metodologia sugerida, onde foi usado uma das aplicações de integração foi calculado o volume de sólidos geométricos.

O questionário aplicado na pesquisa é único, mas aplicado para públicos com características diferentes, para o grupo que já passaram pela disciplina de cálculo integral ele tem o intuito de analisar a respeito do cálculo integral, e também, suas opiniões sobre as aulas práticas utilizando o material concreto em paralelo com as aulas teóricas para a formação acadêmica. Onde eles deram sua opinião a respeito desse método proposto.

E para o grupo que ainda não estudou essa disciplina o questionário tem além dos objetivos que tem para com o outro grupo, o intuito de verificar a viabilidade do uso de material concreto para introduzir os estudos do cálculo integral.

A etapa da aplicação do minicurso foi realizada com sucesso assim como a coleta de dados feita através do questionário, onde os alunos puderam além de acompanhar os cálculos expostos em slides fazer o manuseio dos materiais e também resolver exemplos propostos, finalizamos essa etapa com a medição do volume dos sólidos usados nessa aula, onde é visto na prática a aplicabilidade da integração.

Analisando as respostas das questões de 1 a 5 percebeu-se que mais da metade dos alunos que já passaram pela disciplina responderam corretamente, no entanto esperava-se um melhor resultado, dessa forma fica um sinal de alerta quanto ao ensino de cálculo integral no curso de Licenciatura em Matemática.

Quando as respostas dos discentes que ainda não estudaram esse conteúdo vimos que mais de 50% deles acetaram essas questões, daí podemos constatar que o uso de material concreto contribuiu positivamente para construção do conhecimento.

Com relação as questões que dizem respeito a metodologia aplicada podemos verificar que em sua maioria os participantes dessa pesquisa apontaram fatores que contribuem para formação do conhecimento, e também demonstraram

uma boa aceitação de método.

Com tudo deixamos a sugestão de fazer sim uso de aulas práticas no ensino de cálculo integral, levando em consideração o resultado da pesquisa, pois como foi mostrado os discentes conseguem assimilar o conhecimento por meio dessa prática, serão aulas enriquecedoras que despertam a curiosidade, isso em paralelo com aulas teóricas pode melhorar desenvolvimento dos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Paullyanne Leal de; YOSHIDA, Sônia Maria Pinheiro Ferro. **Professor: Desafios da prática pedagógica na atualidade**. 2009. Disponível em: <<http://www.ice.edu.br/TNX/storage/webdisco/2009/11/03/outros/608f3503025bdeb70200a86b2b89185a.pdf>>. Acesso em: 15 jul. 2017.

BARBOSA, C. A. S. **Cálculo diferencial e integral**. 1. ed. Fortaleza: Edições Livro Técnico, 2003

BOYER, Carl B; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BRAGA, Roberta Modesto. **MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA NA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**. III Encontro Paranaense de Modelagem Matemática - EPAMM, p. 2, 2010.

CARVALHO, A (orgs). **Ensinar a ensinar: didática para a escola**. São Paulo: Editora

FRAZÃO, Dilva. **Biografia de Isaac Newton**. Disponível em: <https://www.ebiografia.com/isaac_newton/>. Acesso em: 20 jun. 2017.

D' ABROMSIO, Ubiratan. **Educação matemática: Da teoria à prática**. 23ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um curso de cálculo**. 5. ed. Rio de Janeiro: Saraiva, 2011.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar – Conjuntos e Funções**. – 9ª ed. São Paulo: Atual, 2013, v.1.

LIMA, Elon Lages et al. **A matemática do ensino médio**. 10. ed. Rio de Janeiro: Sbm, 2012.

LIMA, Gabriel Loureiro de; SILVA, Benedito Antonio da. O ENSINO DO CÁLCULO NA GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA: CONSIDERAÇÕES BASEADAS NO CASO DA USP. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Petrópolis, p.1-18, 31 out. 2012

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **Pesquisa Social. Teoria, Método e Criatividade**. 18 ed. Petrópolis: Vozes 2001. p.07.

MOURA, M. **A atividade de ensino como ação formadora**. In: CASTRO, A. & NOVELLO, Tanise, SILVEIRA, Daniel, LUZ, Vanessa Silva da, COPELLO, Gláucia, LAURINO, Débora Pereira. **MATERIAL CONCRETO: UMA ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA PARA TRABALHAR CONCEITOS MATEMÁTICOS**. IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE, III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia, p.10733, 2009

PINHEIRO, Geslani Cristina Grzyb; ROMANOWSKI, Joana Paulin. SABERES DOCENTES E A FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR PARA AS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL. **Ix Congresso Nacional de Educação - Educere: III Encontro Sul Brasileira Psicopedagogia**, Curitiba, p.1-12, out. 2009. Disponível em: <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/2885_1276.pdf>. Acesso em: 29 out. 2009.

ROONEY, Anne. **A História da Matemática**: Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M-books, 2012. 216 p.

SILVA, Francisca Marlene da et al. **O USO DO MATERIAL CONCRETO NO ENSINO DA MATEMÁTICA**. 2013. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/fiped/trabalhos/Trabalho_Comunicacao_oral_idinscrito_947_7fc2304382477fcd9bed7819c1fb39e8.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2012.

SIMMENS, George F. **Cálculo com geometria analítica**. São Paulo: Mcgrawhill, 1987. 829p.

SOMATEMATICA. **Gottfried Wilhelm von Leibniz**. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/biograf/leibniz.php>>. Acesso em: 20 jun. 2017.

UNESC. **Cálculo diferencial e integral**. 2004. Disponível em: <www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000026/00002603.pdf>. Acesso em: 26 jun. 2017.

APÊNDICE A – INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS



Pesquisa sobre o uso de materiais concretos no ensino do Cálculo Integral

Autor: Morex Carvalho

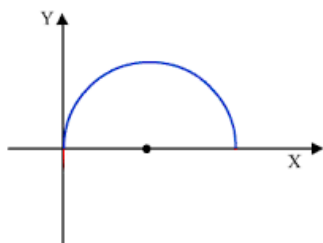
Orientador: Prof. Me. Cleilton Melo

QUESTIONÁRIO I / LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA

1. Qual sua concepção de sólido de revolução:

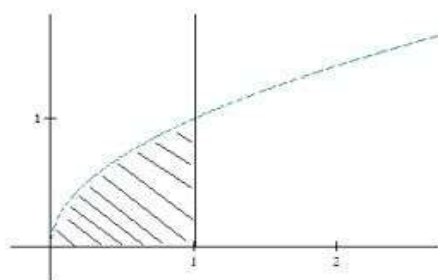
2. Calculando a integral definida $\int_1^4 3dx$ obtemos?

3. Que sólido geométrico é formado com a rotação do semicírculo em torno do eixo X?

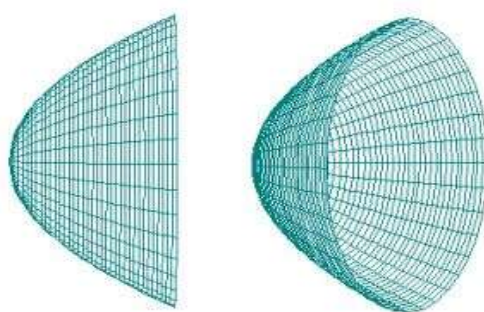


4. Qual sólido de revolução é gerado pela rotação da função $y = x$ em torno do eixo x, no intervalo $[0,3]$?

5. Encontre o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo x da região sob a curva $y = \sqrt{x}$, o eixo x e as retas $x = 0$ e $x = 1$.



Curva y



y rotacionada

6. Como a aula com uso de material concreto influencia na sua relação com o professor?

7. Já teve alguma disciplina que usava materiais concretos nas aulas:

Sim () Como influenciou na aprendizagem?

Não ()

8. Qual das opções abaixo você acredita que facilita mais a aprendizagem?

- a) () Todas as aulas com material concreto
- b) () Somente pelas aulas teóricas, eliminando-se as aulas práticas
- c) () Parte teórica expositiva tradicional, parte com o uso de materiais concretos

9. Quais vantagens e/ou desvantagens você percebe na metodologia aplicada no minicurso?

APÊNDICE B – imagens do minicurso como o Grupo A



Fonte: arquivos do autor

APÊNDICE C – imagens do minicurso como o Grupo B



Fonte: arquivos do autor

APÊNDICE D – Materiais utilizados no minicurso



Fonte: Arquivos do autor

APÊNDICE E – Slides da aplicação do minicurso

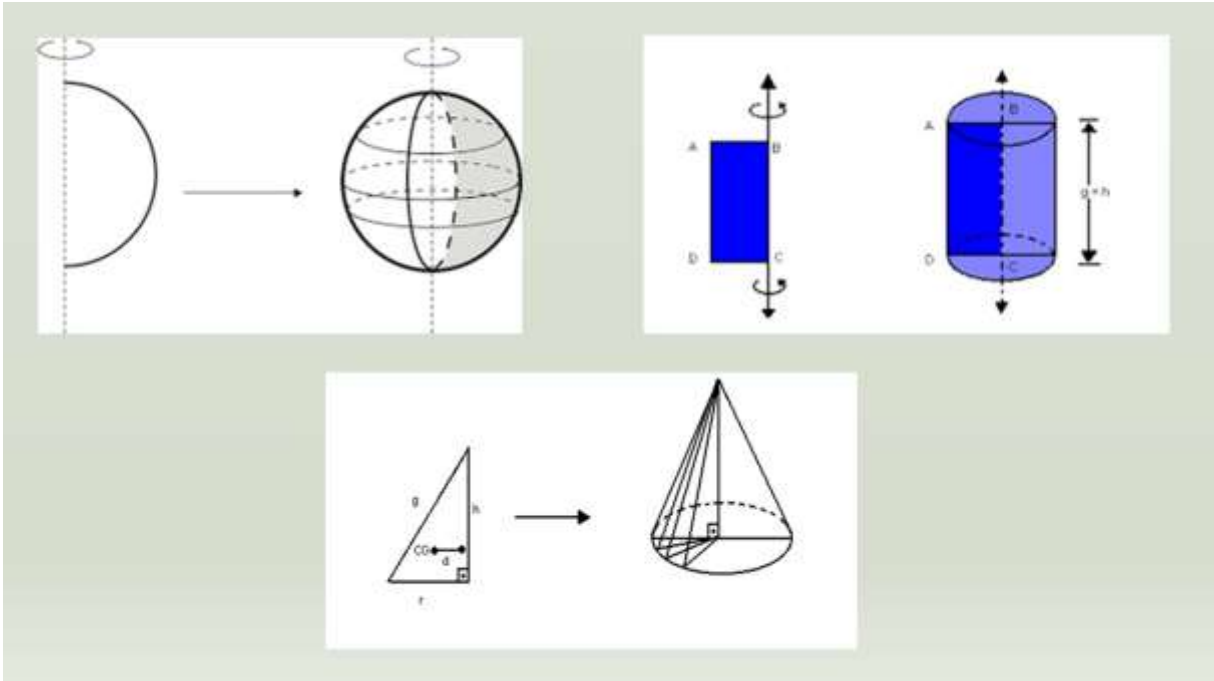
O uso de materiais concretos no ensino do Cálculo Integral

Morex Carvalho dos Santos
Instituto Federal do Piau - IFPI
Aplicação Trabalho de Conclusão de Curso
Orientador: Prof. Me. Cleilton Melo

Sólidos de Revolução

- É o sólido gerado pela revolução (rotação) de uma figura plana ao redor de um eixo, por exemplo:

CONE : Rotação de um triângulo
CILINDRO: Rotação de um retângulo
ESFERA: Rotação de um círculo



Integral definida

$$\int_b^c ax^n dx = a \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_b^c = a \left[\frac{c^{n+1}}{n+1} - \frac{b^{n+1}}{n+1} \right]$$

Formas de parametrizar uma função

Para rotação em torno do eixo X

- Podemos definir o volume de um sólido dentro de um intervalo por:

- $V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$ ou

- $V = \int_a^b \pi y^2 dx$, onde $y = f(x)$

Para rotação em torno do eixo Y

- Podemos definir o volume de um sólido dentro de um intervalo por:

- $V = 2\pi \int_a^b x [f(x)]^2 dx$ ou

- $V = 2\pi \int_a^b x y^2 dx$, onde $y = f(x)$

Exemplo 1: Volume de um cilindro dado que seu raio é igual a 5.1cm e altura de 10.2 cm:

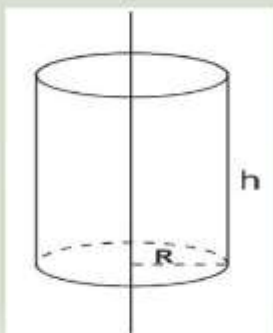
Nesse caso a função a ser integrada $f(y) = 5.1$

Então faremos

- $V = \int_0^{10.2} \pi [5.1]^2 dx$

- Resolvendo a potencia:
 $[5.1]^2 = 26,01$

- $V = \int_0^{10.2} \pi (26,01) dx$



Encontrando o volume

- Resolvendo a integral:
- $V = \int_0^{10.2} \pi (26,01) dx$
- $V = \pi \int_0^{10.2} (26,01) dx$
- $V = \pi (26,01x) \Big|_0^{10.2}$
- $V = \pi (26,01 * 10.2 - 26,01 * 0)$
- $V = \pi (265,302)$
- $V \cong 833.47 \text{ cm}^3$

Exemplo 2: Volume de um Cone.
Dado as seguintes medidas, Raio de 6,2cm e
Altura 11cm.

- Analisando o cone temos A(0,0) e B(6.2,11)
- Temos, $m = \frac{Yb - Ya}{Xb - Xa} = \frac{11 - 0}{6.2 - 0} = 1.774$
- Agora fazemos $Y - Y_0 = m(X - X_0)$
 $Y - 0 = 1.774(x - 0)$
 $Y = 1.774X - 0$
- Como vamos fazer a reta rotacionar(girar) em torno do eixo Y devemos colocar a equação em função de Y.
- $Y = 1.774X$
- $X = \frac{Y}{1.774}$

Encontrando o volume

- $V = \int_0^{11} \pi \left[\frac{Y}{1.774} \right]^2 dy$

- Resolvendo a potencia:

- $\left[\frac{Y}{1.774} \right]^2 = \frac{Y^2}{3.147}$

- Resolvendo a integral:

- $V = \int_0^{11} \pi \left(\frac{Y^2}{3.147} \right) dy$

- $V = \pi \int_0^{11} \left(\frac{Y^2}{3.147} \right) dy$

- $V = \pi \left(\frac{Y^3}{3 \cdot 3.147} \right) \Big|_0^{11}$

- $V = \pi \left(\frac{11^3}{3 \cdot 3.147} - \frac{0^3}{3 \cdot 3.147} \right)$

- $V = \pi \left(\frac{1331}{9.441} \right) = 140.98\pi$

- $V \equiv 442.90 \text{ cm}^3$

Exemplo 3: Volume de um troco de cone. Dado as seguintes medidas, raio maior igual 6.9cm, raio menor igual 4.7cm e altura 7.4cm.

- Analisando as informações temos A(4.7,0) e B(6.9,7.4)

- Como vamos fazer a reta rotacionar(girar) em torno do eixo Y devemos colocar a equação em função de Y.

- Dai, $m = \frac{Yb - Ya}{Xb - Xa} = \frac{7.4 - 0}{6.9 - 4.7} = \frac{7.4}{2.2} = 3.36$

- $Y = 3.36X - 15.792$

- Agora fazemos $Y - Y_0 = m(X - X_0)$

$$Y - 0 = 3.36(x - 4.7)$$

$$Y = 3.36X - 15.792$$

- $X = \frac{Y}{3.36} + 4.7$

Encontrando o volume

- $V = \int_0^{7.4} \pi \left[\frac{Y}{3.36} + 4.7 \right]^2 dy$

- Resolvendo a potencia:

- $\left[\frac{Y}{3.36} + 4.7 \right]^2 = \frac{Y^2}{11.28} + \frac{9.4Y}{3.36} + 22.09$

- Resolvendo a integral:

- $V = \int_0^{7.4} \pi \left(\frac{Y^2}{11.28} + \frac{9.4Y}{3.36} + 22.09 \right) dy$

- $V = \pi \int_0^{7.4} \left(\frac{Y^2}{11.28} + \frac{9.4Y}{3.36} + 22.09 \right) dy$

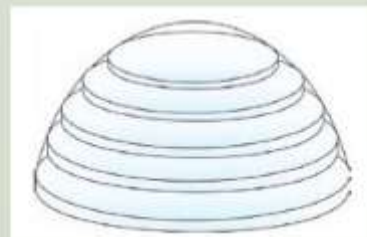
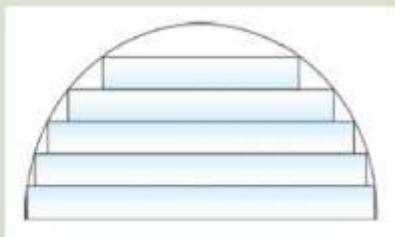
- $V = \pi \left(\frac{Y^3}{33.84} + \frac{9.4Y^2}{6.72} + 22.09Y \right) \Big|_0^9$

- $V = \pi \left(\frac{(7.4)^3}{33.84} + \frac{9.4(7.4)^2}{6.72} + 22.09(7.4) \right)$

- $V = \pi(11.97 + 74.60 + 163.46) = (252,036)\pi$

- $V \equiv 791.79\text{cm}^3$

Exemplo 4: Volume de uma esfera com raio igual a 7,5 centímetros:



Encontrando a função para ser integrada

- $dV = \pi x^2 dy$

$$\frac{V}{2} = \int_0^R \pi x^2 dy$$

De * temos

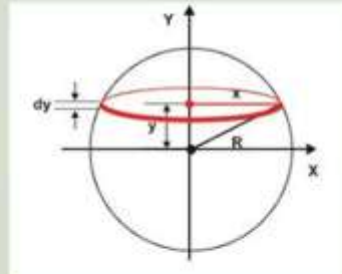
$$\rightarrow \frac{V}{2} = \int_0^R \pi (R^2 - y^2) dy$$

Dividindo a integral em duas (Soma da integral)

$$\frac{V}{2} = \int_0^R \pi R^2 dy - \int_0^R \pi y^2 dy$$

$$\frac{V}{2} = \pi R^2 \int_0^R dy - \pi \int_0^R y^2 dy$$

- $R^2 = x^2 + y^2 \rightarrow x^2 = R^2 - y^2$



$$R = 7.5\text{cm}$$

Integrando e aplicando no intervalo

$$\rightarrow \frac{V}{2} = \pi R^2 \int_0^R dy - \pi \int_0^R y^2 dy$$

$$\frac{V}{2} = \pi R^2 |y|_0^R - \pi \left| \frac{y^3}{3} \right|_0^R$$

Agora atribuir valores de acordo com o a esfera para fazer a medição do volume e comparar com o resultado.

- $\frac{V}{2} = \pi R^2 |y|_0^R - \pi \left| \frac{y^3}{3} \right|_0^R$
- $\frac{V}{2} = \pi 7.5^2 |y|_0^{7.5} - \pi \left| \frac{y^3}{3} \right|_0^{7.5}$
- $\frac{V}{2} = \pi 7.5^2 |7.5|_0^{7.5} - \pi \left| \frac{7.5^3}{3} \right|_0^{7.5}$
- $\frac{V}{2} = \pi * 421.87 - \pi * \frac{421.87}{3}$
- $\frac{V}{2} = 1325,35 - 441.78$
- $V = 883.56 * 2 = 1767.12\text{cm}^3$

Muito Obrigado!!!