

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ

CAMPUS CORRENTE

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOÃO HENRIQUE MARTINS DE OLIVEIRA

**CONTRIBUIÇÕES DA ANÁLISE DE ERROS MATEMÁTICOS PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DA ESCOLA BETH SHÂNÃ**

CORRENTE

2019

JOÃO HENRIQUE MARTINS DE OLIVEIRA

CONTRIBUIÇÕES DA ANÁLISE DE ERROS MATEMÁTICOS PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DA ESCOLA BETH
SHÂNÃ

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática do
Instituto Federal do Piauí – *Campus* Corrente, como requisito parcial à obtenção do
título de Especialista em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Professor Doutor Flávio de Ligório Silva

CORRENTE

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Oliveira, João Henrique Martins de
O48c Contribuições da análise de erros matemáticos para o ensino de
matemática no 8º ano do ensino fundamental da escola Beth Shãñã / João
Henrique Martins de Oliveira. - 2019.
54 p.: il. p&b.

Trabalho de conclusão de curso (Especialização) - Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Corrente Licenciatura em
Matemática, 2019.

Orientador : Prof Dr. Flávio de Ligório Silva.

1. Matematica - estudo e ensino. 2. Análise de erros matemáticos . 3. Ensino
de matemática - Escola Beth Shãñã. 4. Oliveira, João Henrique Martins de.
I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Tefischer Huanderson Soares e Sousa CRB 3/1251

JOÃO HENRIQUE MARTINS DE OLIVEIRA

CONTRIBUIÇÕES DA ANÁLISE DE ERROS MATEMÁTICOS PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DA ESCOLA BETH
SHÂNÃ

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em
Ensino de Matemática do Instituto Federal do Piauí –
Campus Corrente, como requisito parcial à obtenção do
título de Especialista em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Professor Doutor Flávio de Ligório Silva.

Aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Flávio de Ligório Silva – Orientador
IFPI – *Campus* Corrente

Profa. Ms. Joedna Lobato do Amaral Hubner
IFPI – *Campus* Corrente

Prof. Ms. Carlos Adriano Costa Gomes
IFPI – *Campus* Corrente

Aos meus pais, Nair e Edivaldo, à minha esposa Ionize, e aos meus irmãos Yuri e Naira pois sempre estiveram ao meu lado me dando muito apoio e força para seguir em frente nessa caminhada árdua de estudos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me conceder a oportunidade de concluir mais uma etapa da minha caminhada acadêmica. Depois aos meus parentes e amigos que sempre estiveram me apoiando, e que me apoiara em momentos de angústia, de fraqueza e, finalmente, de alegria.

Por toda a contribuição para a realização deste trabalho, fica expressa aqui minha gratidão, especialmente ao Prof. Dr. Flávio de Ligório Silva, pelo seu competente trabalho como orientador. Meu muito obrigado pela orientação ao longo desse ano. Obrigado por todo o tempo que disponibilizou a discutir pormenores deste Trabalho de Conclusão de Curso, contribuindo de forma significativa para minha formação como professor-pesquisador.

Agradeço a todos os professores do Curso de Especialização em Ensino de Matemática, que ajudaram no meu crescimento enquanto docente em processo de especialização em minha área de atuação.

Aos meus amigos Adilson, Jamisson, Moréx e Ramires que sempre estiveram presentes em momentos importantes de minha trajetória acadêmica o meu muito obrigado.

Meus sinceros agradecimentos a todos os sujeitos participantes desta pesquisa que contribuíram grandemente com esse trabalho, sem os quais não poderia ter sido realizado.

A todos os colegas da Especialização em Ensino de Matemática, companheiros de caminhada com quem muito aprendi.

Ao Instituto Federal do Piauí – *Campus* Corrente, que me concedeu a oportunidade de tornar-me Professor Especialista em Ensino de Matemática.

RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi identificar, classificar e analisar erros de alunos de uma turma do 8º ano do ensino fundamental da escola privada Beth Shânã do município de Curimatá – PI cometidos no estudo do cálculo algébrico e potenciação, bem como, apresentar sugestões para sua erradicação, além de me possibilitar rever as metodologias de ensino empregadas por mim, tendo em vista de que se trata de uma pesquisa sobre a minha própria prática. Tem-se, através deste trabalho, a oportunidade de descobrir as principais dificuldades matemáticas enfrentadas pelo grupo de educandos investigado no que diz respeito ao estudo de conteúdos que envolvem o estudo das propriedades das potências e do cálculo algébrico. Tornam-se, assim, evidentes as contribuições que a análise dos erros cometidos pelos educandos fornece para processo de aprendizagem trilhado por esses alunos. Faça-se, ainda, a ressalva de que a análise de erros é um instrumento de diagnóstico para orientar o docente na sua profissão educacional, tendo o poder, não necessariamente, de evitar os erros, mas de usá-los como oportunidade de reconstrução dos conhecimentos dos alunos. A pesquisa se baseia em Cury (2007), que trabalha com esse instrumento de avaliação e produção de conhecimento, qual seja, a análise de erros. As questões analisadas constam em um questionário que foi aplicado no período letivo da instituição de ensino. Com os dados obtidos, os erros foram agrupados e categorizados, como proposto por Bardin (1979), a respeito da análise de conteúdo e por Ponte *et al.* (1997), que afirmam a necessidade da categorização dos erros, permitindo assim adotar procedimentos específicos para seu tratamento. Os resultados obtidos, além de indicarem que os alunos têm enfrentado grandes dificuldades em relação ao conteúdo estudado, mostram que é necessário a realização de possíveis intervenções ao longo do processo de formação desses discentes, com o intuito de inibir a reprodução de tais falhas no futuro, já que os erros podem perpetuar-se durante sua trajetória acadêmica caso não venham a ser tratados de maneira adequada. A análise de erros possibilita, ainda, aos professores desse nível de ensino momentos de reflexão quanto à metodologia de ensino adotada, oportunizando a esses educadores sua adoção no processo diário de ensino dos conteúdos principalmente do ensino fundamental.

Palavras-chave: Análise de erros. Pesquisa da própria prática. Cálculo algébrico.

ABSTRACT

ABSTRACT

The objective of this work was to identify, classify and analyze errors of students from a group of the 8th grade elementary school of Beth Shânã private school in the municipality of Curimatá - PI committed to the study of algebraic calculation and potentiation, as well as to present suggestions for its eradication, in addition to enabling me to review the teaching methodologies used by me, given that this is a research on my own practice. Through this work, we have the opportunity to discover the main mathematical difficulties faced by the group of students investigated with regard to the study of contents that involve the study of the properties of the powers and the algebraic calculus. Thus, the contributions that the analysis of the mistakes made by the learners provide to the learning process traversed by these students becomes evident. It should also be noted that the analysis of errors is a diagnostic tool to guide teachers in their educational profession, not having the power to avoid mistakes, but rather to use them as an opportunity to reconstruct knowledge. The research is based on Cury (2007), who works with this instrument of evaluation and production of knowledge, that is, the analysis of errors. The analyzed questions are included in a questionnaire that was applied during the academic period of the educational institution. With the data obtained, the errors were grouped and categorized, as proposed by Bardin (1979), regarding the content analysis and by Ponte et al. (1997), who affirm the necessity of the categorization of the errors, thus allowing to adopt specific procedures for its treatment. The results obtained, in addition to indicating that the students have faced great difficulties in relation to the content studied, show that it is necessary to make possible interventions during the process of training these students, with the intention of inhibiting the reproduction of such failures in the future, since the errors can be perpetuated during their academic trajectory if they are not treated properly. The analysis of errors also allows the teachers of this level of education moments of reflection on the methodology of teaching adopted, giving these educators an opportunity to adopt them in the daily process of teaching content, mainly in elementary education.

Keywords: Error analysis. Research of the itself practice. Calculation Algebraic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: 1Q.a. E1.....	31
Figura 2: 1Q.a. E2.....	31
Figura 3: 1Q.a. E3.....	32
Figura 4: 1Q.a. E4.....	32
Figura 5: 1Q.a. E5.....	32
Figura 6: 1Q.b. E6.....	33
Figura 7: 1Q.b. E7.....	33
Figura 8: 1Q.b. E8.....	33
Figura 9: 1Q.b. E9.....	34
Figura 10: 1Q.b. E10.....	34
Figura 11: 1Q.c. E11	34
Figura 12: 1Q.c. E12	35
Figura 13: 1Q.c. E13	35
Figura 14: 1Q.c. E14	35
Figura 15: 1Q.c. E15	36
Figura 16: 2Q.a. E16.....	37
Figura 17: 2Q.a. E17	37
Figura 18: 2Q.a. E18.....	37
Figura 19: 2Q.a. E19.....	37
Figura 20: 2Q.b. E20.....	38
Figura 21: 2Q.b. E21.....	38
Figura 22: 2Q.b. E22.....	38
Figura 23: 2Q.b. E23.....	39
Figura 24: 2Q.b. E24.....	39
Figura 25: 3Q.a. E25	40
Figura 26: 3Q.a. E26.....	40
Figura 27: 3Q.a. E27	40
Figura 28: 3Q.a. E28.....	41
Figura 29: 3Q.a. E29.....	41
Figura 30: 3Q.b. E30.....	42
Figura 31: 3Q.b. E31.....	42
Figura 32: 3Q.b. E32.....	42

Figura 34: 3Q.b. E34.....	43
Figura 35: 4Q. E35.....	44
Figura 36: 4Q. E36.....	44
Figura 37: 4Q. E37.....	45
Figura 38: 4Q. E38.....	45
Figura 39: 4Q. E39.....	45
Figura 40: 4Q. E40.....	46
Figura 41: 4Q. E41.....	46
Figura 42: 5Q. E42.....	47
Figura 43: 5Q. E43.....	47
Figura 44: 5Q. E44.....	47
Figura 45: 5Q. E45.....	47
Figura 46: 5Q. E46.....	48

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BA	Bahia
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IFPI	Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí
PI	Piauí
COEBS	Cooperativa Educacional Beth Shânã

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1 REFERENCIAL TEÓRICO	16
1.1 PESQUISA DA PRÓPRIA PRÁTICA.....	16
1.2 CONTRIBUIÇÕES DA ANÁLISE DE ERROS PARA O ENSINO	18
2 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA	24
2.1 CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO E SUJEITOS DA PESQUISA	24
2.2 PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS DE COLETA	25
2.2.1 Situação-problema	25
2.2.2 Apresentação do tema aos alunos.....	26
2.3 PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS.....	27
3 ANÁLISE E DISCUSSÃO.....	29
3.1 CONVENÇÃO DE SÍMBOLOS UTILIZADOS	30
3.2 QUESTÕES E ERROS.....	30
3.2.1 Categoria de erros A1.....	30
3.2.2 Categoria de erros A2.....	36
3.2.3 Categoria de erros A3.....	43
3.3 DISCUSSÃO	48
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	51
5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53
APÊNDICE	54

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo identificar, classificar e analisar erros de alunos de uma turma do 8º ano do ensino fundamental da escola privada Beth Shânã do município de Curimatá – PI cometidos no estudo do cálculo algébrico e de potências e suas propriedades. Por meio dessa análise, pretendíamos compreender as possíveis causas desses erros ao mesmo tempo em que procuramos perceber em quais pontos desses conteúdos os educandos encontrariam mais dificuldades de aprendizagem.

Por se tratar de discentes de uma turma do 8º ano do ensino fundamental maior¹, nossa preocupação é a de criar estratégias que possam minimizar ou até mesmo sanar as possíveis carências (em relação ao cálculo algébrico e de potências), que eles possam ter para que não venham ser mantidas e possivelmente ampliadas ao longo de sua trajetória acadêmica na educação básica, podendo afetar diretamente sua aprendizagem Matemática tornando-se pessoas desconhecedoras dos princípios básicos desses conteúdos.

Ao longo de minha trajetória acadêmica tanto observei como fiz reflexões com base na literatura proposta por Cury (2007), Borasi (1996) e Hadamard (1945) chegando à constatação de que estamos em uma sociedade que considera somente os acertos como dotados de valor sem nem mesmo se questionar se realmente os acertos foram frutos decorrentes de uma boa compreensão do conteúdo estudado, ao mesmo tempo que não se leva em consideração que a aprendizagem pode ser conseguida mediante a exploração e análise das situações de erro. Daí percebemos que, na maioria das vezes, quando se comete um erro no ambiente escolar, ele é geralmente reproduzido e perpetuando-se quando não é explorado e corrigido de uma maneira adequada. Sendo assim, a intenção desta pesquisa é, através dos erros, criar subsídios para melhoria da formação do conhecimento matemático básico desses educandos evitando assim que esses erros venham a se perpetuar ao longo de suas trajetórias acadêmicas.

A concepção desta pesquisa nasceu de inúmeras insatisfações e dúvidas no que diz respeito ao processo de ensino-aprendizagem pelo qual passam os educandos. Tudo aconteceu por meio do meu trabalho de graduação (OLIVEIRA, 2017), onde estudei quais eram as contribuições da análise de erros matemáticos nas disciplinas de cálculo diferencial e integral para a formação de professores de Matemática observando a resolução de questões de um grupo

¹ Ensino Fundamental maior: Segundo o projeto de lei nº 3.675/04, que foi transformado na Lei Ordinária 11.274/2006, esse período corresponde aos anos finais do ensino fundamental que compreende as séries do 6º ao 9º ano.

de alunos que estavam cursando entre o III e o VIII módulo do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Piauí – *Campus Corrente*. Nesta pesquisa, pôde-se concluir que os principais erros cometidos por esses discentes da licenciatura não eram decorrentes de conteúdos estudados no ensino superior e sim daqueles estudados no ensino básico. Os erros mais cometidos eram ligados mais precisamente a conteúdos de álgebra e aritmética contidos no currículo do 8º ano do ensino fundamental II. Assim, mediante tais fatos, optamos por realizar novo estudo em que tivemos como um dos principais objetivos identificar e analisar quais os principais erros cometidos por um grupo de estudantes do 8º ano do ensino fundamental da Escola Beth Shânã, localizada na cidade de Curimatá, com o intuito de analisar possíveis erros que esses estudantes possam cometer.

Por outro lado, queremos através da análise de erros reunir informações que possam nos ajudar a intervir no processo de ensino desses alunos, visando sanar possíveis dificuldades que pudessem impactar negativamente seus estudos nas séries posteriores. Nesse sentido, ao realizar este estudo, atuo também como pesquisador de minha própria prática. Sempre estive ciente de que nem sempre alcançamos os resultados que esperamos, assim como das dificuldades para a validação desse tipo de pesquisa no momento que passo a verificar os impactos positivos e negativos do meu próprio exercício como docente. Buscamos, portanto, responder alguns questionamentos como:

1. Qual o valor educacional dos erros para aprendizagem?
2. Ao adotar a análise de erros como técnica natural da prática docente como realizar intervenções de modo que as principais dificuldades enfrentadas pelos educandos possam ser minimizadas?
3. Como contribuir para que haja um aumento no aprendizado dos alunos do 8º ano do Beth Shânã em matemática, tendo o auxílio da PPP e da técnica de análise de erros?
4. Quais serão os resultados necessários para que a presente pesquisa forneça subsídios que comprovem que houve ou não êxito na PPP?

Sendo assim, através da investigação que aqui se apresenta, a qual se apoia na metodologia da análise de erros, além das respostas aos questionamentos apresentados acima, busco apontar algumas sugestões que possam aprimorar o ensino dos conteúdos de álgebra e aritmética do nível fundamental.

Tal busca por sugestões citadas acima se dá com o intuito de evitar que dificuldades enfrentadas pelos educandos provoquem um círculo vicioso² e que na medida em que esses alunos se deparem com essas dificuldades venham enfrenta-las sozinhos pelo fato que minha experiência pessoal mostra que em algumas situações os alunos se veem com a responsabilidade de sanarem seus erros de modo solitário, muitas vezes sem nem ao menos se darem conta de quais são os equívocos que costumeiramente executam na realização de atividades matemáticas, daí se tem que os deveriam assumir a responsabilidade de retomar e discutir sobre conteúdos que não fazem parte da sua série, em vez de deixar escapar a oportunidade de potencializar o seu ensino através do estudo correto das dificuldades enfrentadas pelos seus educandos que podem resultar em diversos erros gerando assim esse círculo vicioso de erros cometidos pelos alunos em conteúdos inerentes do ensino fundamental fosse sanado.

Sendo assim, esse trabalho se justifica por pretender, através da pesquisa da própria prática e com o auxílio da análise de erros como técnica de instigação, mapear as principais dificuldades matemáticas encontradas pelos alunos do 8º ano do ensino fundamental da Escola Bethe Shânã no estudo dos conteúdos de álgebra e aritmética, bem como oportunizar momentos de reflexão a respeito de como se pode trabalhar de forma adequada esses erros que vêm sendo cometidos pelos educandos realizando possíveis intervenções ao longo do ano letivo, de maneira a sanar os impactos negativos gerados pelas dificuldades enfrentadas no momento da aprendizagem.

Esta pesquisa ainda justifica-se pelo fato de que, ao analisar os erros dos alunos pesquisados, usaram-se critérios, no que diz respeito a identificação, categorização e classificação dos dados recolhidos no questionário aplicado aos alunos, apresentado no capítulo que descrevo a metodologia utilizada na pesquisa, de modo a avaliar as respostas, não somente com o intuito de diagnosticar e reparar os erros, mas com a preocupação de utilizar essas informações para construir novos conhecimentos que viessem venham a agregar na aprendizagem dos educandos na medida em que propomos a eles caminhos que possam levar à compreensão dos conteúdos, em particular, e da Matemática, em geral, de maneira significativa.

Assim, ao fim da avaliação desses procedimentos, elaborei sugestões e estratégias que pretendo utilizar, futuramente, em minhas aulas de matemática, tendo em vista minimizar, ou até mesmo sanar grande parte dos impactos negativos que esses erros podem estar causando no processo de aprendizagem desses educandos, visto que se há de considerar que tais formas

² Círculo Vicioso: entendo que o mesmo ocorre quando os educandos cometem erros ao terem enfrentado dificuldades em compreender, reter e aplicar conteúdos básicos quando estudados e por isso voltam a repetir em anos posteriores.

equivocadas de resolução poderão ser reproduzidas durante os seus estudos podendo então influenciar na não retenção de novos conhecimentos ou mesmo na compreensão de forma incorreta dos mesmos.

No primeiro capítulo, apresento os referenciais teóricos que norteiam a pesquisa, além de uma reflexão a respeito da pesquisa da própria prática. Além de traçar um panorama sobre como a análise de erros deveria ser inserida no processo avaliativo dos estudantes, principalmente nas concepções de Borasi (1996) e Cury (2007) pesquisadoras que deram grandes contribuições a sua aplicação no ensino de matemática no Brasil, além de outros que estudam sobre a temática como Azevedo (2009), Pinto (2000) e Mariani (2005), assim como traremos concepções que mostram a importância de se analisar os erros dos alunos em vez de ignorá-los e apontá-los como sendo o motivo pelo qual os estudantes se veem em meio ao fracasso em seus estudos, bem como busco apresentar ideias sobre a importância da análise de erros inserida na prática natural docente para a sua ação pedagógica.

No segundo capítulo, descrevo a metodologia utilizada na realização do estudo a começar pelo cenário de investigação, seguindo pelos sujeitos da pesquisa, procedimentos e instrumentos de coleta, situação-problema, apresentação do tema aos alunos e os procedimentos e instrumentos de análise dos dados.

No terceiro capítulo, exponho os dados da pesquisa, realizo sua análise, em seguida faço as discussões sobre os erros encontrados, apresento as considerações finais e as referências bibliográfica

1 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, inicialmente, apresentamos algumas das principais concepções a respeito da pesquisa da própria prática e suas principais contribuições para o ensino de Matemática principalmente no que se refere os anos finais do ensino fundamental. Em seguida, apresento algumas considerações sobre a análise de erros inserida nesse contexto de ensino, mais precisamente, no ensino de Matemática, nos conteúdos de Cálculo Algébrico, Potências e suas Propriedades. Baseando-se em suas principais contribuições com o intuito de minimizar os principais impactos causados pelas inúmeras dificuldades que os alunos têm em Matemática e que vão se alastrando durante a maior parte de sua vida acadêmica

1.1 PESQUISA DA PRÓPRIA PRÁTICA

Em um contexto mais amplo, entendemos que a pesquisa da própria prática que recebe vários nomes como {pesquisa do professor, professor pesquisador, professor reflexivo e prático-reflexivo}, tem o potencial de trazer várias melhorias ao ensino e aprendizagem de Matemática. Ponte (2002) aponta que em inúmeros trabalhos que tratam desse tipo de pesquisa, veem-se surgindo alguns questionamentos acerca de sua legitimidade epistemológica. No entanto, O educador que é pesquisador da sua própria prática promove uma integração entre a investigação e o ensino (PALIS 2008).

Os saberes que os docentes vão aprendendo na sua própria prática são importantes e demonstram a sua experiência, porém na perspectiva Freireana esses saberes são vistos como ingênuos, pois não se superaram e ainda não alcançaram a rigorosidade metódica que caracteriza o ensino crítico (FREIRE, 1997). É necessário que, através da reflexão sobre a prática, a curiosidade ingênua, voltando-se sobre si mesma, perceba-se como tal e vá se tornando crítica. Assim, percebe-se que o ato de achar que uma determinada maneira de se ensinar é a mais adequada principalmente quando está relacionado à melhor maneira de se explicar um determinado conteúdo de forma que se alcance uma boa aprendizagem por grande parte dos alunos não pode ser simplesmente consistir na reprodução sem reflexão daquilo que se encontra preconizado na literatura pedagógica ou de outros autores que estudam o tema, mas pelo contrário a superação da ingenuidade deve ser produzida pelo próprio professor, sempre fundamentada pela ciência e com o com o intuito de se obter bons resultados através da pesquisa da própria prática.

Os professores bem-sucedidos nesse exercício de analisar a sua própria atuação, distanciando-se dela para poder compreendê-la melhor, abstraindo a prática e transformando-a em conceitos para depois retornar às atividades modificados pela reflexão conquistam grande sucesso profissional, e ao mesmo tempo quanto mais o professor assume esse exercício dinâmico de reflexão crítica sobre a sua própria prática, melhor ele percebe as razões que o levaram a se comportar de determinada maneira e mais eles se tornam capazes de serem os sujeitos da própria mudança, só que o fato de se ter consciência da sua própria não transforma a situação, e sim somente por meio da reflexão sobre a prática verdadeiramente consumada. É na prática que a reflexão crítica se concretiza de verdade. Sendo assim:

A investigação dos profissionais sobre a sua prática pode ser importante por várias razões. Antes de mais, ela contribui para o esclarecimento e resolução dos problemas; além disso, proporciona o desenvolvimento profissional dos respectivos actores e ajuda a melhorar as organizações em que eles se inserem; e, em certos casos, pode ainda contribuir para o desenvolvimento da cultura profissional nesse campo de prática e até para o conhecimento da sociedade em geral (PONTE, 2004, p.2).

Isso acontece devido aos esforços dos próprios docentes que se empenham em desenvolver meios que possibilitem que haja melhoria no ensino de Matemática. Ainda entendemos que todos os esforços tidos por esses profissionais são motivados muitas vezes por se depararem com dificuldades como, por exemplo, o insucesso dos alunos, objetivos não atingidos, currículos ultrapassados e, até mesmo, condições de trabalho muitas vezes inadequadas. Tais fatos propiciam o surgimento de indagações como porque investigar apenas as práticas e as dificuldades enfrentadas por outros docentes? Porque não direcionar seus estudos para a sua própria prática? Com a evidência de que os educandos enfrentam dificuldades no aprendizado de determinados conteúdos, porque não usar a sua aptidão como investigador para compreendê-las melhor e encontrar a mais adequada maneira de trabalhá-las?

Palis (2008, p.8), considera a PPP extremamente relevante como apoio a práticas voltadas para a aprendizagem dos alunos e ao preparo profissional de docentes. No entanto, salienta ainda que esse gênero de pesquisa vem enfrentando uma forte resistência em relação a sua divulgação, onde a ³*Scholarship of Teaching and Learning* (SoTL), movimento que apoia esse tipo de investigação, vem sendo pressionado pela “academia” formada por profissionais que não aceitam algumas das teorias levantadas por esse gênero de pesquisa vem afirmando há bastante tempo, a existência de grande distinção entre pesquisa e ensino, feita por meio de conceitos bem definidos (PALIS, 2008, p.8).

Por outro lado, Ponte (2004 p. 1) vem defender a importância desse gênero de pesquisa adotado por muitos docentes, pois, os “profissionais da educação defrontam-se na sua prática com inúmeros problemas, muitos dos quais extremamente complexos. Em vez de aguardar por soluções vindas da administração educativa ou de grupos acadêmicos, muitos deles têm investigado diretamente estes problemas”.

Portanto, entendemos que apesar das dificuldades enfrentadas pelos professores que decidem investigarem as suas próprias práticas, percebe-se que esse campo de investigação tem como um de seus fins gerar subsídios que sejam capazes de proporcionar a esses profissionais a oportunidade de identificar e resolver possíveis problemas existentes no processo de ensino apresentando sempre soluções para essas falhas, bem como fornece estratégias que podem servir como plano de ação a ser implantado pelo próprio docente na busca de sanar com as dificuldades enfrentadas pelos seus educandos ao longo de suas trajetórias acadêmicas que compromete diretamente a compreensão dos conteúdos estudados.

Finalizadas as discussões a respeito da pesquisa sobre a própria prática, na próxima seção trataremos sobre a análise de erros, vista como técnica que colabora com o professor de matemática auxiliando-o a detectar dificuldades dos educandos e trabalhá-las, ao mesmo tempo em que ela própria se estabelece como PPP

1.2 CONTRIBUIÇÕES DA ANÁLISE DE ERROS PARA O ENSINO

³ Usarei a sigla SoTL para me referir a esta noção porque não encontrei uma expressão vernácula apropriada para ela, que poderia ser traduzida por *Pesquisa Especializada em Ensino e Aprendizagem, Especialização em Ensino e Aprendizagem, Especialista em Pesquisa Pedagógica*, etc.

A análise de erros insere-se nas práticas docentes cotidianas, em seu trabalho de ensinar. O processo de observação da produção discente é parte, mesmo, inerente às atividades realizadas pelos professores, o que faz com que a análise de erros se torne bem mais que uma prática de análise de avaliações em busca de falhas. Se for utilizada com diferentes finalidades e sob óticas diversificadas, uma vez que essa técnica de investigação pode vir a ser uma fonte de informações de grande importância para o docente que busca em sua própria prática soluções para os desafios encontrados em sua própria sala de aula, ela poderá fornecer grandes contribuições para o ensino de Matemática.

O erro na disciplina de Matemática é visto, de forma geral, como um estigma, dado que as resoluções dos problemas e questões da disciplina são feitas por caminhos absolutos, provados logicamente, não permitindo a dúvida ou a hesitação. As respostas em Matemática não permitem “um talvez”, não promovem o debate e o diálogo em busca dos melhores argumentos, a exemplo do que acontece em outras disciplinas em que visões de mundo diferentes podem conceber respostas também distintas, todas consideradas corretas em seus contextos de existência. Sendo assim:

Na disciplina de Matemática os erros são vistos na maioria das vezes como rótulos negativos, pelos quais o estudante deve ser simplesmente punido, sem a preocupação da compreensão. Dessa forma, o erro acaba sendo relegado sem ser explorado e consequentemente leva o aluno a cometê-lo em séries posteriores, sem se dar conta da sua verdadeira origem. Por isso, é importante que o educador estabeleça uma relação de aprendizagem por meio do erro, ou seja, perceba que os erros podem contribuir com o aprendizado dos alunos (FUSIGER; HECK; RITTER, 2016, p. 2).

Cury (2015, p. 15) concebe a análise de erros em Matemática com sendo tanto uma metodologia de pesquisa quanto uma metodologia de ensino, desde que os professores a insiram em sala de aula de maneira a impulsionar a aprendizagem dos educandos. Sendo, de fato, uma alternativa para que o docente perceba as dificuldades apresentadas pelos seus alunos em meio ao seu próprio exercício, tendo a oportunidade de traçar as suas próprias estratégias de intervenção na sua prática pedagógica de ensino em vez de somente ir atrás de estratégias já traçadas por outros autores onde as mesmas nem sempre trazem resultados positivos se inseridas em diferentes ambientes e realidades, sejam elas culturais ou até mesmo socioeconômicas. Nesse sentido, a autora destaca que:

[...] a análise das produções dos estudantes não é um fato isolado na prática do professor; ela é – ou deveria ser – um dos componentes dos planos pedagógicos das instituições e dos planos de aula dos docentes, levando em conta os objetivos do ensino de cada disciplina. Mas há entraves para sua realização, que envolvem aspectos delicados da prática docente, já que, sendo uma avaliação, assume o estatuto desta, tocando em sentimentos [...], em memórias [...], em questões sociais e econômicas [...] (CURY, 2015, p. 15-16).

Então, devemos levar em consideração esses aspectos citados pela autora para entendermos, de maneira mais ampla, os contextos e possibilidades de utilização da análise de erros em processos de ensino-aprendizagem da Matemática escolar. Esta consiste tanto de uma prática social dos professores, desenvolvida por eles junto com os discentes, quanto um processo mediante o qual os pesquisadores (que podem, também, ser os professores das salas de aula investigando sua própria prática) compreendem como se dá a apropriação desse repertório de conhecimentos pelos aprendizes, inserindo esse tipo de análise no campo de investigação da Educação Matemática. Cury (1995, p.41) reitera essa percepção ao afirmar que “a análise de erros é uma abordagem de pesquisa em Educação Matemática que vem sofrendo as influências das teorias vigentes, em diferentes épocas, tanto na Pedagogia, quanto na Psicologia”.

Desde seu surgimento no século XX, a análise de erros vem sendo utilizada sob diferentes perspectivas. Em um primeiro momento, ela era vista apenas como uma maneira de contar a quantidade de vezes que era necessário mostrar uma determinada operação para uma criança, de modo que ela fosse capaz de fornecer uma resposta correta, e ainda, quanto tempo ela levaria para chegar a essa resposta. Pode-se observar que, nesse contexto, as primeiras pesquisas que envolviam a análise de erros se limitavam apenas a estudar conteúdos aritméticos, abrangendo estudos em outras áreas da Matemática gradualmente (Cury, 1995, p. 41).

Um segundo momento da análise de erros se deu a partir da década de 1950, com uma mudança de enfoque para o processamento da informação. Nesse sentido, observa-se a utilização de meios e recursos computacionais para a realização de pesquisas envolvendo a análise de erros em contextos educacionais (CURY, 1995, p. 41-42). Cabe destacar, porém, que tanto em uma perspectiva quanto em outra, a análise de erros em Matemática se limitava às funções diagnóstica e reparadora dos erros cometidos pelos educandos, visão que tem se modificado, nos últimos anos, pela compreensão e inserção de novas possibilidades da análise de erros no ensino de Matemática.

Hadamard (1945)⁴, citado por Cury (2007), comenta que a maior parte dos matemáticos, na maioria das vezes, só apresenta os resultados finais dos seus trabalhos, sem demonstrar suas incertezas, hesitações, falhas e até mesmo as idas e vindas de seus raciocínios, durante suas produções e elaborações. Isso contribuiu para que muitos professores, ao se depararem com os erros cometidos por seus alunos, tenham somente a preocupação de eliminá-los, sem antes explorá-los na tentativa de entender quais teriam sido as dificuldades enfrentadas pelos seus alunos que os levou a cometerem tais falhas. (CURY, 2007).

⁴ HADAMARD, Jacques. *Na essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Princeton: Princeton University Press, 1945.

A avaliação é, ainda, uma temática bastante controversa nos ambientes educacionais, observando-se, muitas vezes, no campo da prática docente, um abismo que separa aquilo que preconiza a literatura especializada na área e o trabalho desenvolvido pelos professores em seu cotidiano. Sendo assim, muitos são os docentes e instituições escolares, bem como pais de alunos e mesmo os educandos que concebem a avaliação apenas como a valoração e mensuração de resultados cometidos em instrumentos como provas, classificando as respostas escritas nesses instrumentos como certas e erradas. Nesse sentido, o erro é algo a ser afastado e penalizado, enquanto que seu contrário, o acerto, deve ser louvado e retribuído.

Tal situação vai de encontro às concepções mais modernas que subjazem as práticas escolares de avaliação. Sendo assim:

[...] já faz muito tempo que, a partir da literatura pedagógica, as declarações de princípios de reformas educacionais compreendidas em diferentes países e grupos de educações mais inquietos se propõem formas de entender a avaliação que não se limitam a valoração dos resultados obtidos pelos alunos. O processo seguido pelos meninos e meninas, o progresso pessoal, o processo coletivo de ensino/aprendizagem, etc., aparecem como elementos ou dimensões da avaliação. Deste modo, é possível encontrar definições de avaliação bastante diferentes e, em muitos casos, bastante ambíguas, cujos sujeitos e objetos de estudo aparecem de maneira confusa e indeterminada (ZABALA, 1998, p. 195).

Assim, cabe destacar que as práticas pedagógicas mais modernas tendem a conceber a avaliação como um processo de observação da trajetória global do educando e do docente, não bastando a simples mensuração de resultados, mas, a compreensão de como os alunos em processo de aprendizagem vão se apropriando do conhecimento, integrando-o em suas vidas.

Muitos professores, ao se depararem com os erros cometidos pelos alunos, principalmente aqueles que eles consideram vindos de outras etapas e processos de ensino, simplesmente os ignoram, não explicando aos alunos o porquê de determinada forma de pensamento expressada naquela resposta ser considerada errada nem oportunizando ao educando perceber suas falhas de aprendizagem e corrigir-se. Nesse sentido, eles consideram-se responsáveis apenas pela transmissão do saber inerente à etapa do ensino em que trabalham, relegando a responsabilidade pela não aprendizagem anterior aos próprios estudantes e aos professores que lhes deram aula, não vislumbrando na observação e reflexão sobre um

determinado erro uma possibilidade ímpar de intervenção que pode garantir a aprendizagem de determinado saber.

Sendo assim, a análise de erros, sob um tratamento adequado dentro de sala de aula, com atividades que integrem os educandos aos processos de avaliação e que os oportunizem conceber o erro como aspecto natural do seu próprio processo de ensino e aprendizagem, seria uma prática pedagógica que muito teria a contribuir com a apropriação e aquisição do conhecimento Matemático pelos estudantes.

Trata-se, assim, de uma crítica à concepção em que, na maioria das vezes, os erros, principalmente na disciplina de Matemática, são considerados como fracasso dos alunos, ao mesmo tempo em que servem somente como forma de punição ou a maneira pelo qual o educando não consegue tirar nota máxima na avaliação. Com isso, o erro deixa de ser explorado de uma maneira que se torne útil à aprendizagem e, por consequência, poderá ser repetido série após série por esse aluno, ao mesmo tempo em que lhe é negada a oportunidade de reflexão para ele não mais cometê-lo. Por isso, é importante salientar que os erros cometidos pelos alunos devem ser analisados pelos seus professores, sob diferentes perspectivas, pois, como afirmam, Fusiger, Heck e Ritter (2016, p. 2) “é importante que o educador estabeleça uma relação de aprendizagem por meio do erro, ou seja, perceba que os erros podem contribuir com o aprendizado dos alunos”.

Por outro lado, muitos professores entendem, ainda, que trabalhar os erros cometidos por seus alunos se resume em, ao final de cada avaliação, trazer as respostas corretas e passá-las para os alunos como correção da prova, tornando esse momento uma correção de atividade como outro qualquer. Sendo assim, os erros devem ser analisados de maneira que sejam identificados por quem os comete suscitando a percepção de suas causas e possibilitando a compreensão de como os mesmos se originaram.

Fusiger, Heck e Ritter (2016, p. 2) destacam que “o estudo dos erros deveria fluir naturalmente no sistema educacional, uma vez que o professor só conhece de fato as dificuldades dos seus alunos quando se preocupa com os erros que eles cometeram”. Sendo assim, a análise de erros pode ser compreendida como uma prática que pode vir a ser parte natural do trabalho docente, podendo ser adotada de acordo com a preocupação de cada professor em entender mais sobre as dificuldades encontradas pelos seus educandos em cada conteúdo estudado.

Com isso podemos de fato entender que a análise de erros contribui para obtenção de subsídios que estructurem uma intervenção no processo de ensino visando uma melhoria na aprendizagem dos educandos, bem como para fins científicos, pois “a análise das resposta dos

estudantes possibilita uma melhor compreensão das suas dificuldades didáticas, podendo, assim encontrar as possíveis causas dos erros cometidos e se de fato quando o aluno acertou uma questão é porque houve um entendimento por parte dele'' (AZEVEDO, 2009 p.13).

Portanto, a análise de erros é vista por diversos autores como metodologia de ensino estando contida na prática docente funcionando como um instrumento de investigação e pesquisa. Assim iremos abordá-la nesta pesquisa como método investigativo, uma vez que se pretende através do inquérito sobre os questionários agrupar e categorizar os erros cometidos pelos discentes, além de sugerir possíveis estratégias que possam ser eficazes para a melhoria da compreensão dos aprendizes da educação básica.

Assim, destaca-se a importância da análise de erros, tanto para o ensino que passa por meio da avaliação do aprendizado dos alunos quanto para o professor que pode ver essa técnica como uma grande auxiliadora no processo de pesquisa de sua própria prática.

No próximo capítulo, apresento o processo metodológico da pesquisa.

2 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

A presente pesquisa tem caráter qualitativo. De acordo com D'Ambrósio (2012, p. 93), a pesquisa qualitativa é grande parte das vezes chamada de etnográfica, ou participante, ou inquisitiva, ou naturalista, de modo que essas nomenclaturas sugerem que a pesquisa seja focada no indivíduo com a sua complexidade, naturalmente a interação do pesquisador- pesquisado é fundamental e por isso essa modalidade é também denominada de pesquisa-ação.

Sendo assim, independentemente de como é chamada esse tipo de pesquisa, ela sempre conservará os seus ideais de ter como foco principal o sujeito, com suas mais amplas visões, sempre levando em consideração o ambiente sociocultural em que o mesmo está inserido.

Além de apresentar o método e as estratégias empregadas na pesquisa, pretendemos fornecer ao leitor o percurso que vai desde o cenário ou ambiente onde eles se encontram, como se deu sua escolha, bem como a forma como aconteceu todo o processo de elaboração, coleta e análise dos dados.

2.1 CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO E SUJEITOS DA PESQUISA

Essa pesquisa teve como delimitação a cidade de Curimatá (PI), município cuja população é de cerca de 11.190 habitantes (IBGE, 2017). Fica localizada no extremo sul do estado do Piauí, com área de 2.337,537 km² segundo dados do IBGE (2016). A cidade é cortada pela rodovia BR-257 que passa pelo Norte da Bahia, sul do Piauí, chegando até o Norte do Piauí, sendo uma importante via de integração entre essas regiões. A vegetação típica de Curimatá é o cerrado, que predomina na cidade. Os sujeitos que participaram dessa pesquisa foram 22 alunos, portando

idades de 12 a 14 anos sendo 14 educandos do sexo feminino e 8 do sexo masculino do 8º ano do ensino fundamental da escola privada Beth Shânã do município de Curimatá – PI. A instituição em questão dispõe de boas instalações como salas climatizadas, biblioteca com um bom acervo de livros, dentre outras.

A escolha dos sujeitos da pesquisa bem como minha maior motivação para a realização do trabalho se deu a partir da inquietação ao perceber que a maioria dos erros cometidos pelos sujeitos da pesquisa por mim realizada em meu curso de graduação em Matemática estavam relacionados aos conteúdos de álgebra e aritmética do nível fundamental, e que são ensinados inicialmente no 8º ano (JOÃO HENRIQUE, 2017). Sendo assim, escolhemos acompanhar um grupo de alunos durante um período enquanto os mesmos já haviam estudado os presentes conteúdos, com o objetivo de obter os dados a serem analisados.

Na apresentação dos erros cometidos pelos estudantes nessa pesquisa, como foi aplicado um único questionário identifiquei as situações de erro como por exemplo primeira questão, Erro 1 – Q1, segunda questão Erro 2 – Q2, e assim por diante.

2.2 PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS DE COLETA

Para a coleta de dados, foi utilizado um questionário elaborado por mim pesquisador e professor que ministra a matéria de Matemática, seguindo uma linha de percepção do docente em relação aos pontos que deveriam ser explorados nos instrumentos da pesquisa. Quanto à aplicação do questionário, durante o período letivo, enquanto professor-pesquisador utilizei quatro horas-aulas para a aplicação da pesquisa.

A pesquisa contém um questionário que foi aplicado no dia 26 de abril do ano de 2018, sobre o conteúdo relacionado ao estudo da álgebra com foco no cálculo algébrico e suas propriedades e em relação ao conteúdo de aritmética estão em foco as potências e suas propriedades.

No desenho inicial da pesquisa, bem como no termo de consentimento que foi entregue a cada responsável dos alunos (por se tratar de uma pesquisa com educandos menores de idade), estava prevista a realização de entrevistas com os participantes da pesquisa. Tais entrevistas não foram realizadas por questões acordadas com os alunos que manifestaram não se sentirem confortáveis com esse procedimento de coleta. Por princípios éticos, cada depoente teve, ainda, a garantia de que poderiam desistir de participar da pesquisa, no momento que quisesse.

A apresentação de cada questionário, bem como a resolução das questões que os compõem, será feita, também, no próximo capítulo.

2.2.1 Situação-problema

Para a escolha da situação-problema, tivemos como motivação principal a observação dos diversos resultados obtidos na pesquisa anterior que evidenciou que boa parte dos educandos apresentam dificuldades encontradas no estudo do cálculo diferencial e integral, e queremos verificar se estas dificuldades são adquiridas desde a escola básica mais precisamente no 8º ano do ensino fundamental em que se estudam estes conteúdos. Com isso, a preocupação da presente pesquisa quanto a esse problema foi a de observar os erros cometidos pelos alunos nas resoluções das questões, supor suas prováveis origens quando fosse possível, estabelecer estratégias para saná-los e pensar em que esses erros impactariam por toda sua vida acadêmica e mesmo que eles ao concluírem o ensino médio não optarem por seguir adiante nos estudos das exatas, servirá para que até lá eles possam obter uma boa base matemática para a vida e aprendida de forma correta.

2.2.2 Apresentação do tema aos alunos

Ao apresentar o tema aos alunos, houve uma breve explicação quanto ao que vem a ser a análise de erros e a forma como iríamos trabalhar nessa pesquisa, bem como seria a aplicação do instrumento de coleta dos dados.

Em seguida, foi explanado um pouco sobre os objetivos da pesquisa e o porquê da realização da mesma. Ao apresentar a situação-problema aos alunos, esses se mostraram muito motivados a participarem da pesquisa, pois entenderam ser de suma importância a realização de um estudo com essa temática. Por outro lado, ao mesmo tempo, alguns outros alunos tiveram uma reação de receio pelo fato de acharem que os seus erros seriam expostos e sofrerem algum tipo rejeição pelos outros colegas ou retaliação no ambiente que estudam. Nesse momento, vi a necessidade de intervir e explicar a eles que todos os dados seriam mantidos em pleno sigilo e que, em nenhum momento, seriam divulgados fora do trabalho ou, até mesmo, mostrados a pessoas que não estivessem ligadas à pesquisa.

Nesse sentido, cabe destacar o cuidado ético necessário a este tipo de pesquisa que aqui se apresenta, visto que o erro carrega em si uma imagem que é culturalmente bastante negativa. Sendo assim, a análise de erros requer dos pesquisadores que evitem julgamentos desnecessários ou hierarquizações indevidas, de modo a não prejudicar a imagem dos depoentes, bem como sua autoestima.

2.3 PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS

Nessa etapa da pesquisa, procedi à análise das respostas obtidas nos questionários em busca dos erros cometidos pelos educandos, de modo a responder às perguntas de pesquisa. Inicialmente, por meio da técnica de análise de conteúdo proposta por Bardin (1976), realizei a leitura flutuante dos dados recolhidos, estabelecendo inferências e anotações guias para a análise. Em um segundo momento, os erros foram classificados e agrupados em categorias no que diz respeito ao nível de ensino de que eram provenientes, sendo classificados em nível fundamental menor, nível fundamental maior. De modo a completar a análise e a classificação de cada erro, enunciei as devidas definições, teoremas, preposições e axiomas que julguei ser necessário para responder cada questão onde os educandos apresentaram resoluções incorretas.

Bardin (1979)⁵, citada por Cury (2007), assinala três etapas básicas para a análise de conteúdo. São elas a pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Na primeira etapa, consistiu na preparação do material, escolhendo os documentos a serem analisados através de uma leitura superficial. Escolhidos os documentos, nesse momento delimita-se o conjunto das produções textuais, que é chamado de *corpus* da pesquisa, sob o qual o pesquisador irá debruçar-se. Foi feito o escaneamento de cada resposta dos testes respondidos, sendo salvas no formato de imagem e, posteriormente foi nomeada cada imagem, com os nomes fictícios que foram atribuídos aos participantes da pesquisa, para que suas identidades fossem preservadas. O nome de cada aluno foi indicado a frente de cada questão por ele resolvida. Seguindo às etapas, as questões que continham respostas erradas foram colocadas lado a lado com suas respectivas correções, além de algumas definições, teoremas, preposições e axiomas, caso fosse necessário, para que o leitor viesse a entender quais conhecimentos os educandos que cometeram tais erros negligenciaram ou ignoraram ao redigir suas respostas. Na segunda etapa, é feita uma releitura onde nesse momento os dados passam por uma separação do *corpus*, onde é feita a categorização, ou seja, a criação de categorias que englobam, erros semelhantes em relação aos níveis de ensino provenientes de cada erro. Na terceira etapa, é feita a descrição de cada categoria, onde fiz uso de tabelas ou quadros, com a indicação dos níveis dos erros encontrados com suas devidas frequências. Nessa etapa, apresento um texto-síntese para que o

⁵ BARDIN, Laurence. Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70, 1979.

leitor compreenda o significado de cada categoria, apoiando-se sobre exemplos do próprio *corpus*. Nesse momento da pesquisa, realizo a interpretação dos dados e a elaboração de sugestões para possíveis intervenções que possam vir a ser feitas no intuito de minimizar o impacto desses erros na formação dos futuros professores de Matemática.

As categorias das respostas obtidas foram identificadas em A1, A2 e A3 e assim sucessivamente para categorizar os erros relacionados diretamente com os conteúdos matemáticos focados na pesquisa, por outro lado foram criadas as subcategorias B1, B2, B3 e assim sucessivamente para identificar outros possíveis fatores que induziram os estudantes ao erro. Diante dos erros apontados nesta pesquisa, estabeleceu-se hipóteses na tentativa de apontar quais foram supostamente os causadores de tais erros, vindo a visualizar dessa maneira quais são as principais dificuldades encontradas pelos educandos participantes da pesquisa no estudo de álgebra e aritmética. O questionário aplicado nesta pesquisa está disposto no Apêndice.

3 ANÁLISE E DISCUSSÃO

No capítulo anterior foi apresentado todo o percurso metodológico adotado nesta pesquisa. Passo agora a expor inicialmente as categorias criadas a partir da análise das respostas do questionário, seguida dos símbolos utilizados na pesquisa e de todos os erros identificados junto com os possíveis fatores que geraram tais erros.

Para classificar os tipos de respostas dos alunos, foram estabelecidas as seguintes opções: incorreta e em branco. Utilizando as ideias apresentadas em Ponte *et al.* (1997)⁶, citado por Fusiger, Heck e Ritter (2016), sobre avaliação global de trabalhos que envolvem resolução de questões matemáticas, foram considerados os seguintes critérios para avaliar as respostas das questões dos questionários aplicados:

Através da análise dos erros feita, criou-se as seguintes categorias para classificá-los em relação as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução dos questionários:

A1: Erros atribuídos as dificuldades encontradas em realizar as operações de adição, subtração por não terem compreendido as definições ou por terem aprendido de forma incorreta;

A2: Erros atribuídos as dificuldades realizar as operações de multiplicação e divisão de polinômios por não terem compreendido as definições ou por terem aprendido de forma incorreta;

A3: Erros atribuídos as dificuldades encontradas em aplicar as propriedades das potências por não compreenderem ou terem aprendido de forma incorreta;

B1: Erros atribuídos ao cancelamento ou exclusão de termos de forma incorreta;

B2: Erros cometidos pela utilização de falsas generalizações;

B3: Erros atribuídos as dificuldades em realizar operações envolvendo o conjunto dos números inteiros;

B4: Erros atribuídos as dificuldades encontradas em resolver expressões envolvendo o conjunto dos números racionais;

B5: Erros atribuídos ao não uso dos parênteses ou a sua eliminação de forma incorreta;

B6: Questões com ausência de respostas.

⁶ PONTE, J. P. et al. **Didática da Matemática**. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação, 1997.

3.1 CONVENÇÃO DE SÍMBOLOS UTILIZADOS

Para a resolução das questões, foram adotados alguns símbolos, conforme está expresso no quadro abaixo.

Tabela 1 - Convenção de símbolos utilizados

Símbolo	Significado
$A(x) + B(x)$	Adição de polinômios
$A(x) - B(x)$	Subtração de polinômios
$A(x) * B(x)$	Multiplicação de polinômios
$K * A(x)$	Multiplicação de um número real por um polinômio
$\frac{A(x)}{c}$	Divisão de polinômio por monômio
$a^n = a * a * a * \dots * a$	Forma geral das potências, em que a se repete n vezes
$a^0 = 1$	Potência com expoente zero
$a^1 = a$	Potência com expoente unitário
$a^n * a^m = a^{n+m}$	Produto de potências de mesma base
$a^n : a^m = a^{n-m}$	Divisão de potências de mesma base
$(a^n)^m = a^{n*m}$	Potência de potência
$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$	Potência com expoente negativo

3.2 QUESTÕES E ERROS

Exponho aqui as questões do questionário aplicado, onde houve a ocorrência de algum tipo de erro. Será apresentado pelo pesquisador as resoluções dos alunos, junto com a identificação quanto a categoria do erro, nível de ensino que tal erro pertence o código do responsável pela resolução além das hipóteses levantadas a respeito das causas que podem ter contribuído para ocasionar tais erros.

3.2.1 Categoria de erros A1

Nesta categoria são apresentados os erros atribuídos às dificuldades encontradas em realizar as operações de adição e subtração de polinômios por não terem compreendido as definições ou por terem aprendido de forma incorreta. Em relação os erros registrados nesta categoria foram identificados alguns padrões de subcategorias de erros:

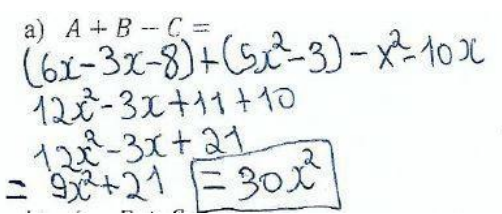
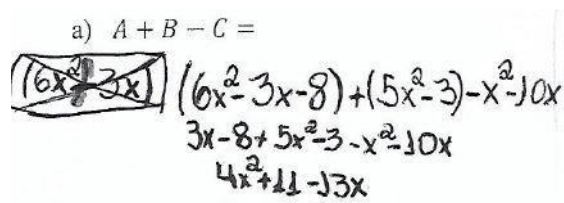
Obs: Estarei apresentando somente os principais erros que foram identificados e analisados em vez da totalidade de ocorrência desses erros.

1. Efetue as operações entre polinômios A, B e C. Determine o grau do resultante encontrado.

Sabendo que $A = 6x^2 - 3x - 8$, $B = 5x^2 - 3$ e $C = x^2 - 10x$, calcular:

Resolução: a) $A + B - C =$ $(6x^2 - 3x - 8) + (5x^2 - 3) - (x^2 - 10x) =$ $= 6x^2 - 3x - 8 + 5x^2 - 3 - x^2 + 10x =$ $= 11x^2 + 7x - 11$	Número de alunos que responderam ao item: 22 Número de acertos: 8 Número de respostas em branco: 5 Número de equivocadas: 9
---	--

Erros cometidos:

Resolução	Hipótese
 Figura 1: 1Q.a. E1	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes: Ex: $6x + 5x^2 - x^2 = 12x^2$ Ex: $12x^2 - 3x = 9x^2$ • Errou em excluir termos durante a resolução de forma incorreta sem o uso de nenhum artifício matemático. O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B1, B3 e B5).
 Figura 2: 1Q.a. E2	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios: Ex: $3x - 10x = -13x$ • Errou em efetuar a operação simples de subtração entre números inteiros: Ex: $-8 - 3 = 11$ O aluno demonstrou não ter compreendido algumas das principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, além de apresentar dificuldade em trabalhar dentro do conjunto dos números inteiros. Subcategorias dos erros (B1, B3 e B5).

a) $A + B - C =$
 $(6x^2 - 3x - 8) + (5x^2 - 3) - x^2 - 10x$
 $11x^4 - 3x - 11 - x^2 - 10x$
 $11x^4 - 7x - 11 - x^2$
 $8x^3 - 11 - x^2 = 7x - 11$

Figura 3: 1Q.a. E3

1. Não apresentou uma resolução correta.
2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir.
 - Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que adicionou dois termos resultado em algo parecido com a multiplicação de potências com a mesma base: Ex: $6x^2 + 5x^2 = 11x^4$
 - Errou em excluir termos durante a resolução de forma incorreta sem o uso de nenhum artifício matemático.

O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B1, B2 e B5).

a) $A + B - C =$
 $(6x^2 - 3x - 8) + (5x^2 - 3) - x^2 - 10x$
 $3x - 8 + 2x^2 - x^2 - 10x$
 $16x^6 - 8$

Figura 4: 1Q.a. E4

1. Não apresentou uma resolução correta.
2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir.
 - Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes: Ex: $6x^2 - 3x = 3x^2$
Ex: $5x^2 - 3 = 2x^2$
 - Errou ao cometer a chamada falsa generalização no momento que adicionou dois termos resultado em algo parecido com a multiplicação de potências com a mesma base: Ex: $3x^2 + 2x^2 - x^2 - 10x = 16x^6$

O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).

a) $A + B - C =$
 $(6x^2 - 3x - 8) + 5x^2 - 3 - (x^2 - 10x)$
 $17x^3 + 2x^2 - 11x^2$
 $15x^5 - 11x^2$
 $04x^3$

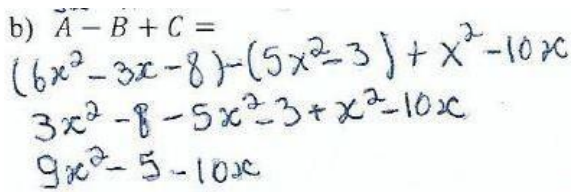
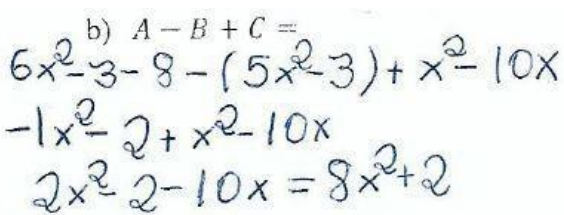
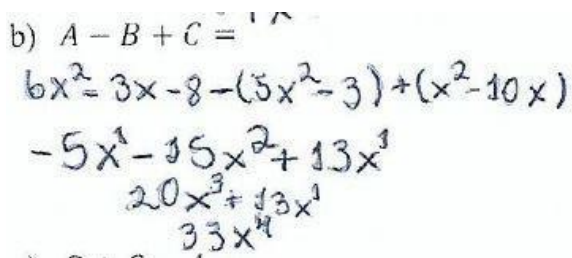
Figura 5: 1Q.a. E5

1. Não apresentou uma resolução correta.
2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir.
 - Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que adicionou dois termos resultado em algo parecido com a multiplicação de potências com a mesma base: Ex: $6x^2 - 3x - 8 = 17x^3$
Ex: $5x^2 - 3 = 2x^2$
Ex: $x^2 - 10x = 11x^2$
Ex: $15x^5 - 11x^2 = 4x^3$

O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).

Resolução: $b) A - B + C =$ $= 6x^2 - 3x - 8 - (5x^2 - 3) + x^2 - 10x =$ $= 6x^2 - 3x - 8 - 5x^2 + 3 + x^2 - 10x =$ $= 2x^2 - 13x - 5$	Número de alunos que responderam ao item: 22 Número de acertos: 7 Número de respostas em branco: 5 Número de equivocadas: 10
--	---

Erros cometidos:

Resolução	Hipótese
 $b) A - B + C =$ $(6x^2 - 3x - 8) - (5x^2 - 3) + x^2 - 10x$ $3x^2 - 8 - 5x^2 - 3 + x^2 - 10x$ $9x^2 - 5 - 10x$ Figura 6: 1Q.b. E6	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes: Ex: $6x^2 - 3x = 3x^2$ Ex: $3x^2 - 5x^2 + x^2 = 9x^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou dificuldade em trabalhar dentro do conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B3 e B5).
 $b) A - B + C =$ $6x^2 - 3 - 8 - (5x^2 - 3) + x^2 - 10x$ $-1x^2 - 2 + x^2 - 10x$ $2x^2 - 2 - 10x = 8x^2 + 2$ Figura 7: 1Q.b. E7	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes: Ex: $2x^2 - 10x = 8x^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou ter dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B3 e B5).
 $b) A - B + C =$ $6x^2 - 3x - 8 - (5x^2 - 3) + (x^2 - 10x)$ $-5x^1 - 15x^2 + 13x^1$ $20x^3 + 13x^1$ $33x^4$ Figura 8: 1Q.b. E8	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que adicionou dois termos resultado em algo parecido com a multiplicação de potências com a mesma base: Ex: $-5x - 15x^2 = 20x^3$ Ex: $20x^3 + 13x = 33x^4$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou ter dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).

b) $A - B + C =$ $6x^2 - 3x - 8 - 5x^2 - 3 + (x^2 - 10x)$ $1x^2 - 13x - 11 + x^2$ $2x^2 - 13x - 11$ $11x - 11 = 0$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes: Ex: $2x^2 - 13x = 11x$ Ex: $11x - 11 = 0$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B5).
b) $A - B + C =$ $6x^2 - 3x - 8 - 5x^2 - 3 + (x^2 - 10x)$ $-4x^3 - 11 + x^2 - 10x$ $-13x - 11$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que adicionou dois termos resultado em algo parecido com a multiplicação de potências com a mesma base: Ex: $6x^2 - 3x - 5x^2 = -4x^3$ Ex: $-4x^3 + x^2 - 10x = -13x$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou ter dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).

Resolução: c) $B + C - A =$ $= 5x^2 - 3 + x^2 - 10x - (6x^2 - 3x - 8) =$ $= -6x^2 - 3 - 10x - 6x^2 + 3x + 8 =$ $= -7x + 5$	Número de alunos que responderam ao item: 22 Número de acertos: 8 Número de respostas em branco: 5 Número de equivocadas: 9
---	---

Erros cometidos:

Resolução	Hipótese
c) $B + C - A =$ $(5x^2 - 3) + (x^2 - 10x) - (6x^2 - 3x - 8)$ $2x^2 + 10x^2 - 1x^2$ $11x^2$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes: Ex: $5x^2 - 3 = 2x^2$ Ex: $-(6x^2 - 3x - 8) = -1x^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou ter dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B3 e B5).

c) $B + C - A =$ $5x^2 - 3 + x^2 - 10x - (6x^2 - 3x - 8)$ $2x^2 - 3 + 10x - 8$ $x^2 - 2x = x^2$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes além de apresentar passos na resolução que não resultaram de artifícios matemáticos: Ex: $2x^2 - 3 = x^2$ Ex: $10x - 8 = -2$ Ex: $x^2 - 2x = x^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou ter dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B1, B3 e B5).
c) $B + C - A =$ $(5x^2 - 3) + x^2 - 10x - (6x^2 - 3x - 8)$ $15x^3 + 10x^4 - 136x^3$ $5x^7 = 136x^3$ $131x^{10}$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que adicionou dois termos resultado em algo parecido com a multiplicação de potências com a mesma base: Ex: $5x^2 - 3 = 15x^3$ Ex: $x^2 - 10x = 10x^4$ Ex: $-(6x^2 - 3x - 8) = -136x^3$ Ex: $15x^3 + 10x^4 = 5x^7$ Ex: $5x^7 - 136x^3 = 131x^{10}$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou ter dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).
c) $B + C - A =$ $(5x^2 - 3) + x^2 - 10x - 6x^2 - 3x - 8$ $2x^2 + 9x - 3x^2 - 8$ 0^2	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes: Ex: $5x^2 - 3 = 2x^2$ Ex: $x^2 - 10x = 9x$ Ex: $-6x^2 - 3x = 3x^2$ Ex: $2x^2 + 9x - 3x^2 - 8 = 0^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou ter dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B3 e B5).

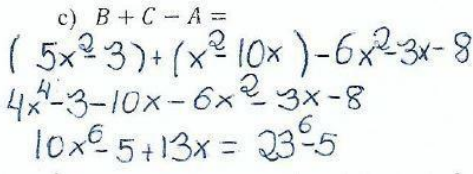
 c) $B + C - A =$ $(5x^2 - 3) + (x^2 - 10x) - 6x^2 - 3x - 8$ $4x^2 - 3 - 10x - 6x^2 - 3x - 8$ $10x^6 - 5 + 13x = 23^6 - 5$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar adições e subtrações entre monômios não semelhantes bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que adicionou dois termos resultado em algo parecido com a multiplicação de potências com a mesma base também errou em excluir termos sem o uso de nenhum método matemático: Ex: $5x^2 + x^2 = 4x^4$ Ex: $4x^4 - 6x^2 = 10x^6$ Ex: $10x^6 + 13x = 23^6$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a adição e subtração de monômios, apresentou ter dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses. Subcategorias dos erros (B1, B2, B3 e B5).
---	---

Figura 15: 1Q.c. E15

3.2.2 Categoria de erros A2

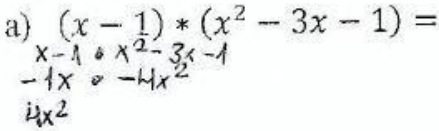
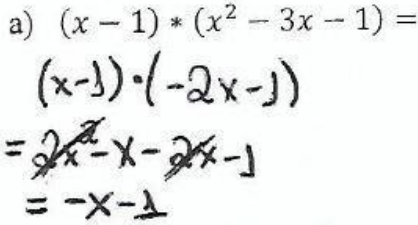
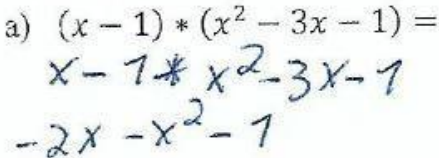
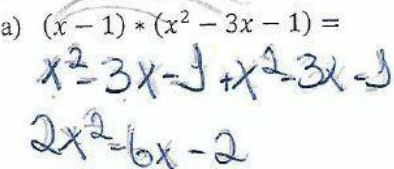
Nesta categoria são apresentados os erros atribuídos às dificuldades encontradas em realizar as operações de multiplicação e divisão de polinômios por não terem compreendido as definições ou por terem aprendido de forma incorreta. Em relação os erros registrados nesta categoria foram identificados alguns padrões de subcategorias de erros:

2. Represente as expressões abaixo, na forma mais simplificada possível quando for possível.

Resolução: a) $(x - 1) * (x^2 - 3x - 1) =$ $= x^3 - 3x^2 - x - x^2 + 3x + 1 =$ $= x^3 - 4x^2 + 2x + 1$	Número de alunos que responderam ao item: 22 Número de acertos: 7 Número de respostas em branco: 7 Número de equivocadas: 8
---	---

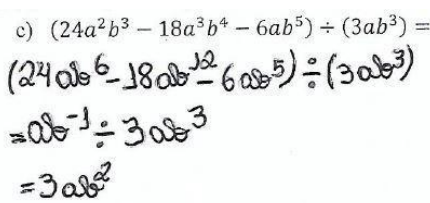
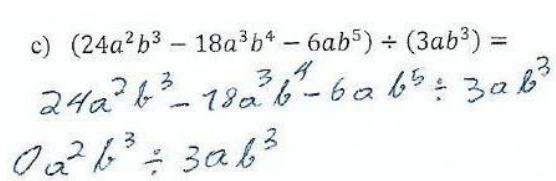
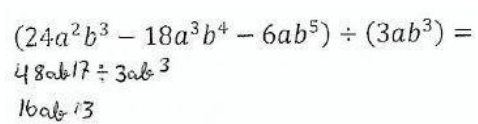
Erros cometidos:

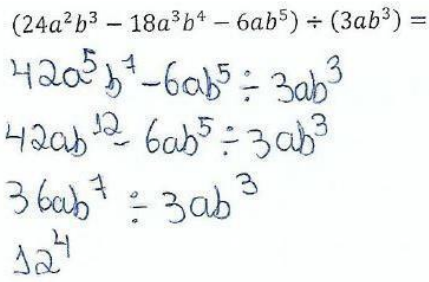
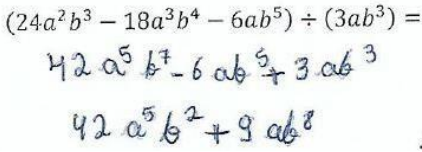
Resolução	Hipótese
-----------	----------

 a) $(x-1) * (x^2-3x-1) =$ $x-1 * x^2-3x-1$ $-1x * -4x^2$ $4x^2$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar as multiplicações entre os polinômios bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que deveria aplicar a distributividade para eliminar os parênteses ele somente retirou como ocorre na adição usual também errou em excluir termos sem o uso de nenhum método matemático: Ex: $(x-1) * (x^2-3x-1) = x-1 * x^2-3x-1$ Ex: $x-1 * x^2-3x-1 = -1x * -4x^2$ Ex: $-1x * -4x^2 = 4x^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a multiplicação de polinômios, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B1, B2 e B5).
Figura 16: 2Q.a. E16  a) $(x-1) * (x^2-3x-1) =$ $(x-1) * (-2x-1)$ $= \cancel{2x} - x - \cancel{2x} - 1$ $= -x - 1$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar as multiplicações entre os polinômios quando efetuou o cancelamento de dois monômios com sinais opostos, porém não eram semelhantes, também errou no momento que deveria aplicar a distributividade para eliminar os parênteses ele realizou de forma incorreta: Ex: $\cancel{2x^2} - \cancel{2x} = 0$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a multiplicação de polinômios, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B1 e B5).
Figura 17: 2Q.a. E17  a) $(x-1) * (x^2-3x-1) =$ $x-1 * x^2-3x-1$ $-2x - x^2 - 1$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar as multiplicações entre os polinômios bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que deveria aplicar a distributividade para eliminar os parênteses ele somente retirou como ocorre na adição usual: Ex: $(x-1) * (x^2-3x-1) = x-1 * x^2-3x-1$ Ex: $x-1 * x^2-3x-1 = -2x - x^2 - 1$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a multiplicação de polinômios, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B5).
Figura 18: 2Q.a. E18  a) $(x-1) * (x^2-3x-1) =$ $x^2-3x-1 + x^2-3x-1$ $2x^2-6x-2$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar as multiplicações entre os polinômios, pois mesmo aplicando algo parecido com a distributividade não fez de forma correta: Ex: $(x-1) * (x^2-3x-1) = x^2 3x - 1 + x^2 - 3x - 1$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a multiplicação de polinômios, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B5).
Figura 19: 2Q.a. E19	

Resolução: b) $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$ $= \frac{24a^2b^3}{3ab^3} - \frac{18a^3b^4}{3ab^3} - \frac{6ab^5}{3ab^3} = 8a - 6a^2b - 2b^2 =$ $= 2 * (4a - 3a^2b - b^2)$	Número de alunos que responderam ao item: 22 Número de acertos: 4 Número de respostas em branco: 8 Número de equivocadas: 10
--	--

Erros cometidos:

Resolução	Hipótese
c) $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$  $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3)$ $= a^{2-1}b^{3-3} = 3ab^0$ $= 3ab^2$ Figura 20: 2Q.b. E20	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar as divisões entre polinômio por monômio em vez de dividir termo pôr termo realizou adições entre os termos não semelhantes, bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que aplicou a propriedade da multiplicação de potências com a mesma base em bases diferentes: Ex: $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$ $= (24ab^6 - 18ab^{12} - 6ab^5) \div (3ab^3)$ Ex: $(24ab^6 - 18ab^{12} - 6ab^5) = ab^{-1}$ Ex: $ab^{-1} \div 3ab^3 = 3ab^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a divisão de polinômio por monômio, Além de apresentar dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números racionais: Subcategorias dos erros (B2 e B4).
c) $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$  $24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5 \div 3ab^3$ $0a^2b^3 \div 3ab^3$ Figura 21: 2Q.b. E21	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar as divisões entre polinômio por monômio em vez de dividir termo pôr termo realizou adições entre os termos não semelhantes: Ex: $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$ $= 24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5 \div 3ab^3$ Ex: $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) = 0a^2b^3$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a divisão de polinômio por monômio além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B5).
$(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$  $48ab^{17} \div 3ab^3$ $16ab^{13}$ Figura 22: 2Q.b. E22	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar as divisões entre polinômio por monômio em vez de dividir termo pôr termo realizou adições entre os termos não semelhantes: Ex: $24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5 = 48ab^{17}$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a divisão de polinômio por monômio, Além de apresentar dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números racionais: Subcategorias dos erros (B4).

 $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$ $42a^5b^4 - 6ab^5 \div 3ab^3$ $42ab^{12} - 6ab^5 \div 3ab^3$ $36ab^7 \div 3ab^3$ 12^4 Figura 23: 2Q.b. E23	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar as divisões entre polinômio por monômio em vez de dividir termo pôr termo realizou adições entre os termos não semelhantes, bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que aplicou a propriedade da multiplicação de potências com a mesma base em bases diferente: Ex: $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$ $= 42a^5b^7 - 6ab^5 \div 3ab^3$ Ex: $42a^5b^7 = 42ab^{12}$ Ex: $42ab^{12} - 6ab^5 = 36ab^7$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a divisão de polinômio por monômio, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses e de mostrar dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números racionais: Subcategorias dos erros (B1, B2, B4 e B5).
 $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$ $42a^5b^7 - 6ab^5 + 3ab^3$ $42a^5b^2 + 9ab^8$ Figura 24: 2Q.b. E24	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao efetuar as divisões entre polinômio por monômio em vez de dividir termo pôr termo realizou adições entre os termos não semelhantes bem como cometeu a chamada falsa generalização no momento que aplicou a propriedade da multiplicação de potências com a mesma base em bases diferente: Ex: $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$ $= 42a^5b^7 - 6ab^5 + 3ab^3$ Ex: $-6ab^5 + 3ab^3 = 9ab^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico que envolve a divisão de polinômio por monômio, apresentou ter dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números racionais, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B1, B2, B4 e B5).

3. Usando o conhecimento que você aprendeu sobre as operações com polinômios resolva as expressões:

Resolução: a) $(5m - 9mn + 8n) + 4 * (-3n - 7m) - 3 * (-6mn + 8n) =$ $= 5m - 9mn + 8n - 12n - 28m + 18mn - 24n =$ $= -23m - 28n + 9mn$	Número de alunos que responderam ao item: 22 Número de acertos: 4 Número de respostas em branco: 7 Número de equivocadas: 11
---	---

Erros cometidos:

a) $(5m - 9mn + 8n) + 4 * (-3n - 7m) - 3 * (-6mn + 8n) =$
 $4mn + 4 = 10mn - 3 = 14mn$

Resolução	Hipótese
$5m - 9mn + 8n + 4 * (-3n - 7m) - 3 * (-6mn + 8n) =$ $4mn + 4 = 10mn - 3 = 14mn$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum, errou também em não respeitar os critérios de resolução das operações: Ex: $(5m - 9mn + 8n) = 4mn$ Ex: $(-3n - 7m) = 10mn$ Ex: $(-6mn + 8n) = 14mn$ Ex: $4mn + 4 = 8mn$ Ex: $10mn - 3 = 7mn$ Ex: $8mn - 7mn * 14mn = 14mn$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).

Figura 25: 3Q.a. E25

$(5m - 9mn + 8n) + 4 * (-3n - 7m) - 3 * (-6mn + 8n) =$ $13mn - 9mn + 4 * (-10mn - 3) * (2mn^2)$ $130mn - 90mn - 12 * (2mn^2)$ $40mn - 12 * (2mn^2)$ $80mn - 24mn = 56mn$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum: Ex: $5m + 8n = 13mn$ Ex: $-3n - 7m = -10mn$ Ex: $-6mn + n = 2mn^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B1, B2, B3 e B5).
--	--

Figura 26: 3Q.a. E26

a) $(5m - 9mn + 8n) + 4 * (-3n - 7m) - 3 * (-6mn + 8n) =$

$$\begin{aligned} (5m + 8n - 13mn - 9mn - 4mn) + 4 * (-3n - 7m) \\ - 3 * (-6mn + 8n) = \\ 8mn * (-10mn) - 3 * (-14mn^2) \\ - 80mn - 3 - 14m^2 \\ 77mn - 196mn \end{aligned}$$

$$= 119mn$$

Figura 27: 3Q.a. E27

1. Não apresentou uma resolução correta.
2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir.
 - Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum:

Ex: $5m + 8n = 13mn - 9mn = 4mn$

Ex: $4 * (-3n - 7m) - 3 * (-6mn + 8n) =$
 $= 8mn * (-10mn) - 3 * (-14mn^2)$

Ex: $-8mn - 3 - 14m^2 = 77mn - 196mn =$
 $= 119mn$

O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B1, B2, B3 e B5).

1. Não apresentou uma resolução correta.

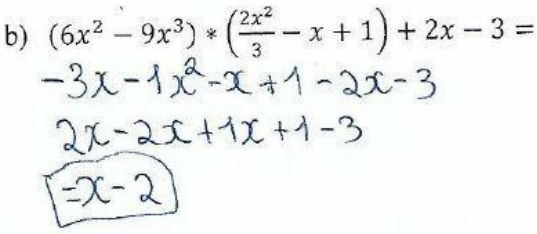
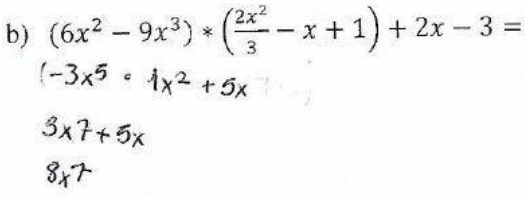
a) $(5m - 9mn + 8n) + 4 * (-3n - 7m) - 3 * (-6mn + 8n) =$ $22m^2n^2 + 16n^2 - 28m - 18mn - 24n$ $40m^3n^3 + 40n^3 - 28m$ $108m^4n^6$ Figura 28: 3Q.a. E28	2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização tanto ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum quanto quando realizou somas como se fosse algo parecido com uma multiplicação entre potências de mesma base: Ex: $(5m - 9mn + 8n) = 22m^2n^2$ Ex: $4 * (-3n - 7m) = 16n^2 - 28m$ Ex: $22m^2n^2 - 18mn = 40m^3n^3$ Ex: $16n^2 - 24n = 40n^3$ Ex: $40m^3n^3 + 40n^3 - 28m = 108m^7n^6$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).
a) $(5m - 9mn + 8n) + 4 * (-3n - 7m) - 3 * (-6mn + 8n) =$ $13m - 15mn + 19n =$ $2m + 34n =$ $32mn$ Figura 29: 3Q.a. E29	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum: Ex: $8n - 3n + 8n = 19n$ Ex: $13m - 15mn = 2m$ Ex: $-15mn + 19n = 34n$ Ex: $2m + 34n = 32mn$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B1, B2, B3 e B5).

Resolução: b) $(6x^2 - 9x^3) * (\frac{2x}{3} + 1) + 2x - 3 =$ $= \frac{12x^4}{3} - 6x^3 + 6x^2 - \frac{18x^5}{3} + 9x^4 - 9x^3 + 2x - 3 =$ $= 4x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 6x^5 + 9x^4 - 9x^3 + 2x - 3 =$ $= -6x^5 + 13x^4 - 15x^3 + 6x^2 + 2x - 3$	Número de alunos que responderam ao item: 22 Número de acertos: 4 Número de respostas em branco: 7 Número de equivocadas: 11
--	--

Erros cometidos:

Resolução	Hipótese
-----------	----------

b) $(6x^2 - 9x^3) * \left(\frac{2x^2}{3} - x + 1\right) + 2x - 3 =$ $(3x^2) * \left(\frac{4}{7}x^2\right) + 5$ $= 18x^2$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum: Ex: $(6x^2 - 9x^3) = 3x^2$ Ex: $\left(\frac{2x^2}{3} - x + 1\right) = \frac{4}{7}x^2$ Ex: $2x - 3 = 5$ Ex: $(3x^2) * \left(\frac{4}{7}x^2\right) + 5 = 18x^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números racionais, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B4 e B5).
b) $(6x^2 - 9x^3) * \left(\frac{2x^2}{3} - x + 1\right) + 2x - 3 =$ $15x^5 * \frac{4x^2}{3} + 2x - 3 =$ $15x^5 * \frac{6x^2}{6} =$ $\frac{11x^7}{6}$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização tanto ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum quanto quando realizou somas como se fosse algo parecido com uma multiplicação entre potências de mesma base: Ex: $6x^2 - 9x^3 = 15x^5$ Ex: $\frac{4}{3}x^2 + 2x - 3 = \frac{6x^2}{6}$ Ex: $15x^5 * \frac{6x^2}{6} = \frac{11x^7}{6}$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números racionais, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B4 e B5).
b) $(6x^2 - 9x^3) * \left(\frac{2x^2}{3} - x + 1\right) + 2x - 3 =$ $6x^2 - 9x^2 * 5x^2 - x + 1 + 2x - 3$ $20x^2 - 1x + 1 - 3$ $27x - 3$	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum: Ex: $6x^2 - 9x^2 * 5x^2 = 20x^2$ Ex: $20x^2 - 1x = 21x$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números racionais, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B1, B2, B4 e B5).

 b) $(6x^2 - 9x^3) * \left(\frac{2x^2}{3} - x + 1\right) + 2x - 3 =$ $-3x - 1x^2 - x + 1 - 2x - 3$ $2x - 2x + 1x + 1 - 3$ $= x - 2$ Figura 33: 3Q.b. E33	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum: Ex: $6x^2 - 9x^3 = -3x$ Ex: $\left(\frac{2x^2}{3} - x + 1\right) = -1x^2 - x + 1$ Ex: $-3x - 1x^2 = 2x$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números racionais, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B1, B2, B4 e B5).
 b) $(6x^2 - 9x^3) * \left(\frac{2x^2}{3} - x + 1\right) + 2x - 3 =$ $(-3x^5 - 1x^2 + 5x)$ $3x^7 + 5x$ $8x^7$ Figura 34: 3Q.b. E34	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão algébrica de forma incorreta quando cometeu a chamada falsa generalização tanto ao efetuar as adições entre monômios não semelhantes como se fosse uma adição comum quanto quando realizou somas como se fosse algo parecido com uma multiplicação entre potências de mesma base: Ex: $6x^2 - 9x^3 = -3x^5$ Ex: $\left(\frac{2x^2}{3} - x + 1\right) = 1x^2$ Ex: $2x - 3 = 5x$ Ex: $3x^7 + 5x = 8x^7$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições do cálculo algébrico, apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números racionais, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B4 e B5).

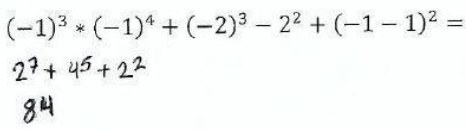
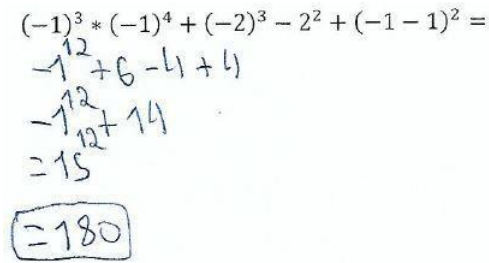
3.2.3 Categoria de erros A3

Nesta categoria são apresentados os erros atribuídos às dificuldades encontradas em aplicar as propriedades das potências por não terem compreendido as definições de cada propriedade ou por terem aprendido de forma incorreta. Em relação os erros registrados nesta categoria foram identificados alguns padrões de subcategorias de erros:

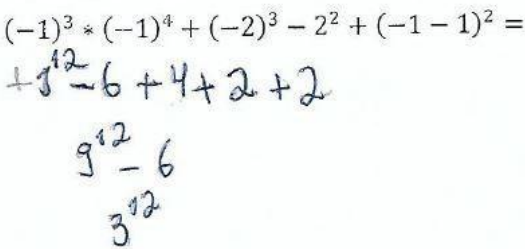
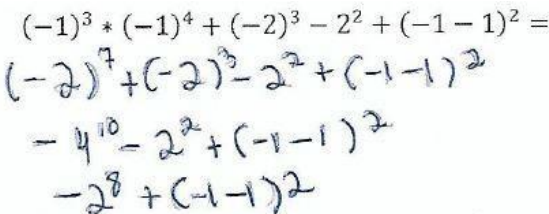
4. Determine o valor da expressão:

Resolução: $(-1)^3 * (-1)^4 + (-2)^3 - 2^2 + (-1 - 1)^2 =$ $= (-1)^7 - 8 - 4 + (-2)^2 =$ $= -1 - 8 - 4 + 4 = -9$	Número de alunos que responderam ao item: 22 Número de acertos: 6 Número de respostas em branco: 5 Número de equivocadas: 11
---	---

Erros cometidos:

Resolução	Hipótese
 $(-1)^3 * (-1)^4 + (-2)^3 - 2^2 + (-1 - 1)^2 =$ $2^7 + 4^5 + 2^2$ 84 Figura 35: 4Q. E35	- Não apresentou uma resolução correta. - Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. - Errou em resolver a expressão numérica de forma incorreta ao resolver os cálculos das potências sem aplicar as propriedades necessárias cometendo assim falsas generalizações ao resolver simples potências aplicando a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: Ex: $(-1)^3 * (-1)^4 = 2^7$ Ex: $(-2)^3 - 2^2 = 4^5$ Ex: $2^7 + 4^5 + 2^2 = 8^4$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições e propriedades da potenciação ou aprendeu de forma incorreta. Apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).
 $(-1)^3 * (-1)^4 + (-2)^3 - 2^2 + (-1 - 1)^2 =$ $-1^{12} + 6 - 1 + 1$ $-1^{12} + 14$ $= 15$ $= 180$ Figura 36: 4Q. E36	- Não apresentou uma resolução correta. - Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. - Errou em resolver a expressão numérica de forma incorreta ao resolver os cálculos das potências sem aplicar as propriedades necessárias cometendo assim falsas generalizações ao resolver simples potências aplicando a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: Ex: $(-1)^3 * (-1)^4 = -1^{12}$ Ex: $(-2)^3 = 6$ Ex: $1^{12} + 14 = 15^{12}$ Ex: $15^{12} = 180$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições e propriedades da potenciação ou aprendeu de forma incorreta. Apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).

$(-1)^3 * (-1)^4 + (-2)^3 - 2^2 + (-1 - 1)^2 =$ $= 1^{12} + 2^3 - 2^2 - 1 - 1$ $= 3^{14} + 2^1$ Figura 37: 4Q. E37	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão numérica de forma incorreta ao resolver os cálculos das potências sem aplicar as propriedades necessárias cometendo assim falsas generalizações ao resolver simples potências aplicando a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: Ex: $(-1)^3 * (-1)^4 = -1^{12}$ Ex: $-1^{12} - 1 - 1 = -3^{14}$ Ex: $2^3 - 2^2 = 2^1$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições e propriedades da potenciação ou aprendeu de forma incorreta. Apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).
$(-1)^3 * (-1)^4 + (-2)^3 - 2^2 + (-1 - 1)^2 =$ $= 1^7 + 2^5 + 1^2$ $= 1^9 + 2^5$ 3¹⁴ Figura 38: 4Q. E38	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão numérica de forma incorreta ao resolver os cálculos das potências sem aplicar as propriedades necessárias cometendo assim falsas generalizações ao resolver simples potências aplicando a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: Ex: $(-1)^3 * (-1)^4 = 1^7$ Ex: $(-2)^3 - 2^2 = 2^5$ Ex: $1^7 + 1^2 = 1^9$ Ex: $1^9 + 2^5 = 3^{14}$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições e propriedades da potenciação ou aprendeu de forma incorreta. Apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).
$(-1)^3 * (-1)^4 + (-2)^3 - 2^2 + (-1 - 1)^2 =$ $= 1^{12} + 4^5 + 0^2$ $= 5^{19}$ Figura 39: 4Q. E39	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão numérica de forma incorreta ao resolver os cálculos das potências sem aplicar as propriedades necessárias cometendo assim falsas generalizações ao resolver simples potências aplicando a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: Ex: $(-1)^3 * (-1)^4 = 1^{12}$ Ex: $(-2)^3 - 2^2 = 4^5$ Ex: $(-1 - 1)^2 = 0^2$ Ex: $1^{12} + 4^5 + 0^2 = 5^{19}$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições e propriedades da potenciação ou aprendeu de forma incorreta. Apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).

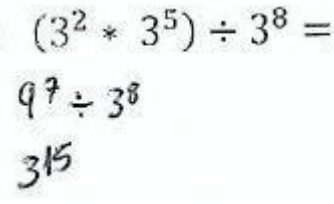
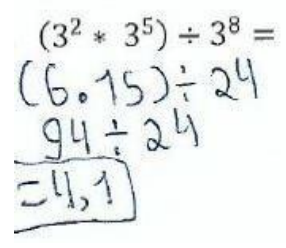
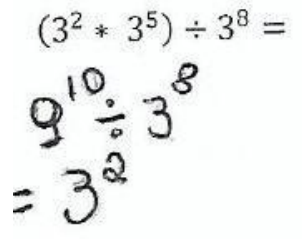
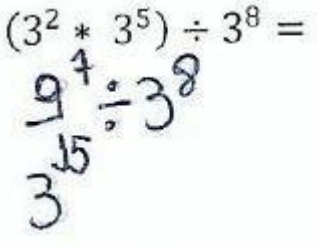
 Figura 40: 4Q. E40	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão numérica de forma incorreta ao resolver os cálculos das potências sem aplicar as propriedades necessárias cometendo assim falsas generalizações ao resolver simples potências aplicando a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: Ex: $(-1)^3 * (-1)^4 = +1^{12}$ Ex: $(-2)^3 = -6$ Ex: $1^{12} + 4 + 2 + 2 = 9^{12}$ Ex: $9^{12} - 6 = 3^{12}$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições e propriedades da potenciação ou aprendeu de forma incorreta. Apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).
 Figura 41: 4Q. E41	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou em resolver a expressão numérica de forma incorreta ao resolver os cálculos das potências sem aplicar as propriedades necessárias cometendo assim falsas generalizações ao resolver simples potências aplicando a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: Ex: $(-1)^3 * (-1)^4 = (-2)^7$ Ex: $(-2)^7 + (-2)^3 = -4^{10}$ Ex: $-4^{10} - 2^2 = -2^8$ O aluno demonstrou não ter compreendido as principais definições e propriedades da potenciação ou aprendeu de forma incorreta. Apresentou ter dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros, além de não ter domínio sob o uso correto dos parênteses: Subcategorias dos erros (B2, B3 e B5).

5. Simplifique as expressões abaixo utilizando as propriedades das potenciais.

Resolução: $(3^2 * 3^5) \div 3^8 =$ $= \frac{3^7}{3^8} = 3^{7-8} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$	Número de alunos que responderam ao item: 22 Número de acertos: 4 Número de respostas em branco: 5 Número de equivocadas: 13
---	--

Erros cometidos:

Resolução	Hipótese
	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir.

 $(3^2 * 3^5) \div 3^8 =$ $9^7 \div 3^8$ 3^{15} Figura 42: 5Q. E42	• Errou quando ao aplicar a propriedade da multiplicação de potências de mesma base multiplicou as bases em vez conserva-las: Ex: $(3^2 * 3^5) = 9^7$ • Errou ao cometer uma falsa generalização pois deveria aplicar a propriedade da divisão de potências de mesma base só que realizou algo parecido com a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: Ex: $9^7 \div 3^8 = 3^{15}$ O aluno demonstrou não ter compreendido de forma correta algumas das principais propriedades da potenciação: Subcategorias dos erros (B2).
 $(3^2 * 3^5) \div 3^8 =$ $(6 * 15) \div 24$ $94 \div 24$ $= 4,1$ Figura 43: 5Q. E43	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou quando deveria aplicar a propriedade da multiplicação de potências, realizou de forma incorreta multiplicando a base pelo expoente: Ex: $(3^2 * 3^5) = (6 * 15)$ Ex: $3^8 = 24$ O aluno demonstrou não ter compreendido de forma correta algumas das principais propriedades da potenciação.
 $(3^2 * 3^5) \div 3^8 =$ $9^{10} \div 3^8$ $= 3^2$ Figura 44: 5Q. E44	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou quando deveria aplicar a propriedade da multiplicação de potências de mesma base, realizou de forma incorreta multiplicando base por base e expoente por expoente: Ex: $(3^2 * 3^4) = 9^{10}$ • Errou quando aplicou a propriedade da divisão de potências de mesma base e dividiu o numerador pelo denominador: Ex: $9^{10} \div 3^8 = 3^2$ O aluno demonstrou não ter compreendido de forma correta algumas das principais propriedades da potenciação.
 $(3^2 * 3^5) \div 3^8 =$ $9^4 \div 3^8$ 3^{15} Figura 45: 5Q. E45	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou quando ao aplicar a propriedade da multiplicação de potências de mesma base multiplicou as bases em vez conserva-las: Ex: $(3^2 * 3^5) = 9^7$ • Errou ao cometer uma falsa generalização pois deveria aplicar a propriedade da divisão de potências de mesma base só que realizou algo parecido com a propriedade da multiplicação de potências de mesma base: Ex: $9^7 \div 3^8 = 3^{15}$ O aluno demonstrou não ter compreendido de forma correta algumas das principais propriedades da potenciação: Subcategorias dos erros (B2).

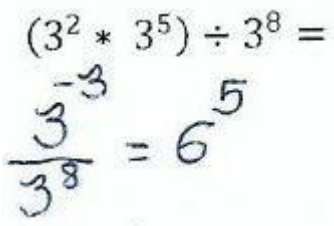
	1. Não apresentou uma resolução correta. 2. Cometeu vários erros que serão descritos a seguir. • Errou ao cometer uma falsa generalização pois deveria aplicar a propriedade da multiplicação de potências de mesma base e aplicou algo parecido com a propriedade da divisão de potências de mesma base: Ex: $(3^2 * 3^5) = 3^{-3}$ • Errou quando aplicou a propriedade da divisão de potências de mesma base: Ex: $\frac{3^{-3}}{3^8} = 6^5$ O aluno demonstrou não ter compreendido de forma correta algumas das principais propriedades da potenciação: Subcategorias dos erros (B2).
---	--

Figura 46: 5Q. E46

3.3 DISCUSSÃO

Nesta seção, discutimos os erros cometidos pelos educandos trazendo uma visão teórica e conceitual a respeito das categorias dos erros analisados e ao final apresentamos um mapeamento das ocorrências dos erros e das respectivas categorias e subcategorias que foram identificadas nas análises realizadas.

Primeiramente, apontamos os erros classificados na subcategoria B1 causados pelo uso de cancelamento ou exclusão de termos de forma incorreta na resolução das questões. Cito como exemplo o erro na Figura 32: 3Q.b. E32 onde o aluno excluiu elementos fundamentais para a resolução da questão, quando retirou a operação de multiplicação que estava separando dos polinômios que estavam entre parênteses, assim para que essa operação fosse retirada corretamente seria necessário o uso da propriedade distributiva. Pela definição da propriedade distributiva de termos aritméticos, generalizada para termos algébricos, essa exclusão é correta somente se cada elemento do primeiro parêntese for distribuído por meio de uma multiplicação por cada elemento do segundo parêntese, houve uma outra exclusão essa já diz respeito a incógnita x onde ela foi retirada do seu coeficiente de forma incorreta.

Há ainda os erros que foram agrupados da subcategoria B2 das *falsas generalizações*, termo empregado por Cury (2007) em seus trabalhos, em referência aos erros em que o aluno, ao estudar um determinado conteúdo e se deparar com um certo cálculo, generaliza a situação para um contexto inadequado. Como exemplo, na Figura 13: 1Q.c. E13 o aluno se deparou com uma questão onde pedia para efetuar adições e subtrações entre

polinômios o mesmo aplicou a propriedade da multiplicação de potências de mesma base e mesmo assim de forma incorreta $5x^2 - 10x$ e ele conclui que é igual a $15x^3$, evidenciando nesse momento a falsa generalização onde, ao se deparar com um conteúdo inicial onde se estudou uma certa técnica seria de resolução, o aluno generalizou de forma incorreta que essa técnica seria válida para todas as questões que envolvessem aparentemente a mesma função, ainda que em outros contextos. Nesse sentido, o aluno desconsiderou que em casos como este haveria somente a necessidade de eliminar os parênteses de forma correta e adicionar os termos semelhantes.

Os erros que foram agrupados na subcategoria B3 foram erros pertinentes a dificuldade em se trabalhar com o conjunto dos números inteiros. Em relação aos erros contidos nesta subcategoria cito o erro da Figura 4: 1Q.a. E4 em que o aluno, no momento que adicionou alguns termos desconsiderou que entre os mesmos tinham termos positivo e negativos concluindo levando em consideração assim que todos eram positivos $3x^2 + 2x^2 - x^2 - 10x = 16x^2$, além do que também não levou em consideração que estava adicionando termos algébricos não semelhantes algo que é incorreto. Trata-se de uma situação de equívoco em relação a habilidades matemáticas que são ensinadas desde o 7º ano do ensino fundamental.

Os erros que foram agrupados na subcategoria B4 que tratava da dificuldade em trabalhar com o conjunto dos números racionais. Na Figura 31: 3Q.b. E31, o aluno efetuou o produto de $2x * \frac{2x^2}{3}$ em $(\frac{2x^2}{3} - x + 1) + 2x$, concluindo que o resultado era igual a $(\frac{4x^2}{6})$ e $(\frac{6x^2}{6})$. Trata-se de um resultado incorreto primeiramente por não se tratar de um exemplo de multiplicação e sim de adição, além disso está errado, pois, para multiplicar um número natural por uma fração, basta que multipliquemos pelo numerador da fração dada e conservemos o seu denominador. Em termos gerais, temos $k * \frac{a}{b} = \frac{ka}{b}$, com $k \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ e $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$.

Os erros que foram agrupados na categoria que tratava do não uso dos parênteses ou da sua eliminação de forma incorreta, temos como exemplo o da Figura 14: 1Q.c. E14 e o da Figura 33: 3Q.b. E33. Em relação à primeira, o aluno errou em não expressar o polinômio entre parênteses, pois o enunciado trouxe a expressão $A + B - C$, onde o polinômio $C = 6x^2 - 3x - 8$, que com o fato de não ter expressado o mesmo entre parêntese o sinal negativo que antecedeu a expressão só foi aplicado ao primeiro termo do polinômio $-6x^2 - 3x - 8$, resultando no erro de toda a questão.

No segundo no momento que o aluno foi resolver a questão eliminou os parênteses de forma incorreta, pois simplesmente retiro-os sem o uso de nenhuma propriedade Matemática, $(6x^2 - 9x^3) * (\frac{2x^2}{3} - x + 1)$, chegando em $-3x - 1x - x^2 + 1 - 2x - 3$, sendo assim apresentando um resultado incorreto por um lado por ter adicionado termos algébricos não semelhantes e por outro por ter eliminado os parênteses de forma incorreta. Para a eliminação dos parênteses em casos como este é necessário aplicar a propriedade distributiva que implica em distribuir cada elemento do primeiro parêntese para cada elemento do segundo parêntese por meio da operação de multiplicação.

A subcategoria B6 foi utilizada para identificar os casos de erros por ausência de qualquer tentativa de resolução das questões.

Para finalizar apresento as ocorrências de forma detalhada de cada subcategoria contida em cada categoria. Dentro da categoria de erros A1 (54 ocorrências) atribuída aos erros cometidos pela existência de dificuldades encontradas em realizar as operações de adição e subtração por não terem compreendido as definições ou por terem aprendido de forma incorreta: subcategoria B1 (nº de erros 5 - 9.25%); subcategoria B2 (nº de erros 7 - 12.95%); subcategoria B3 (nº de erros 13 - 24.15%); subcategoria B4 (nº de erros 0 - 0%); subcategoria B5 (nº de erros 14 - 25.9%); subcategoria B6 (nº de erros 15 - 27.75%). Chamo a atenção para o fato de que o maior número de ocorrência de erros foi a de ausência de respostas para as questões, seguida pelo não uso dos parênteses ou sua eliminação incorreta.

Dentro da categoria de erros A2 (83 ocorrências) atribuída aos erros cometidos pela existência de dificuldades encontradas em realizar as operações de multiplicação e divisão de polinômios por não terem compreendido as definições ou por terem aprendido de forma incorreta: subcategoria B1 (nº de erros 9 - 10.9%); subcategoria B2 (nº de erros 14 - 16.9%); subcategoria B3 (nº de erros 5 - 6.0%); subcategoria B4 (nº de erros 9 - 10.9%); subcategoria B5 (nº de erros 17 - 20.4%); subcategoria B6 (nº de erros 29 - 34.9%). Destaco o fato que novamente o maior número de ocorrências foi a de ausência de respostas para as questões.

Por fim a categoria de erros A3 (34 ocorrências) atribuída aos erros cometidos pela existência de dificuldades encontradas em aplicar as propriedades das potências por não compreenderem ou terem aprendido de forma incorreta: subcategoria B1 (nº de erros 0 - 0%); subcategoria B2 (nº de erros 10 – 29.4%); subcategoria B3 (nº de erros 7 – 20.6%); subcategoria B4 (nº de erros 0 - 0%); subcategoria B5 (nº de erros 7 – 20.6%); subcategoria B6 (nº de erros 10 - 29.4%). Destaco o alto índice de ocorrência de falsas generalizações nesta categoria.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante dos erros detectados e classificados nessa pesquisa com os alunos que cursaram a disciplina de Matemática no ano de 2018 no 8º ano da Cooperativa Educacional Beth Shânã, apontados em tópico anterior, observa-se que grande parte dos erros apresentados pelos alunos ou até mesmo as questões deixadas em branco podem ser atribuídos a não compreensão dos conteúdos de cálculo algébrico e das propriedades da potenciação e não necessariamente seja algo ligado com o método avaliativo que é proposto aos alunos.

Ao fazer a análise das respostas dos educandos, observamos que em todas as questões houve a ocorrência de erros ou de questões deixadas em branco, como foi apresentado na secção precedente. Observa-se que a maioria dos estudantes apresentam um alto índice de despreparo em relação ao estudo do cálculo algébrico e da potenciação, assim como ficou evidente que os educandos demonstram ter grandes dificuldades em conteúdos básicos do ensino fundamental como, por exemplo, dificuldades em trabalhar com o conjunto dos números inteiros assim como as dificuldades em empregar de forma correta os parênteses bem como sua eliminação correta.

Assim, entendemos que o fato de que em todas as questões ocorreu algum tipo de erro, não é necessariamente causado pelo método de avaliação empregado pelo docente, mas pelo fato de haver essa defasagem no aprendizado dos educandos. Assim, minha sugestão é de que no início do 9º ano seja feito uma espécie de nivelamento onde sejam trabalhadas todas estas dificuldades com esses alunos, através de métodos eficientes de ensino como por exemplo jogos que explorem o cálculo algébrico e a propriedades das potências. Por se tratar de uma pesquisa pautada sob a minha própria prática, compreendo também que como docente devo rever e buscar inovar as metodologias de ensino que venho empregando em sala de aula, de

modo a integrar o conhecimento sobre as dificuldades discentes propiciados pela análise de erros dos meus alunos como ferramenta de construção de um novo conhecimento.

Os dados encontrados permitem-me concluir que a análise de erros aliada à PPP é uma metodologia de ensino e pesquisa pode contribuir para a melhoria do ensino de Matemática, uma vez que essa possibilita que o docente identifique as principais dificuldades enfrentadas pelos seus alunos, podendo assim intervir da melhor maneira possível visando melhorar o ensino da disciplina e, conseqüentemente, contribuir para um melhor aprendizado dos seus alunos.

Os erros e dificuldades que se evidenciaram nessa pesquisa como por exemplo os que relacionados às dificuldades básicas envolvendo o conjunto dos números inteiros levam a pensar na importância do desenvolvimento de estratégias que favoreçam a superação dos mesmos, uma vez que o domínio e aplicação de alguns conceitos como por exemplo os referentes ao conteúdo de cálculo algébrico que são fundamentais para que o aluno possa prosseguir na aquisição dos conhecimentos matemáticos posteriores. Espera-se que as informações, obtidas por meio desse trabalho, possam provocar reflexões acerca das dificuldades encontradas no ensino-aprendizagem da Matemática, bem como constituir alternativas preventivas e salientar a necessidade da pesquisa sobre a sua própria prática docente para pedagógicas que essas alternativas sejam implantadas levando em consideração ao contexto em que os próprios educandos estão inseridos.

Portanto, como pesquisador da minha própria prática pude realizar intervenções no processo de ensino-aprendizagem dos meus alunos, uma vez que adotei os métodos para trabalhar as dificuldades e erros dos meus alunos através dos resultados obtidos por meio desta pesquisa, sendo assim pude adequar cada metodologia voltada para a realidade dos meus alunos. De início chamei todos aqueles alunos que apresentaram algum tipo de dificuldade para poder entender os possíveis causadores dos erros cometidos por eles, em seguida adotei diferentes estratégias para trabalhar grupos de alunos que apresentavam ter os mesmos tipos de déficit no aprendizado. Após ter sido feito todo um acompanhamento desses educandos, sempre fazendo análises dos erros cometidos por eles nas avaliações pude observar grandes avanços na turma onde erros sempre estavam presentes nas respostas dos alunos já não apareciam, posso ainda citar que afirmo que enquanto docente pesquisador da minha própria prática obtive sucesso ao final do ano letivo mediante ao alto índice de aprovação na minha disciplina.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, D. S. **Análise de Erros Matemáticos: Interpretação das respostas dos alunos.** 2009. 65 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto de Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2009.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 1979.

BORASI, Raffaella. ***Reconceiving mathematics instruction: a Focus on Errors.*** Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.

CURY, H. N. Retrospectiva histórica e perspectivas atuais da análise de erros em educação Matemática. **Zetetiké**, v.3, n. 4, p. 39-50, nov. 1995.

CURY, H. N. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan, 1932-**Educação matemática: Da teoria à prática**/Ubiratan D'Ambrosio- 23ª ed.- Campinas, SP: Papirus, 2012. – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

FREIRE, P. **Diálogo.** In: Seminario Invitación A Concientizar y Desescolarizar: Conversación permanente, Ginebra, 1994. Atas. Buenos Aires, Busqueda-Celadec. 1997.

HADAMARD, Jacques. ***Na essay on the psychology of invention in the mathematical field.*** Princeton: Princeton University Press, 1945.

IBGE. **Município de Curimatá.** Piauí: 2017.

PALIS, G. L. R. **Analisando a própria prática:** Cálculo na Arquitetura. 2008.

PINTO, Neuza Bertoni. **O Erro como Estratégia Didática:** Estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas-SP: Papirus, 2000.

PONTE, J. P. et al. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação, 1997.

PONTE, J. P. **Investigar a nossa própria prática**. In GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM. 2002.

PONTE, J. P. **Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática**. *Educar em Revista*, 24, p. 37-66. Curitiba: UFPR. 2004.

APÊNDICE**INSTRUMENTO DA PESQUISA**

Nome: _____

1. Efetue as operações entre polinômios A, B e C. Determine o grau do resultante encontrado. Sabendo que $A = 6x^2 - 3x - 8$, $B = 5x^2 - 3$ e $C = x^2 - 10x$, calcular:

a) $A + B - C =$

b) $A - B + C =$

c) $B + C - A =$

2. Represente as expressões abaixo, na forma mais simplificada possível quando for possível.

a) $(x - 1) * (x^2 - 3x - 1) =$

b) $(24a^2b^3 - 18a^3b^4 - 6ab^5) \div (3ab^3) =$

3. Usando o conhecimento que você aprendeu sobre as operações com polinômios resolva as expressões:

a) $(5m - 9mn + 8n) + 4 * (-3n - 7m) - 3 * (-6mn + 8n) =$

b) $(6x^2 - 9x^3) * (\frac{2x^2}{3} - x + 1) + 2x - 3 =$

4. Determine o valor da expressão:

$$(-1)^3 * (-1)^4 + (-2)^3 - 2^2 + (-1 - 1)^2 =$$

5. Simplifique as expressões abaixo utilizando as propriedades das potenciais.

$$(3^2 * 3^5) \div 3^8 =$$