



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS TERESINA CENTRAL
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GABRIEL LOPES DA SILVA

**UMA INVESTIGAÇÃO INTEGRADA: o uso do teorema de Tales como
estratégia de ensino-aprendizagem da geometria**

TERESINA
2024

GABRIEL LOPES DA SILVA

UMA INVESTIGAÇÃO INTEGRADA: o uso do teorema de Tales como
estratégia de ensino-aprendizagem da geometria

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico)
apresentado como exigência parcial para obtenção do
diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Piauí, Campus Teresina Central.

Orientador: Prof^a. Dr^a. Ezequias Matos Esteves.

TERESINA
2024

UMA INVESTIGAÇÃO INTEGRADA: o uso do teorema de Tales como estratégia de ensino-aprendizagem da geometria

Gabriel Lopes da Silva¹
Ezequias Matos Esteves²

RESUMO

Este trabalho realizou uma revisão integrativa sobre as metodologias para o ensino do Teorema de Tales e o uso deste teorema como estratégia para o ensino de tópicos correlacionados a ele para alunos dos anos finais do ensino fundamental. O Teorema de Tales é um tópico de matemática que envolve proporcionalidade e semelhança de triângulos. A pesquisa foi do tipo exploratória e descritiva, baseada em levantamentos bibliográficos com bases de periódicos do Google Acadêmico e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Os resultados mostraram que o uso de ferramentas como teatro, maquetes, softwares e medições de alturas inacessíveis contribuíram para tornar o ensino do Teorema de Tales mais dinâmico, significativo e interessante para os alunos. Ao final, evidenciam-se os benefícios das práticas e atividades envolventes, demonstrando o potencial dessas estratégias para impactar positivamente e motivar os estudantes, ao proporcionar experiências de aprendizagem mais significativas e eficazes.

Palavras-chave: Teorema de Tales; Metodologias de ensino; Proporcionalidade; Semelhança de triângulos.

ABSTRACT

This paper presents an integrative review of methodologies used in teaching Thales' Theorem and its application as a strategy for addressing related topics among upper elementary school students. Thales' Theorem is a mathematical concept involving proportionality and triangle similarity. The research was exploratory and descriptive in nature, based on a bibliographic survey from sources such as Google Scholar and the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations. The findings reveal that employing tools like theater, models, software, and measurements of inaccessible heights helped make the teaching of Thales' Theorem more dynamic, meaningful, and engaging for students. Ultimately, the benefits of immersive practices and activities are highlighted, demonstrating the potential of such strategies to positively impact and motivate learners by providing more significant and effective learning experiences.

Keywords: Thales' Theorem; Teaching methodologies; Proportionality; Triangle similarity.

Data de aprovação: 19/03/2024.

¹ Graduando(a) em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal do Piauí. E-mail: catce.2020111mat0259@aluno.ifpi.edu.br.

² Prof. Dr. do IFPI Campus Teresina Central. Instituto Federal do Piauí. E-mail: ezequias@ifpi.edu.br.

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o cenário educacional brasileiro vem passando por mudanças profundas, relevantes e de grande impacto. Essas mudanças têm um reflexo direto no campo da ciência, onde a matemática, conhecida por sua rigorosidade, pode ser contemplada em absolutamente todo o mundo observável.

A educação é essencial para o acesso da sociedade a todos os ramos de conhecimentos e a escola tem o papel de veicular conhecimentos e preparar os estudantes para o mundo do trabalho e o convívio em sociedade. No entanto, a escola e a sociedade têm falhado neste papel, como pode ser observado nos baixos resultados obtidos pelos alunos brasileiros nas avaliações nacionais e internacionais em matemática, tais como a Prova Brasil (Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB), o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), bem como em outras áreas do conhecimento. Parte dos resultados é justificado pela visão que a sociedade e os estudantes têm que a matemática é muito difícil. Segundo os especialistas em avaliações educacionais, são muitos os fatores, de ordem social, comportamental e de ordem econômica. Na perspectiva social e comportamental, os estudantes encaram a matemática como um conjunto de regras de difícil compreensão e sem muito vínculo com o seu contexto de vida. Consequentemente, os alunos a enfrentam com desinteresse, falta de empenho, até com bloqueio na hora de aprendê-la, e a leva a um distanciamento para sua vida adulta.

Para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem, de antemão, é preciso entender que as estratégias de ensino-aprendizagem se referem a métodos e técnicas de abordagens utilizados pelos professores para mediar o conhecimento e promover a aprendizagem dos alunos, possibilitando um ambiente educacional eficaz que estimule o engajamento e a compreensão. Nessa perspectiva, o trabalho justifica-se pela necessidade de conhecer estratégias de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, que envolvam os alunos e foquem na melhoria da aprendizagem.

No contexto escolar é preciso compreender as estratégias de aprendizagem enquanto comportamentos, ações, atitudes e técnicas voltadas para o aprendizado. Envolve as ações cognitivas de armazenamento e recuperação dos conteúdos aprendidos e metacognitivas pensando sobre o porquê das escolhas, da seleção de determinadas ações, refletindo sobre as decisões tomadas, responsabilizando-se por seu processo de aprendizagem (BORUCHOVITCH apud MOREIRA, 1999, p. 3217).

Diante disso, estratégias de aprendizagem devem se concentrar em melhorar o ensino e serem capazes de atender aos objetivos estabelecidos com direcionamento preciso, seja em aumentar o interesse dos alunos, melhorar a assimilação dos conteúdos estudados e em garantir efetividade na progressão educacional.

É fundamental que os professores e a comunidade escolar busquem, na medida das suas possibilidades e competências, desenvolver estratégias de ensino das mais diversas para motivar e dar sentido ao ensino dos tópicos de matemática propostos para cada série da Educação Básica. Neste sentido, alguns tópicos de matemática são fundamentais para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes e servem como alavancagem para o desenvolvimento de outros conhecimentos matemáticos.

Tópicos matemáticos, como o Teorema de Tales, são relevantes para o estudo das relações de proporcionalidade, semelhança de triângulo, cálculo de distâncias inacessíveis e muitos outros resultados que estão vinculados a este Teorema. Nesse sentido, conhecer e analisar pesquisas que investigam estratégias de ensino para a aprendizagem do Teorema de Tales, bem como sua aplicação no ensino de conteúdos correlacionados, é fundamental para que os professores aprimorem suas práticas pedagógicas e assegurem uma aprendizagem efetiva aos estudantes.

Nesse viés, este trabalho teve como objetivo fazer uma revisão integrativa sobre metodologias para o ensino do Teorema de Tales e o uso deste teorema com estratégia para o ensino de tópicos correlacionados a ele para alunos dos anos finais do ensino fundamental.

O Teorema de Tales é utilizado como estratégia de ensino-aprendizagem da geometria, pois permite que os alunos desenvolvam habilidades matemáticas, como o raciocínio lógico, a resolução de problemas, a proporcionalidade e a semelhança.

Conforme será demonstrado neste artigo, uma estratégia que tem se mostrado bastante eficaz é o uso de experimentos e atividades práticas na sala de aula, pois tais atividades experimentais possibilitam ao professor gerar dúvidas, problematizar o conteúdo que pretende ensinar, favorecer ao estudante construir suas hipóteses, conforme sugerido:

A inserção de atividades experimentais na prática docente apresenta-se como uma importante ferramenta de ensino e aprendizagem, quando mediada pelo professor de forma a desenvolver o interesse nos estudantes e criar situações de investigação para a formação de conceitos (PARANÁ, 2008, p.76).

Ressaltamos que as experimentações matemáticas no ensino abrem um leque de possibilidades e criam um ambiente propício para a aprendizagem.

Realizar uma experimentação Matemática é fazer um mergulho no desconhecido, pois mesmo que ela já tenha sido realizada por outros sujeitos, trará ao aluno, e também ao professor, a linda e rica possibilidade de realmente fazer matemática de uma maneira única, particular. Diante disso, as experimentações matemáticas permitem que o aluno desenvolva sua própria maneira de fazer matemática e assim tenha a oportunidade de agir como um verdadeiro matemático, que problematiza, formula questões, levanta hipóteses e apresenta resultados [...] (FEY, 2021, p. 5).

Assim, esses indicativos reforçam a importância de estudos e investigações de estratégias de ensino e experimentações em sala. Isso nos impulsiona a contribuir com essa pesquisa, por meio de uma revisão de literatura, destacar estratégias de ensino para estimular novas reflexões do profissional de educação em exercício e para o licenciando sobre o referido assunto.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Desde a antiguidade, a humanidade aprimora o pensar matemático, um produto da mente, trazido à existência pelo processo de atividade intelectual. Os povos do Egito e da Mesopotâmia, naquela época, já usavam cálculos matemáticos para resolver problemas do cotidiano, isto é, utilizavam a matemática para auxiliar na resolução de problemas baseados nas necessidades da sociedade. No entanto, foi na Grécia antiga, que além do uso habitual para resolver problema do cotidiano da sociedade, os gregos passaram a desenvolver um pensamento mais abstrato e filosófico acerca da matemática (MOL, 2011).

Ao longo da história da matemática grega, surgiram os nomes de grandes matemáticos gregos, como: Arquimedes, Euclides, Pitágoras e Tales, dentre outros. Fizeram grandes contribuições no campo da matemática e de outras áreas do conhecimento.

Por conseguinte, nesta pesquisa conheceremos um pouco sobre um dos matemáticos gregos, Tales de Mileto e suas contribuições com o teorema ao qual foi atribuído o seu nome.

2.1 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO

Tales de Mileto é considerado o pai da geometria. Segundo a história da matemática antiga, a geometria demonstrativa iniciou-se com Tales, “caracterizado como um dos *sete sábios* da Antiguidade” (EVES, 2011, p. 94, grifo do autor). Considerado também como o primeiro filósofo por Aristóteles.

Tales foi um filósofo que viveu por volta 625 a.C., porém, sabe-se pouco sobre sua vida e suas obras (se tinha algum escrito foram deterioradas com o tempo ou perdidas). O

conhecimento que temos dele resulta de escritos do historiador antigo Heródoto e de Aristóteles.

Dedicou-se sua meia idade ao comércio, razão a qual o levou ao Egito em uma de suas viagens. Tales, sendo um comerciante de sucesso, as suas várias viagens pelo mediterrâneo o permitiu conhecer novas culturas e novos conhecimentos científicos da época. Segundo Porfírio (2022, p. 1), “Estima-se que ele tenha passado por terras egípcias e por diversos povoados e cidades do Oriente Médio, o que lhe proporcionou o contato com a matemática e a engenharia egípcias, bem como com a astronomia babilônica”.

[...] primeiro foi ao Egito e de lá introduziu esse estudo na Grécia. Descobriu muitas proposições ele próprio, e instruiu seus sucessores nos princípios que regem muitas outras, seu método de ataque sendo em certos casos mais geral, em outros mais empírico. (BOYE apud REIS, 2014, p. 18).

Nessas viagens ao Egito, conheceu a matemática e a engenharia egípcia que foram capazes de possibilitar grande obras egípcias, inclusive as pirâmides. Como comerciante “absorveu o máximo que pôde dos conhecimentos matemáticos, e então aperfeiçoou seus conhecimentos geométricos aplicando-lhes a lógica dedutiva e as demonstrações” (REIS, 2014, p. 18-19).

Historiadores contam que o faraó da época pediu a Tales para medir a altura de uma pirâmide (conhecida como pirâmide de Quéops). Segundo essa história, Tales estabeleceu uma relação de proporcionalidade e semelhança e descobriu a altura da pirâmide a partir da sombra, demonstrando suas habilidades matemáticas para resolução de muitos problemas.

2.2 TEOREMA DE TALES

Na geometria, quando falamos do Teorema de Tales, precisamos esclarecer qual dos teoremas nos referenciamos. Países como a Alemanha, o nome Teorema de Tales é dado a um outro enunciado, diz Bongiovanni (2007), que todo triângulo inscrito numa semicircunferência, com um dos lados sobre o seu diâmetro, é retângulo. Segundo Barbosa (2018), na Itália, bem como no Brasil, o Teorema de Tales pode ser estabelecido dizendo que segmentos de retas correspondentes obtidos pela interseção com retas paralelas são diretamente proporcionais.

Durante a exploração das bibliografias para constituir esse referencial, encontramos diversos teoremas associados a Tales, destaca-se: “Sobre as proporções originadas pela

intersecção de um feixe de retas paralelas. E também sobre proporções, porém a proporção é formada entre os segmentos determinados nos lados de um triângulo” (REIS, 2014, p. 20).

Esclarecendo antemão, que nesse trabalho abordaremos apenas o primeiro e o segundo teorema atribuídos a Tales, pois há igual relação de proporções, onde um é mais restrito em relação ao outro.

Para introduzimos uma visão clara do Teorema de Tales, precisamos entender “razão de segmentos” e “proporções de segmentos” (IEZZI, 2018, grifo nosso). Em primeiro plano, uma maneira de comparar duas grandezas, como o comprimento de dois segmentos, é calcular o quociente entre suas medidas, tomadas na mesma unidade. Mais precisamente, segundo Iezzi (2018), a razão de duas medidas, tomadas na mesma unidade, dado os dois segmentos AB e CD , é a razão entre eles e é indicada por $\frac{AB}{CD}$.

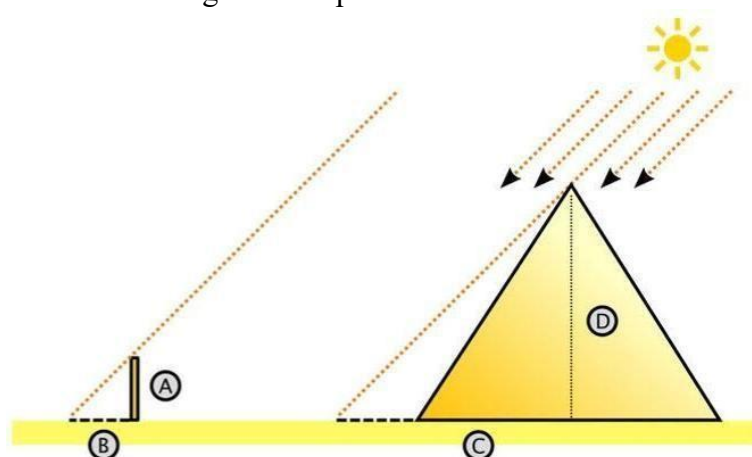
Em segundo plano, para compreender segmentos proporcionais é necessária uma compreensão a respeito de razões. Sob tal ótica, determinamos uma proporção, dado os segmentos AB , CD , EF e GH , como a igualdade entre suas razões, isto é, $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$. Expressamos que AB e CD são proporcionais EF e GH (IEZZI, 2018).

2.2.1 SEGMENTOS PROPORCIONAIS NA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Diógenes Laercio e, posteriormente, Plínio e Plutarco, disseram que Tales propiciou grande alvoroço e admiração no Egito ao encontrar a altura da Grande Pirâmide. Para tal feito, Tales notou que os raios que atingiam a Terra eram inclinados e paralelos entre si e, dessa forma, pôde concluir que havia uma relação proporcional entre as medidas do comprimento da altura e das respectivas sobras dos objetos que estavam em paralelo. Para tal, em um dia claro convenientemente, fincou no solo, verticalmente e, portanto, paralelo à pirâmide, uma vareta de medida conhecida. Tales observou que os triângulos retângulos, formados entre a altura e as respectivas sombras projetadas, eram semelhantes, isto é, lados correspondentes dos triângulos formados eram proporcionais. Veja Figura 1.

A Figura 1 ilustra a situação descrita no problema do cálculo da altura da pirâmide proposto ao Tales de Mileto.

Figura 1: Experimento de Tales.



Fonte: Educa mais Brasil (2019).

Expressando matematicamente a situação descrita acima, temos:

$$\frac{D}{C} = \frac{A}{B} \Rightarrow D = C \frac{A}{B}$$

Onde,

D: a altura da pirâmide,

C: a projeção da sombra da altura da pirâmide,

A: a altura da vareta, e

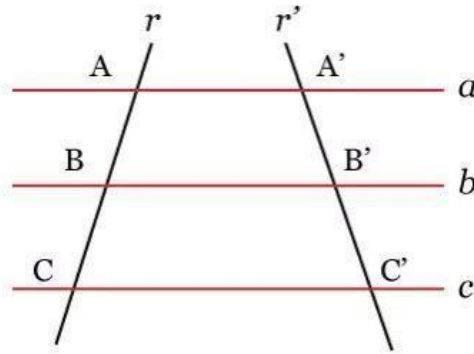
B: a projeção da sombra da altura da vareta.

2.2.2 RETAS PARALELAS INTERSECTADAS POR RETAS TRANSVERSAIS

O segundo o teorema no qual foi desenvolvido a pesquisa, é o Teorema de Tales, como descritos nos livros didáticos brasileiros do 9º ano do ensino fundamental. A BNCC (Brasil, 2018) destaca para a matemática do nono ano o desenvolvimento da habilidade de resolver e aplicar o Teorema de Tales nas relações de proporcionalidade, envolvendo retas paralelas intersectadas por transversais. Precisamente, o é descrito no Teorema de Tales: “se duas retas são transversais de um feixe de retas paralelas, então a razão entre os dois segmentos quaisquer de uma delas é igual a razão entre os segmentos correspondentes da outra” (IEZZI, 2018, p. 113).

A Figura 2 materializa o que foi dito no texto referente ao Teorema de Tales, conforme pode ser observado abaixo:

Figura 2: Teorema de Tales em segmentos proporcionais



Fonte: Educa mais Brasil (2019).

Na imagem acima, estão representadas as retas a , b e c , paralelas, e as retas r e r' , transversais. Dessa forma, o Teorema estabelece a relação:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'}$$

E, portanto, podemos representar a razão entre os segmentos:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = k$$

3 METODOLOGIA

Esse artigo busca por meio da literatura diferentes percepções do Teorema de Tales na relação com proporcionalidade e semelhança de triângulos.

É uma pesquisa do tipo exploratória e descritiva, pois percorre a temática e explora o problema, de modo a fornecer informações para um olhar mais atento, com formulação e proposições (hipóteses) embasado em uma lente teórica e diante dos dados, procurando se aproximar do objeto estudado. Segundo Gil (2017), as pesquisas exploratórias mais comuns dispõem dos levantamentos bibliográficos, ou seja, a maioria das pesquisas científicas passa

por essa etapa de exploração. Além disso, ressaltamos seu caráter descritivo, pela análise minuciosa que culmina por descrever o objeto de estudo.

Segundo a natureza do objeto da pesquisa, essa se constitui de cunho qualitativo, pois:

[...] na pesquisa qualitativa, a realidade é múltipla e subjetiva, sendo que as experiências dos indivíduos e suas percepções são aspectos úteis e importantes para a pesquisa. A realidade é construída em conjunto entre pesquisador/a pesquisado/a por meio das experiências individuais de cada sujeito. Sendo assim, os pesquisadores entendem que não há neutralidade e que estão, no processo da pesquisa, influenciando e sendo influenciados pelo que está sendo pesquisado [...] (PATIAS, 2019, p. 2-3).

Em relação aos procedimentos técnicos na pesquisa bibliografia, utilizou-se os seguintes autores: Brum e Schumacher (2012); Braz (2014); Almeida (2020); Reis (2014). Para a seleção inicial desses autores foram feitas pesquisas em sites como a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Google Acadêmico. O método de exclusão para delimitação dos resultados de busca, usufruiu-se das seguintes palavras-chave: teorema Tales, aplicação de Tales, Tales na matemática, Tales no ensino. Desta forma, duas dissertações e dois artigos científicos foram selecionados para análise.

Quadro 1: Quantitativo dos artigos e dissertações para a análise.

Portal de Periódicos	Dissertações	Tese	Artigos	Total de Trabalhos Selecionados
BDTD	1	0	0	4
Google acadêmico	1	0	2	

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

As informações coletadas das dissertações e artigos selecionados foram organizadas para contemplar o objetivo da pesquisa. Para quesitos de organização e eficiência das discussões das estratégias de ensino, os trabalhos acadêmicos foram nomeados em: Artigo 1 (A1), dissertação 1 (D1), Dissertação 2 (D2), Artigo 2 (A2), conforme mostrado no tabela 1.

Tabela 1: Sistematização dos artigos e dissertações para discussão das estratégias de ensino.

Título do Artigo e Dissertação / Autores	(Base/Ano) / Objetivo/ Conclusão/ Contribuição na pesquisa
O teorema de Tales por meio da utilização de maquetes sob a ótica da teoria da aprendizagem significativa: contribuições para o ensino de Matemática (A1) / Wanderley Pivatto Brum e Elcio Schumacher.	Base/Ano: Google Acadêmico/ 2012. Objetivo: Identificar indícios de aprendizagem significativa a partir construção de maquetes pelos estudantes mediados pelo professor. Conclusão: As evidências demonstram que os alunos em geral foram capazes de utilizar conceitos geométricos, como proporcionalidade e paralelismo, assim como o Teorema de Tales, para construir maquetes de forma coerente. A análise revelou que a compreensão dos conceitos e a representação do conhecimento foram assimiladas adequadamente por meio de palavras ou símbolos pela maioria dos alunos. O papel do professor na mediação entre o conhecimento foi importante. O professor desempenha um papel essencial ao acompanhar todo o processo de construção do conhecimento pelos alunos e, ao identificar fragilidades, buscou contribuir apontando caminhos que auxiliaram na aprendizagem individual de cada aluno. Contribuição na pesquisa: Esse texto mostrou que o uso de maquetes é uma estratégia eficaz para o ensino do Teorema de Tales, pois favorece a aprendizagem significativa dos alunos. Essas construções das maquetes culmina o protagonismo do estudante e é um material manipulável.
História da Matemática e Teatro nas Aulas Sobre Teorema de Tales: Um Script Proposto (D1)	Base/Ano: BDTD/ 2014. Objetivo: Analisar o uso da História da Matemática como recurso pedagógico nas aulas de Matemática por

/ Maria Edilande Braz.	meio do Teatro e criar um script de peça teatral sobre Tales de Mileto e os conteúdos envolvidos ao seu Teorema. Conclusão: O estudo mostrou que a peça teatral despertou o interesse e a motivação dos estudantes nas aulas de Matemática. Eles se envolveram e participaram ativamente, fazendo conexões entre o que aprenderam em sala de aula e o que viram na peça. Dessa forma, o Teatro e a História da Matemática se integraram para tornar o conteúdo matemático mais acessível e interessante. Os ensaios foram momentos de diálogo não só sobre a Matemática, mas também sobre os sonhos e expectativas dos estudantes para o futuro. Contribuição na pesquisa: Demonstrou-se que o uso da História da Matemática e do Teatro é uma estratégia inovadora e eficiente para o ensino do Teorema de Tales. Por meio da expressão artística e comunicação, os estudantes puderam interagir com conceitos da Matemática
Tales em movimento: aplicação do Teorema de Tales nos triângulos (A2) / Isaura Aparecia Torse de Almeida.	Base/Ano: Google Acadêmico/ 2020. Objetivo: instigar o aluno a desenvolver um olhar mais rebuscado da demonstração do teorema de Tales nos triângulos, com aplicação da homotetia e utilizando novas tecnologias, como o software Geogebra, para viabilizar um aprendizado mais dinâmico e significativo, ampliando a visão do aluno com relação ao conteúdo matemático abordado. Conclusão: As atividades sobre a semelhança de triângulos (consequência do teorema de Tales) ajudaram os alunos a entender melhor os conteúdos. Os estudantes se envolveram nas demonstrações e aprenderam

	conceitos sobre a semelhança. Eles também puderam verificar de forma interativa e dinâmica se as proposições matemáticas eram verdadeiras. O software Geogebra foi um recurso motivador, que tornou a geometria clássica e estática mais animada e interativa. Assim, os alunos puderam observar e analisar os triângulos, e também refletir e dar significado ao que estavam fazendo. Contribuição na pesquisa: O texto evidenciou que o uso das novas tecnologias, como o software Geogebra, é uma estratégia de ensino que facilita o ensino do Teorema de Tales. O uso da homotetia, é uma forma de aprofundar o conhecimento dos alunos.
o Teorema de Tales por Meio de Atividades Investigativas (D2) / Paulo Fernando Silva dos Reis.	Base/Ano: Google Acadêmico/ 2014 Objetivo: Utilizar as tecnologias digitais para promover a aprendizagem matemática na geometria, sobre o Teorema de Tales. E também, atuar para promover uma ressignificação no processo de ensino aprendizagem da matemática, assim formando estudantes autônomos e críticos. Conclusão: O professor que ensina seus alunos por meio de problemas precisa estimular neles o gosto pela leitura. Só assim eles poderão se colocar no lugar do problema e buscar soluções. Além disso, os alunos se tornaram mais curiosos e independentes nas aulas de Matemática, à medida que se envolviam com as atividades. Ademais, envolvê-los em atividades que geram espaço para demonstrações desses teoremas, assim como exemplos de suas aplicações, foi de grande proveito, tanto para o aluno como também para o educador.

	Contribuição na pesquisa: A estratégia utilizou-se da leitura, o entendimento do assunto, para então a prática através das atividades de medição métrica. Integrou a teoria do Teorema de Tales na realidade para consolidar o conhecimento dos alunos.
--	---

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Durante a seleção dos trabalhos, buscou-se uma diversificação entre as estratégias de ensino apresentadas nos textos escolhidos, como visto na tabela 1. Essa abordagem foi intencional para incorporar diferentes perspectivas com o intuito de mostrar como o Teorema pode ser ensinado e aplicado em contextos diversos, considerando variações metodológicas, experiências de aprendizagem e resultados alcançados, assim, ampliando o escopo da pesquisa. A partir de então, essa leitura dos trabalhos científicos nos possibilitou uma maior delimitação do objeto de estudo e ampliou o nosso leque de investigação com novos autores que abordam o referido assunto. Isso implicou em leituras mais rebuscadas com fichamentos bibliográfico e temático de cada bibliografia para geração dos dados sobre o objeto de pesquisa e, consequentemente, subsidiar a sistematização dos dados com o fito de analisar os aspectos das estratégias de ensino-aprendizagem com o Teorema de Tales, como proporcionalidade e semelhança de triângulos.

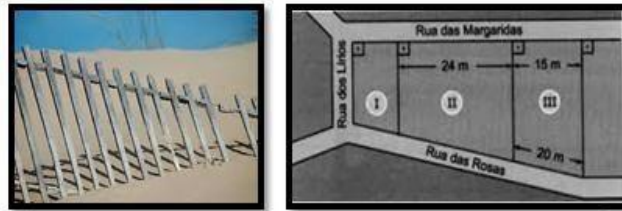
4 DISCUSSÃO DAS ESTRATÉGIAS DOS TRABALHOS SELECIONADOS

No artigo 1 (A1), o autor, ao longo de duas semanas, realizou uma abordagem sobre os conceitos relacionados ao Teorema de Tales com uma turma de vinte estudantes da 8ª série (atual 9º ano) do Ensino Fundamental de uma escola pública em Tijucas, Santa Catarina. A estratégia de ensino envolveu a construção de maquetes pelos próprios estudantes, proporcionando uma aprendizagem significativa. De fato, trabalhar com materiais concretos segundo Lehnen (2013), torna conceitos matemáticos ensinados e assimilados com mais facilidade, pois manuseia situações, antes, abstratas. Assim, a construção das maquetes cria possibilidades de reduzir incoerências conceituais que persistem no ensino.

O autor de A1, organizou as atividades em três momentos. O primeiro, intitulado de “formação de grupos e projeto de construção de maquetes” iniciou-se com a formação das

duplas. Dessa forma, foram instruídos na construção de uma maquete, a representação geométrica do Teorema de Tales, conforme modelos apresentados pelo professor, conforme a Figura 3, a seguir.

Figura 3: Modelos de maquetes apresentados aos estudantes



Fonte: Brum e Schumacher (2012)

O segundo momento da atividade de A1 foi a “construção das maquetes” com o material especificado, como as cartolinas e/ou isopor, mediadas pelo professor. A terceira e última etapa foi a apresentação das maquetes, que ficaram expostas no hall da escola, tanto para avaliação como exposição dos trabalhos, conforme representado na Figura 4.

Figura 4: Maquetes construídas pelos estudantes.



Fonte: Brum e Schumacher (2012).

A construção das maquetes é preferível, quando os estudantes já têm certa noção do assunto, ainda assim podem ser usadas como estratégia para o aperfeiçoamento dos aprendizados. Neste caso, podem ser utilizados para integrar e reconciliar relações entre conceitos e promover a diferenciação conceitual. A atividade desenvolvida pelo autor de A1 conseguiu trazer evidências que os estudantes conseguiram utilizar conceitos geométricos como proporcionalidade e paralelismo, bem como o Teorema de Tales, para construir coerentemente as maquetes. Segundo o depoimento dos alunos, eles acharam a atividade importante porque entenderam que o Teorema de Tales pode ser usado para resolver problemas do dia a dia. Um deles mencionou que a estratégia de Tales para calcular a altura de uma pirâmide no Egito foi uma das mais bem pensadas na história da Matemática. O que corrobora para a valorização da prática dos conceitos geométricos na vida real.

No A1, os estudantes mostraram grande interesse e motivação ao aprender sobre Geometria e o Teorema de Tales. Desde o início até o momento de compartilhar seus conhecimentos com a turma, eles se mantiveram engajados e entusiasmados. Isso mostra como a matemática pode ser envolvente e estimulante quando os conceitos são bem explicados e conectados à realidade dos alunos, consolidando as considerações de Freire (1996) que afirma que o aluno é o sujeito da sua própria aprendizagem e precisa desenvolver competências para buscar e aplicar o conhecimento. Reforçadas pelas propostas da BNCC (2018), sobre as atividades motivadoras que devem promover um ensino que vá além do conteúdo tradicional, assim, ajudar o aluno a estabelecer objetivos e metas pessoais favorecendo a construção do conhecimento.

Na dissertação D1, é feita uma intervenção metodológica, realizada na Escola Estadual Professor Arnaldo Arsênio de Azevedo em Parnamirim, Rio Grande do Norte, em duas turmas do 9º ano do ensino fundamental. Essa proposta é constituída pela interdisciplinaridade do teatro com a história da matemática referente ao Teorema de Tales. De acordo com Braz (2014), autor da dissertação D1, as atividades dramáticas promovem o desenvolvimento da criatividade, ao permitir que os estudantes conectem e apliquem conhecimentos adquiridos em diferentes disciplinas escolares e em experiências cotidianas. Tais práticas contribuem para o avanço gradual das habilidades cognitivas e afetivas dos alunos, ampliando o engajamento e a significação do processo de aprendizagem.

O autor de D1 aplicou dois questionários, um no início da pesquisa e o outro após a apresentação da peça teatral. O primeiro nas turmas 1 e 2, abordando o perfil e formação dos estudantes, além de temas como Teatro e a História da Matemática. O segundo questionário tinha como objetivo identificar a contribuição da peça teatral na aprendizagem matemática dos alunos. Para enriquecer essa experiência, foram selecionados três jogos do livro de Viola Spolin (2007), um renomado manual para professores. Os jogos escolhidos foram: “Ruas e Vieiras”, “Cabo de Guerra” e “Substância no Espaço”. Essa abordagem lúdica, que une teatro e matemática, visa tornar o aprendizado mais interativo e envolvente para os alunos. Podemos entender esses jogos teatrais segundo Spolin (2007) e Braz (2014) como, estruturas simples que simplificam convenções teatrais complicadas em formas de jogo com o objetivo de preparar e ensinar Teatro a iniciantes. Após a atividade, foi solicitado aos estudantes que escrevessem sobre a experiência vivenciada.

A primeira peça teatral de D1 consistia em um texto com quatro episódios, com diálogos entre uma professora e seus estudantes, ambientado na própria sala de aula. Nesse

primeiro script percebeu-se que o texto era longo e continha muito conteúdo matemático, então, com uma nova linha de pensamento, reformulou-se o texto para que os estudantes pudessem vivenciar e reproduzir por meio da peça teatral e utilizando materiais manipulativos, como foi feita na medição da altura da pirâmide de Quéops, usando a sombra e a proporcionalidade. O novo script foi lido em conjunto com as turmas na forma de roda de conversa, corroborando com a abordagem de Freire (2011) de que o ensino deve ser um espaço de diálogo entre os professores e os alunos.

No novo texto produzido em D1 manteve os tópicos matemáticos e o contexto histórico que esses conhecimentos foram desenvolvidos. Posteriormente o texto foi apresentado em forma de peça teatral. Os conteúdos abordados na peça foram retas, semirretas e segmentos de retas; razão; Triângulos, semelhança, todos contextualizados com fatos históricos, como o de Tales de Mileto (624-546 a.C) ter medido a altura da pirâmide de Quéops, no Egito.

As figuras 5 e 6 mostram os alunos preparando os materiais e ensaiando para a peça teatral.

Figura 5: A possível medição da altura da pirâmide.



Fonte: Braz (2014).

Figura 6: Teorema de Tales – construção e ensaios.



Fonte: Almeida (2020).

No depoimento dos alunos, ficou claro que eles encararam a peça teatral de forma lúdica, afirmando que, por meio da diversão, o aprendizado foi mais interessante. O autor de D1 infere que as peças teatrais são vistas como atividades motivadoras que despertaram o interesse dos estudantes para a explicação do conteúdo em sala. Essas atividades diferenciadas são capazes de despertar o interesse dos alunos para permanecer na escola e, conseqüentemente, participar das aulas.

Durante os ensaios do teatro de D1, foi utilizado um roteiro detalhado para demonstrar um conceito matemático importante: a altura de uma pirâmide é igual à soma da sombra com a metade do lado da base. Isso foi feito através de uma representação teatral, onde os alunos seguiram um passo a passo para atuar essa relação geométrica. A ideia era criar uma visualização física desse conceito, facilitando a compreensão dos alunos sobre como a geometria funciona na prática. Através dessa atividade lúdica, os alunos puderam ver a matemática ganhar vida, tornando o aprendizado mais envolvente e memorável. Nesse pensamento, vemos que isso incorpora no aluno uma forma de estudo, que estrutura e melhora o aprendizado. Policicchio defende a ideia de que o teatro pode ser uma ferramenta poderosa para o ensino da matemática. Ele acredita que o teatro pode auxiliar significativamente no desenvolvimento da capacidade imaginativa e abstrata dos alunos. Essas habilidades são fundamentais para a compreensão da linguagem matemática, que exige um alto nível de abstração. Portanto, através do teatro, os alunos podem ser incentivados a aplicar essas habilidades de abstração na aprendizagem da matemática (POLICICCHIO, 2011, p.24). De fato, conforme situa Freire (1996), o aluno aprende a aprender e aprende ensinando (no teatro).

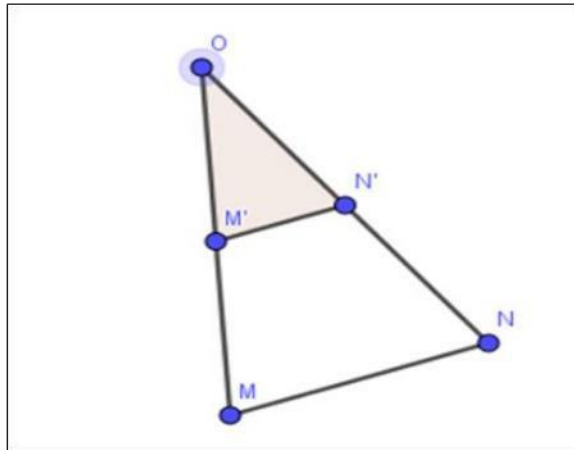
O engajamento e empenho dos alunos foi nítido ao tentarem resgatar como os gregos se vestiam, sugerindo assim que houvesse uma pesquisa nos livros de História para ver as vestimentas dos povos na época. Esses resultados de D1 Corroboram com Gutierre (2011) e Paiva (2018), a interdisciplinaridade entre história e matemática nas aulas, conduzida pelo professor, resgata não apenas os aspectos inerentes a algumas demonstrações, mas também estimula a imaginação e a criatividade dos alunos. Isso se torna ainda mais evidente quando os alunos participam de atividades práticas e experiências diretas. Essa abordagem integrada enriquece o processo de aprendizagem, tornando-o mais envolvente e significativo para os alunos. Claro que, a peça teatral matemática não substituirá as aulas expositivas, que por sinal são extremamente necessárias, mas o Teatro materializa conceitos por meio da narrativa.

No Artigo 2 (A2), faz-se o uso da homotetia e o software Geogebra para ensinar o teorema de Tales nos triângulos, de modo a ampliar a visão dos alunos sobre a geometria. As atividades propostas foram realizadas com duas turmas do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Guiomar Cabral.

Segundo o autor, o trabalho se justifica pelas dificuldades que os alunos enfrentam na interpretação da proporcionalidade e na identificação de triângulos semelhantes, ambos conceitos fundamentais do Teorema de Tales. Essas dificuldades são reflexos do ensino tradicional, que muitas vezes não consegue conectar os conceitos matemáticos com a realidade prática dos alunos, prejudicando assim o seu letramento matemático. Segundo os PCN's (1998), o ensino da matemática deve estar relacionado ao cotidiano dos alunos e às situações-problema que exigem o uso de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. Dessa forma, em A2 foi utilizado o software Geogebra para demonstrar o conteúdo de forma dinâmica e significativamente. Isso possibilitou o desenvolvimento do conceito de homotetia, que é uma transformação geométrica que preserva a forma da figura original, como ângulo e proporção entre os lados, mas que a figura pode mudar de tamanho.

A figura 7 mostra um exemplo associando a homotetia presente ao Teorema de Tales.

Figura 7: Homotetia na configuração de Tales em semelhança de triângulos.



Fonte: Almeida 2020.

Para realização das atividades de A2 os alunos estavam familiarizados com o Geogebra, bem como os conceitos matemáticos a serem usados. Assim, as atividades se iniciaram com um vídeo do YouTube sobre “Tales e a altura da pirâmide” conduzidas a seguir com uma experimentação da situação vista, a partir de modelos em miniatura, conforme a figura 8.

Figura 8: Experimentação prática



Fonte: Almeida (2020).

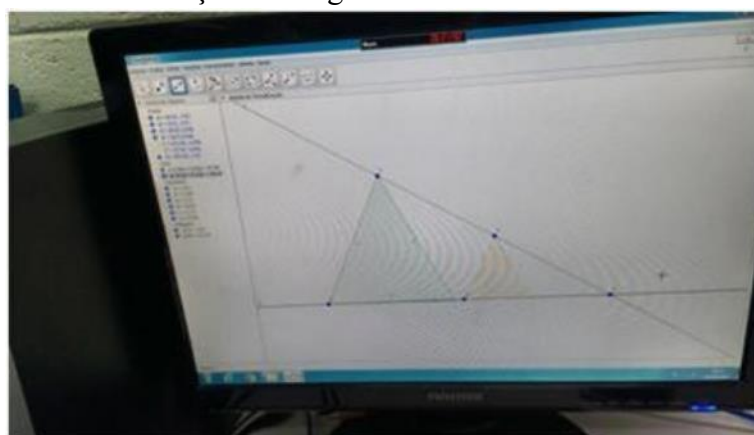
Podemos conferir algumas interpretações do problema proposto, um aluno referiu-se à medição da sombra do bastão em relação à sombra da pirâmide, empregando multiplicação pela altura do bastão para obter um resultado. Enquanto isso, um outro grupo destacou a formação de triângulos semelhantes ao comparar o raio de sol com a sombra projetada. Eles observaram que a relação entre a altura do objeto e o comprimento da sombra forma um

triângulo semelhante, independentemente da escala, sugerindo que a pirâmide também cria um triângulo semelhante ao gerado pelo bastão quando iluminada pela luz. De acordo com as Diretrizes da BNCC (2018), é fundamental focar no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Além de explicar e analisar problemas previamente identificados, inclui incentivar os alunos a elaborar, comunicar e resolver as suas próprias situações-problema. Estas situações incentivam a reflexão sobre a prática matemática e enfatizam a importância do pensamento crítico e da resolução de problemas na aprendizagem eficaz da matemática. Portanto, é crucial criar um ambiente de aprendizagem que promova essas habilidades.

O segundo momento de A2 ocorreu no laboratório de informática onde os alunos foram organizados em duplas e realizaram a construção de triângulos semelhantes no software Geogebra, utilizando a homotetia. Esta prática está de acordo com os PCN's (1998) e a BNCC (2018) que reforçam que as tecnologias, como softwares e jogos digitais matemáticos, desempenham um papel de auxílio no processo educativo ampliando as habilidades e desenvolvendo competências digitais. Ademais, discute Lima (2022) a importância do educador trabalhar com metodologias que proponha a construção do saber, em que o estudante deixe de ser passivo e assim passe a ser um colaborador ativo no processo de construção do conhecimento.

As figuras 9 e 10 mostram a realização das atividades e o uso do software Geogebra pelos alunos.

Figura 9: A semelhança de triângulos e o Teorema de Tales – Homotetia.



Fonte: Almeida (2020).

Figura 10: Configuração de Tales nos triângulos.



Fonte: Almeida (2020).

O autor de A2 avalia que as atividades trouxeram aos alunos ganhos na compreensão dos seguintes conhecimentos:

- Dois triângulos são semelhantes quando os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais.
- A razão entre dois lados de um triângulo é igual a razão entre dois lados correspondentes do triângulo semelhante a ele.
- O teorema fundamental da proporcionalidade caracteriza os triângulos semelhantes. (ALMEIDA, 2020, p. 57).

Durante as atividades de A2 os estudantes puderam compreender com mais apropriação os conceitos sobre a semelhança de triângulos. Ao participarem das demonstrações interativas, eles conseguiram assimilar os conceitos de forma mais dinâmica e verificar a validade das proposições matemáticas relacionadas à semelhança. A utilização do software Geogebra desempenhou um papel motivador ao tornar a geometria clássica e estática mais animada e interativa. Isso estimulou os alunos a refletir sobre as ações realizadas, permitindo que atribuíssem significado ao conteúdo de maneira mais dinâmica.

Na dissertação D2, o autor desenvolveu e aplicou uma sequência didática para 35 alunos matriculados em uma das turmas do 9º ano da Escola de ensino fundamental Municipal Professora Rosângela Duarte Faria, do Município de Rio das Ostras/RJ. O texto abordava a contextualização e descrição do Teorema de Tales através da utilização da história da matemática e destacando os alunos como protagonistas de suas próprias aprendizagens.

Durante um período de três semanas em setembro de 2013, com um total de 16 aulas de 50 minutos cada, foram realizadas atividades com o objetivo não apenas de apresentar a teoria do teorema, mas também de promover discussões, exemplos e diferentes tarefas que se conectassem a situações do dia a dia. Algumas dessas atividades ocorreram fora da sala de

aula e no laboratório de informática da escola, buscando tornar o aprendizado mais prático e significativo.

A sequência didática de D2 foi dividida em quatro atividades distintas. Na primeira delas, chamada “Explorando a Matemática”, os alunos foram incentivados a compreender como alguns assuntos matemáticos evoluíram ao longo dos anos por meio de uma conversa histórica seguida por debates. Para despertar o interesse e estimular a participação dos alunos, foram sorteados temas para pesquisa e apresentação em sala de aula, criando assim um ambiente interativo, de forma a favorecer a participação dos alunos e aproximar os tópicos estudados com a história dos seus matemáticos. Alinhado a esse pensamento, a história da matemática para Paiva (2018) é uma estratégia de ensino que na atualidade contribui efetivamente como uma prática pedagógica que desperta o interesse, estimula a participação ativa dos estudantes e possibilita, de fato, a aprendizagem significativa.

Os materiais paradidáticos, como “Vivendo a Matemática” Scipione 2000 e “Atividades e Jogos com” Scipione 1998, também foram utilizados para auxiliar no aprendizado. Os alunos apresentaram seus entendimentos por meio de uma mesa redonda, proporcionando uma oportunidade para cada grupo compartilhar o conhecimento adquirido durante as pesquisas.

A segunda atividade de D2 nomeado de “Medindo o Inacessível”, uma atividade prática na qual, assim como Tales de Mileto, os alunos são provocados a calcular a altura de um objeto inacessível usando de artifícios da proporcionalidade entre os comprimentos das sombras e as alturas de objetos verticais ao solo. Sem medir diretamente a altura de um poste no pátio da escola, foi proposto aos alunos para calcular a altura deste poste usando apenas lápis, papel, trena e calculadora.

Desse modo, para medir a altura de um poste, os alunos usaram a proporcionalidade entre as alturas e as sombras de dois alunos, um mais alto e outro mais baixo. Eles mediram as alturas e as sombras dos alunos e do poste, escreveram e calcularam as proporções, e encontraram a altura do poste com uma pequena diferença entre as duas proporções. Eles registraram tudo no caderno. A atividade aplicou o conceito de semelhança de triângulos. Também, mostrou aos alunos como a matemática pode ser usada para resolver problemas reais indiretamente. Dista essa, a beleza da prática com a matemática “a geometria resulta de um artifício, de um desvio, cujo caminho indireto permite o acesso àquilo que ultrapassa uma prática imediata.” (SERRES apud BONGIOVANNI, 2007, p. 97).

No entanto, para o desenvolvimento da segunda atividade, foi distribuída aos alunos uma síntese da história de Tales de Mileto, elaborada a partir dos textos de Eves (2008), Cajori (2007) e Boyer (2012). Após a leitura em conjunto, foi promovida uma breve discussão com a intervenção do pesquisador. Após esta atividade, os alunos partem para prática, onde são destacados os conceitos de razão, proporção e semelhança discutidos na atividade teórica e, assim, instigando o pensamento crítico-reflexivo do aluno para calcular as alturas dos objetos.

A Figura 11 mostra os alunos no desenvolvimento da atividade prática proposta.

Figura 11: Cálculo da altura do poste medindo a sombra do mesmo.



Fonte: Reis (2014).

A culminância dessa atividade estabeleceu a experiência dos procedimentos utilizados por Tales de Mileto para desenvolver o seu Teorema. Os alunos foram provocados a participar ativamente na construção dos conhecimentos. Conforme Polya (2014), a Matemática não é um desporto para plateia, não podemos aprendê-la somente a contemplando, sem uma participação direta com seu próprio esforço e trabalho. Essa proposta de estratégia de ensino que envolva o aluno, está alinhada as propostas dos PCN's (1998), no qual a matemática deve ser ensinada de forma que os alunos possam construir e se apropriar do conhecimento matemático e para transformar a realidade. Como utilizado pelo autor, as atividades investigativas são uma técnica de estimular nos alunos a exploração, levantar conjecturas, fazer testes de validação de suas descobertas, tudo isso de maneira expressiva e criativa.

Ficou evidente, nas propostas dos autores de A1, D1, A2 e na dissertação D2, que as estratégias de ensino abordadas e detalhadas anteriormente demonstraram, efetivamente, que

o uso de metodologias práticas com os alunos favorece o ensino dos conteúdos geométricos envolvendo o Teorema de Tales, promovendo uma aprendizagem significativa e contribuindo para a assimilação dos conceitos. Entretanto, mesmo com o uso de recursos teóricos articulados a situações concretas e contextualizadas, foi possível perceber dificuldades recorrentes entre os alunos na compreensão de aspectos mais abstratos da teoria. Ainda assim, o envolvimento dos estudantes nas atividades foi expressivo, e os resultados alcançados revelam avanços relevantes na internalização dos conceitos e na familiaridade com as ferramentas matemáticas propostas.

As pesquisas dos autores também provaram que as estratégias de ensino-aprendizagem que eles usaram foram boas para o aprendizado dos alunos. Eles conseguiram melhorar a qualidade da educação matemática, usando situações que faziam sentido para os alunos. Além disso, eles criaram sequências didáticas variadas e criativas para ensinar o Teorema de Tales. Eles colocaram os alunos como protagonistas e incentivaram seu pensamento crítico e científico. Assim, os alunos puderam aplicar os conceitos matemáticos de forma inventiva na resolução de problemas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do que foi visto, fica evidente o quanto é valioso o uso de ferramentas que exercem um ganho exponencial no ensino de um jovem em formação, principalmente quando o professor expõe e propõe atividades que melhorem a qualidade deste ensino. Foram notórios os benefícios construídos ao longo da execução das atividades de teatro com a história da matemática, a construção das maquetes, o uso de softwares como Geogebra e as práticas de medições de alturas inacessíveis (as quatro estratégias de ensino discutidas). Mostram o quanto pode ser impactante e motivador para os estudantes, proporcionando uma nova experiência, junto a construção de sua identidade.

Nessa perspectiva, a construção dessas atividades nos Artigos e nas Dissertações representam o modo como devem ser retratados e inseridos os assuntos referentes à Matemática, principalmente sobre o Teorema de Tales, na qual é necessário exemplificações físicas (construídas pelo aluno) ou realizadas em computação que demonstrem o uso e a importância deste tema para a evolução do pensamento crítico-matemático. Ademais, é perceptível a forma como foram adotados os instrumentos a serem trabalhado pelos alunos, sempre integrando os discentes em um contexto de participação constante, tirando o foco de

um ensino no qual apenas o professor seja o responsável. Assim, é necessário que todos os envolvidos na composição do aprendizado estejam aptos e motivados para que o ensino evolua e que possa mudar a realidade daquele indivíduo.

Portanto, diante do objetivo proposto nesse artigo de fazer uma revisão integrativa sobre as metodologias para o ensino do Teorema de Tales como estratégia para o ensino de tópicos correlacionados a ele, podemos afirmar que conseguimos alcançar o objetivo através das atividades apresentadas. As atividades envolveram o uso de diferentes recursos e estratégias, assim como evidenciado contribuíram para tornar o ensino do Teorema de Tales mais dinâmico, significativo e interessante para os alunos.

Tivemos apenas ganhos dados pelas experiências para o processo de formação. Como visto, essas propostas de conectar os alunos a um ambiente bastante interessante e curioso que é a Matemática. Elas mostram que a Matemática pode ser útil e relevante em suas respectivas comunidades, desmitificando os preconceitos existentes por ser uma área difícil e complicada de ser explicada. Como vimos durante todo o trabalho, com o empenho correto dar partes responsáveis e uma excelente bagagem dos professores graduados, atrelado as ferramentas potencializadoras, podemos melhorar o ensino.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, I. A. T. de. Tales em movimento: aplicação do Teorema De Tales nos triângulos. **Com a Palavra, o Professor**, [S. l.], v. 5, n. 13, p. 50–58, 2020. DOI: 10.23864/cpp.v5i13.268. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/268>. Acesso em: 16 nov. 2023.
- BARBOSA, M. J. F. **Uma Sequência Didática para o Teorema de Tales**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina. 2018. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3384>. Acesso em: 11 de jan. de 2022.
- BONGIOVANNI, V. O Teorema de Tales: Uma Ligação entre o Geométrico e o Numérico. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V. 25. P. 94-106. 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12993>. Acesso em: 30 de jan. de 2022.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 25 de fev. de 2022.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – Educação é a base**. Ministério da Educação. Brasília, 2019. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 26 de fev. de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. PCNs, 1998. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 20 de maio de 2022.

BRAZ, M. E. **História da matemática e teatro nas aulas sobre Teorema de Tales: um script proposto**. 2014. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/items/42860c73-7c4c-4bf7-9229-5fe2418607d6>. Acesso em: 19 de abr. de 2022.

BRUM, W. P.; SCHUHMACHER, E. O teorema de Tales por meio da utilização de maquetes sob a ótica da teoria da aprendizagem significativa: contribuições para o ensino de Matemática. **Estação Científica (UNIFAP)**, v. 2, n. 2, p. 105-114, 2012. Disponível em: <https://periodicos.unifap.br/index.php/estacao/article/view/729>. Acesso em 10 de nov. de 2023.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5º ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011. Disponível em: https://www.academia.edu/6117435/Introdu%C3%A7%C3%A3o_%C3%A0_Hist%C3%B3ria_da_Matem%C3%A1tica. Acesso em: 01 de dez. de 2022.

FEY, F. Guia do Ensino Experimental de Matemática. **Educares**, 2021. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/603314> Acesso em: 21 de maio de 2022.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/54579/2/freire-pedagogia-da-autonomia.pdf>. Acesso em: 22 de mar. de 2023.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011. Disponível em: <https://faculdadeplus.edu.br/novosite/wp-content/uploads/2020/04/Paulo-Freire-Pedagogia-do-Oprimido.pdf>. Acesso em: 22 de mar. de 2023.

GIL, C. A. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**, 6ª edição. São Paulo, Atlas, 2017. Disponível em: https://www.academia.edu/48899027/Como_Elaborar_Projetos_De_Pesquisa_6a_Ed_GIL. Acesso em: 20 de mar. de 2023.

GUTIERRE, L. S. **História da Matemática: atividades para a sala de aula**. Natal, RN: EDUFRRN, 2011. Disponível em: <https://app.bczm.ufrn.br/home/#/item/189779>. Acesso em: 20 de mar. de 2023.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade**. 4º ed. São Paulo: Atual, 2000.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade**. 9º ed. São Paulo: Atual, 2018.

LEHNEN, C. A.; DE FREITAS MADRUGA, Z. E. Modelagem Matemática e construção de maquetes: relato de uma prática do curso de licenciatura. In: **ANAIS DO**

CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 6º. 2013. P. 1-19. Disponível em: <https://tinyurl.com/y47vap36>. Acesso em: 17 de fev. de 2023.

LIMA, M. G. .; ROCHA, A. A. S. da . AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S. l.], v. 8, n. 5, p. 729–739, 2022. DOI: 10.51891/rease.v8i5.5513. Disponível em: <https://periodicorease.pro.br/rease/article/view/5513>. Acesso em: 17 de nov. de 2023.

MOL, R. **Introdução à história da Matemática**. Belo Horizonte: CEAD – UFMG, 2011. Disponível em: https://www.academia.edu/41726916/Introducao_a_historia_da_matematica. Acesso em: 15 de set. de 2023.

MOREIRA, A. E. A importância do ensino das estratégias de aprendizagem aos alunos do ensino fundamental. In: **EDUCERE - XII Congresso Nacional de Educação**. Pontifícia Universidade Católica, Curitiba, 2015. Disponível em: <https://educere.pucpr.br/anais/2015/files/1312.pdf>. Acesso em: 11 de dez. de 2022.

PAIVA, A. B. A História da Matemática no Ensino e na Aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 85–97, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v5i14.224. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/224>. Acesso em: 23 de nov. de 2023.

PARANÁ. Secretaria de estado da Educação do Paraná. Superintendência da educação. **Diretrizes Curriculares de Ciências para o Ensino Fundamental**. Paraná, 2008. Disponível em: https://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2019-12/dce_cien.pdf. Acesso em: 14 de jun. de 2022

PATIAS, N. D. ; HOHENDORFF, J. V. Critérios de qualidade para artigos de pesquisa qualitativa. **Psicologia em Estudo**, 2019. Disponível em: <https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/PsicolEstud/article/view/43536>. Acesso em: 01 de jun. de 2022.

POLYA, G.; GUIMARÃES, H. M. Para este número seleccionámos: O ensino por meio de problemas. **Educação e Matemática**, n. 130, p. 44-50, 2014. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/download/2242/3056>. Acesso em: 02 de jun. de 2023

POLICICCHIO, A. G. **Teatro: Materialização da Narrativa Matemática**. 2011. 148f. Dissertação (Mestrado- Programa de Pós – Graduação em Educação). Faculdade de educação da universidade de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-23042012-152833/pt-br.php>. Acesso: 30 de nov. de 2023.

PORFÍRIO, F. Tales de Mileto. **Brasil Escola**, c2022. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/biografia/tales-de-mileto.htm>. Acesso em: 25 de maio de 2022.

REIS, P. F. **O Teorema de Tales por Meio de Atividades Investigativas**. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática. Universidade Estadual do Norte Fluminense. Goytacazes. 2014. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp->

[content/uploads/sites/14/2017/09/22092014Paulo-Fernando-Silva-dos-Reis.pdf](#). Acesso em: 23 de jun. de 2022.

SPOLIN, Viola. **Jogos teatrais na sala de aula: Um manual para o professor**. São Paulo: Perspectiva, 2007. Disponível em: <https://ria.ufrn.br/jspui/handle/123456789/1370>. Acesso em: 24 de jun. de 2022.