



**INSTITUTO
FEDERAL**
Piauí

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS FLORIANO
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

MATEUS WALLEN DE SOUSA LEAL

**ENTENDENDO A EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU ATRAVÉS DO
COMPLEMENTO DE QUADRADO**

FLORIANO

2025

MATEUS WALLEND E SOUSA LEAL

ENTENDENDO A EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU ATRAVÉS DO
COMPLEMENTO DE QUADRADO

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano.

Orientadora: Prof. Me. Nilmar Almeida da Fonseca filho.

FLORIANO

2025

ENTENDENDO A EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU ATRAVÉS DO COMPLETAMENTO DE QUADRADO

Mateus Wallen de Sousa Leal¹
Nilmar Almeida da Fonseca Filho²

RESUMO

Este estudo visa examinar a aplicação do método de completar quadrados como uma opção à conhecida fórmula de Bháskara para solucionar equações do segundo grau, com o intuito de fomentar um aprendizado mais ponderado e de maior relevância conceitual. A pesquisa adotou uma metodologia qualitativa, de cunho bibliográfico, fundamentada em livros escolares, artigos acadêmicos, teses e documentos como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A avaliação foi realizada por meio da leitura e da interpretação de materiais divulgados desde 2017, considerando o contexto histórico do aparecimento das equações quadráticas e a maneira como o método é apresentado no ensino. Os achados revelam que o completamento de quadrados é, frequentemente, empregado simplesmente como uma etapa preliminar na derivação da fórmula de Bháskara, sem ser explorado como uma tática independente de solução. Essa perspectiva restringe o entendimento dos alunos, estimulando a aplicação automática de fórmulas. Conclui-se que o uso do completamento de quadrados, quando contextualizada historicamente e empregada de maneira pedagógica, pode auxiliar no aprimoramento do raciocínio lógico, da independência intelectual e da compreensão aprofundada dos conceitos matemáticos abrangidos.

Palavras-chave: Completamento de quadrados; Equação do segundo grau; Ensino de matemática; História da matemática; Estratégias pedagógicas.

ABSTRACT

This study aims to examine the application of the completing the square method as an alternative to the well-known Bhaskara formula for solving quadratic equations, with the aim of fostering more thoughtful and conceptually relevant learning. The research adopted a qualitative, bibliographical methodology, based on textbooks, academic articles, theses, and documents such as the National Common Curricular Base (BNCC). The assessment was conducted through the reading and interpretation of materials published since 2017, considering the historical context of the emergence of quadratic equations and the way the method is presented in teaching. The findings reveal that completing the square is often used simply as a preliminary step in deriving Bhaskara's formula, without being explored as an independent solution tactic. This perspective restricts students' understanding, encouraging the automatic application of formulas. It is concluded that the use of completing the square, when contextualized

¹ Graduando em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano. caflo.20181s.02.16@aluno.ifpi.edu.br

² Graduação em Licenciatura em Matemática. Centro Federal de Educação do Piauí – CEFET (2008); Especialização em Docência do Ensino Superior. Faculdade Ademar Rosado - FAR (2009); Mestrado em Matemática. Universidade Federal do Piauí (2015). nilmar.fonseca@ifpi.edu.br

historically and employed pedagogically, can help improve logical reasoning, intellectual independence and in-depth understanding of the mathematical concepts covered.

Keywords: Completing the square; Quadratic equation; Mathematics teaching; History of mathematics; Pedagogical strategies.

Data de aprovação: 14/07/2025

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma área de estudo que utiliza processos de construção e validação de conceitos, fazendo argumentações e generalizações, buscando relacionar e interpretar fenômenos e informações. Tal área de conhecimento é de suma importância para as necessidades do homem. Santos (2018, p. 13) afirma que “a matemática surgiu a partir da necessidade do homem, tanto é, que a maior parte dos problemas matemáticos antigos, relaciona-se a ocasiões do dia a dia, como contar ou até mesmo, como calcular a área de determinado terreno”.

Atualmente, os alunos ao chegarem ao final do ensino fundamental se deparam com o estudo de equações do segundo grau. De modo geral, aborda-se inicialmente, a resolução de equações do segundo grau incompletas e, posteriormente, apresenta-se um processo resolutivo para as equações completas. Neste último método, é comum a utilização de fórmulas e procedimentos bem definidos que ao se aplicar chega-se à solução das equações, conhecido popularmente como método de resolução de Bháskara. Nesse contexto, é importante ressaltarmos que embora essa maneira de resolução seja prática, acaba levando os alunos a desenvolverem um sistema mecanizado, sem desenvolver a compreensão adequada dos conhecimentos matemáticos envolvidos.

Diante disso, esse trabalho visa investigar, por meio de uma pesquisa bibliográfica, como resolver equações do segundo grau completas sem utilizar a fórmula de Bháskara? O objetivo principal é analisar a literatura científica, a fim de elucidar como se resolver equações do segundo grau utilizando completamento de quadrados. Buscou-se realizar um breve histórico sobre as equações quadráticas; identificou-se como o completamento de quadrados é apresentado em alguns materiais; examinou-se a relação entre esse método e a dedução da fórmula de

Bháskara e; apresentou-se, de maneira simplificada, o método de complementamentos de quadrados.

2 BREVE HISTÓRICO SOBRE AS EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Segundo Boyer (2010), já havia um forte interesse pelo estudo da matemática na antiga Babilônia há cerca de 4000 anos. Os aprendizes de escriba passaram dez anos na escola, onde aprenderam cerca de 700 símbolos, resolveram quebra-cabeças e também envolveram problemas de cálculo escritos em texto e resolveram problemas por tentativa e erro.

O primeiro registro conhecido de resolução de problemas envolvendo equações quadráticas é datado de 1700 a.C., aproximadamente, na Mesopotâmia (Boyer, 2010), feito em tabuletas de argila. A solução apresenta-se como uma "receita matemática" e fornece apenas raízes positivas.

Ao que diz respeito sobre os gregos, acredita-se que por conta da dificuldade no tratamento dos números racionais e irracionais somados a falta de praticidade do seu sistema de numeração, que era literal e geométrico, levou aos mesmos resolver problemas matemáticos geometricamente, e com apenas uma raiz positiva (Garbi, 1997).

Segundo Boyer (2010, p. 154-158), os árabes são responsáveis pelo desaparecimento do conhecimento ocidental, devido ao incêndio do museu de Alexandria em 641 d.C., mas também contribuíram para sua preservação, graças aos califas históricos que traduzem importantes escritos científicos. Entre eles destacam-se: "O Almagesto" de Ptolomeu e "Os elementos" de Euclides, obra composta por treze livros, dois dos quais dedicados à álgebra.

Ao longo dos séculos, a descrição da equação quadrática foi se aperfeiçoando e surgiram diversas formas de resolvê-la.

Al-Mamum fundou em Bagdá, no século IX, um centro científico similar à biblioteca de Alexandria, denominado Casa da sabedoria (Bait al-hikma), para onde convergiram muitos matemáticos, dentre os quais Mohamed ibn-Musa Al-Khowarizmi, que além de outras obras, escreveu, em 825, Hisab al-jabr wa'lmuqabalah (ciência da restauração e da redução ou ciência das equações). Nessa obra, Al-Khowarizmi apresenta a equação do 2º grau, com uma comprovação geométrica denominada

método de completar quadrados, método geométrico distinto do utilizado pelos gregos. (Silva, 2016, p. 56).

3 O ENSINO USANDO O MÉTODO DE COMPLEMENTAMENTO DE QUADRADO

O estudo de equação do segundo grau e dos métodos de resolução, apresenta-se de modo recorrente nas escolas a partir dos anos finais do ensino fundamental na disciplina de matemática. É muito comum esse conhecimento privilegiar a aplicação direta da fórmula de Bháskara, deixando de lado metodologias que possibilitam o desenvolvimento do raciocínio lógico, como por exemplo, o método por complementamentos de quadrados.

De acordo com Dante (2001) o conhecimento algébrico deve ser abordado de modo a valorizar o raciocínio lógico algébrico. No seu livro Matemática: contexto e aplicações, o autor aborda algumas técnicas de resolução de equações do segundo grau e debate como utilizar essas ferramentas para desenvolver o raciocínio lógico, e não apenas como instrumentos mecânico de resolução de exercícios matemáticos.

Para Libâneo (1994), o ensino da matemática deve contribuir para a formação do pensamento crítico e autônomo. Atualmente a Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB, em vigor desde 20 de dezembro de 1996, no artigo 3, inciso IX, diz que o ensino será ministrado com “garantia de um padrão de qualidade” (BRASIL, 1996). Mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, propõe aos estudantes “uma visão integrada da Matemática na perspectiva de sua aplicação à realidade” (Brasil, 2019. p. 517).

Ainda sobre o ensino de matemática, segundo Ramos (2017), “ao relacionarmos a Matemática com o cotidiano, observamos sua presença em jornais, revistas e panfletos de propaganda”. A matemática é de suma importância para todas as pessoas, pois é preciso termos em mente que o conhecimento matemático é um instrumento para o exercício da cidadania e ainda perceber que a matemática como qualquer outra matéria tem muito haver como o nosso dia a dia.

Segundo os autores ora citados, a apresentação de métodos alternativos, como o complementamento de quadrados, está alinhada com uma proposta pedagógica que valoriza o entendimento dos processos, em oposição à simples memorização de fórmulas.

De acordo com Lorenzato (2006), o ensino da matemática deve partir da experiência e da compreensão, e não do formalismo vazio. Em *O que é mesmo ensinar matemática?*, o autor afirma que práticas pedagógicas que favorecem a construção de significados têm maior potencial para promover uma aprendizagem significativa.

Corroborando com essa ideia, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) afirma sobre a importância do desenvolvimento de competências relacionadas à resolução de problemas, argumentação e uso de diferentes representações da matemática. O método do completamento de quadrados apresenta-se como uma estratégia capaz de contribuir para o desenvolvimento dessas competências, pois exige a manipulação simbólica e a construção progressiva do raciocínio algébrico.

Portanto, sabemos que muitos livros didáticos, principalmente os adotados para o ensino médio, apresentam o método de completamento de quadrados somente como uma etapa para a dedução da fórmula de Bháskara, sem explorá-lo como estratégia para resolução de equações do segundo grau.

Diante disso, abordaremos um breve estudo sobre o método de resolução por completamento de quadrados, dando ênfase em transformar as equações quadráticas em produtos notáveis, tornando possível simplificar os cálculos para encontrar as raízes. Pois muitas vezes, as raízes já são dadas ao reescrever a equação.

Dividiremos as equações em três casos, que juntos, formam o que chamamos de completamento de quadrados.

3.1 A EQUAÇÃO É UM TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

Toda equação que é um trinômio quadrado perfeito é resultado do produto notável da soma ou da diferença de dois termos.

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2.$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2.$$

Para obter as raízes nesses casos basta reescrever a equação como produtos notáveis.

3.2 A EQUAÇÃO NÃO É UM TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

Nesses casos, consideremos, por exemplo, uma equação em que x é incógnita, e y e r são números reais, com r diferente de y^2 .

$$x^2 + 2xy + r = 0.$$

A equação acima não se trata de um trinômio quadrado perfeito pois $r \neq y^2$, mas uma vez que só falta o termo y^2 no primeiro membro da igualdade, soma-se y^2 em ambos os lados da igualdade e passamos o r para o segundo membro trocando de operação.

$$x^2 + 2xy + r + y^2 = 0 + y^2.$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = y^2 - r.$$

$$(x + y)^2 = y^2 - r$$

Por fim para encontramos os valores de x extrai-se a raiz quadrada de ambos os membros.

$$\sqrt{(x + y)^2} = \sqrt{(y^2 - r)}$$

$$x + y = \pm \sqrt{(y^2 - r)}$$

$$x = -y \pm \sqrt{(y^2 - r)}.$$

3.3 QUANDO O COEFICIENTE “a” É DIFERENTE DE 1

Nessa situação, basta dividirmos toda a equação por a , da seguinte forma.

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \right) \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) \right] = 0.$$

Representando $b^2 - 4ac$ por Δ , também conhecido como discriminante do trinômio do segundo grau, temos:

$$a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

4 METODOLOGIA

Há diversas linhas de abordagens para se investigar e debater um assunto de determinada área do conhecimento. Nesse sentido, o presente artigo baseia-se em um estudo bibliográfico, uma vez que o caminho da construção do conhecimento se faz por um ir e vir entre teoria e prática, e a teoria nos oferece possibilidades para entender os contextos históricos, sociais, culturais nos quais a atividade docente se dá (Pimenta; Lima, 2012). Desse modo, a análise e compreensão sobre a evolução dos instrumentos de resolução de equações se dará por meio da sustentação teórica.

Quanto à natureza da pesquisa, optaremos por uma abordagem de cunho qualitativo. A pesquisa qualitativa de acordo com Flick (2013, p. 23), “[...] visa à captação do significado subjetivo das questões a partir das perspectivas dos participantes”. Goldenberg (2004, p. 14) enfatiza que “[...] na pesquisa qualitativa a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc.”

Denzin e Lincoln (2006) destacam que o pesquisador qualitativo acredita que tem melhor condição de se aproximar da perspectiva do ator por meio da entrevista e da observação direta.

Sobre os instrumentos de coleta de dados, foram realizadas pesquisas em um buscador da internet voltado para trabalhos acadêmicos. O acesso a esses trabalhos ocorreu através de uma das grandes bibliotecas de periódicos digitais, o Google Acadêmico (<https://www.scholar.google.com.br>), que é bastante conhecida e de fácil acesso.

Entretanto, foram adotados alguns critérios para seleção do material: artigo científico, monografia, dissertação e revista.

O acesso a esses conteúdos científicos se deu por meio da inserção de quatro palavras-chaves no campo de buscas do Google Acadêmico: Inicialmente foi inserida

a palavra-chave: história da matemática, em seguida: equação do 2º grau, posteriormente, completamento de quadrados e finalmente: resolução de equação do 2º grau. A seleção dos trabalhos a serem analisados levou em consideração o ano da publicação (a partir de 2017) e a quantidade de citações (acima de 10). A partir desse ponto foi realizada a leitura e análise do material, filtrando a ideia central apresentada pelos autores, com a finalidade de proporcionar uma maior qualidade e credibilidade do trabalho em construção.

Em resumo, a análise aconteceu de acordo com os seguintes passos: (a) leitura individual objetivando conhecer a abordagem apresentada em cada trabalho científico, (b) identificação e compreensão das ideias centrais, (c) breve apresentação histórica a respeito à temática, (d) confrontação entre os diferentes núcleos de sentidos que abrange a discussão do questionamento estudado e (e) síntese resultante da interpretação em relação às discussões apresentadas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal desse trabalho foi analisar a literatura científica, a fim de elucidar como se resolver equações do segundo grau utilizando completamento de quadrados. Apresentou-se o método de completamento de quadrados e fez-se uma análise nesses materiais buscando identificar há relação entre esse método e a dedução da fórmula de Bháskara.

Diante disso, a análise do material estudado evidenciou um contraste significativo entre a riqueza conceitual atribuída ao método de completamento de quadrados e a maneira como é apresentado nos livros didáticos para o ensino de matemática, em particular resolução de equações do segundo grau.

Concluimos que, na maioria dos materiais estudados, o completamento de quadrados é usado quase sempre como um processo auxiliar para a deduzir a fórmula de Bháskara. Muito raramente sendo usado para resolver equações do segundo grau. Nesse sentido, concluimos que esse processo contribui para um ensino mecânico, focado na aplicação de fórmulas prontas, em detrimento de práticas que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático.

Diante do ora estudado, conclui-se que os objetivos e o problema de pesquisa foram respondidos. Consideramos também que a amostra da pesquisa é muito pequena para conclusões mais profundas, afinal compreender a equação do segundo

grau por meio do completamento de quadrados não é apenas resgatar um método historicamente relevante, mas principalmente abrir caminho para um ensino mais reflexivo, fundamentado e significativo da matemática.

Para finalizarmos, sugerimos pesquisas futuras, como a realização de estudos de campo em sala de aula, a fim de verificarmos o impacto do ensino do completamento de quadrados no desempenho e na compreensão conceitual dos alunos.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/bncc>. Acesso em: 10 abr. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. *Lei n.º 9.294, de 20 de dezembro de 1996*. Diretrizes da Educação Nacional. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. 8. ed. São Paulo: Ática, 2001.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15–41.

FLICK, U. *Introdução à metodologia de pesquisa: um guia para iniciantes*. Porto Alegre: Penso, 2013.

GARBI, G. G. *O romance das equações algébricas*. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

IEZZI, Gelson et al. *Matemática: volume único*. São Paulo: Atual, 2010.

LIBÂNEO, José Carlos. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1994.

LORENZATO, Sérgio. *O que é mesmo ensinar matemática?* Campinas: Autores Associados, 2006.

PEDROSO, Hermes Antônio. Uma breve história da equação do 2º grau. *Revista Eletrônica de Matemática – Remat*, n. 2, 2010. ISSN 2177-5095.

PIMENTA, Selma Garrido; LIMA, Maria Socorro Lucena. *Estágio e docência*. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

RAMOS, T. C. A importância da matemática na vida cotidiana dos alunos do ensino fundamental II. *Cairu em Revista*, 2017. ISSN 2237-7719.

SANTOS, Valdefran Alves dos. *Equações e funções quadráticas: do surgimento aos dias atuais*. 2018. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Campus Seridó, Caicó, 2018. Orientadora: Maria Juci-meire dos Santos.

SILVA, Rodrigo Almeida da; RIBEIRO, Cleber Rodrigues. A abordagem do complemento de quadrados em livros didáticos: uma análise a partir da BNCC. *Revista Zetetiké*, Campinas, v. 25, n. 1, p. 1–16, 2017. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8653610>. Acesso em: 20 mai. 2025.