



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS SÃO RAIMUNDO NONATO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ERASMO CARLOS RIBEIRO VIANA PASSOS

Ensino de Seções Cônicas Usando o GeoGebra: uma abordagem da
construção sem uso de equações

São Raimundo Nonato

2025

ERASMO CARLOS RIBEIRO VIANA PASSOS

Ensino de Seções Cônicas Usando o GeoGebra: uma abordagem da
construção sem uso de equações

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus São Raimundo Nonato.

Orientador: Prof. Me. Valdeci Nunes Costa

São Raimundo Nonato

2025

RESUMO

As seções cônicas são um dos conceitos mais belos da Geometria Analítica, com ampla aplicação em diversas áreas da ciência. Este trabalho propõe uma abordagem para a construção desses lugares geométricos em ambiente virtual, utilizando o GeoGebra, e apresenta os resultados de uma pesquisa com acadêmicos dos anos finais da graduação. Inicialmente, aplicou-se um questionário de sondagem sobre os conhecimentos e concepções prévios. Em seguida, foi oferecido um curso dividido em dois momentos: no primeiro, utilizou-se a metodologia tradicional, com apresentação das equações e aplicações; no segundo, exploraram-se construções no GeoGebra, seguidas de análise. Por fim, buscou-se avaliar os impactos didático-pedagógicos do processo por meio de um questionário final. O texto a seguir discute a fundamentação teórica e apresenta os principais resultados da pesquisa.

Palavras-chave: seções cônicas; geometria dinâmica; construções com GeoGebra.

ABSTRACT

Conic sections are among the most beautiful concepts in Analytic Geometry, with wide applications across various scientific fields. This work proposes an approach for constructing these geometric loci in a virtual environment using GeoGebra and presents the results of a study conducted with undergraduate students in the final years of their program. Initially, a survey questionnaire was applied to assess their prior knowledge and conceptions. Next, a course was offered, divided into two phases: in the first, the traditional methodology was used, with the presentation of equations and applications; in the second, constructions in GeoGebra were explored and analyzed. Finally, the pedagogical impact of the process was evaluated through a final questionnaire. The following text discusses the theoretical framework and presents the main findings of the study.

Keywords: conic sections; dynamic geometry; GeoGebra constructions.

Data de aprovação: 25/07/2025

¹ Graduando em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí de ensino. E-mail: casrn.20161lmat0147@aluno.ifpi.edu.br

² Mestre em Modelagem Matemática e Computacional (UFPB). Professor do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do Piauí. E-mail: Valdemi.nunes@ifpi.edu.br

1. Introdução

O estudo das cônicas é uma parte importante da geometria analítica, em razão das diversas aplicações desses conceitos em situações reais. Essas aplicações vão desde a concepção de modelos para antenas parabólicas e faróis de veículos, baseados nas propriedades das parábolas, até a modelagem das órbitas dos planetas e suas excentricidades, descritas por elipses. Não é possível determinar com exatidão a quantidade de aplicações possíveis desses conceitos. O fato é que definições geométricas bastante simples, quando associadas à álgebra, permitem aplicações nas mais diversas áreas do conhecimento.

Não é de hoje que os computadores, com seus poderosos *softwares* vem sendo utilizados na educação. Como ressalta EVANGESLISTA COSTA et. al. (2019, p. 289) "no ensino de matemática, diversos softwares como por exemplo: MathLab; Régua e Compasso; Equation Grapher; Ply Pro; Geometria Plana estão disponíveis para o uso em sala de aula, entre eles o Geogebra". Neste contexto, geometria dinâmica aparece como figura de destaque, principalmente após a disseminação, de forma gratuita, do GeoGebra, que permite construções dinâmicas, possibilitando adicionar movimentos e rastros a entes geométricos, observando comportamentos, quando são garantidas as propriedades básicas do que está sendo abordado.

É fato que há muito, os computadores estão inseridos na escola e, sua contribuição para o desenvolvimento da educação é notório. Nos dias atuais ainda é possível contar com uma ferramenta ainda mais poderosa associada à computação que é a inteligência artificial (IA), entretanto, um alerta importante versa sobre o uso desregrado dessa ferramenta que apresenta um potencial tanto construtivo quanto destrutivo para transposição de conhecimento, sendo necessários "remédios" quanto a proteção de direitos fundamentais já que, "quanto maior for o grau de potência lesiva aos direitos fundamentais da tecnológica utilizada, maior deve ser a extensão da clareza sobre o seu uso e a explicação sobre o seu funcionamento" como ressalta (De Moraes, 2021, p. 323).

O debate sobre a regulação da IA é urgente, visando estabelecer limites e diretrizes que os "princípios e objetivos que devem pautar a regulação da IA, para que essas tecnologias sirvam à causa da humanidade, potencializando-lhes os benefícios e minimizando os riscos". Desta forma tenhamos assegurado que os benefícios da IA superem seus perigos e promova um desenvolvimento tecnológico responsável e ético (Barroso e Mello, 2024, p. 28).

O uso de tecnologia como a IA só será benéfico se sua utilização estiver associada a ajudar o aluno a compreender conceitos, fazer pesquisas e ajudar na construção e demonstração de conjecturas e não para produzir trabalho que possa ser usado de forma irresponsável.

É notável, que estamos na era da IA, um momento que revela o quão é acelerado o surgimento das ferramentas tecnológicas e a utilização das mesmas no ambiente escolar. Não obstante, o uso de qualquer tecnologia na construção do conhecimento pedagógico, não pode ser um fim em si mesma, nem tão pouco uma ferramenta anular a importância da outra. Ainda que a IA ofereça novas abordagens para o ensino e a automação de tarefas, ela não poderá substituir a uso do GeoGebra como um recurso didático que proporciona a execução de comandos a construção prática de conceitos geométricos e seus detalhamentos algébricos, essenciais para o desenvolvimento do ensino-aprendizado.

Se distanciando agora do uso da IA e voltando a ideia de construção das cônicas usando apenas conhecimentos geométricos como era feito antes de forma manual com uso de instrumentos rudimentares como barbante, régua, compasso e outros instrumentos. Este tipo de construção, permite a visualização das propriedades básicas que estão por traz das equações.

Neste contexto, o GeoGebra apresenta-se como um potencializador na transposição de conhecimento, já que dispõe de ferramentas que garantem uma construção das cônicas, bastando somente garantir as propriedades geométricas que as definem.

Nesta perspectiva, este trabalho tem o objetivo de apresentar os resultados de uma pesquisa com acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) *campus* São Raimundo Nonato sobre o uso do Geogebra para construções de cônicas sem utilização de equações. Para alcançar tal objetivo, aplicamos um questionário de sondagem com questões que versam sobre o tema, em seguida aplicamos um minicurso em que o tema foi abordado inicialmente usando os conceitos geométricos para definir as equações e em seguida, utilizamos o GeoGebra para uma abordagem puramente geométrica e dinâmica. Por fim, aplicamos outro questionário de verificação sobre os impactos do minicurso no conhecimento dos acadêmicos envolvidos.

A seguir apresentamos os conceitos trabalhados durante a realização da pesquisa em suas três fases e seu referencial teórico.

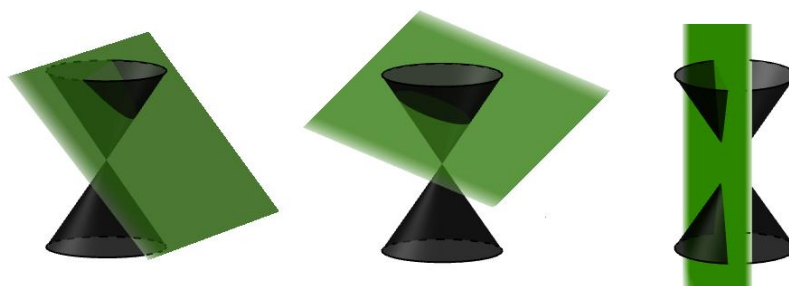
2. As Cônicas E Suas Equações

As seções cônicas costumam ser abordadas no 3º ano do Ensino Médio, geralmente de forma direta e com pouca ênfase em suas características geométricas mais fundamentais. Conforme aponta (Lima, 2015, p. 193): “Através da análise dos diversos livros didáticos de Matemática, observa-se que a grande maioria desses textos trata o assunto ‘Cônicas’ apenas sob o ponto de vista de equações algébricas”.

Diante disso, embora reconheçamos a importância das equações na compreensão do tema, optamos por apresentar inicialmente cada uma das expressões algébricas associadas às cônicas. Em seguida, discutiremos a construção de cada uma delas em um ambiente dinâmico, priorizando suas definições geométricas e, sempre que possível, evitando o uso imediato das equações.

As curvas que são chamadas de seções cônicas são obtidas a partir de cortes em dois cones sobrepostos pelo vértice como mostra a Figura 1:

Figura 1: Obtenção das cônicas através de corte nos cones sobrepostos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

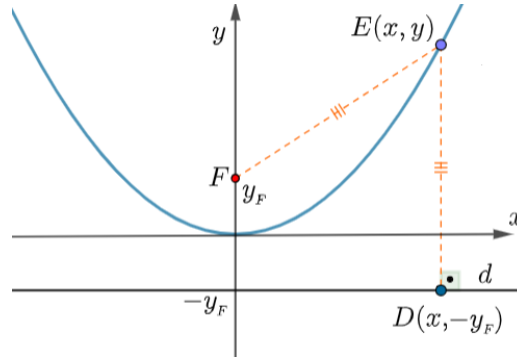
2.1. A equação da Parábola

Para parábola (Winterle, 2014, P. 186) apresenta a seguinte definição: “Parábola é o conjunto de todos os pontos de um plano equidistantes de um ponto fixo e de uma reta fixa desse plano.”

Ao ponto fixo é dado o nome de foco F da parábola e à reta fixa é dado o nome de diretriz da parábola. Um ponto genérico da parábola que será considerado para a dedução da equação da parábola é o ponto $E(x, y)$.

Suponha então uma reta paralela ao eixo das abscissas x e que passa pelo ponto $(0, -y_F)$. Suponha ainda que o foco F tenha coordenadas $(0, y_F)$. Seja $D(x, -y_F)$ a projeção de E sobre a diretriz d , como mostra a Figura 2.

Figura 2: Obtenção da curva da parábola.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Seguindo a definição, temos que $d(FE) = d(ED)$, assim:

$$\begin{aligned}
 d(FE) = d(ED) &\Leftrightarrow \sqrt{(x - 0)^2 + (y - y_F)^2} = \sqrt{(x - x)^2 + (-y_F - y)^2} \\
 &\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2yy_F + y_F^2 = (-y_F)^2 + 2yy_F + (-y)^2 \\
 &\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2yy_F + y_F^2 = y_F^2 + 2yy_F + y^2 \\
 &\Leftrightarrow x^2 = 2yy_F + 2yy_F \\
 &\Leftrightarrow x^2 = 4(y_F)y
 \end{aligned}$$

Fazendo $y_F = k$, temos então

$$y = \frac{x^2}{4k} \quad \text{Eq.(1)}$$

A equação (Eq. (1)) é a equação da parábola cujo o vértice coincide com a origem do sistema de coordenadas cartesianas. É importante saber que o vértice da parábola neste caso é o mínimo valor de y para $x \in \mathbb{R}$, mas que este valor também pode assumir valor de máximo caso $\frac{1}{4k} < 0$.

Caso o vértice da parábola esteja em outro ponto $(x_0, y_0) \neq (0, 0)$, teremos uma translação da parábola e sua equação será obtida trocando x por $x - x_0$ e y por $y - y_0$ na equação (1). Desta forma a equação é dada por

$$y = \frac{(x - x_0)^2}{4k} + y_0 \quad \text{Eq.(2)}$$

Note que se abrirmos a equação temos:

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{x^2}{4k} - \frac{2x_0}{4k} + \frac{x_0^2}{4k} + y_0 \\
 \therefore y &= \frac{x^2}{4k} - \frac{x_0}{2k} + \frac{x_0^2}{4k} + y_0
 \end{aligned}$$

Chama-se $a = \frac{1}{4k}$, $b = -\frac{x_0}{2k}$ e $c = \frac{x_0^2}{4k} + y_0$, daí a equação da parábola toma a forma da função quadrática, ou seja,

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{Eq.(3)}$$

Espera-se dentro dessa abordagem durante a explanação deste conteúdo que o aluno perceba que por trás do conceito geométrico que existe uma estreita relação entre a abordagem da geometria analítica e o ensino de funções quadráticas.

2.2. A equação da elipse

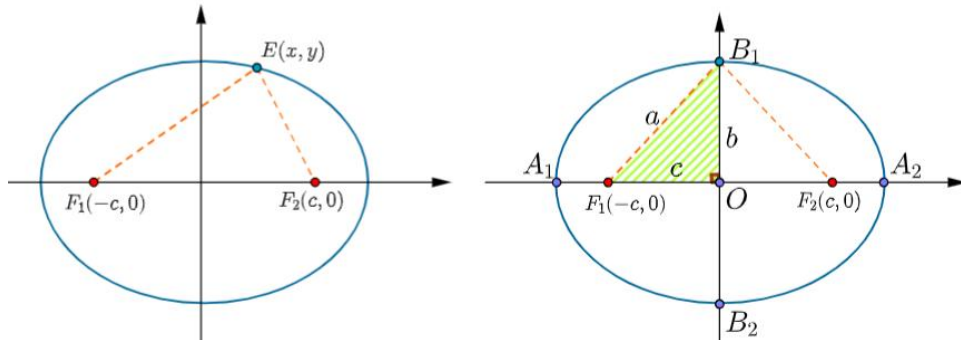
Para definição da elipse, a definição para este lugar geométrico é dada a seguir.

“Elipse é o conjunto de pontos de um plano cuja a soma das distâncias a dois pontos fixos deste plano e constante.” (Winterle, 2014, p. 170).

Uma diferença já explícita de início é que agora temos pontos fixos distintos e não um ponto e uma reta como é caso da parábola.

Consideremos então os dois pontos fixos F_1 e F_2 sobre o eixo das abscissas x cujas coordenadas são, respectivamente $(-c, 0)$ e $(c, 0)$. Considere ainda o conjunto de pontos E de coordenadas (x, y) tais que $d(F_1E) = d(EF_2)$ é constante, digamos $2a$, como mostra a Figura 3.

Figura 3: Obtenção da curva da elipse.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Definimos ainda, os elementos auxiliares que são os pontos A_1 , A_2 , B_1 e B_2 que são as interseções do lugar geométrico com os eixos das abscissas e ordenadas. Por fim definimos $\overline{A_1A_2}$ como eixo maior, $\overline{B_1B_2}$ como eixo menor, cuja medida é $2b$. Note que pelo teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo F_1B_1O , $b^2 = a^2 - c^2$. Pela definição do lugar geométrico.

$$\begin{aligned} d(F_1E) + d(EF_2) &= 2a \\ \therefore \sqrt{(x - (-c))^2 + (y)^2} + \sqrt{(x - c)^2 + (-y)^2} &= 2a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \sqrt{(x+c)^2 + (y)^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \\
&\therefore (\sqrt{(x+c)^2 + (y)^2})^2 = (2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2})^2 \\
&\therefore x^2 + 2cx + c^2 + y^2 = (2a)^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (\sqrt{(x-c)^2 + y^2})^2 \\
&\therefore x^2 + 2cx + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + x^2 - 2cx + c^2 + y^2 \\
&\therefore 2cx = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} - 2cx - \\
&\therefore 4cx - 4a^2 = -4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}
\end{aligned}$$

Dividindo toda a expressão por (-4) , e elevando ambos os lados ao quadrado temos:

$$\begin{aligned}
&(-cx + a^2)^2 = (a\sqrt{(x-c)^2 + y^2})^2 \\
&\therefore c^2x^2 - 2a^2cx + a^4 = a^2(x^2 - 2cx + c^2 + y^2) \\
&\therefore a^4 - 2a^2cx + c^2x^2 = a^2c^2 - 2a^2cx + x^2a^2 + y^2a^2 \\
&\therefore a^4 + c^2x^2 = a^2c^2 + x^2a^2 + y^2a^2 \\
&\therefore a^4 - a^2c^2 = x^2a^2 - c^2x^2 + y^2a^2 \\
&\therefore a^2(a^2 - c^2) = (a^2 - c^2)x^2 + y^2a^2 \\
&\therefore a^2b^2 = b^2x^2 + y^2a^2
\end{aligned}$$

Dividindo toda a expressão por (a^2b^2) :

$$\frac{a^2b^2}{a^2b^2} = \frac{x^2b^2}{b^2a^2} + \frac{y^2a^2}{a^2b^2}$$

então,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{Eq.(4)}$$

A obtenção da equação de uma elipse cujos eixos maior e menor são paralelos aos eixos coordenados e de centro no ponto de coordenadas (x_0, y_0) é obtida de modo análogo ao que foi feito anteriormente com a parábola. Desta forma, ao substituir x por $(x - x_0)$ e y por $(y - y_0)$, obtemos a equação geral da elipse de centro (x_0, y_0) é dada por

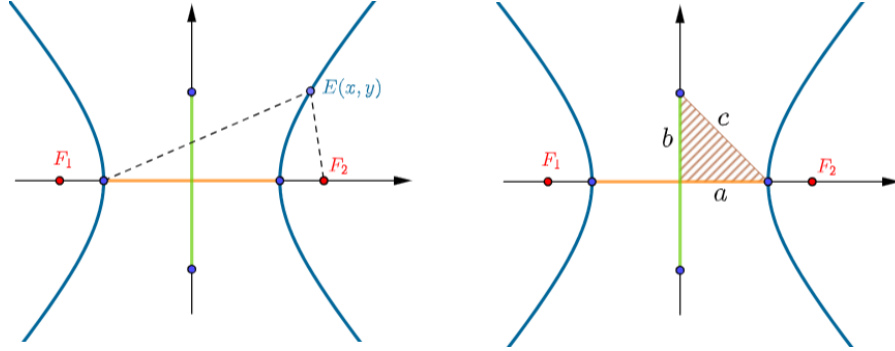
$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1 \quad \text{Eq.(5)}$$

2.3. A equação da hipérbole

Para a construção da equação da hipérbole, tomamos a definição apresentada por (Winterle, 2014, p. 202) em que “hipérbole é o conjunto de todos os pontos de um plano cuja diferença das distâncias, em valor absoluto, a dois pontos fixos desse plano

é constante”. A Figura 4 apresenta os elementos e a construção da hipérbole.

Figura 4: Obtenção da curva da elipse.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Assumindo que a hipotenusa do triângulo da Figura 4, tenha comprimento igual a metade do comprimento do segmento $\overline{F_1F_2}$. Pelo teorema de Pitágoras, temos:

$$c^2 = b^2 + a^2,$$

portanto,

$$b^2 = c^2 - a^2. \quad \text{Eq.(6)}$$

Pela definição de hipérbole, temos que

$$\begin{aligned} |d_{F_1E} - d_{EF_2}| &= 2a \\ \therefore d_{F_1E} - d_{EF_2} &= \pm 2a \\ \therefore \sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} &= \pm 2a \\ \therefore \left(\sqrt{(x+c)^2 + y^2}\right)^2 &= \left(\sqrt{(x-c)^2 + y^2} \pm 2a\right)^2 \\ \therefore \left(\sqrt{(x+c)^2 + y^2}\right)^2 &= \left(\left(\sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)^2 \pm 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + 4a^2\right) \\ \therefore (x+c)^2 + y^2 &= (x-c)^2 + y^2 \pm 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + 4a^2 \\ \therefore x^2 + 2xc + c^2 + y^2 &= x^2 - 2xc + c^2 + y^2 \pm 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + 4a^2 \\ \therefore 4xc - 4a^2 &= \pm 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} \end{aligned}$$

Dividindo toda a expressão por 4, temos

$$\begin{aligned} \therefore xc - a^2 &= \pm a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} \\ \therefore (xc - a^2)^2 &= \left(\pm a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)^2 \\ \therefore (xc - a^2)^2 &= (\pm a)^2 \left(\sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)^2 \\ \therefore x^2c^2 - 2xca^2 + a^4 &= a^2(x^2 - 2xc + c^2 + y^2) \\ \therefore x^2c^2 - 2xca^2 + a^4 &= a^2x^2 - 2xca^2 + a^2c^2 + a^2y^2 \\ \therefore x^2c^2 - a^2x^2 - a^2y^2 &= a^2c^2 - a^2a^2 \end{aligned}$$

$$\therefore (c^2 - a^2)x^2 - a^2y^2 = a^2(c^2 - a^2)$$

Substituindo $c^2 - a^2$ por b^2 como apresentado na Eq(6), obtemos:

$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$$

Dividindo toda a expressão por a^2b^2 , temos então

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{Eq.(6)}$$

Uma translação que coloque o ponto de origem do sistema em um ponto qualquer de coordenadas (x_0, y_0) nos leva a mesma substituição feita para as cônicas anteriores, de modo que a equação da hipérbole passa a ser

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1. \quad \text{Eq.(6)}$$

3. Construções das cônicas com uso do GeoGebra

Ao executar as construções pressupõe-se que o aluno possa compreender melhor não só os conceitos relacionados às cônicas, mas também outros conceitos geométricos envolvidos na construção de cada uma delas.

3.1. Parábola

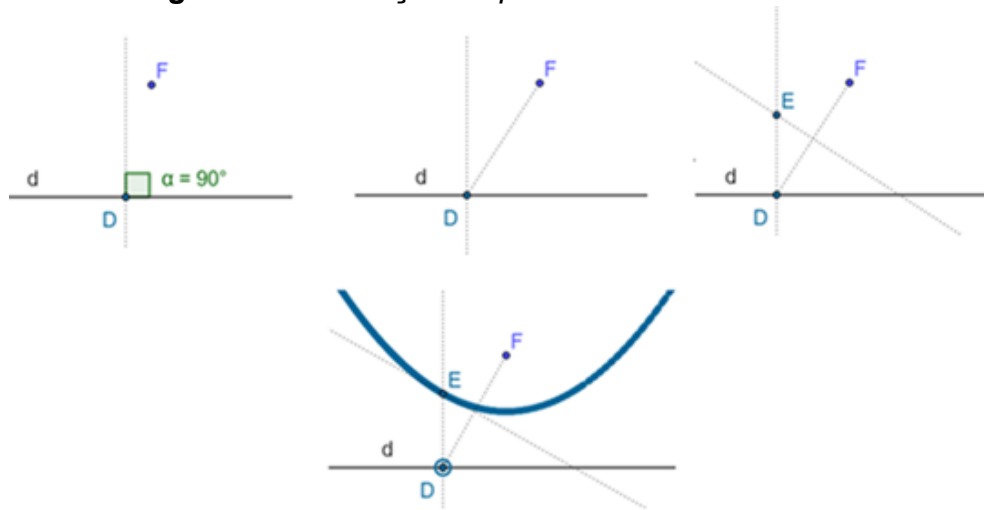
Como já definido anteriormente, a parábola nada mais é que o lugar geométrico dos pontos que estão equidistantes de uma reta diretriz d e do ponto F que é denominado foco da parábola.

Passos da Construção da parábola:

- i. *Construir a reta d e o ponto $F \notin d$;*
- ii. *Sobre a reta diretriz plote um ponto D de forma que este possa ser deslocado sobre a reta d ;*
- iii. *Construa uma reta perpendicular à reta d que passe pelo ponto D e construa ainda o segmento $\overline{DF}$;*
- iv. *Trace a reta mediatriz do segmento $\overline{DF}$ e marque a interseção com o segmento denominando de M e a interseção com a reta perpendicular à diretriz denominando de E . Note que os triângulos DEM e FME são semelhantes;*
- v. *Habilite o rastro do ponto E e anime o ponto D e, desta forma, a parábola é obtida a partir do rastro do ponto E ;*

A Figura 5 apresenta a construção dos passos acima para a obtenção da parábola.

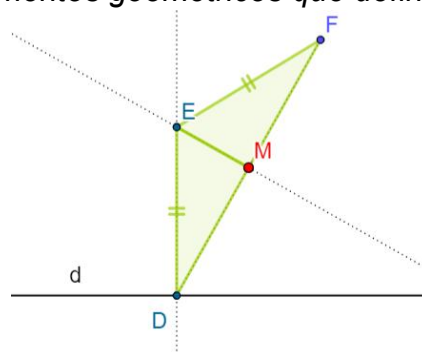
Figura 5: Construção da parábola com o GeoGebra.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Para os alunos, pode-se arguir sobre a construção e o que garante que a definição do lugar geométrico da parábola está sendo atendido. Os elementos da geometria plana envolvidos, como é o caso dos dois triângulos semelhantes que, independentemente da posição do ponto D , as condições de existência da mediatriz e da reta perpendicular a diretriz vai garantir que o ponto E , que tem como projeção sobre a diretriz o ponto D , sempre vai estar à mesma distância de D e de F , como é possível observar na Figura 6. Isso é de fácil percepção observando que o triângulo DFE , de base $\overline{DF}$ sempre será isósceles e, portanto, $\overline{DE} \equiv \overline{FE}$.

Figura 6: Elementos geométricos que definem a parábola.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A percepção de que o fato de o triângulo DFE é isósceles é algo esperado para alunos já que a suposição é que já saibam manipular as equações das cônicas.

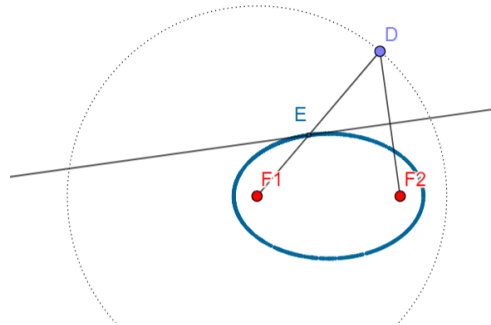
3.2. Elipse

Passos da Construção da parábola:

- I. *Plotar dois pontos distintos denominando-os F_1 e F_2 que são os focos da elipse;*
- II. *Usando um dos pontos de foco como centro (no caso aqui construído o ponto é F_1), construa uma circunferência de raio r , cujo comprimento deve ser igual ao comprimento do eixo maior da elipse que se deseja obter;*
- III. *Sobre a circunferência plote um ponto D e em seguida trace dois seguimentos ligando F_1 e F_2 ao ponto D ;*
- IV. *Trace a mediatriz do segmento $\overline{DF_2}$ e marque a interseção desta mediatriz com o segmento $\overline{DF_1}$, obtendo assim o ponto E ;*

A representação das construções dos passos supracitados podem ser observados na Figura 7.

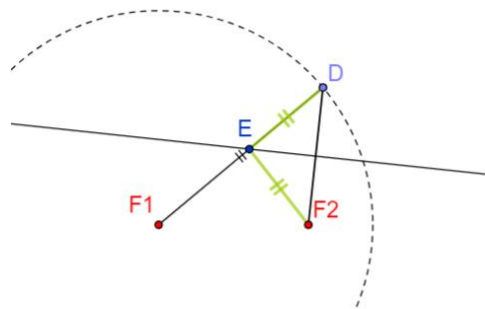
Figura 7: Construção da elipse com o GeoGebra.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Na construção, uma percepção simples é que a soma dos seguimentos $\overline{F_1E}$ e $\overline{EF_2}$ é constante e igual ao raio $\overline{F_1D}$ da circunferência, como pode ser observado na Figura 8.

Figura 8: Elementos geométricos que definem a elipse.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Justificando este fato, temos que o triângulo DEF_2 é isósceles de base $\overline{DF_2}$, o que permite concluir que os segmentos $\overline{ED}$ e $\overline{EF_2}$ são congruentes. Logo, $\overline{F_1E} + \overline{EF_2} = \overline{F_1D}$.

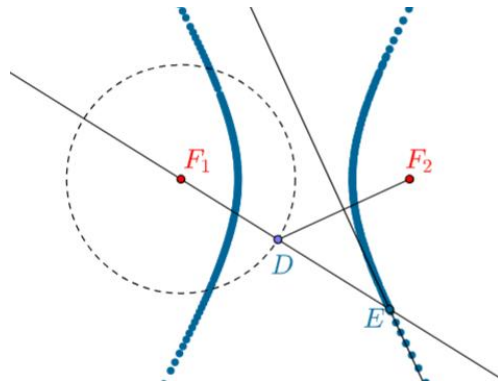
3.3. Hiperbole

Passos da Construção da parábola:

- I. *Determine os focos F_1 e F_2 .*
- II. *Construa uma circunferência de centro em um dos focos (no caso F_1) e raio menor que $\overline{F_1F_2}$.*
- III. *Sobre a circunferência, determine um ponto D e construa a reta $\overline{F_1D}$.*
- IV. *Construa o seguimento $\overline{DF_2}$ e em seguida determine a mediatriz deste seguimento;*
- V. *Marque o ponto E de interseção entre a mediatriz e a reta $\overline{DF_1}$.*
- VI. *Habilite o rastro do ponto E e anime o ponto D .*

A representação das construções dos passos para a obtenção da hipérbole podem ser observados na Figura 9.

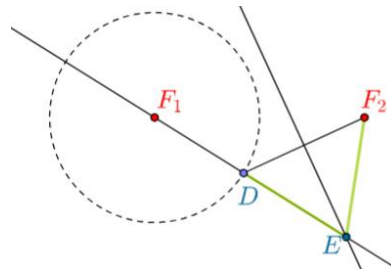
Figura 9: Construção da hipérbole com o GeoGebra.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Tomando $|\overline{F_1E} - \overline{EF_2}|$, este seguimento é igual ao raio da circunferência, ou seja, igual a $\overline{F_1D}$. Esta conjectura é simples de mostrar. Para isso basta observar que o triângulo F_1DE é isósceles de base $\overline{F_2D}$. Desta forma, os seguimentos $\overline{DE}$ e $\overline{EF_2}$ são congruentes. Desta forma, temos que $|\overline{F_1E} - \overline{EF_2}| \equiv \overline{F_1D}$.

Figura 10: Elementos geométricos que definem a elipse.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

4. Metodologia

A pesquisa é de natureza qualitativa, com caráter exploratório, e é composta por um questionário de sondagem que visa avaliar o conhecimento prévio dos alunos sobre a abordagem das cônicas em ambiente virtual, com ênfase nos conceitos puramente geométricos utilizados na construção dessas curvas. Em seguida, realiza-se a aplicação de um minicurso voltado à revisão das equações das cônicas. Por fim, são desenvolvidas construções das cônicas não degeneradas utilizando o software GeoGebra, com base exclusivamente em definições geométricas e nos elementos da geometria plana euclidiana.

A escolha da pesquisa justifica-se por se adequar melhor aos objetivos deste trabalho. Nesse sentido, a abordagem qualitativa é fundamental para o presente estudo e pode ser caracterizada da seguinte forma:

As pesquisas de cunho qualitativo estudam os sujeitos, grupos e sociedades de maneira contextualizada, tendo como finalidade a interpretação dos significados de ações humanas, valores, crenças, mitos, construídos culturalmente (Silva, 2008, p. 57).

Essa perspectiva é crucial para compreender as percepções e experiências dos participantes sobre o uso do GeoGebra, indo além da mera quantificação de dados.

5. Resultados e Discussões

Para avaliar a eficácia das construções na fixação dos conhecimentos relativos aos aspectos geométricos das cônicas, foi realizado um minicurso com a participação de seis indivíduos, entre eles acadêmicos do último módulo do curso e professores em exercício da docência. Antes da apresentação das construções, aplicou-se um questionário composto por quatro questões abertas. As perguntas investigavam: (i) se os participantes conheciam as cônicas não degeneradas; (ii) se haviam tido contato

com alguma abordagem alternativa da geometria analítica, por meio de metodologias não tradicionais; (iii) se eram capazes de descrever geometricamente as seções cônicas; e (iv) se, durante o estudo de geometria analítica, utilizaram algum software como ferramenta auxiliar.

Ao serem questionados sobre o conhecimento das cônicas não degeneradas e suas respectivas equações, apenas três dos seis participantes foram capazes de nomear as três cônicas principais. No entanto, nenhum deles apresentou qualquer equação associada a essas curvas. Esse dado evidencia que os participantes não recordavam ou não sabiam expressar as seções cônicas por meio de equações, o que é preocupante, considerando que se tratava de acadêmicos em fase final de formação ou de professores já atuantes na docência.

Nos itens 2 e 4, que investigavam a existência de abordagens alternativas no ensino de geometria analítica e o uso de ambientes virtuais de aprendizagem durante esses estudos, a maioria das respostas foi negativa. A única exceção foi o Participante A, que relatou o uso do GeoGebra, embora restrito a aplicações envolvendo superfícies, e não diretamente relacionado às cônicas.

Quando indagados sobre sua capacidade de definir cônicas com base nos conhecimentos prévios, todos os participantes responderam afirmativamente. No entanto, apenas um deles apresentou uma definição correta de alguma das cônicas. As demais respostas revelaram equívocos conceituais significativos. Este resultado acende um alerta, pois demonstra uma compreensão distorcida ou superficial do conteúdo. Um exemplo claro é a resposta do Participante B, que afirmou: “*Sim, parábola, que seria uma curva em formato de V*” — o que revela uma concepção errônea da forma e natureza dessa cônica.

Após a aplicação do questionário de sondagem, foram desenvolvidas e discutidas as construções apresentadas nas subseções 3.1, 3.2 e 3.3 deste artigo, com o objetivo de expor os principais elementos geométricos que fundamentam a construção das cônicas, assegurando o alinhamento com suas definições formais. Finalizada essa etapa, aplicou-se um questionário de avaliação composto por cinco itens, com o intuito de analisar a percepção dos participantes quanto à metodologia empregada no minicurso.

O primeiro item solicitava que os participantes definissem as cônicas com suas próprias palavras. O segundo item investigava os pontos positivos e negativos percebidos na utilização do GeoGebra como ferramenta para a exploração dos

conceitos relacionados às cônicas. Em seguida, o terceiro item questionava quais aspectos das construções mais chamaram a atenção dos participantes. O quarto item buscava avaliar se uma abordagem puramente geométrica das seções cônicas poderia contribuir para uma compreensão mais ampla do conteúdo. Por fim, o quinto item pedia aos participantes que indicassem em que momento da aula o uso de construções geométricas em ambiente virtual se mostraria mais significativo para a aprendizagem das cônicas.

Ao solicitar que os participantes definissem uma das cônicas, observou-se que apenas metade deles conseguiu apresentar uma definição correta. A outra metade demonstrou dificuldades, com erros conceituais nas respostas. Além disso, a própria estrutura textual das respostas preocupa, já que muitos participantes não conseguem expressar, de forma clara e coesa, a ideia que desejam transmitir. Um exemplo disso pode ser encontrado na fala do Participante C, ao tentar definir a parábola: *“A Parábola - é se você pegar qualquer ponto dessa curva, ela está exatamente no meio do caminho entre o foco e a diretriz.”*

Apesar de apontar um aspecto fundamental da definição geométrica, a formulação demonstra dificuldades em articular o raciocínio de maneira adequada ao contexto acadêmico. Quando questionados sobre os aspectos positivos e negativos da abordagem das cônicas com o uso de geometria dinâmica, os participantes destacaram como principal ponto positivo a melhoria na visualização dos elementos geométricos das cônicas. A dinâmica proporcionada pelo software GeoGebra foi apontada como fator que facilita a compreensão das propriedades das curvas. Apenas dois participantes mencionaram, como ponto negativo, a falta de domínio sobre o uso do GeoGebra.

Um consenso entre os participantes foi a valorização do uso de conceitos da geometria plana — como mediatriz, reta perpendicular, triângulo isósceles, entre outros — na construção das cônicas. Todos concordaram que a abordagem puramente geométrica facilitou a compreensão das definições e propriedades das cônicas.

Por fim, ao serem questionados sobre o momento ideal para utilizar a metodologia em sala de aula, houve divergência de opiniões. Parte dos participantes sugeriu o início das aulas sobre cada cônica, argumentando que a visualização geométrica facilitaria a posterior compreensão algébrica. Outros defenderam o uso da metodologia após a apresentação das equações, com o objetivo de estabelecer

conexões entre os aspectos algébricos e geométricos. Em comum entre as respostas, destaca-se a percepção de que a construção das cônicas por meio do GeoGebra, sem o uso inicial das equações, desperta maior atenção dos alunos e permite a exploração de aspectos conceituais que seriam pouco acessíveis em uma abordagem tradicional.

6. Considerações Finais

A análise dos questionários acendeu um alerta em relação à formação de professores de Matemática. Foi possível observar que conceitos básicos, que deveriam ser amplamente dominados por docentes e acadêmicos em fase final da Licenciatura, não fazem parte do arcabouço de conhecimentos desses sujeitos. Atualmente, muito se discute sobre metodologias de ensino, porém, frequentemente se negligenciam fatores estruturais que influenciam diretamente o desempenho acadêmico.

O acesso aos cursos da área de exatas tende a ser mais facilitado em comparação a outras áreas, muitas vezes em razão dos baixos salários oferecidos. Em diversos casos, a escolha pela Licenciatura em Matemática ocorre por conta da sobra de vagas, o que compromete a qualidade do processo formativo. Soma-se a isso o fato de que políticas públicas desestimulam a reprovação, vinculando índices de aprovação ao orçamento escolar, o que agrava ainda mais o quadro.

Este trabalho concentrou-se em um tópico específico da Geometria Analítica, área com amplas aplicações interdisciplinares. No entanto, além do conteúdo abordado, o estudo permite refletir sobre a formação acadêmica em seus diferentes níveis e sobre os desafios enfrentados no ensino da Matemática no contexto atual.

REFERÊNCIAS

- ✚ BARROSO, Luís Roberto; MELLO, Patrícia Perrone Campos. Inteligência artificial: promessas, riscos e regulação. Algo de novo debaixo do sol. **Revista Direito e Práxis**, v. 15, n. 04, p. e84479, 2024.
- ✚ DE MORAIS, Fausto Santos. O uso da inteligência artificial na repercussão geral: desafios teóricos e éticos. **Direito Público**, v. 18, n. 100, 2021.
- ✚ EVANGELISTA COSTA, Dailson; SOARES DOS REIS, Tiago. CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE GEOGEBRA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ANALÍTICA EM UMA TURMA DA 3º SÉRIE DO ENSINO MÉDIO. CONTRIBUTIONS OF THE SOFTWARE GEOGEBRA. <https://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/437/4371974017/4371974017.pdf> Acesso em 28/06/2025, às 16:35.
- ✚ LIMA, João Paulo. Um Ambiente Dinâmico Para o Ensino das Secções Cônicas. **Ciência e Natura**, v. 37, n. 3, p. 192-202, 2015.
- ✚ SILVA, Cinthia Lopes da; VELOZO, Emerson Luís; RODRIGUES JR, José Carlos. Pesquisa qualitativa em Educação Física: possibilidades de construção de conhecimento a partir do referencial cultural. **Educação em revista**, p. 37-60, 2008.
- ✚ WINTERLE, Paulo. **Vetores e geometria analítica**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

ANEXO A – QUESTIONÁRIO DE SONDAAGEM

1. Quais são as cônicas não degeneradas e suas equações?
2. Durante o curso de Licenciatura em Matemática você teve contato a alguma abordagem alternativa dos conceitos de geometria analítica? Se sim descreva.
3. Com base em seus conhecimentos, você é capaz de definir geometricamente alguma das cônicas? Se sim, escreva a definição.
4. Durante seus estudos de Geometria Analítica, você utilizou algum ambiente virtual de aprendizagem para explorar os conceitos? Se sim, qual foi a ferramenta e como foi a experiência?

ANEXO B – QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO

1. Com suas próprias palavras, defina uma das cônicas não degeneradas.
2. *Ao explorar os conceitos de cônicas em ambiente virtual com o GeoGebra, quais aspectos positivos e negativos você identificou?*
3. Qual dos conteúdos abordados no minicurso, utilizando apenas construções geométricas (sem álgebra), mais chamou sua atenção? Por quê?
4. Na sua opinião, a abordagem puramente geométrica das cônicas contribui para uma compreensão mais ampla do conteúdo? Justifique sua resposta.
5. Em que momento da aula, na sua opinião, o uso de construções geométricas em ambiente virtual seria mais significativo para a aprendizagem das cônicas?