



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS SÃO RAIMUNDO NONATO
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

YASMIM PAES LANDIM DE OLIVEIRA

**VERIFICAÇÃO DA AUTENTICIDADE DE UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA
VIVENCIADA NO ÂMBITO DA MODELAGEM MATEMÁTICA**

SÃO RAIMUNDO NONATO

2023

YASMIM PAES LANDIM DE OLIVEIRA

**VERIFICAÇÃO DA AUTENTICIDADE DE UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA
VIVENCIADA NO ÂMBITO DA MODELAGEM MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus São Raimundo Nonato.

Orientador: Prof. Me. Mateus de Souza Galvão.

SÃO RAIMUNDO NONATO

2023

VERIFICAÇÃO DA AUTENTICIDADE DE UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA VIVENCIADA NO ÂMBITO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Yasmim Paes Landim de Oliveira¹

Mateus de Souza Galvão²

RESUMO

Neste artigo, tem como objetivo investigar a autenticidade de uma atividade de Modelagem Matemática proposta em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina “Modelagem Matemática” ofertada no Instituto Federal *Campus* São Raimundo Nonato - PI. O trabalho foi organizado em três etapas, a saber: (1) realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre a história do surgimento da Modelagem Matemática no Brasil, suas definições de acordo com diferentes autores da área, o planejamento de atividades dessa natureza, suas fases/etapas, a formação de professores para lidarem com essa ferramenta de ensino-aprendizagem, bem como um estudo sobre o que é autenticidade e como avaliar o nível de autenticidade no âmbito da Modelagem Matemática; (2) organizou-se uma metodologia pertinente, com base na pesquisa qualitativa, para investigar, por meio de uma situação-problema, vivenciada em sala de aula em conjunto com os alunos e o professor e a aplicação de questionários, o nível de autenticidade da atividade desenvolvida; (3) discutiu-se a experiência vivenciada e avaliou-se o nível de autenticidade da atividade. Com isso, percebeu-se que, de acordo com o *design* proposto por Almeida e Omodei (2022), alcançou-se um nível 2 (intermediário) de autenticidade. No entanto, os discentes poderiam ter alcançado um nível maior, caso tivessem utilizado ferramentas matemáticas, empíricas e tecnológicas (softwares) que tinham a disposição, bem como se tivessem extrapolado a situação-problema para outros contextos fora da sala de aula. Nesse sentido, percebe-se que a investigação, além do interesse e questionamentos oportunizado aos discentes (professores em formação), tem o fito de fomentar, por parte de professores, um melhor planejamento de atividades dessa natureza.

Palavras-chave: situação-problema; autenticidade; modelagem matemática; planejamento.

ABSTRACT

This article aims to investigate the authenticity of a Mathematical Modeling activity proposed in a class of the Mathematics Degree course in the subject “Mathematical Modeling” offered at the Instituto Federal *Campus* São Raimundo Nonato - PI. The work was organized in three stages, namely: (1) a bibliographical research was carried out on the history of the emergence of Mathematical Modeling in Brazil, its definitions according to different authors in the area, the planning of activities of this nature, their phases /stages, the training of teachers to deal with

¹ Discente do curso de Licenciatura em Matemática. Instituto Federal *campus* São Raimundo Nonato. E-mail: yasmimoliveira00@gmail.com

² Docente do curso de Licenciatura em Matemática. Instituto Federal *campus* São Raimundo Nonato. E-mail: mateus.galvao@ifpi.edu.br.

this teaching-learning tool, as well as a study on what authenticity is and how to assess the level of authenticity within the scope of Mathematical Modeling; (2) a relevant methodology was organized, based on qualitative research, to investigate, through a problem situation, experienced in the classroom together with the students and the teacher and the application of questionnaires, the level of authenticity the activity carried out; (3) the experience was discussed and the level of authenticity of the activity was assessed. With this, it was realized that, according to the design proposed by Almeida and Omodei (2022), a level 2 (intermediate) of authenticity was achieved. However, students could have reached a higher level if they had used mathematical, empirical and technological tools (software) that they had at their disposal, as well as if they had extrapolated the problem situation to other contexts outside the classroom. In this sense, it is clear that the investigation, in addition to the interest and questions provided to students (teachers in training), aims to encourage, on the part of teachers, better planning of activities of this nature.

Keywords: problem-situation; authenticity; mathematical modeling; teachers in training; planning.

1 INTRODUÇÃO

A educação é a base para o desenvolvimento humano e social, e proporciona habilidades, conhecimentos e valores que moldam a perspectiva individual quanto a capacidade de contribuir para a sociedade. Ao longo dos anos, a educação tem evoluído para além de simplesmente transmitir informações e se tornou cada vez mais imersa no desenvolvimento de habilidades práticas e analíticas.

Uma abordagem educacional inovadora, a Modelagem Matemática, emergiu no Brasil no final da década de 1970 e tem ganhado destaque no cenário nacional. No contexto do ensino de Matemática, ela pode ser compreendida como uma ferramenta que permite estudar e resolver problemas reais por meio de modelos matemáticos, os quais descrevem relações entre as variáveis envolvidas. Almeida; Silva; Vertuan, (2012, p.9) apresentam que

A Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático. As aplicações da Matemática visualizadas por atividades de modelagem requerem um comportamento ativo de professores e alunos na própria definição de problemas. Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.9)

Essa metodologia de ensino-aprendizagem favorece a construção do conhecimento matemático, bem como o desenvolvimento de habilidades e competências para compreender e intervir na realidade. Assim, o aluno pode perceber a importância e a aplicabilidade da Matemática em diferentes contextos, o que potencializará sua compreensão do mundo que o cerca.

A Modelagem Matemática propicia contribuições importantes para o ensino, como pode-se destacar: o estímulo ao pensamento crítico e criativo, construção do conhecimento, inclusão, motivação e participação dos alunos nas aulas. Nesse sentido, torna-se importante que os professores e futuros professores de Matemática conheçam diferentes aspectos dessa metodologia de ensino para que possam incorporar na sua prática. Dentro desse contexto, Sousa e Almeida (2021, p. 03) salientam que

Em termos gerais, a formação de professores em Modelagem Matemática, para além de capacitar os professores para a inclusão de atividades de modelagem na sala de aula, deve lhes possibilitar segurança no uso dessas atividades e a audácia para quebrar paradigmas vigentes nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, seja pela força da estrutura escolar, que muitas vezes subtrai a autonomia docente, seja por motivos pessoais de formação, (...). É neste contexto, que o conhecimento do professor entra em cena, sendo necessário que a formação em modelagem matemática contemple, para além de conhecimentos teóricos, conhecimentos associados ao fazer modelagem matemática, bem como ao uso da modelagem matemática para o ensino.

Na perspectiva dos conhecimentos relacionados ao fazer³ modelagem matemática, insere-se esta pesquisa. Na qual, para além da análise da vivência de uma atividade prática de modelagem, avaliou-se outro aspecto importante: a autenticidade da atividade prática vivenciada. Portanto, o objetivo geral do trabalho é investigar a autenticidade de uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida em uma turma da disciplina “Modelagem Matemática” do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Piauí campus São Raimundo Nonato.

Como objetivos específicos, estudou-se os critérios para que um trabalho em Modelagem Matemática seja considerado autêntico, desenvolveu-se uma atividade prática de Modelagem Matemática para ser aplicada em uma turma de Licenciatura em Matemática e verificou-se o grau de autenticidade da atividade prática desenvolvida. A autenticidade é um conceito que se refere ao grau de adequação entre o modelo matemático e a situação real que ele representa. Para analisar a autenticidade da atividade proposta, utilizou-se o modelo de Almeida e Omodei (2022), que apresenta seis atributos com critérios interpretativos de análise.

Na seção “Modelagem matemática na educação matemática” aborda-se o surgimento da Modelagem Matemática no Brasil, a definição, o planejamento de atividades, as fases da Modelagem Matemática e a formação de professores nessa perspectiva. A terceira seção, “Autenticidade em modelagem matemática” descreve, além de outros aspectos relativos à

³ Essa seria a dimensão da tarefa, conceituada por Blum (2015). No entanto, diferentemente da conceituação supracitada em que os professores em formação identificam e formulam um problema, na vivência da atividade de Modelagem Matemática deste trabalho, os discentes receberão uma situação-problema já formulada, conforme o que se entende por atividade de segundo momento proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2021).

autenticidade, o *desing* proposto por de Almeida e Omodei (2022). Espera-se que este trabalho possa contribuir para o avanço do conhecimento sobre a Modelagem Matemática e sua autenticidade, além de promover melhoria das práticas pedagógicas nessa área. Na seção “Resultados” estão presentes a análise e a discussão dos modelos apresentados por cada grupo, assim como a análise dos questionários e a verificação da autenticidade da atividade desenvolvida.

2 MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática, enquanto abordagem pedagógica dinâmica e relevante, foi ganhando espaço na Educação Matemática do Brasil de forma gradual, mas com grande impacto. Mesmo que a ideia de usar princípios matemáticos para entender e resolver problemas do cotidiano seja algo natural à própria disciplina, a sua oficialização e divulgação no ensino brasileiro aconteceram mais recentemente. Esses avanços estão ligados a momentos históricos importantes e ao trabalho de educadores que se destacaram a partir do final da década de 1970.

2.1 Um pouco da história do seu surgimento no Brasil

No Brasil, o início da história da Modelagem Matemática na Educação Matemática está relacionado ao final da década de 1970 (Almeida, 2023). Provavelmente, a partir da realização, em agosto de 1976, do III Congresso Internacional de Educação Matemática intitulado “Education in Mathematics and Science today: the spread of false dichotomies”⁴, realizado em Karlsruhe na Alemanha Federal e que, entre os variados temas tratados por mais de dois mil educadores de diversos países, abordava a Modelagem Matemática (Burak, 2016).

Um dos participantes do congresso supracitado foi Ubiratan D’Ambrósio, o qual publicou o trabalho intitulado “Metas y objetivos generales de la educación matemática”⁵ e salienta que foi “levado a destacar, (...) os aspectos sócio-culturais como fundamentais para se responder a questão então e ainda essencial ‘Por que ensinar Matemática?’” (D’Ambrósio, 1991, p. 70). Nesse mesmo congresso foram lançadas as bases do Programa Etnomatemática⁶ (Viana, 2012). Conforme D’Ambrósio, (1991, p. 73)

A modelagem pode ser uma metodologia de ensino muito útil e se enquadra no Programa Etnomatemática, que inclui a crítica, também de natureza histórica, sobre representações, que deve sempre estar subjacente ao processo de modelagem.

⁴ A educação em matemática e ciências hoje: a propagação de falsas dicotomias.

⁵ Metas e objetivos gerais da educação matemática.

⁶ Para saber mais sobre o Programa Etnomatemática, consultar D’Ambrósio (2022).

Entre os anos de 1972 e 1980, Ubiratan D’Ambrósio foi diretor do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação (IMECC) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e, de acordo com Viana (2012, p. 134)

Fez do IMECC uma instituição forte em pesquisa em Matemática Pura e Aplicada, reforçando as áreas tradicionais e também facilitando a abertura de novos espaços acadêmicos, estimulando grupos que já começavam a mostrar distinção. Floresceram a Lógica Matemática, a Biomatemática, a Modelagem Matemática, a Linguística Computacional, a Inteligência Artificial, entre outros (grifo nosso).

No início desse surgimento da Modelagem Matemática na Educação Matemática, “profissionais por vezes já agregados em torno de temáticas associadas ao que se convencionou chamar ‘Matemática Aplicada’ já estivessem familiarizados com esta perspectiva de fazer matemática” (Almeida, 2023, p. 09). Essa introdução da Modelagem Matemática na Educação brasileira deve-se a um grupo de professores, em especial, além de Ubiratan D’Ambrósio, a Rodney Carlos Bassanezi, ambos do IMECC, os quais foram responsáveis por difundir essa alternativa para o ensino de matemática por meio de livros, cursos de especialização, artigos, palestras e orientações de conclusão de mestrado e doutorado (Burak, 2016). Nas palavras do próprio Bassanezi (2021, p. 07)

A modelagem Matemática, como processo de ensino-aprendizagem, surgiu entre nós mais por necessidade do que por acaso. Começou quando, num curso de especialização para professores de Matemática, foi trocado o enfoque de ensino clássico por atividades relacionadas a situações e problemas locais com características sociais, econômicas, ambientais etc. O conteúdo de Matemática era desenvolvido de acordo com a necessidade para resolver os problemas formulados que eram relacionados com o tema escolhido. Percebemos, então, que os problemas criados pelos alunos eram muito mais motivadores da aprendizagem que aqueles vindos de outras situações, apesar de terem conteúdos análogos aos seus. A criação de problemas novos era muitas vezes mais interessante e atraente que sua própria resolução.

A década de 1980 possui alguns marcos importantes para a Modelagem Matemática, como o início da difusão, em 1983, dessa alternativa para o ensino de Matemática por meio de cursos de especialização para professores de matemática na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava (FAFIG⁷). Outro marco foi a dissertação de mestrado defendida por Dionísio Burak, em 1987, então aluno da Pós Graduação *stricto sensu* da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Campus Rio Claro, que tratava a Modelagem Matemática como uma alternativa voltada para o Ensino Fundamental e Médio (Burak, 2016).

Com isso, percebe-se que o início da Modelagem Matemática na Educação Matemática do Brasil dependeu da participação de professores e alunos de diferentes níveis de escolaridade que passaram a ser os personagens principais dessa história (Almeida, 2023). Após a

⁷ Atualmente é conhecida como Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO).

apresentação de alguns aspectos históricos, a próxima subseção aborda algumas definições para a Modelagem Matemática na visão de variados autores da área.

2.2 O que é Modelagem Matemática?

Modelagem Matemática é o processo no qual o aluno relaciona situações da realidade e transforma em problemas matemáticos, por meio de modelos matemáticos, de modo que reflitam e tomem decisões. A Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino-aprendizagem que contribui para a construção do conhecimento. Desta forma, o aluno é capaz de compreender a importância da Matemática em situações reais.

A representação da realidade, a prática e a análise dos fatos observados são meios de compreender as principais ideias da Modelagem Matemática. D'Ambrósio (2002) ressalta que “A Modelagem Matemática é Matemática por excelência”, ao utilizá-la é possível explorar situações apresentadas na realidade, desenvolver representações do mundo real com um foco nas situações-problema que serão exploradas em busca de soluções.

A Modelagem Matemática pode ser utilizada como um método científico, bem como uma estratégia de ensino-aprendizagem. No que concerne a sua utilização educacional, Bassanezzi (2002), apresenta alguns dos principais argumentos para inclusão da Modelagem Matemática na Educação Matemática, como por exemplo, o “argumento formativo”, segundo o qual, “ênfatisa aplicações matemáticas e resoluções de problemas como processos para desenvolver *capacidade* em geral e *atitudes* dos estudantes, tornando-os exploratórios, criativos e habilidosos na resolução de problemas” (p. 36-37).

Na mesma obra, Bassanezi (2002) também apresenta obstáculos ao uso da Modelagem Matemática, como por exemplo o “obstáculos para os estudantes”, que faz referência aos discentes que vivenciam as fases da modelagem, como as aulas diferem das rotinas tradicionais de ensino, estes acostumados ao professor ser protagonista, como o centro da aula, quando colocados a serem os responsáveis pela dinâmica e pelos resultados do processo, os alunos tendem a se sentir perdidos e as aulas a andar em ritmo mais lento.

Entretanto, é relevante ressaltar que a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino que estimula os alunos a compreenderem o mundo ao seu redor e a descobrirem maneiras de intervir e transformá-lo. Bassanezi (2002, p.24) caracteriza a Modelagem Matemática como:

Um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Na Modelagem Matemática, os alunos são incentivados a pesquisar sobre situações da sua realidade, fazer questionamentos e buscar soluções, esta forma pode ser o caminho para os alunos despertarem o interesse pela Matemática. Para Barbosa, (2001a, p.6), a “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”.

Segundo Biembengut (2010), a Modelagem Matemática é uma arte pois envolve a formulação, resolução e elaboração de expressões que são aplicáveis não apenas para uma solução específica, mas também como base para outras teorias e aplicações. Além disso, a Modelagem Matemática e a realidade são consideradas conjuntos distintos, e a modelagem serve como um meio de facilitar a interação entre eles.

De acordo com os autores Almeida e Vertuan, (2014, p. 02)

A modelagem matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático neste caso, é o que dá a forma à solução problema e a Modelagem Matemática é a atividade de busca por esta solução.

Os mesmos consideram que um modelo matemático tem a finalidade de explicar, representar e fazer previsões para as situações, tornando-as compreensíveis por meio do uso da matemática.

Sob a perspectiva de Burak, (2010a), compreende-se a Modelagem Matemática como “alternativa metodológica para o ensino de Matemática”. Assim, enfatiza-se que esta metodologia promove um ensino mais dinâmico, significativo e eficiente para a construção do conhecimento do aluno, dessa forma rompe com a tradicional forma de ensino da matemática.

Portanto, a Modelagem Matemática é um método que visa estabelecer uma relação entre uma situação real e uma situação matemática. Como já foi mencionado anteriormente, diferentes autores expressaram suas definições sobre a Modelagem Matemática, na próxima subseção abordou-se, brevemente, como realizar o planejamento de atividades relacionadas à Modelagem Matemática.

2.3 Planejamento de atividades de Modelagem Matemática

O planejamento é considerado pelos professores como algo imprescindível e pode auxiliar no enfrentamento de obstáculos e dificuldades. Silva e Oliveira, (2012, p.1075) destacam:

A estrutura de um planejamento depende do ambiente de aprendizagem que o professor pretende implementar na prática pedagógica. Alguns ambientes de aprendizagem demandam do professor a inclusão de outros procedimentos e finalidades pedagógicas. No caso da modelagem matemática, sua implementação solicita do professor a construção de atividades focadas em problemas com referência na realidade - dependendo da organização curricular estabelecida pelo professor -, o planejamento da implementação na aula e das estratégias para a condução dessas atividades.

No planejamento das atividades de Modelagem Matemática, o professor é capaz de identificar a necessidade de criar situações desafiadoras e enriquecedoras para incentivar os discentes a participarem do processo e se dedicar à investigação. No que diz respeito à característica dessas atividades, Barbosa (2004, p. 4) enfatiza que elas possuem dois aspectos fundamentais.

O primeiro é que elas devem se constituir como problemas para os alunos, ou seja, eles não devem possuir esquemas prévios para abordá-las, mas terão que demandar um certo esforço intelectual. O segundo refere-se ao fato de que as atividades devem se sustentar no mundo-vida das pessoas, envolvendo dados empíricos reais.

Segundo Mendonça e Lopes (2015), o planejamento de atividades sob a perspectiva de modelagem matemática requer uma visão abrangente que inclui aspectos conceituais, metodológicos e pedagógicos. Isso é necessário para atender aos objetivos da escola e às expectativas da família, da sociedade e dos alunos. Além disso, é importante considerar fatores específicos dessa abordagem, como a perspectiva de modelagem adotada, as características do contexto, a disponibilidade de material e de tempo, e a relação entre o professor e os alunos. Esses elementos são cruciais para o desenvolvimento eficaz de atividades de modelagem matemática.

Já os autores Pollak e Garfunkel (2013) ressaltam a importância dos docentes utilizarem a Modelagem Matemática na sala de aula, sendo necessário que eles tenham vivências no campo da modelagem. Isso implica que eles próprios, como professores, tenham experiências na formulação de problemas, ao invés de apenas resolvê-los, e ensinem matemática com base nas demandas que surgem das situações-problema.

Segundo Pinto et al. (2020, p. 37) “é possível compreender o planejamento das atividades de modelagem como um processo reflexivo, no qual se põe em prática e acompanha o desenvolvimento da atividade proposta”. Com base nessa perspectiva, é necessário observar a importância do planejamento de uma atividade de Modelagem Matemática, é relevante considerar que na vivência de atividades dessa natureza há um percurso natural desde a situação problematizada inicialmente, seja essa situação escolhida pelos alunos ou sugerida pelo

professor, até a apresentação do modelo matemático validado. Esse percurso é denominado de fases ou etapas por alguns autores e foram abordadas na próxima subseção.

2.4 Fases da Modelagem Matemática

Almeida e Vertuan (2014) caracterizam as fases da Modelagem Matemática como “conjunto de procedimentos necessários para a configuração, estruturação e resolução de uma situação problema”. Os autores Biembengut (2010), Bassanezi, (2016), Burak, (2010b) organizam esses procedimentos em etapas, por outro lado, Almeida e Vertuan, (2014) organizaram em fases.

De acordo com Biembengut (2010), a Modelagem Matemática é dividida em três etapas: Interação com o assunto, Matematização e Modelo Matemático. (1ª- Interação com o assunto): A etapa preliminar que consiste no reconhecimento da situação problema e na familiarização com o assunto a ser estudado; (2ª- Matematização): nesta etapa ocorre a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática, neste ponto acontece a formulação do problema utilizando hipóteses, de modo que permitam a dedução de uma solução. Em seguida a (3ª- Modelo Matemático): refere-se, a validação do modelo obtido e verificação do grau de confiabilidade na sua utilização.

Por outro lado, Bassanezi, (2016) afirma que para atividades de modelagem matemática de uma situação real precisa-se passar pelas seguintes etapas: (1ª- Experimentação): consiste em uma atividade laboratorial, voltada na obtenção de coleta de dados; (2ª- Abstração): direciona -se a formulação dos modelos matemáticos buscando organizar em: seleção de dados, problematização, formulação de hipóteses e a simplificação. Posteriormente, após a construção do modelo utiliza-se a (3ª- Resolução): que trata- se da obtenção de equações e por fim, a (4ª- Validação): refere-se ao processo de aceitação ou não do modelo proposto.

Segundo Burak, (2010b), a utilização da Modelagem Matemática é organizada em cinco etapas: (1ª - escolha do tema): pode ser dada por meio de uma situação-problema; (2ª- pesquisa exploratória): refere-se a coleta de dados, tem objetivo de conhecer o objeto de estudo; (3ª- levantamento de problemas): esta fase concerne na criação de hipótese, tradução e organização dos dados; (4ª- resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema): é a fase que se oportuniza a construção de modelos matemáticos, é um momento no qual o estudante utiliza de todas as ferramentas matemáticas disponíveis; (5ª- análise crítica da(s) solução(es)): é o momento validação dos modelos, ou seja, de conversa, e debates acerca dos resultados alcançados.

De acordo com Almeida e Vertuan (2014) às atividades de modelagem matemática podem ser caracterizadas em cinco fases: (1ª- Inteiração): possui o intuito de formular o problema e buscar informações, tem objetivo de coletar dados quantitativos e qualitativos. (2ª- Matematização): esta fase apresenta uma transição da linguagem natural para a linguagem matemática, utilizando símbolos para as descrições matemáticas, seleção de variáveis e simplificações.

A (3ª- Resolução): consiste na construção de um modelo matemático com objetivo de descrever a situação responder sobre o que está sendo investigado. (4ª- Interpretação de resultados): é o momento da análise de uma resposta para o problema como um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade. (5ª- Validação): é a fases que há uma representação matemática associada ao problema, e tem como proposito o desenvolvimento do aluno e a capacidade de construção de modelos em vários contextos.

Além das fases supracitadas, Almeida, Silva e Vertuan (2021, p. 26) conjecturam três momentos da aplicação da Modelagem Matemática no ambiente escolar, a saber

Em um primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema, juntamente com os dados e as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são acompanhadas pelo professor, de modo que ações como definição de variáveis de hipóteses, a simplificação, a transição para a linguagem matemática, são em certa medida, orientadas e avalizadas pelo professor. Posteriormente, em um segundo momento, uma situação-problema é sugerida pelo professor aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação e realizam a definição de variáveis e a formulação das hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso pra a análise da situação. O que muda, essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência do estudante no que se refere à definição de procedimentos extramatemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação. Finalmente, no terceiro momento, os alunos, distribuídos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação-problema, a coleta e análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar.

Neste contexto, considerando estes momentos é necessário que o docente esteja devidamente qualificado para sugerir uma atividade de Modelagem, é fundamental que se organize e adquira conhecimento para introduzir as atividades, assim o professor assume a condição de orientador e saberá indicar caminhos e orientar os alunos. Por conseguinte, a próxima subseção irá tratar do processo de formação de professores no âmbito da modelagem matemática.

2.5 Modelagem Matemática na formação de professores de Matemática

No trabalho de Meyer, Caldeiras e Malheiros (2011), os autores abordam a questão da formação de professores de matemática. Eles analisam cursos de iniciação à docência que estão associados às práticas educacionais tradicionais, um modelo que separa a matemática da pedagogia. Nesse sentido, os autores propõem uma reformulação dos cursos de licenciatura, de modo que, ao invés de formar um professor que pense na prática educacional tendo como base objetos relacionados a ela, seja necessário considerar a constituição dos objetos a partir dessa prática.

De acordo com Oliveira (2010), a autora formula cinco argumentos citados por Barbosa (2003b) e Bassanezi (2002) que sustentam a importância da modelagem no ambiente educacional. 1º) destaca-se o argumento formativo, que se refere ao desenvolvimento de habilidades gerais de resolução de problemas pelos estudantes; 2º) argumento da compreensão do papel sociocultural da matemática, que está relacionado com a análise do papel da matemática nas práticas sociais dos estudantes, permitindo-lhes perceber como a matemática é utilizada na sociedade.

3º) a razão da conveniência, que se refere à preparação dos estudantes para aplicar a matemática em diferentes áreas e circunstâncias; 4º) o argumento da motivação, que se trata do estímulo que os estudantes recebem para se dedicarem aos estudos de matemática de forma a poderem aplicar os conhecimentos em seu dia a dia e 5º) argumento da aprendizagem, referente à capacidade dos estudantes de compreender facilmente as ideias e os conceitos matemáticos.

Os autores Mendonça e Lopes, (2015) relatam a dificuldade que os professores têm em problematizar situações reais, ademais, Meyer, Caldeira e Malheiros, (2011) abordam os obstáculos que estes professores em formação enfrentam tais como: preocupação em cumprir os conteúdos, gastos com o excesso de tempo com atividades de Modelagem Matemática, insegurança diante do novo, reação dos alunos, falta de experiência.

Na concepção de Barbosa (2001b) os professores podem ter dificuldades em incorporar a Modelagem Matemática em suas práticas de ensino devido à falta de conhecimento prático sobre como integrá-la ao currículo, estratégias didáticas, envolvimento dos alunos, entre outros aspectos. E que Modelagem Matemática é vista como algo “fora” do contexto escolar tradicional, o que pode gerar insegurança nos professores para implementá-la em suas aulas. Deste modo ele considera que “A tarefa da formação é, portanto, oferecer aos professores a possibilidade de se moverem para essa proposta” (Barbosa 2001b, p.8).

Deste modo, é preciso considerar a formação dos professores, pois é crucial que os futuros docentes estejam preparados para lidar com questões de Modelagem Matemática. É fundamental que ocorram transformações na dinâmica das aulas nos cursos de licenciatura, de

maneira que se deixe de lado a passividade das explicações em sala, uma abordagem mais integrativa e criativa.

Como visto ao longo de toda a seção, abordou-se a História da Modelagem Matemática no Brasil, algumas de suas definições, as fases de acordo com vários autores, o planejamento de atividades e a formação de professores de matemática. No próximo capítulo, discutiu-se a autenticidade de atividades de Modelagem Matemática.

3 AUTENTICIDADE EM MODELAGEM MATEMÁTICA

De acordo com o dicionário digital Aulete (2008) “Autenticidade é o termo utilizado para descrever a qualidade ou caráter do que é genuíno, não falso, forjado, nem adulterado”. No estudo de Vos, (2015, p.108), apresenta-se uma conceituação de autenticidade como uma construção social. Ao abordar um aspecto da matemática na educação, o autor explica que sua definição é abrangente e, para ser considerada autêntica, a situação precisa estar inserida na prática, além disso, a origem dessa situação pode ser matemática, desde que ocorra fora do ambiente escolar e esteja certificada por partes interessadas.

No trabalho de Galbraith (2007, p. 183 apud Palm, 2007) ressalta a importância de experiências e aprendizagens fora do ambiente acadêmico para obter uma visão abrangente da matemática. Além disso, Palm enfatiza a relevância de incluir situações cotidianas nas atividades de modelagem. A autora define autenticidade na Modelagem Matemática como:

Uma tarefa autêntica é então aquela em que a situação descrita na tarefa (um evento da vida real que ocorreu ou pode ocorrer) é descrita com veracidade, e as condições sob as quais a resolução da tarefa ocorre na situação real são simuladas com alguma fidelidade razoável no ambiente escolar (PALM, 2007, p.183 tradução nossa).

A autenticidade na Modelagem Matemática desempenha um papel fundamental em assegurar que o ensino da Matemática seja pertinente e possa ser aplicado no mundo real, de modo que os estudantes percebam a Matemática como uma ferramenta para solucionar problemas da vida real, ao invés de enxergar apenas a Matemática de forma tradicional.

Na mesma obra, (Bonotto apud Galbraith, 2007), o autor descreve os modelos matemáticos autênticos como aqueles que estabelecem uma conexão entre a matemática e o mundo real. Ao implementar esses modelos na sala de aula, os discentes são instigados a analisar fatos matemáticos ligados a aspectos culturais, como por exemplo, cálculos de compras de supermercados, rótulos de garrafas, guias semanais de TV.

A partir dessa perspectiva de autenticidade na Modelagem Matemática, é importante destacar a contribuição de Almeida e Omodei (2022). Na próxima subseção, será discutido

como essas autoras propõem uma abordagem inovadora de um design que pode avaliar a autenticidade de atividades de Modelagem Matemática.

3.1. O *design* proposto por Almeida e Omodei (2022)

O *design* desenvolvido por Almeida e Omodei (2022) confere em um modelo inovador, em relação aos que a literatura já conhece, pois havia apenas *design* com análise qualitativas e elas propuseram trazer uma maneira mais eficaz de inferir sobre a autenticidade, com uma análise qualitativa e quantitativa. Ademais, destaca-se que a inserção de atividades autênticas de modelagem deve se basear em uma realidade além da escola, ao mesmo tempo em que atende às necessidades de uma realidade dentro do ambiente escolar.

Almeida e Omodei (2022) construíram seis atributos para a verificação da autenticidade de uma atividade de Modelagem Matemática. Para cada atributo elaborado levou-se em particularidades das atividades de modelagem que, quando agregadas simultaneamente à prática de modelagem na sala de aula, proporcionam um design autêntico para estas. Os seis atributos são os seguintes:

1) *A matemática usada na atividade de modelagem matemática emerge das necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.* Este atributo ressalta que a matemática utilizada não pode ser determinada de antemão, mas sim, surgir da situação-problema sob análise.

2) *Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário:* O aluno, no segundo atributo, irá exercitar seu pensamento matemático, seja por meio da Geometria, Álgebra, Aritmética, etc., interpretar a situação e selecionar recursos, computacionais ou experimentais, por exemplo, para ajudar em suas escolhas estratégicas com o objetivo de alcançar os resultados desejados.

3) *As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade:* Neste aspecto, quanto menos desconsiderarem variáveis importantes que ajudem a modelar o fenômeno sob análise, estará mais próxima da realidade. Para garantir a autenticidade da atividade, é necessário minimizar as simplificações, ressaltando assim a importância de preservar suas características.

4) *No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.* Nesse atributo, é essencial que as escolhas pedagógicas, como por exemplo o planejamento de aulas e os conteúdos pré-determinados, não prevaleçam sobre a situação-problema abordada.

5) *Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.* Neste atributo, as autoras procuram ressaltar a importância da independência e autonomia do aluno em tomar suas decisões em todas as fases de vivência da Modelagem Matemática, de modo que o professor seja apenas um mediador.

6) *Os resultados obtidos pela modelagem matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.* As discussões acerca do sexto atributo refere-se aos resultados alcançados nas atividades de Modelagem Matemática que devem se estender para além do ambiente escolar.

Para avaliar o nível de autenticidade de uma atividade de Modelagem Matemática, as autoras utilizam esses seis atributos para conferir um maior ou menor grau, elas definem três níveis: valor 0 (baixo), quando a atividade não atende ao atributo; valor 1 (intermediário), quando atende parcialmente ao atributo; valor 2 (máximo) quando a atividade atende integralmente ao atributo de autenticidade. Após a avaliação dos seis atributos, soma-se os valores e de acordo com o resultado, a autenticidade é classificada em três níveis de autenticidade, como mostra o quadro a seguir:

Quadro 1 - intervalos para os níveis de autenticidade de acordo com a soma dos valores dos correspondentes aos seis atributos.

Nível de autenticidade	1	2	3
Soma dos valores dos atributos	0 a 3	4 a 8	9 a 12

Fonte: elaborado pelos autores, (2023)

Almeida e Omodei (2022) consideram que, ao identificar esses atributos específicos e seus diferentes níveis em atividades de modelagem realizadas em sala de aula, proporciona-se a essas atividades um grau de autenticidade. Isso possibilita que o *design* ofereça suporte a professores e pesquisadores na elaboração de aulas com atividades autênticas de Modelagem Matemática. Desse modo, existe a possibilidade de incluir problemas autênticos e resolvê-los de maneira criativa e relevante para cada nível de ensino.

4 METODOLOGIA

A pesquisa em questão apresenta uma abordagem qualitativa, remete ao contato direto entre os sujeitos e o pesquisador, associado a experiências e vivências dentro da sua realidade. De acordo com Soares (2019, p.2) a “pesquisa qualitativa se expressa mais pelo desenvolvimento de conceitos a partir de fatos, ideias ou opiniões, e do entendimento indutivo e interpretativo que se atribui aos dados descobertos, associados ao problema de pesquisa”.

Este trabalho foi desenvolvido em uma turma com 15 discentes do sexto módulo do Curso de Licenciatura em Matemática da disciplina “Modelagem Matemática” do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí *campus* São Raimundo Nonato. Os discentes já haviam vivenciado duas atividades de Modelagem Matemática: “Quantos peixes há no lago” e “Álcool ou gasolina?”, classificadas, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2021) como atividades de primeiro momento.

Para alcançar o objetivo geral da pesquisa, realizou-se as seguintes etapas:

- Inicialmente, sugeriu-se para a turma a seguinte situação-problema: “por que o café esfria tão rápido?”⁸;
- Posteriormente, os alunos organizados em cinco grupos com três componentes⁹, em sala de aula, vivenciaram a atividade de Modelagem Matemática proposta. A duração da atividade foi de 6 horas em sala, o que equivale a 6 aulas.
- Após a vivência, aplicou-se um questionário para que os discentes expressassem suas opiniões sobre a atividade desenvolvida.

Os resultados relativos às fases supracitadas, em suma, o desenvolvimento da pesquisa, os instrumentos utilizados, a coleta, a análise e a interpretação dos dados a partir da atividade de campo desenvolvida, foram descritos na próxima seção. Para analisar e debater os resultados, os alunos foram identificados como A1, A2, ..., A15 e os grupos de discentes foram categorizados como A, B, C, D e E para facilitar a apresentação do desenvolvimento da metodologia.

5 RESULTADOS

Após a situação-problema ser apresentada para os discentes, o professor estimulou os alunos a refletirem sobre a problemática e expressarem suas opiniões. Ademais, explicou aos alunos que as palavras “esfria” e “rápido”, são associadas, respectivamente, à diminuição da temperatura e à passagem do tempo. O professor também explicou que o modelo a ser desenvolvido pelos discentes poderia ser aplicado em diferentes contextos, para diferentes líquidos que não somente o café. De acordo com Almeida e Vertuan (2014, p.14) “o professor mediador implica em indicar caminhos, fazer perguntas e sugerir procedimentos”.

⁸ A escolha do problema surgiu a partir da leitura dos livros de Zill e Cullen (2000, p.22) e Fernandez (2016, p. 47), os quais discutem o conceito de resfriamento de uma xícara de café.

⁹ Considera-se que, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2023), a atividade realizada pelos alunos configura-se como de segundo momento.

Houve várias indagações por parte dos estudantes sobre as variáveis que influenciaram no resfriamento do café, como por exemplo: a temperatura ambiente, o material do recipiente, as dimensões do recipiente, a temperatura inicial do café, o tempo destinado a colocar o café na xícara, a quantidade de açúcar e o tempo. Assim, os alunos destinaram este momento inicial da atividade para a familiarização com o problema, como considera as fases de Almeida e Vertuan (2014).

Em seguida, os alunos decidiram fazer um experimento fora do horário das aulas regulares. Eles combinaram entre si que os grupos deveriam fazer experiências com a utilização de alguns recipientes com materiais diferentes, como por exemplo: vidro, plástico e porcelana. Para cada experimento, os alunos utilizaram: um termômetro, cronômetro, uma xícara e 100ml de café. O experimento consistiu em medir a temperatura ambiente inicialmente e, logo após, colocar o café na xícara e fazer a medição da temperatura do café, com intervalos de 2 minutos entre cada medição.

Com relação à parte experimental, o professor apresentou, no quadro branco, um quadro (quadro 2) com dados experimentais para que os alunos utilizassem como dados adicionais para investigar, no final, se os modelos por eles elaborados iriam satisfazer aquela observação, isto é, para a validação dos modelos. O professor também definiu que todos os grupos deveriam apresentar os seus modelos para compartilharem suas ideias entre si e para que houvesse uma avaliação mútua, por parte dos grupos, de cada modelo proposto.

Quadro 2 - Dados experimentais apresentados pelo professor

Tempo (min)	0	2	4	6	8	10	12	14
Temperatura (°C)	85,7	73,4	66,3	62	58,7	56,1	53,3	51,4
Tempo (min)	16	18	20	22	24	26	28	30
Temperatura (°C)	49,5	47,9	45,5	45	43,8	42,6	41,6	40,9
Tempo (min)	32	34	36	38	40	42	44	-
Temperatura (°C)	40	39,3	38,7	38,1	37,4	36,8	36,3	-

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023)¹⁰

Como os discentes estavam cursando o VI módulo do curso de Licenciatura em Matemática, possuíam conhecimentos relativos ao Cálculo Diferencial Integral além dos pertinentes a várias outras disciplinas já cursadas. Desse modo, o professor definiu, em conjunto com os discentes, que haveria três encontros com 2h de duração cada para a construção e apresentação dos modelos. Nos parágrafos a seguir foram apresentadas algumas discussões

¹⁰ Os dados apresentados pelo professor, foram obtidos a partir de um experimento realizado pelos autores.

pertinentes que ocorreram na tentativa de encontrar um modelo matemático para a solucionar, por parte dos grupos em questão, a situação-problema proposta.

5.1 Grupo A

Na apresentação do grupo, expressou-se que a fórmula matemática para realizar seus cálculos foi baseada em pesquisas realizadas na *internet* por meio de artigos. O grupo apresentou a seguinte fórmula com o intuito de explicar o resfriamento do café com a passar do tempo:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T_{final} - T_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}} \quad (1)$$

Na qual T é temperatura e t é tempo.

A equipe realizou três experimentos com a temperatura ambiente de 35°, 30° e 35°, com temperatura inicial do café de 41,8°, 43,8° e 41,5° visto que, o termômetro apresentava limite máximo de temperatura de 42°. Utilizou-se três tipos diferentes de materiais para a xícara, para cada um dos experimentos, a saber: a porcelana, o vidro e o plástico, respectivamente. Durante a apresentação, os estudantes aplicaram os valores referentes a cada material na equação e obtiveram os seguintes coeficientes, nesta ordem: -0,025°C/min, -0,375°C/min e -0,270°C/min.

O grupo concluiu que o material não influencia no resfriamento do líquido, haja vista uma pequena diferença entre os três coeficientes. Além disso, observou-se que o café esfria devido à variação de temperatura dividida pelo intervalo de tempo, e a partir da comparação feita no experimento desenvolvido, constatou-se que a fórmula encontrada é válida para outros líquidos.

Ao final da apresentação, o professor instigou a participação dos outros discentes para que pudessem avaliar se as informações apresentadas eram condizentes com a realidade e se o modelo proposto explicava o fenômeno sob análise. Como não houve discordância, por parte dos alunos, das informações apresentadas, o professor comentou que na verdade os dados por eles levantados, a partir do experimento, mostram que o material influencia no resfriamento do café, uma vez que os três coeficientes por eles apresentados não têm uma pequena diferença dentro do contexto de análise e sim uma diferença substancial. Ademais, comentou que a fórmula (1) poderia, se feitas outras conexões, levar a modelos matemáticos mais completos que conseguissem explicar melhor o fenômeno.

5.2 Grupo B

O grupo optou por não realizar o experimento e utilizaram o quadro 2 sugerido pelo professor. Na tentativa de encontrar um modelo matemático da situação proposta, os estudantes formularam a seguinte expressão matemática:

$$f(t) = t - c \cdot 11,7^\circ - 11\% \cdot t \quad (2)$$

Em que t representa a temperatura inicial do café, c corresponde a uma variação de tempo e os 11% equivalem à média das temperaturas apresentadas no quadro 2. Os membros da equipe aplicaram esta equação em dois casos, com variações de tempo de 0 a 2 minutos e de 0 a 32 minutos. Constatou-se que (2) apresenta uma maior eficácia nos primeiros minutos, ou seja, os erros são menores durante essa fase inicial do experimento, nos tempos finais a fórmula não satisfaz, além disso, a equação encontrada não é válida para dados que não sejam provenientes do quadro 2.

Após o término da apresentação, o professor novamente instigou a participação dos demais discentes para que pudessem, por meio do senso crítico, encontrar as limitações do modelo proposto pelo grupo em questão. O professor reforçou a ideia de que o modelo apresentado não é generalista e que somente “funciona” no contexto dos dados apresentados no quadro 2. Reforçou, também, que o propósito da criação dos modelos matemáticos, nesse caso, era formular uma ideia mais genérica que pudesse explicar o resfriamento do café em diferentes contextos, como por exemplo, para diferentes materiais da xícara e para diferentes temperaturas ambientes.

5.3 Grupo C

A equipe encontrou dificuldades na hora de fazer o experimento, então decidiram utilizar os dados que o professor forneceu no quadro 2. No seu estudo, foram consideradas as seguintes variáveis: Temperatura ambiente (T_a), tempo (t), temperatura inicial (T_i) e temperatura final (T_f), por conseguinte, apresentaram a seguinte fórmula:

$$T_f = T_i - t \cdot \alpha \quad (3)$$

Em que, α pode ser escrito como o coeficiente dado por $\alpha = \frac{T_f - T_i}{t}$, o grupo atribuiu a temperatura ambiente de 35° , que seria a comparação do equilíbrio térmico entre o café e o ambiente. Verificou-se que este modelo não é fiel para curtos períodos de tempo, mas em longos períodos é aplicável. Ademais, explicaram por meio da Calorimetria que o café esfria rápido por causa do equilíbrio térmico que deve ocorrer entre os corpos. Com o intuito de exemplificar, utilizaram a seguinte questão: “*Numa garrafa térmica que contém 300g de café a 10°C , retiramos o café do recipiente térmico para um copo de vidro de 100 g a 1°C , admitindo-se*

que haja trocas de calor entre as massas, a temperatura final será?” como exemplo para descrever a transferência de calor entre o café e a xícara.

Assim como antes, o professor pediu que os demais discentes avaliassem se o modelo apresentado explicava o fenômeno do resfriamento do café. Como os discentes não fizeram nenhum acréscimo, o professor explicou que a equação (3) era praticamente equivalente à equação (1) apresentada pelo grupo A. No que concerne à explicação a respeito da calorimetria, afirmou que, de fato, a informação sobre o equilíbrio térmico poderia ajudar a desenvolver um modelo mais generalista para explicar o fenômeno, mas que os discentes do grupo C, para alcançar essa finalidade, teriam que relacionar com outros conceitos da física.

5.4 Grupo D

Para resolver este problema, o grupo utilizou livros e artigos para a pesquisa, desta forma selecionaram as seguintes variáveis: temperatura do café, área do recipiente e temperatura ambiente, a seguinte fórmula:

$$T = e^{k \cdot s \cdot t} + T_m$$

Com t indicando o tempo, T sendo a temperatura, s referente à área do recipiente, T_m a temperatura ambiente e k constante de proporcionalidade. Explicitou-se que esta fórmula é conhecida como Lei de Resfriamento de Newton, que descreve a taxa de variação da temperatura $T(t)$ de um corpo em resfriamento é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura constante do meio ambiente. Ao efetuar os cálculos de acordo com os dados do quadro 2, deduziram apenas a constante de proporcionalidade igual a 55,4. A equipe não conseguiu encontrar a constante C e nem determinou a área da superfície S para o recipiente utilizado no experimento dos dados do quadro 2, deste modo, não chegaram à conclusão da equação completa para o caso específico.

Depois da sugestão da avaliação do modelo, os outros discentes dos demais grupos consideraram que o modelo proposto pelo grupo D era mais generalista e que poderia explicar, de forma mais abrangente, o comportamento da temperatura do café ao longo do tempo. O professor afirmou que a lei de resfriamento de Newton explica, desconsiderando o material do recipiente e para uma temperatura ambiente constante, o comportamento da temperatura de um corpo qualquer no decorrer do tempo.

5.5 Grupo E

O modelo desenvolvido pelo grupo foi obtido por meio de pesquisa em *sites* e artigos científicos, a equipe não realizou o experimento, os dados utilizados para a solução da situação problema foram obtidos por meio do quadro dado pelo professor. Deste modo, foi apresentado a seguinte expressão:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T_{final} - T_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}}$$

Os discentes analisaram que há um comportamento exponencial dos dados do quadro 2 e também explicaram que a temperatura do café tende a se aproximar da temperatura ambiente, havendo uma variação de temperatura entre a temperatura inicial e o ambiente, até alcançarem o equilíbrio térmico. Ao realizarem os cálculos, os estudantes encontraram a taxa média de resfriamento nos intervalos 0 e 14 minutos e 14 e 24 minutos são -2,45°C/min e -0,7°C/min, respectivamente.

O professor novamente perguntou, ao final da apresentação, se os demais discentes tinham informações pertinentes para acrescentar ao que foi apresentado. Os discentes notaram as similaridades entre o que foi proposto pelo grupo A e pelo grupo E. Em seguida, o professor comentou que o comportamento das temperaturas ao longo do tempo tem o comportamento de uma curva exponencial e que esse fato poderia ter sido melhor explorado pelo grupo para a realização da formulação de um modelo mais abrangente, para outros contextos.

5.6 Análise dos questionários

A primeira pergunta do questionário indagava a respeito do interesse e a curiosidade sobre a situação-problema “por que o café esfria tão rápido?”. As respostas foram praticamente unânimes, 93,3 % dos alunos sentiram-se motivados para estudar sobre o tema (Figura 1). Com o objetivo de facilitar a compreensão das respostas dos estudantes, foram definidas quatro categorias para suas argumentações: (1) 35,7% justificaram que o problema proposto era algo vivenciado no seu dia a dia; (2) 21,4% responderam que começaram a pensar sobre o resfriamento de líquidos após a situação-problema sugerida; (3) 14,2% destacaram que modelagem pode ser aplicada em qualquer contexto; (4) 28,5% sentiram-se estimulados, porém enfrentaram um enorme desafio ao tentar elaborar um modelo que descrevesse o fenômeno.

(Figura -1) Resposta do estudante A1 à primeira pergunta do questionário

- [1] O problema “Por que o café esfria tão rápido?” despertou seu interesse e curiosidade sobre o tema? Comente.
- Sim, é realmente intrigante pois como seria possível medir o decaimento da temperatura de um líquido adaptando-a a uma fórmula matemática? Então diante esse questionamento senti interesse por ir além.*

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

(Figura- 2) Resposta do estudante A2 à primeira pergunta do questionário

[1] O problema “Por que o café esfria tão rápido?” despertou seu interesse e curiosidade sobre o tema? Comente.

A princípio não. Pois foi um questionamento inicialmente sem graça, mas após alguns estudos compreendi o princípio do questionamento.

Fonte: Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

A segunda pergunta levantava o questionamento se a situação-problema estava presente na vida dos estudantes fora da Instituição de Ensino. Cerca de 53,3% dos alunos responderam de forma afirmativa, enquanto 46,6% afirmaram que a problemática não fazia parte de sua realidade. Quanto às respostas favoráveis a respeito dessa pergunta (Figura 3), as justificativas foram agrupadas em quatro categorias: (1) 25,0% afirmaram que ao tomar café remetia à problemática; (2) 25,0% justificaram que o problema era algo comum em suas vidas; (3) 25,0% sempre tiveram dúvidas em relação ao resfriamento do café; (4) 25,0% responderam que estavam curiosos sobre o assunto.

(Figura-3) Resposta do estudante A3 à segunda pergunta do questionário

[2] O problema “Por que o café esfria tão rápido?” faz parte da sua realidade fora desta Instituição de Ensino?

Comente.

Sim. Como foi comentado em turma, sempre nos fizemos esse questionamento mas, talvez, nunca tenhamos pensado em algo matemático.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

(Figura-4) Resposta do estudante A4 à segunda pergunta do questionário

[2] O problema “Por que o café esfria tão rápido?” faz parte da sua realidade fora desta Instituição de Ensino?

Comente.

Não. Acredito que atualmente não tem nenhuma situação fora do contexto acadêmico que me faça refletir sobre este problema.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

Em relação ao terceiro item do questionário, que abordava a motivação para encontrar um modelo matemático para abordar a situação-problemática, um total de 83,6% dos estudantes respondeu de forma afirmativa (Figura 5). Nesse sentido, percebe-se que a atividade estava de acordo com o que Barbosa (2004) pontuou sobre a atividade constituir em problemas para os alunos, de modo que não possuíam esquemas prévios para abordá-la e demandaram um certo esforço intelectual.

No que diz respeito às respostas positivas referentes a essa pergunta, as justificativas também foram organizadas em quatro categorias: (1) Cerca de 23,0% alegou ter dificuldade em encontrar a solução; (2) 46,1% não forneceu justificativa; (3) 7,6% explicou que a motivação

para resolver o problema decorria das atividades do cotidiano, o que está em consonância com o “argumento da motivação” mencionado por Oliveira (2010), que destaca a relevância da modelagem matemática no contexto educacional; (4) 23,0% afirmou que essa situação-problema representava um desafio para aperfeiçoar os estudos.

(Figura-5) Resposta do estudante A5 à terceira pergunta do questionário

[3] Você se sentiu motivado(a) a tentar encontrar uma solução ou formular alguma hipótese para resolver o problema?

Sim pois, pois o desafio pelo tema faz uma forma de aprimorar nosso raciocínio pelo estudo

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

(Figura - 6) Resposta do estudante A6 à terceira pergunta do questionário

[3] Você se sentiu motivado(a) a tentar encontrar uma solução ou formular alguma hipótese para resolver o problema?

Sim, como já citou o problema não foi muito satisfatório.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

Na quarta pergunta, levantava-se a indagação sobre os modelos criados e apresentados pelos discentes poderiam ser empregados em algum momento de suas vidas ou se permaneceriam limitados ao contexto das aulas. Apenas 33,3% dos discentes afirmaram que poderiam utilizar em determinado momento (Figura 7), tais como ao ministrar aulas em disciplinas específicas ou até mesmo para aprimorar o pensamento crítico do aluno.

(Figura – 7) Resposta do estudante A7 à quarta pergunta do questionário

[4] Os modelos criados e apresentados para resolver o problema supracitado, de alguma forma, serão utilizados por você para alguma tomada de decisão ou ficará restrito ao contexto das aulas? Comente.

Sim, levando em consideração, por exemplo, as aulas de EAO, como um dos modelos apresentados envolvendo EAO, pode ser que seja utilizado, mas não imagine utilizando na prática.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

No quinto ponto, perguntava-se se o conhecimento adquirido para resolver a situação-problema poderia ser útil de alguma forma, 66,6% dos alunos responderam de forma positiva (Figura 8) e justificaram, por exemplo, que o conhecimento adquirido pode ser útil em alguma fase da sua vida, como em concursos públicos.

(Figura -8) Resposta do estudante A8 à quinta pergunta do questionário

[5] Você acha que o conhecimento abordado para resolver o problema pode ajudar você em alguma situação?

Sim, provavelmente venha surgir alguma questão parecida em concursos.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

(Figura – 9) Resposta do estudante A9 à quinta pergunta do questionário

[5] Você acha que o conhecimento abordado para resolver o problema pode ajudar você em alguma situação?
 Faltava Não, já que é algo que normalmente não usaria.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

Na sexta questão interpelava como a disciplina Modelagem Matemática poderia contribuir na formação dos discentes, as respostas foram diversificadas (Figura 10). Algumas delas incluem o desenvolvimento do raciocínio lógico e a curiosidade, auxiliando-os na obtenção e autonomia de resolução de problemas, o que está de acordo com o “argumento formativo” proposto por Bassanezi (2002) para a inclusão da Modelagem Matemática na educação. Além disso, foi citado que a Modelagem Matemática pode ser aplicada de outras formas, como no cotidiano e como uma experiência de vida.

(;Figura -10) Resposta do estudante A10 à sexta pergunta do questionário

[6] A disciplina de Modelagem Matemática está contribuindo em quê para a sua formação?
 A disciplina está contribuindo para o desenvolvimento da criatividade em relação a criação de fórmulas e técnicas para a resolução dos problemas.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

No sétimo questionamento, era indagado se os alunos se esforçaram para solucionar a tarefa além da sala de aula, foi unânime a resposta positiva (Figura 11). Os alunos mencionaram que buscaram materiais para realizar o experimento, e que todo o tempo disponibilizado pelo professor era voltado para resolver a situação problema. Sendo assim, a atividade está em consonância com o que Barbosa (2004) destacou sobre o fato de que as atividades devem se sustentar no mundo-vida das pessoas, envolvendo dados empíricos reais.

(Figura – 11) Resposta do estudante A11 à sétima pergunta do questionário

[7] Você pensou a respeito do problema ou tentou inventar alguma solução fora da aula?
 Sim! todos momentos eu pensava, tentei criar alguma solução, como a compra de termômetros para buscar uma solução.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

A oitava pergunta questiona os discentes se, enquanto professores, eles levariam uma atividade como essa para a sala de aula, 66,6% dos alunos deram uma resposta positiva (Figura 12), justificaram que a Modelagem Matemática é uma forma de estimular o pensamento dos alunos e romper com as aulas tradicionais. Nesse contexto, associa a perspectiva de (Burak, 2010a), com o uso da Modelagem Matemática como alternativa metodológica para o ensino de Matemática.

(Figura -12) Resposta do estudante A12 à oitava pergunta do questionário

[8] Você levaria uma atividade como essa para a sala de aula no futuro, enquanto professor(a) atuante?

sim pois ele já vem com que os alunos aprendam uma forma de pensar sobre sua ideia.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

(Figura – 13) Resposta do estudante A13 à oitava pergunta do questionário

- [8] Você levaria uma atividade como essa para a sala de aula no futuro, enquanto professor(a) atuante?

não pois, trabalhando uma coisa mais ativa, nem todos os alunos estão preparados

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

No que diz respeito ao nono critério, que indagava se os estudantes estariam preparados para abordar o tema de Modelagem Matemática em suas aulas, foi constatado que 93,6% dos alunos não se sentem preparados (Figura 14). Essa falta de preparo foi explicada por eles como uma questão de insegurança devido ao fato de se encontrarem em uma fase de aprendizagem. Este fato corrobora com o que Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) destacaram sobre as dificuldades encontradas por professores em formação, tais como insegurança diante do novo e a falta de experiência.

(Figura – 14) Resposta do estudante A14 à nona pergunta do questionário

[9] Você se sente preparado para abordar o tema Modelagem Matemática nas suas aulas?

Acredito que eu teria que estudar mais sobre o assunto, pois é algo novo para mim, e ainda estou em processo de aprendizagem.

Fonte: Elaborado pelos autores, (2023).

Os estudantes foram questionados sobre qual modelo apresentado oferece uma melhor explicação para o resfriamento do café. O modelo proposto pelo grupo E, conhecido como Lei de Resfriamento de Newton, foi escolhido por 53,3% dos alunos, 26,6% escolheram o modelo apresentado pelo grupo A, 13,3% definiram que o modelo proposto pelo grupo C seria o que melhor se aplica, e 6,6% não souberam responder.

5.6. Verificação da autenticidade da atividade desenvolvida

No quadro 3 a seguir, apresenta-se a aplicação da interpretação dos atributos relativos à autenticidade da atividade de Modelagem Matemática propostos por Almeida e Omodei (2022). Para a verificação do grau de autenticidade, analisou-se toda a vivência da atividade proposta, o modelo apresentado por cada grupo, de acordo com as suas especificidades. Ademais, considerou-se as respostas do questionário aplicado.

Quadro 3: Avaliação da autenticidade da atividade realizada pelos grupos de acordo com os atributos propostos por Almeida e Omodei (2022)

(Quadro 3)

Grupo A		
Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das necessidades da abordagem matemática da situação.	2	O conteúdo de matemática não foi previamente determinado para esta atividade. A resolução ocorreu com base nas informações adquiridas por meio do experimento realizado pelo grupo e por meio de pesquisas na <i>internet</i> .
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	1	O grupo realizou experimentos como ferramenta empírica, mas não buscou utilizar algum software para melhor visualização dos resultados dos experimentos, por exemplo. Inclusive, as ferramentas matemáticas utilizadas (algébrica, apenas) não foram suficientemente exploradas para abordar a situação-problema.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade.	0	As simplificações realizadas descaracterizaram a situação da realidade, uma vez que não incluíram a temperatura ambiente no modelo matemático proposto.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica, por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.	2	Após a situação-problema apresentada, os alunos chegaram à decisão de realizar um experimento. O professor agiu apenas como colaborador quando foi solicitado e como aquele que validou os resultados.
Os resultados obtidos pela modelagem matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.	0	As discussões extramatemáticas promovidas na atividade deste grupo são relevantes na definição do problema. Entretanto, na análise da solução deixaram a desejar, pois se desviaram da realidade.
Total	7	Nível 2

Fonte: Elaborado pelo autor, (2023)

Grupo B		
Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das	2	O conteúdo de matemática não foi previamente determinado para esta atividade. A resolução ocorreu com base nas

necessidades da abordagem matemática da situação.		informações adquiridas por meio do quadro sugerida pelo professor.
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	0	Com base nos dados obtidos, o grupo não se propôs a realizar o experimento ou utilizar estratégias matemáticas, além da algébrica, ou tecnológicas para uma melhor visualização dos resultados do quadro, por exemplo.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade.	0	Observa-se que o modelo proposto desconsidera informações importantes, como a temperatura ambiente, além de consistir apenas em uma fórmula aplicável aos dados do quadro 2.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.	2	Depois da situação-problema exposta, os estudantes resolveram realizar um experimento, porém o grupo não o levou adiante. O professor atuou como um mediador e orientador, somente quando solicitado, também como aquele que validou os resultados.
Os resultados obtidos pela modelagem matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.	0	Não houve discussões extramatemáticas promovidas na atividade deste grupo.
Total	6	Nível 2
Grupo C		
Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das necessidades da abordagem matemática da situação.	2	O conteúdo de matemática para esta atividade não foi estabelecido antecipadamente. A solução foi baseada nas informações obtidas a partir do quadro fornecida pelo professor.
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	1	O grupo enfrentou desafios ao conduzir o experimento. Além da fórmula apresentada, eles também recorreram ao conteúdo de calorimetria, com uma questão específica na tentativa de explicar e exemplificar o processo de resfriamento do café.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não	0	Mesmo com a utilização de conceitos da Calorimetria, o modelo proposto não foi

descaracterizam a situação da realidade.		devidamente explorado de modo que pudesse explicar o fenômeno sob análise, além de desconsiderar a temperatura ambiente.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica, por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.	2	Após a apresentação do problema, os alunos decidiram realizar um experimento, mas o grupo não prosseguiu com ele. O professor desempenhou o papel de mediador apenas quando solicitado, e também foi responsável por validar os resultados.
Os resultados obtidos pela modelagem matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.	0	Não houve discussões extramatemáticas promovidas na atividade deste grupo.
Total	7	Nível 2

Fonte: Elaborado pelo autor, (2023)

Grupo D		
Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das necessidades da abordagem matemática da situação.	2	O conteúdo de matemática não foi previamente determinado para esta atividade. A resolução ocorreu com base nas informações adquiridas por meio do quadro sugerida pelo professor e com livros e artigos
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	1	Pelos dados coletados os alunos utilizaram habilidades matemáticas para desenvolver o modelo, como a utilização de Equações Diferenciais Ordinárias.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade.	1	O modelo proposto, embora desconsidere o material da xícara, pode ser utilizado para explicar o resfriamento do café.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica, por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a	2	Após a situação-problema apresentada, os alunos chegaram à decisão de realizar um

autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.		experimento, mas o grupo não realizou. O professor agiu apenas como colaborador quando foi solicitado e como aquele que validou os resultados.
Os resultados obtidos pela modelagem matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.	0	Não houve discussões extramatemáticas promovidas na atividade deste grupo.
Total	8	Nível 2
Grupo E		
Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das necessidades da abordagem matemática da situação.	2	O conteúdo de matemática não foi previamente determinado para esta atividade. A resolução ocorreu com base nas informações adquiridas por meio do quadro sugerida pelo professor e por pesquisas na <i>internet</i> .
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	0	Conforme relatado nos resultados, o grupo notou um comportamento exponencial dos dados do quadro 1, mas não fez uso de nenhuma estratégia ou habilidades matemáticas para melhorar o seu modelo matemático, além da expressão algébrica apresentada.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade.	0	O modelo proposto, assim como do grupo A, descaracterizaram a situação da realidade, uma vez que não incluíram a temperatura ambiente no modelo matemático proposto.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica, por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.	2	Depois da situação-problema exposta, os estudantes resolveram realizar um experimento, porém o grupo não o levou adiante. O professor atuou como um mediador e orientador, somente quando solicitado, também como aquele que validou os resultados
Os resultados obtidos pela modelagem matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.	0	Não houve discussões que extrapolaram a realidade da sala de aula.
Total	6	Nível 2

Fonte: Elaborado pelo autor, (2023)

Observa-se que por mais que haja uma distinção considerável entre o que cada grupo realizou, todos alcançaram o mesmo nível de autenticidade de acordo com os atributos propostos por Almeida e Omodei (2022). Esperava-se, devido aos alunos estarem, na época, cursando o VI módulo do curso de Licenciatura em Matemática, isto é, já possuíam conhecimentos relativos ao Cálculo Diferencial e Integral, que conseguissem desenvolver de forma mais abrangente e completa o modelo matemático, de acordo com variados materiais, para explicar o resfriamento da xícara de café.

Embora o conteúdo não estivesse previamente definido para a abordagem matemática dos grupos, o tema Lei de Resfriamento de Newton seria, talvez, facilmente relacionado com a natureza do fenômeno estudado. Ressalta-se que em cada um dos cinco grupos havia pelo menos um discente que estava cursando, na época, a disciplina Equações Diferenciais Ordinárias - a formação dos grupos foi definida pelos próprios discentes.

No que se refere ao experimento, o *campus* em questão conta com laboratório de física e o professor comentou da possibilidade de utilizassem caso os discentes preferissem. Com relação à utilização de softwares para ajudar na criação do modelo matemático, o professor, nas duas atividades de primeiro momento (Almeida, Silva e Vertuan, 2021) havia utilizado e instigado a utilização de softwares como o *Excel* e o *Geogebra* para abordar problemas de Modelagem Matemática.

Portanto, percebe-se que os discentes provavelmente tivessem as ferramentas necessárias para alcançar um maior nível de autenticidade da atividade realizada. Mesmo que estivessem realizando uma atividade de segundo momento, contemplando parcialmente o que Blum (2015) como os conhecimentos associados ao fazer Modelagem Matemática, poderiam ter abordado de forma mais sofisticada o problema, pois, acredita-se que tinham as ferramentas necessárias.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para investigar como determinar a autenticidade de uma atividade de Modelagem Matemática envolvendo a Lei de Resfriamento de Newton realizou-se uma investigação de caráter qualitativo, baseado nos seis atributos propostos por Almeida e Omodei (2022), com alunos do curso de Licenciatura em Matemática. A investigação ocorreu por meio da análise dos modelos apresentados, da vivência com os discentes e o professor em sala de aula, do questionário e das pesquisas realizadas sobre o tema. Assim, foi possível verificar o grau de autenticidade da atividade desenvolvida.

Os resultados obtidos demonstraram que a atividade apresentou um grau considerado intermediário de autenticidade, embora, provavelmente, os discentes tivessem condições favoráveis de tempo para o desenvolvimento da atividade, de ferramentas computacionais, pois a instituição possui alguns laboratórios de informática, além de laboratório de matemática que possui computadores e outros utensílios pertinentes. Havia também possibilidades de fazer experimentos mais sofisticados, uma vez que a instituição também possui laboratórios de física e de química. A não utilização de tantas ferramentas disponíveis pode estar relacionada com a própria desconexão da atividade com a realidade, como observa-se no atributo 6.

É importante que discentes do curso de Licenciatura em Matemática estejam familiarizados com o fazer Modelagem Matemática para que, futuramente, possam ter uma maior segurança para vivenciar essa metodologia de ensino-aprendizagem no contexto da educação básica. Percebe-se que um dos maiores desafios enfrentados pelos discentes foi com a utilização de ferramentas matemáticas, como o Cálculo Diferencial e Integral, embora, como não havia uma abordagem pré-determinada para o problema, houvesse a possibilidade de modelar a situação-problema por outros meios, como regressão exponencial, funções definidas em partes e etc.

Por outro lado, observa-se que o esforço de estudar atividades de Modelagem Matemática com o intuito de determinar a sua autenticidade, além de inúmeros outros fatores, é importante no sentido de possibilitar que o professor atuante e o futuro professor possam planejar melhor suas atividades, de modo que no final ela seja a mais significativa possível para o aluno. Ademais, o *design* proposto por Almeida e Omodei (2022) é relevante para ajudar no discernimento da autenticidade de atividades de Modelagem. No entanto, ao observar que todos os grupos alcançaram o mesmo nível de autenticidade, apesar da natureza do que cada grupo desenvolveu, suscita-se uma possível discussão sobre a organização dos intervalos em que cada nível se encontra. Outro fator digno de nota, seria perguntar: será se o momento (primeiro, segundo ou terceiro) afeta no nível de autenticidade da atividade? São perguntas e observações que podem ser abordadas em trabalhos posteriores.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática em Foco. Editora Ciência Moderna Ltda, 2014. p.1-21.

ALMEIDA, L. M. W.; OMODEI, L. B. C. Autenticidade em Atividades de Modelagem Matemática: em busca de um design. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 24, n. 3, p. 108-144, 2022.

ALMEIDA, L. M. W. Prefácio. In: MEYER, J. F. C.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2023.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2021.

AUTENTICIDADE. In: AULETE, **Dicionário Digital**. Rio de Janeiro: Lexikon Editora, 2008. Disponível em: <https://aulete.com.br/autenticidade>. Acesso em: 18 nov. 2023.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. **Reunião anual da ANPED**, v. 24, n. 2001, p. 01-15, 2001a.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema-Boletim de educação matemática**, v. 14, n. 15, p. 5-23, 2001b.

BARBOSA, J. C. A “contextualização” e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, v. 8, p. 1-8, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2016.

BASSANEZI, R. C. Prefácio. In: BLUM, W. (Org.). **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2021.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2010.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In: BLUM, W. The proceedings of the 12th international congress on mathematical education. Springer, Cham, 2015. p. 73-96.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010a.

BURAK, D. A pesquisa e a prática de Modelagem Matemática sob o ponto de vista de uma concepção de Educação Matemática. In: **IV Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática**, 2010, Maringá. IV EPMEM: Modelagem matemática: perspectivas interdisciplinares para o ensino e aprendizagem de matemática. Maringá: Editora da Universidade Estadual de Maringá, 2010b. v. 1. p. 1-15.

BURAK, D. Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática. In: BRANDT, C. F; BURAK, D.; KLÜBER, T.E. (orgs). **Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [online]**. 2nd ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 17-40.

D'AMBRÓSIO, U. As matemáticas e seu entorno sócio-cultural. **Memorias del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**, Paris, 1991.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. In: BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. Editora Contexto, 2002.

FERNANDEZ, O. E. Por que o café esfria tão rápido?: e outras aplicações do cálculo no seu dia a dia. Tradução de Celso Roberto Paschoa. Bluches, 2016.

GALBRAITH, P. Authenticity and goals – overview. *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14 th ICMI Study*, p. 181-184, 2007.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Planejamento de Atividades de Modelagem Matemática: um caminho possível. **EM TEIA-Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, n. 1, p. 1-24, 2015.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

OLIVEIRA, A. M. P. **Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos professores**. 2010. 199 f. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador. 2010.

PINTO, T. F. *et al.* **A elaboração de planejamento de atividades de modelagem matemática por professores com pouca vivência em modelagem**, 2020. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Minas Gerais, Faculdade de Educação. Belo Horizonte. 2020.

POLLAK, H.; GARFUNKEL, S. Uma Visão da Modelagem Matemática na Educação Matemática. *Jornal de Educação Matemática no Teachers College*. [S. l.] , 2013. DOI: 10.7916/jmetc.v0i0.658. Disponível em: <https://journals.library.columbia.edu/index.php/jmetc/article/view/658>. Acesso em: 13 nov. 2023.

SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de modelagem matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 26, p. 1071-1101, 2012.

SOARES, S. de J. Pesquisa científica: uma abordagem sobre o método qualitativo. *Revista Ciranda*, v. 3, n. 1, p. 1-13, 2019.

SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. Formação do professor em Modelagem Matemática: um olhar sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo. **REnCiMa. Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 2, p. 1-28, 2021.

VIANA, M. C. V. **Educadoras e educadores matemáticos brasileiros**. Ouro Preto: UFOP, 2012.

VOS, P. Authenticity in extra-curricular mathematics activities: researching authenticity as a social construct. In: **STILLMAN, G.; KAISER, G.; BLUM, W.; BROWN, J. (org.). Mathematical modelling in education research and practice: cultural, social and cognitive influences**. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 105-113.

ZILL, D. G.; CULLEN, Michael R. **Equações diferenciais**. 3. ed. São Paulo: Pearson
Universidades, 2000. v.1.