



**INSTITUTO
FEDERAL**
Piauí

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS FLORIANO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

JOARA SOARES DE FRANÇA

**GEOMETRIA: explorando a relação entre o teorema de Napoleão e a
semelhança de triângulos**

FLORIANO (PI)

2025

JOARA SOARES DE FRANÇA

GEOMETRIA: explorando a relação entre o teorema de Napoleão e a semelhança de triângulos

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano.

Orientador: Profº. Me. Nilmar Almeida da Fonseca Filho.

FLORIANO (PI)

2025

GEOMETRIA: explorando a relação entre o teorema de napoleão e semelhança de triângulos

Joara Soares de França¹

Nilmar Almeida da Fonseca Filho²

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal investigar a relação entre o teorema de Napoleão e a semelhança de triângulos, a fim de torná-los mais acessíveis e compreensíveis no contexto do ensino da geometria. Para isso, desenvolveu-se uma pesquisa de natureza qualitativa, com abordagem exploratória e descritiva, fundamentada em revisão bibliográfica e análises geométricas por meio de construções realizadas com o software GeoGebra. O estudo demonstrou que é possível utilizar os critérios de semelhança de triângulos como base para justificar a formação do triângulo de Napoleão, cuja construção envolve triângulos equiláteros associados aos lados de um triângulo qualquer. Os resultados mostraram que essa abordagem favorece a visualização e a argumentação matemática, além de ampliar as possibilidades didáticas no ensino da geometria. Conclui-se que a integração entre teoremas clássicos e conteúdos fundamentais, como a semelhança, pode enriquecer e potencializar significativamente o processo de ensino-aprendizagem, promovendo conexões mais significativas entre teoria e prática.

Palavras-chave: teorema de Napoleão; semelhança de triângulos; geometria; ensino de matemática; GeoGebra.

ABSTRACT

This work aims to investigate the relationship between Napoleon's theorem and the similarity of triangles, in order to make them more accessible and understandable in the context of geometry teaching. For this purpose, a qualitative research was carried out, with an exploratory and descriptive approach, based on bibliographic review and geometric analysis through constructions made with the GeoGebra software. The study demonstrated that it is possible to use the criteria of triangle similarity as a basis to justify the formation of Napoleon's triangle, whose construction involves equilateral triangles associated with the sides of any given triangle. The results showed that this approach favors mathematical visualization and reasoning, in addition to expanding the didactic possibilities in geometry teaching. It is concluded that the integration between classical theorems and fundamental contents, such as similarity, can enrich and significantly enhance the teaching-learning process, promoting more meaningful connections between theory and practice.

Keywords: Napoleon's theorem; triangle similarity; geometry; mathematics education; GeoGebra.

Data da aprovação: 14/07/2025

¹ Graduanda em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano. joara.sfranca@gmail.com.

² Professor mestre em matemática, Curso de Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano. nilmar.fonseca@ifpi.edu.br.

1 INTRODUÇÃO

A Geometria é uma das mais antigas áreas da Matemática, responsável pelo estudo das formas, tamanhos, posições e propriedades das figuras no espaço. Desde a antiguidade, povos como os egípcios e babilônios já utilizavam princípios geométricos em suas construções e medições. No entanto, foi com Euclides através da coleção *os Elementos*, por volta de 300 a.C., que a geometria passou a ser sistematizada por meio de definições, axiomas e demonstrações, originando o que hoje conhecemos como Geometria Euclidiana. Ao longo dos séculos, essa área se consolidou como base do raciocínio lógico-dedutivo e permanece essencial na formação matemática dos estudantes.

Dentro do campo da geometria plana, o estudo dos triângulos ocupa lugar de destaque, especialmente por sua aplicabilidade e riqueza de propriedades. Dentre essas propriedades, a semelhança de triângulos é um conceito central, permitindo estabelecer relações de proporcionalidade entre lados, ângulos e a comparação de formas geométricas independentemente do tamanho. Tal conceito está presente desde o Ensino Fundamental e constitui um dos pilares no desenvolvimento da capacidade argumentativa dos alunos.

Ao lado da semelhança, e várias outras proposições, destaca-se Teorema de Napoleão, um resultado elegante e visualmente surpreendente da geometria. O teorema afirma que, construindo triângulos equiláteros sobre os lados de qualquer triângulo ABC, e ligando os centros desses triângulos formam, entre si, um novo triângulo equilátero. Este teorema é atribuído ao imperador francês Napoleão Bonaparte, embora autoria seja cheia de controvérsias históricas, ele revela uma fascinante interseção entre simetria, construções geométricas e relações proporcionais.

Estudar a relação entre a geometria, a semelhança de triângulos e o Teorema de Napoleão contribui significativamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da argumentação geométrica e da autonomia investigativa dos alunos. Além disso, abordar esses temas no ensino de matemática contemporâneo favorece uma aprendizagem mais ativa e contextualizada, estimulando o interesse e a compreensão dos conceitos geométricos fundamentais.

O presente trabalho tem como objetivo principal explorar a relação entre o Teorema de Napoleão e a semelhança de triângulos, buscando demonstrar como o

conceito fundamental de semelhança de triângulos pode ser utilizado para justificar geometricamente a formação do triângulo resultante.

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, com abordagem exploratória e descritiva, baseada em revisão bibliográfica e na realização de construções geométricas digitais com uso do *software* GeoGebra. Essas práticas visam aprofundar a compreensão dos conceitos estudados, permitindo uma análise mais clara da relação entre o Teorema de Napoleão e a semelhança de triângulos.

O trabalho está organizado em sete capítulos. O segundo capítulo apresenta os fundamentos da geometria euclidiana; o terceiro trata do Teorema de Napoleão; o quarto aborda a semelhança de triângulos; o quinto discute a relação entre os dois temas com base em uma demonstração; o sexto traz propostas didáticas para o ensino desses conceitos; e o sétimo apresenta as considerações finais.

2 FUNDAMENTOS DA GEOMETRIA EUCLIDIANA

A geometria se desenvolveu com base em um conjunto de definições, postulados e teoremas, todos fundamentados em uma lógica dedutiva. No ambiente escolar, a geometria desempenha papel importante no desenvolvimento do pensamento espacial e da capacidade argumentativa dos estudantes, sendo dividida em vários ramos, dentre elas, a geometria plana.

2.2 ELEMENTOS DA GEOMETRIA PLANA

A geometria plana estuda figuras cujos pontos pertencem a um único plano, ou seja, são bidimensionais. Entre seus principais elementos estão:

- Ponto: não possui dimensão, sendo apenas uma localização no plano.
- Reta: possui uma dimensão (comprimento) e é infinita nos dois sentidos.
- Plano: superfície bidimensional que se estende infinitamente.

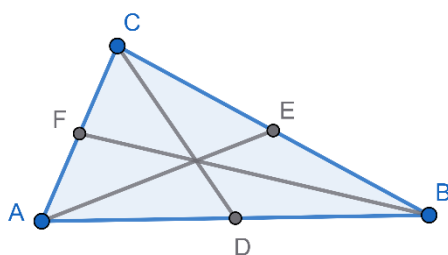
A partir desses conceitos básicos, são formadas figuras como polígonos, circunferências, arcos e, especialmente, os triângulos, que são objetos de estudo deste trabalho.

2.3 TRIÂNGULOS: DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES

Os triângulos são polígonos que contêm três lados, três vértices e três ângulos internos. Podendo ser classificados de acordo com seus lados (equilátero, isósceles e escaleno) ou seus ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo). Além dessas classificações, os triângulos possuem elementos notáveis, como:

Medianas: segmentos que ligam os vértices ao ponto médio do lado oposto.

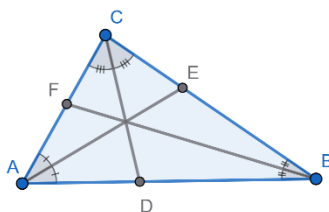
Figura 1 - Construção de medianas em um triângulo



Fonte: produção da autora (2025)

Bissetrizes: segmentos que dividem o ângulo interno em duas partes iguais.

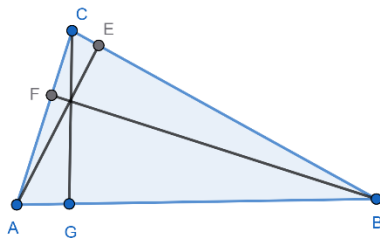
Figura 2 - Construção de bissetrizes em um triângulo



Fonte: produção da autora (2025)

Alturas: segmentos perpendiculares traçados de um vértice até o lado oposto.

Figura 3 - Construção de alturas em um triângulo

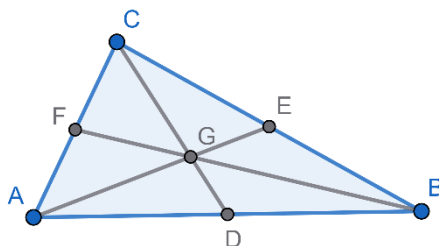


Fonte: produção da autora (2025)

Baricentro: ponto de encontro das medianas, que também é o centro de massa do triângulo.

Propriedade 2.3: A distância do vértice ao baricentro é sempre o dobro da distância do baricentro ao ponto médio do lado oposto ao vértice.

Figura 4 - Baricentro em um triângulo



Fonte: produção da autora (2025)

Estes elementos são fundamentais para o estudo do Teorema de Napoleão, pois ao construirmos triângulos equiláteros sobre os lados de um triângulo qualquer, trabalharemos com seus centros — geralmente referindo-se ao baricentro, ou ainda ao centro da circunferência circunscrita, dependendo da abordagem adotada.

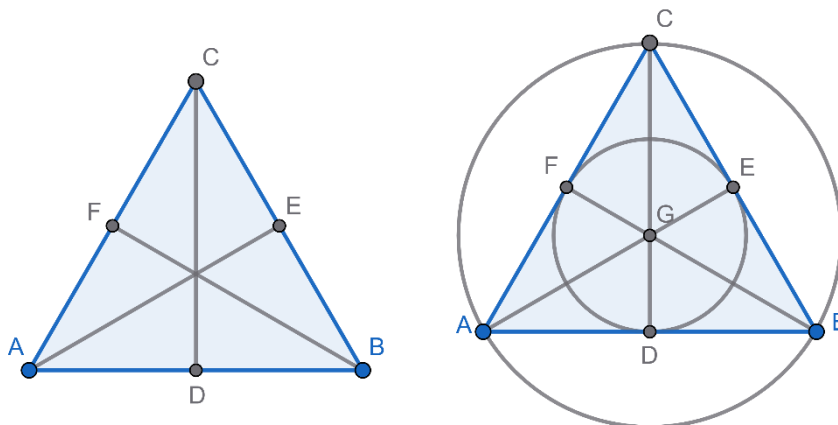
2.4 TRIÂNGULOS EQUILÁTEROS E SUAS CARACTERÍSTICAS

Um triângulo equilátero possui os três lados congruentes e, conseqüentemente, os três ângulos internos iguais, cada um medindo 60° . Essa simetria garante propriedades específicas:

- As medianas, alturas, bissetrizes e mediatrizes coincidem;
- O baricentro, circuncentro e incentro estão no mesmo ponto;

É possível construir sua circunferência circunscrita e inscrita com facilidade.

Figura 5 - Incentro e circuncentro em um triângulo equilátero



Fonte: produção da autora (2025)

Essas propriedades justificam o uso dos centros dos triângulos equiláteros como pontos de referência na construção do triângulo de Napoleão.

2.5 A IMPORTÂNCIA DA VISUALIZAÇÃO E DA CONSTRUÇÃO

O estudo da geometria é fortalecido por meio da construção e visualização de figuras e formas. A utilização de ferramentas como régua, compasso e, mais recentemente, com o advento da tecnologia, *softwares* como o GeoGebra, o processo de aprendizagem tem se tornado mais prático.

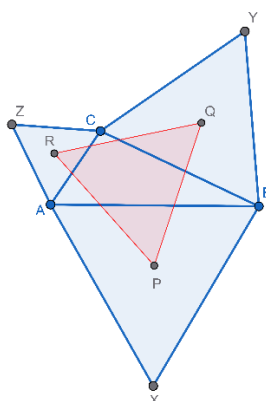
No Teorema de Napoleão, essas construções permitem observar, com clareza, como a posição dos triângulos equiláteros leva ao surgimento de uma nova figura com características previsíveis. O próprio ato de desenhar e investigar promove a construção ativa do conhecimento, unindo assim, teoria e prática.

3 O TEROEMA DE NAPOLEÃO

Teorema: em qualquer triângulo ABC , triângulos equiláteros podem ser construídos em cada lado e, a partir dos seus centros, pode ser construído um novo triângulo PQR , sendo este também equilátero.

Seja ABC um triângulo qualquer. Sobre os lados AB , BC e CA são construídos, externamente, triângulos equiláteros ABX , BCY e o CAZ . Sejam P , Q e R os centros dos triângulos equiláteros construídos. O Teorema de Napoleão garante que o triângulo formado pelos pontos PQR será equilátero.

Figura 6 - Triângulo de Napoleão



Fonte: produção da autora (2025)

Esse resultado chama a atenção pela harmonia e simetria envolvidas, surgindo de uma figura aparentemente assimétrica como um triângulo qualquer. O teorema pode ser demonstrado de várias maneiras — utilizando vetores, complexos, rotação, geometria euclidiana clássica — sendo a demonstração por semelhança de triângulos uma das mais acessíveis e didáticas e a demonstração atribuída ao imperador.

3.1 ORIGENS E CONTROVÉRSIAS HISTÓRICAS

Apesar de ser amplamente conhecido como "Teorema de Napoleão", a real autoria da descoberta é motivo de debate. Há registros que indicam que Napoleão Bonaparte (1769–1821) possuía grande interesse pelas ciências exatas e mantinha amizade com matemáticos renomados como Lagrange, Laplace, Fourier e Monge. Como disse Cronin (2013) “Uma das matérias que ele mais gostava era aritmética. Ele até fazia contas fora da aula, só por diversão.”

Contudo, não há evidências documentais sólidas de que o teorema tenha sido criado ou demonstrado por ele.

Sobre a atribuição do teorema ao Napoleão (Crilly, 2011 *apud* Gonzaga, 2015 p.10) “Crilly lança dúvidas quanto a autoria argumentando que como muitos outros resultados matemáticos o teorema é atribuído a alguém que não se relaciona com a descoberta ou sua prova”. Por conseguinte, o referido autor ainda argumenta “que a autoria de Napoleão do teorema que leva seu nome é uma lenda, pois Napoleão chamava a si mesmo de geômetra amador (Garbi, 2009 *apud* Gonzaga, 2015. p.10).

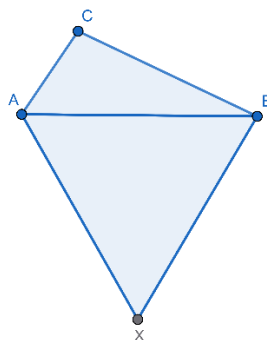
Independentemente disso, o nome permaneceu e hoje está solidamente vinculado à ideia.

3.2 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA

Para entender o teorema de forma visual, imagine qualquer triângulo ABC . Sobre os seus lados:

- Constrói-se um triângulo equilátero externo ao lado AB ;

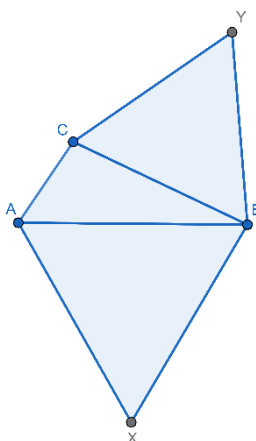
Figura 7 - primeira parte da construção visual do triângulo de Napoleão



Fonte: produção da autora (2025)

- Outro triângulo equilátero externo ao lado BC ;

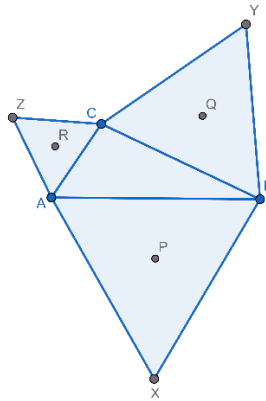
Figura 8 - segunda parte da construção visual do triângulo de Napoleão



Fonte: produção da autora (2025)

- E um último triângulo equilátero externo ao lado CA .

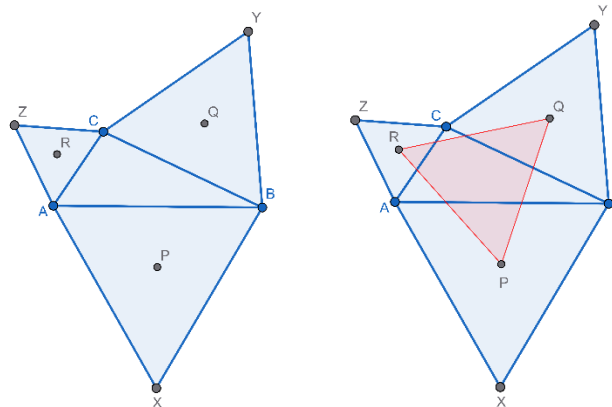
Figura 9 - terceira parte da construção visual do triângulo de Napoleão



Fonte: produção da autora (2025)

A partir de cada triângulo equilátero, localizamos seu centro (ponto de encontro das medianas, que coincide com o baricentro por simetria em um equilátero). Ao unir os três centros com segmentos de reta, forma-se um novo triângulo. O resultado surpreendente é que esse novo triângulo será sempre equilátero, independentemente da forma original do triângulo ABC.

Figura 10 - Construção visual do triângulo de Napoleão



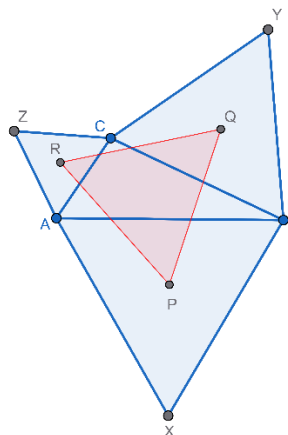
Fonte: produção da autora (2025)

A mesma propriedade vale se os triângulos forem construídos internamente, o que gera outro triângulo equilátero, conhecido como o triângulo de Napoleão interno.

3.3 TIPOS DE TRIÂNGULO DE NAPOLEÃO

- Triângulo de Napoleão externo: formado pelos centros dos triângulos equiláteros construídos fora do triângulo base.

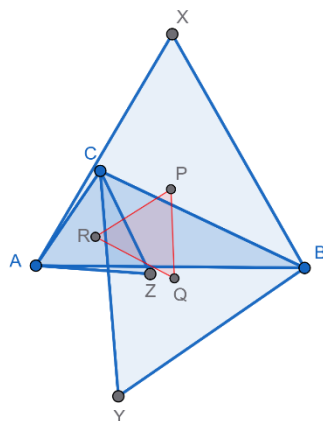
Figura 11 - Construção visual do triângulo de Napoleão externo



Fonte: produção da autora (2025)

- Triângulo de Napoleão interno: formado pelos centros dos triângulos equiláteros construídos dentro do triângulo base.

Figura 12 - Construção visual do triângulo de Napoleão interno



Fonte: produção da autora (2025)

Ambos são equiláteros, mas com orientação inversa. Em alguns estudos, inclusive, o triângulo equilátero interno e o externo são utilizados para gerar o chamado ponto de Napoleão, um ponto notável associado ao centro comum entre triângulos equiláteros simétricos.

3.4 ABORDAGENS DIDÁTICAS

O Teorema de Napoleão pode ser utilizado como uma ferramenta didática no ensino da geometria, pois permite:

- Trabalhar construções com régua e compasso ou softwares como GeoGebra;
- Explorar relações métricas, ângulos e centros de triângulos;
- Introduzir o conceito de semelhança de forma contextualizada e aplicada;
- Estimular a curiosidade histórica e matemática dos alunos.

Além disso, por sua fácil visualização e elegância, esse teorema costuma gerar surpresa e encantamento, despertando o interesse até de quem não se considera “amigo da matemática”.

4 SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

A semelhança de triângulos está entre um dos conceitos mais fundamentais dentro da geometria plana. Para Dolce e Pompeo (2013, p.192) dois triângulos são considerados semelhantes se, e somente se possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais, embora não necessariamente o mesmo tamanho.

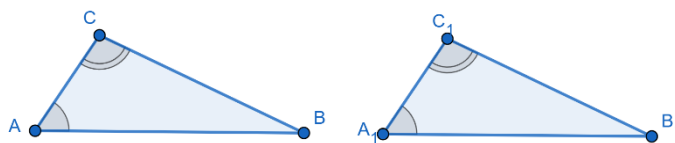
Essa propriedade é utilizada na resolução de problemas que envolvem proporções, ampliação ou redução de figuras, além de ser útil em diversas demonstrações geométricas, como é o caso do Teorema de Napoleão, que faz uso direto das relações de semelhança.

4.1 CRITÉRIOS DE SEMELHANÇA

Para verificar se dois triângulos são semelhantes, não é necessário comparar todos os lados e ângulos. Existem três critérios de semelhança, que nos permite concluir a semelhança baseado em características específicas:

1º Caso - ALA: Dois ângulos de um triângulo são iguais a dois ângulos de outro triângulo (o terceiro será automaticamente igual).

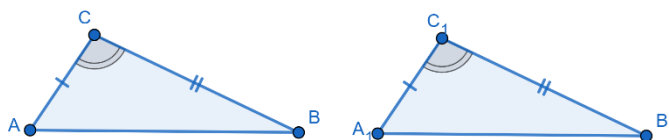
Figura 13 - Semelhança de triângulos, critério ALA



Fonte: produção da autora (2025)

2º Caso - LAL: Dois lados proporcionais e o ângulo entre eles igual.

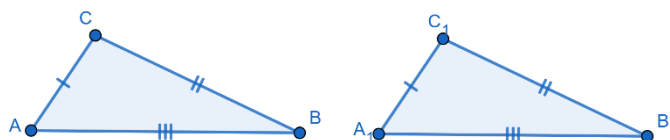
Figura 14 - Semelhança de triângulos, critério LAL



Fonte: produção da autora (2025)

3º Caso - LLL: Todos os lados são proporcionais.

Figura 15 - Semelhança de triângulos, critério LLL



Fonte: produção da autora (2025)

Esses critérios são cruciais para demonstrações e aplicações práticas, inclusive na demonstração do Teorema de Napoleão, em que triângulos formados por centros de triângulos equiláteros compartilham proporções e ângulos congruentes.

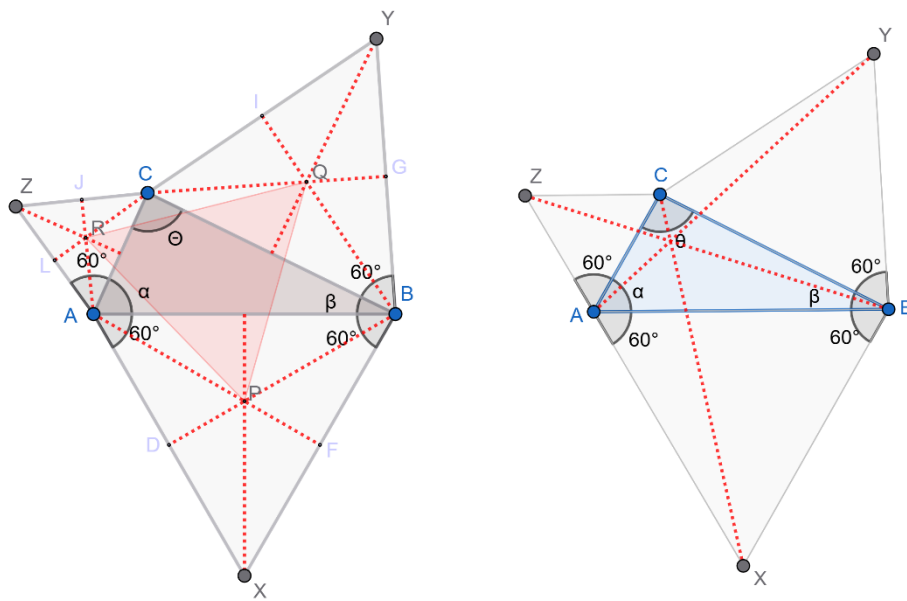
5 RELAÇÕES COM A SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

O Teorema de Napoleão é baseado na construção de triângulos equiláteros sobre os lados de um triângulo qualquer. Ao unir os centros desses triângulos, forma-se um novo triângulo equilátero. A beleza desse resultado se sustenta justamente na forma como ele surge da interação de figuras geométricas com propriedades específicas, como simetria, ângulos fixos e congruência.

O que sustenta essa construção é justamente o conceito de semelhança de triângulos. Por meio dela, é possível entender por que os segmentos que ligam os centros dos triângulos equiláteros mantêm proporções e ângulos que garantem o surgimento de um triângulo equilátero.

5.1 DEMONSTRAÇÃO

Figura 16 - Demonstração do teorema de Napoleão



Fonte: produção da autora (2025)

Seja $\triangle ABC$ um triângulo qualquer, construímos sob cada um dos seus lados triângulos equiláteros e traçamos os seguimentos $\overline{XC}$, $\overline{YA}$ e $\overline{ZB}$. Como $\overline{AB} \equiv \overline{XB}$ e $\overline{BC} \equiv \overline{BY}$, e os ângulos $\angle XCB$ e $\angle AYB$ são congruentes. Então pelo critério LAL $\triangle CBX \equiv \triangle ABY$ e $\overline{XC} \equiv \overline{YA}$. Seguindo a mesma lógica $\overline{AZ} \equiv \overline{AC}$ e $\overline{AX} \equiv \overline{AB}$ e os ângulos $\angle ZAB$ e $\angle CAX$ são congruentes. Assim temos que $\triangle ZAB \equiv \triangle CAX$ e os seguimentos $\overline{XC} \equiv \overline{YA} \equiv \overline{ZB}$.

Traçadas as alturas dos $\triangle AXB$, $\triangle BYC$ e $\triangle CZA$ temos P, Q e R como seus ortocentros respectivamente. Pela propriedade 2.3 a parte dividida que contém o vértice é o dobro da medida do outro. Logo, $\overline{BI} = 3a$, $\overline{BQ} = 2a$, $\overline{QI} = a$ e $\angle CBI = 30^\circ$. De maneira análoga, a altura $BD = 3b$, $BP = 2b$, $PD = b$ e $\angle DBA = 30^\circ$.

Observando o $\triangle BQP$, temos que $B\hat{Q}P = 60^\circ + \beta$, $BQ = 2a$, $BP = 2b$. Calculando a altura $\overline{BI}$ do $\triangle CBY$, temos que $\overline{BI} = 3a = \frac{\overline{CB}\sqrt{3}}{2}$, portanto $\overline{CB} = 2a\sqrt{3}$. Calculando $\overline{BD}$ do $\triangle AXB$, temos que $3b = \frac{\overline{BX}\sqrt{3}}{2}$, portanto $\overline{BX} = 2b\sqrt{3}$.

Observando o $\triangle CBX$, temos que $C\hat{B}X = 60^\circ + \beta$, $\overline{BX} = 2b\sqrt{3}$ e $\overline{CB} = 2a\sqrt{3}$. Logo, pelo critério LAL, $\triangle BQP$ e $\triangle CBX$ são semelhantes. Considerando $\overline{QP} = x$, por semelhança de triângulos podemos dizer que $\overline{CX} = x\sqrt{3}$.

Construindo analogamente em $\triangle ARP$ e no $\triangle ACX$ como no caso anterior, encontraremos $\overline{RP} = x$.

Do mesmo modo construindo em $\triangle CRQ$ e no $\triangle CBZ$, encontraremos $\overline{RQ} = x$.

Portanto, com $\overline{RQ} \equiv \overline{QP} \equiv \overline{RP}$ provamos o teorema de Napoleão.

5.2 ANÁLISE COM O USO DE SOFTWARES

A utilização de ferramentas tecnológicas como o GeoGebra facilita a visualização das proporções e ângulos envolvidos. Ao construir dinamicamente os triângulos equiláteros sobre cada um dos lados de um triângulo qualquer e identificar seus centros, percebe-se que o novo triângulo formado ligando esses pontos mantém sempre a forma equilátera — confirmando visualmente a demonstração teórica baseada na semelhança.

Além disso, o software ainda permite explorar outras variantes, como construções internas ou reflexões, reforçando a ideia de que a proporcionalidade dos lados e a igualdade dos ângulos não são por acaso, mas consequências das propriedades geométricas envolvidas.

5.3 INTERDEPENDÊNCIA DOS CONCEITOS

O Teorema de Napoleão, embora tenha um enunciado simples, revela-se um exemplo de como diferentes conceitos geométricos se interligam. A semelhança de triângulos é mais do que um apoio técnico: ela é uma das bases lógicas que sustentam a construção do triângulo de Napoleão.

Assim, evidencia-se a importância de se estudar a geometria por meio de relações entre os conceitos, e não de forma isolada, tornando o aprendizado mais significativo e integrado. A harmonia encontrada entre o teorema e a semelhança

demonstra que a geometria é, antes de tudo, uma linguagem de padrões e estruturas interconectadas.

6 APLICAÇÕES E EXPLORAÇÕES DIDÁTICAS

O ensino de matemática no geral apresenta grandes desafios na sala de aula, e ao mesmo tempo, grandes oportunidades de desenvolver o pensamento lógico, a capacidade de abstração e a visualização espacial dos estudantes. O teorema aqui trabalhado, por possuir um caráter visual atraente, pode ser utilizado como um recurso didático poderoso, capaz de despertar a curiosidade e estimular o raciocínio lógico matemático.

Ao trabalhar com teorema de Napoleão os alunos têm a oportunidade de vivenciar uma descoberta matemática significativa. Essa experiência pode ser potencializada por meio de construções com régua e compasso ou com o uso de aplicativos como o GeoGebra.

6.1 PROPOSTAS DE ATIVIDADES EM SALA DE AULA

Segue apresentado sugestões de atividades que podem ser desenvolvidas em salas de aula, buscando a aplicação prática dos conceitos abordados neste trabalho e ainda com o uso da tecnologia.

a) Construção com régua e compasso

- Pedir aos alunos que desenhem um triângulo qualquer e, com o uso de régua e compasso, construam triângulos equiláteros sobre cada um dos lados do triângulo base;
- Solicitar que localizem os centros de cada triângulo equilátero construído;
- Conectar os centros com segmentos de reta e verificar se o triângulo formado é equilátero;
- Comparar medidas e ângulos utilizando o transferidor.

Atividades com essa, além de reforçar os conceitos de triângulo, mediatriz e baricentro, estimula a precisão, a paciência e o raciocínio geométrico.

b) Construção no GeoGebra

- Propor aos alunos que repitam a mesma construção no GeoGebra;

- Incentivar a manipulação dinâmica dos vértices do triângulo base, observando se o triângulo formado pelos centros permanece equilátero;
- Medir lados e ângulos com as ferramentas do software e registrar as observações.

A atividade digital permite maior agilidade e precisão, além de ser ideal para observar padrões e validar conjecturas, promovendo o uso da tecnologia de forma integrada ao ensino da matemática.

c) Discussão histórica e conceitual

- Iniciar uma discussão sobre a atribuição do teorema a Napoleão Bonaparte e sobre a própria história da matemática;
- Questionar os alunos sobre a legitimidade de nomear um teorema em homenagem a uma figura histórica sem comprovação científica de sua autoria;
- Estimular reflexões sobre a importância dos matemáticos mencionados na história do teorema e da geometria em geral.

6.2 INTEGRAÇÃO CURRICULAR E POTENCIAL DIDÁTICO

Além de trabalhar conteúdos como semelhança de triângulos, construções geométricas, triângulos notáveis e elementos internos de um triângulo, o Teorema de Napoleão pode ser explorado em projetos interdisciplinares envolvendo:

- História da Matemática (contextualização e biografias);
- Tecnologia Educacional (uso de softwares);
- Arte e Design (formas e simetrias).

A flexibilidade do tema permite o desenvolvimento de diversas atividades dentro do ambiente escolar, como a criação de oficinas, feiras de matemática, atividades investigativas e sequências didáticas que valorizam a aprendizagem ativa e exploratória.

6.3 CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO

Ao aplicar o Teorema de Napoleão em sala de aula, os alunos são desafiados a:

- Observar padrões e relações geométricas inesperadas;
- Construir argumentos lógicos baseados em propriedades matemáticas;
- Desenvolver autonomia investigativa;

- Utilizar diferentes linguagens (gráfica, algébrica, verbal e até a programação) para representar ideias.

Esse tipo de abordagem contribui para um ensino de matemática mais dinâmico, significativo e conectado com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que traz competências como o pensamento crítico, o raciocínio lógico e a resolução de problemas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a pesquisa, percebeu-se que a semelhança de triângulos, que é frequentemente abordada de forma isolada no ambiente escolar, pode ser aplicada em contextos mais significativos, como na demonstração de teoremas clássicos.

Já o teorema de Napoleão, por sua vez, revelou-se um excelente recurso pedagógico, pois alia beleza geométrica, surpresa visual e possibilidade de exploração prática com ferramentas manuais e digitais. A construção do triângulo de Napoleão, tanto por régua e compasso quanto por meio de softwares como o GeoGebra, permite que o aluno desenvolva sua intuição geométrica, ao mesmo tempo em que exercita a precisão, o raciocínio dedutivo e a argumentação matemática.

A partir da análise teórica e das propostas de aplicação em sala de aula, pôde-se constatar que o estudo da geometria ganha maior significado quando os conceitos não são tratados de forma fragmentada, mas sim como parte de uma rede interdependente de ideias. Essa visão favorece o desenvolvimento de competências fundamentais, conforme propõe a Base Nacional Comum Curricular, tais como a resolução de problemas, a capacidade de conjecturar, representar e comunicar ideias matemáticas.

A principal contribuição deste trabalho está em oferecer uma abordagem integradora entre teoria e prática, história e construção, matemática e tecnologia. Ao articular o Teorema de Napoleão com a semelhança de triângulos, demonstrou-se que conteúdos tradicionais podem ser revisitados de forma criativa, crítica e contextualizada, promovendo aprendizagens mais profundas e duradouras.

Além disso, este estudo também evidencia o potencial do uso de tecnologias educacionais, como o GeoGebra, no ensino da geometria, ampliando as possibilidades de investigação e representação matemática.

Como principal limitação, destaca-se o fato de que este trabalho teve foco teórico e exploratório, sem a aplicação direta com turmas escolares. A inserção prática dessa proposta em sala de aula, com coleta de dados e análise de resultados pedagógicos, poderia ampliar ainda mais a compreensão de sua eficácia no contexto real de ensino-aprendizagem.

Para pesquisas futuras, sugere-se a realização de projetos didáticos com aplicação do teorema de Napoleão em turmas do Ensino Médio; a ampliação da investigação para outros teoremas clássicos que envolvem construções geométricas, como o teorema de Morley ou o teorema de Viviani; a comparação entre diferentes demonstrações do Teorema de Napoleão (vetorial, complexa, geométrica), destacando suas vantagens didáticas e a produção de materiais didáticos ou sequências pedagógicas baseadas neste estudo.

REFERÊNCIAS

ADRIANO, Ana Carolina C.T. **Teorema de Napoleão e suas demonstrações**. 2022. 26 f. TCC (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus de Caraguatatuba, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ifsp.edu.br/server/api/core/bitstreams/9dd1e8f5-b0ef-4737-802e-2c2f852fcc72/content>. Acesso em: 21 jun. 2025.

CRONIN, Vincent. **Napoleão**: uma vida. 1. ed. Barueri-SP: Amarilys, 2013.

DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar 9**: geometria plana. 9 ed. São Paulo: Atual, 2013.

GONZAGA, Gean Carlos Sousa. **Teorema de Napoleão**: origem, demonstrações e aplicações. 2015. 83 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), Programa de Pós-Graduação em Matemática, Goiânia, 2015. Disponível em: <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/items/ede1c5ff-750d-478a-b116-7f70a4014ed3>. Acesso em: 19 jun. 2025.