



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
Campus Uruçuí

CURSO LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

CAIO DA SILVA COSTA

**APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA DESCRIÇÃO DE CASOS
CUMULATIVOS DE COVID-19 EM URUÇUÍ-PI**

URUÇUÍ-PI

2021

CAIO DA SILVA COSTA

APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA DESCRIÇÃO DE CASOS
CUMULATIVOS DE COVID-19 EM URUÇUÍ-PI

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura Plena em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. Campus Uruçuí.

Orientador: Prof. Ma. Arianne Vieira de Melo
Coorientador: Prof. Ma. Paula Ribeiro Santos

URUÇUÍ-PI

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Costa, Caio da Silva
C837a Aplicação da modelagem matemática para descrição de casos cumulativos
de covid-19 em Uruçuí-PI / Caio da Silva Costa. - 2021.
23 p.: il. p&b.
Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto
Federal do Piauí, Campus Uruçuí, 2021.
Orientadora : Profa. Ma. Arianne Vieira de Melo.
Coorientadora : Profa. Ma. Paula Ribeiro Santos.
1. Modelagem matemática. 2. Covid-19 . 3. Modelos descrição dos casos.
I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Aldeide Costa dos Santos Sousa CRB 3/1423

CAIO DA SILVA COSTA

APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA DESCRIÇÃO DE CASOS
CUMULATIVOS DE COVID-19 EM URUÇUI-PI

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura Plena em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. Campus Uruçuí.

Aprovada em: ____/____/____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Ma. Arianne Vieira de Melo (Orientadora)
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Ma. Paula Ribeiro Santos (Coorientadora)
Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (ESALQ - USP)

Me. Nicácio Gouveia
Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (ESALQ - USP)

Prof. Dr. Ernandes Guedes Moura
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

AGRADECIMENTOS

Agradeço tanto a Deus pela dádiva alcançada de chegar até aqui, foram tantas noites ouvindo “aquietar minha-alma” e entregando todos os problemas e aflições a suas mãos. É sobre compreender que teu amor e cuidado ultrapassa todos os limites possíveis e impossíveis, obrigado por está ao meu lado mesmo nos momentos que não mereço.

A minha família venho agradecer grandemente por me apoiar desde o início da minha formação, a eles dedico todas as minhas vitórias, essa não seria diferente. Meu Pai Cláudio e Minha Mãe Rosimeyre que sempre foram meus pés mesmo longe de casa, jamais poderei retribuir tamanho amor e carinho, espero sempre os orgulhar onde quer que eu vá. Meus agradecimentos a meus pais Piauienses Batista e Socorro que me adotaram como filho e desde então estenderam suas mãos a mim para a realização deste sonho, espero retribuir algum dia 1/3 do que fizeram por mim.

Não poderia deixar de agradecer ao meu irmão que o IFPI me presenteou, Eric, anjo em forma de amigo que esteve ao meu lado durante toda essa trajetória, me dando força nos momentos difíceis, se fazendo presente mesmo em silêncio, só por está ao meu lado, minha gratidão a cada momento vivido ao seu lado meu amigo.

Agradeço a todos os professores que contribuíram para minha formação durante esses 4 anos e meios, muito obrigado por cada ensinamento, por serem minhas referências profissionais e humanas, vivemos momentos incríveis e muito especiais que levarei comigo para sempre. A coordenadora Paula Santos minha gratidão, pessoa que contribuiu grandemente para que este trabalho acontecesse, sempre me acalmando e guiando meus estudos para alcançar o meu melhor enquanto futuro pesquisador, um presente ter sua amizade. A minha Orientadora Ariane Melo que me encantou na sua primeira aula, com seu jeito de ser e sua impecável postura enquanto educadora, que transforma vidas e com toda certeza transformou a minha. Obrigado por acreditar em mim, ser ponte para a construção do meu conhecimento e acreditar em meus sonhos.

*Por isso não tema, pois estou com você; não tenha medo, pois sou o seu Deus.
Eu o fortalecerei e o ajudarei; eu o segurarei com a minha mão direita vitoriosa.*
Isaías 41:10

APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA DESCRIÇÃO DE CASOS CUMULATIVOS DE COVID-19 EM URUÇUÍ-PI

¹Caio da Silva Costa

²Ariane Vieira de Melo

³Paula Ribeiro Santos

RESUMO

A interiorização dos casos cumulativos confirmados de COVID-19 na cidade de Uruçuí-PI expõe questionamentos sobre o desenvolvimento da contaminação do vírus na cidade. Sendo assim, a Secretária de Saúde do município cedeu os números de casos por dia no período de 01 de maio de 2020 a 12 de dezembro de 2020, para que modelos lineares e não lineares, Logístico e Gompertz, fossem ajustados. Para análise de resíduos foram usados os testes Shapiro-Wilk, para verificar a normalidade, Breusch-Pagan (Zeileis, Hothorn, 2002), para homogeneidade de variância e Durbin-Watson (Zeileis, Hothorn, 2002), para independência. Os parâmetros dos modelos foram estimados pelo método de mínimos quadrados usando algoritmo de Gauss-Newton. Os critérios de informação de Akaike corrigido e coeficiente de determinação ajustado foram utilizados como medidores de ajuste para escolha do melhor modelo. Dentre os modelos ajustados, conclui-se que o modelo Gompertz é adequado para descrição dos casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí-PI. As análises foram realizadas no software R. Vale ressaltar que o modelo ajustado não pode ser utilizado para previsões futuras, tendo em vista que o mesmo foi testado somente para o período pesquisado. No entanto, o resultado desses modelos, foram ajustados principalmente para observação da propagação do vírus, ajuda diretamente as autoridades no controle da disseminação da doença e medidas de prevenção que devem ser tomadas.

Palavras-chave: Corona vírus, Transmissão, Modelos, Curva de crescimento.

¹ Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia do Piauí-Campus Uruçuí, caiocosta900@gmail.com

² Mestra em estatística e experimentação agropecuária-UFLA, Professora Licenciada em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí-Campus Uruçuí, Ariane.vieira@ifpi.edu.br.

³ Mestra em estatística e experimentação agropecuária-UFLA, Doutorando em estatística e experimentação agrônômica- Esalq-USP, paullasant_s@hotmail.com.

ABSTRACT

The internalization of confirmed cumulative cases of COVID-19 in the city of Uruçuí-PI raises questions about the development of virus contamination in the city. Thus, the municipality's Secretary of Health provided the number of cases per day in the period from May 1, 2020 to December 12, 2020, so that linear and non-linear, Logistic and Gompertz models, adjusted adjusted. For residual analysis, the Shapiro-Wilk tests were used to verify normality, Breusch-Pagan (Zeileis, Hothorn, 2002) for variance homogeneity and Durbin-Watson (Zeileis, Hothorn, 2002) for independence. Model parameters were estimated by the least squares method using the Gauss-Newton algorithm. The corrected Akaike information criteria and the adjusted determination coefficient were used as adjustment meters to choose the best model. Among the adjusted models, it is concluded that the Gompertz model is suitable for describing the cumulative cases of COVID-19 in Uruçuí-PI. Analyzes were performed using the R software. It is noteworthy that the adjusted model cannot be used for future forecasts, as it was tested only for the period studied. However, the result of these models, which were mainly adjusted to observe the spread of the virus, directly helps the authorities in controlling the spread of the disease and preventing measures that must be taken.

Keywords: Corona virus, Transmission, Models, Growth curve.

Sumário

1. INTRODUÇÃO	11
2. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	11
2.1 MODELOS MATEMÁTICOS	13
2.1.1 Modelo linear	14
2.1.2 Modelos não lineares	15
3. METODOLOGIA	16
3.1 MATERIAL	16
3.2 MÉTODOS	17
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	18
5. CONCLUSÃO.....	21
REFERÊNCIAS.....	21

1. INTRODUÇÃO

A COVID-19 iniciou-se para a população da China em dezembro de 2019. Seguida de uma série de internações com respectivas “pneumonias” onde após diagnósticos mais precisos descobre-se sobre o corona vírus. Doença respiratória que deixou inúmeras vítimas por todo o mundo. Tendo em vista sua rápida transmissão e complicação no quadro imunológico dos pacientes. No meio científico aconteceram diversas evoluções e estudos para colaborar com a sociedade a passar por este momento aflitivo, vacinas e medidas que ajudariam na não evolução viral foram desenvolvidas.

Diante disso, pesquisas sobre o COVID-19 foram e estão sendo realizadas para compreender como o vírus se comporta, sua transmissão, o número de contaminados diariamente, número de óbitos, medidas preventivas e vacinas. Dentro delas a modelagem matemática foi utilizada, disponibilizando ferramentas e métodos para análise desses dados. Muitas dessas pesquisas realizam modelagem matemática e ajuste de modelos para analisar os questionamentos, ter um posicionamento quanto ao método que será adequado utilizar no caso em estudo, validar os dados pesquisados, apresentando-se sempre como estratégia muito significativa.

Bassanezi (2009) define que a modelagem matemática está dividida em etapas, pelas quais o presente estudo baseou-se. Inicialmente, na primeira etapa de experimentação, na qual tem-se a obtenção dos dados de COVID-19 da cidade de Uruçuí-PI. A segunda etapa, fase de abstração, que estende-se à construção do modelo matemático. Na terceira etapa, resolução inicial do problema, que transita da linguagem natural das hipóteses à linguagem matemática. Na quarta etapa, caracterizada como validação, verificar até que ponto o modelo é bem formulado e cumpre os pressupostos para o qual foi desenhado. Por fim, na quinta e última etapa, é a modificação, isto significa, se o modelo pode ser melhorado e se necessário sua reformulação (BASSANEZI, 2009).

Por efeito disso, o principal objetivo deste trabalho é ajustar modelos lineares e não lineares considerando os casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí, no Piauí.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

“Modelagem é o processo, a ação de fazer o modelo, não interessando qual campo de estudo” (JESUS; CAMARGO, 2020). A modelagem matemática consiste em estudar situações da realidade social, formulando problemas e solucionando conforme a realidade e interpretação da linguagem usual (BASSANESI, 2009).

As concepções de modelagem matemática são diversas, pesquisadores como Burak

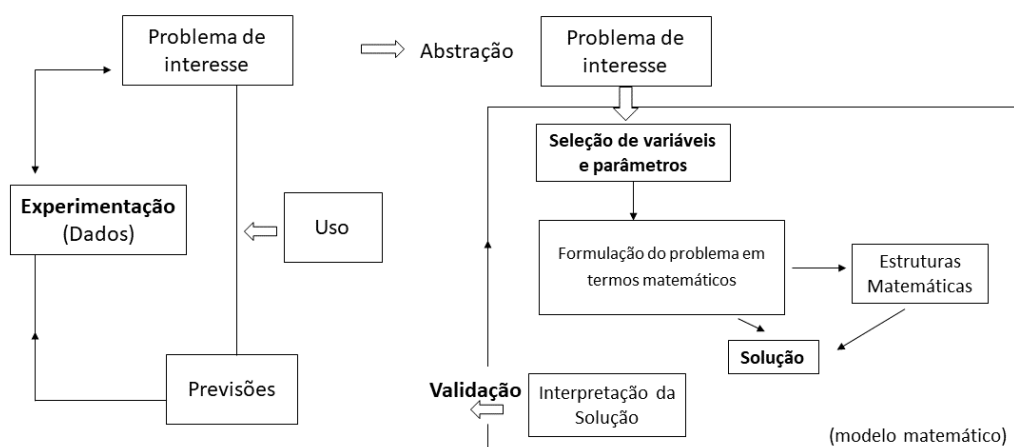
(1992), Biembengut (2005), Klüber (2008), e Bassanezi (2009), apresentam em suas pesquisas a diversidade de aplicações e os benefícios do uso em sala de aula como ferramenta favorável no processo de construção do conhecimento. Bassanezi (2009), apresenta a modelagem aplicada à sala de aula, a ciência como instrumento de estudo para doenças e seus comportamentos e como esses modelos expandem-se para outros problemas encontrados na nossa realidade.

A modelagem matemática consiste em modelar fenômenos e situações reais dando a matemática uma visão diferente do que é visto e pouco compreendido nos inúmeros cálculos passados durante o ensino básico (BASSANEZI, 2009). Melhor dizendo, modelar é tentar explicar e compreender a disposição de um fenômeno, pertencente a qualquer área de conhecimento, por meio de um modelo matemático. No estudo de Burak e Martins (2015), as construções de modelos matemáticos são vistas e analisadas de maneira significativa como metodologia aplicada a sala de aula e problemas de cunho social.

Em um problema ou situação real, algumas etapas são fundamentais para definir um modelo. A depender do autor, as etapas distinguem-se. Neste trabalho, foi utilizado a modelagem segundo Bassanezi (2009) defendendo que “o modelo matemático de um acontecimento ou problema real deve seguir uma linha de pensamento, uma sequência de etapas básicas para que aconteça a modelagem correta do fenômeno”.

Para Bassanezi (2009) as etapas da modelagem matemática são divididas em: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação como mostra a Figura 1.

Figura 1- Esquema de modelagem matemática.



Fonte: Bassanezi (2009).

A experimentação é o primeiro passo. Nesta etapa, busca-se os dados que serão

analisados e que direcionarão o próximo passo, a reflexão sobre o modelo a utilizar e qual variável estudar segundo os dados. Consequentemente Bassanezi (2009) argumenta que: “a resolução de um modelo está sempre vinculada ao grau de complexidade empregado em sua formação e muitas vezes só pode ser viabilizada através de métodos computacionais, dando uma solução numérica aproximada”, em seguida essa resolução deve ser validada para verificar se os dados encontrados atendem de fato a situação inicial e modificada conforme a necessidade final. Bassanezi (2009), ainda conclui que não deve-se tomar um modelo como definitivo tendo em vista que o mesmo sempre está sujeito à ajustes e consequentes melhorias para a situação em estudo.

Dentre as diversas aplicações de modelagem matemática, temos o ajuste de modelos matemáticos para o estudo de fenômenos epidemiológicos. Este tipo de estudo faz-se necessário, pois tem como um dos principais objetivos traçar medidas de contenção de doenças, principalmente, com altas taxas de transmissão e mortalidade. O uso da modelagem matemática fornece potencialidades na construção de diferentes modelos e flexibilidade ao testar uma gama de funções (específicas para epidemiologias ou funções comumente estudadas) (DE FIGUEREDO *et al*, 2020).

Desta forma, para a construção do modelo matemático que elucida os casos cumulativos de COVID-19, modelo linear e não lineares, como logístico e gompertz, são considerados.

2.1 MODELOS MATEMÁTICOS

As funções elementares são fórmulas expressas pelas operações básicas e assumem a forma de modelos que auxiliam na representação de fenômenos naturais ou sociais, com o intuito de refletir os comportamentos em estudo pelos modelos (JESUS; CAMARGO, 2020). Tendo ainda como uma das triviais definições “Dados os conjuntos X , Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se “uma função de X em Y ”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$ (LIMA *et al*, 2003).

A aplicação de funções acontece de maneira despercebida no cotidiano, como no simples ato de calcular o frete de alguma transportadora, a conta mensal de energia elétrica, entre outras situações corriqueiras do dia a dia. Essas situações podem ser modeladas com o intuito de prever resultados futuros, ajudando na tomada de decisões.

É importante perceber que estes modelos aplicados em dados, quando analisados por ferramentas estatísticas buscam-se relações de uma variável resposta Y , com uma ou mais variáveis preditoras X , por meio de uma função $f(.)$. Essas associações podem ocorrer de forma linear ou não linear, fazendo com que aconteça ajustes de modelos lineares (são lineares em

relação aos parâmetros em estudo), linearizáveis (que podem se transformar em lineares por alguma transformação) e não-lineares (modelo em que pelo menos uma das derivadas parciais são relacionadas a algum parâmetro do modelo), esses conhecimentos são essenciais na construção de modelos matemáticos (MENDES, 2011).

Seguidamente estende-se o conhecimento de alguns modelos lineares e não lineares, com o intuito de apresentar suas principais características e definições.

2.1.1 Modelo linear

Quando trata-se de modelo linear, uma referência são as funções lineares estudadas durante a educação básica, tendo como principal característica representar a variação constante de crescimento ou decrescimento de uma variável. Segundo Bassanezi (2009) como modelo matemático a função linear geralmente se apresenta como: $y(t_i) = f(t_i) = \beta t_i + \beta_0$ (equação da reta), onde devemos encontrar os valores dos parâmetros β e β_0 , em que β é o coeficiente de t_i representando a taxa de variação, pois pode ser de crescimento ou decrescimento, e β_0 é o termo constante. Os parâmetros do modelo linear dependem diretamente da variável dependente e da variável resposta, tendo como relação os dados em estudo e suas características.

Santos (2015) destaca que normalmente em pesquisas aplicadas é comum buscar relacionar uma variável resposta Y , com uma ou mais variáveis preditoras X , por meio de uma função $f(X)$ que depende de k variáveis regressoras, isto é,

$$Y = f, \beta_0, \beta_2, \dots, \beta_K + \epsilon$$

em que $f(X)$ é linear nos parâmetros se as derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial \beta_i}, i = 0, \dots, k$, não depende dos parâmetros. Se uma das derivadas parciais depende de algum dos parâmetros, então $f(X)$ é uma função não linear. Apesar dos avanços tecnológicos da estatística moderna a aplicação de modelos lineares é muito utilizada como base nos estudos desse ramo, pois apresenta propriedades simples e que servem de base para análise inicial de dados das mais diferentes áreas do conhecimento (sejam ciências exatas e da terra, biológicas, agrárias, saúde, entre outras), porém nem sempre seus modelos unidos aos métodos estatísticos são significativos devido as propriedades restritivas e robustas (SANTOS, 2015).

O modelo linear tem grande aplicabilidade em situações que os dados da pesquisa em estudo tendem a crescer ou decrescer. Leite e Silva (2011) realizaram um estudo voltado para a modelagem do crescimento da população do Estado de São Paulo, em que testam o modelo linear, apesar de significativo, não se ajustou bem aos dados em comparação com o modelo logístico.

Através do modelo linear é possível descrever, por exemplo, uma curva de progresso de doenças de maneira adequada e obter um alto valor de R^2 (coeficiente de variação) o que ajuda diretamente na construção de modelos não-lineares, que apresentam resultado mais significativo e tornando-se muito comum sua utilização no ramo da pesquisa (UEDA, 2003).

2.1.2 Modelos não lineares

Os modelos lineares são bastante utilizados. Entretanto, há situações nas quais esses modelos não são apropriados como, por exemplo, quando se tem uma informação a respeito da relação, $f(\cdot)$, entre a resposta e as variáveis preditoras. Muitas vezes tal informação leva a uma relação não linear. Santiago et al (2020) utiliza os modelos não-lineares para o estudo da COVID-19 e destaca sua importância na análise desses dados, em especial nos estudos por todo o mundo relacionados a essa temática, concluindo que os mesmos trazem contribuições significativas relacionadas ao comportamento da doença e medidas preventivas.

Especificado na seção 2.1.1 para se classificar como modelo não linear, os mesmos devem apresentar ao menos uma das derivadas parciais relacionadas a algum parâmetro do modelo em estudo (MEDES, 2011). Segundo Ueda (2003) os modelos não-lineares nos parâmetros são:

$$Y_i = f(X_i, \beta) + \varepsilon_i \quad (1)$$

Onde X_i é a matriz de delineamento de dimensão $n \times p$, β são os parâmetros desconhecidos, $f(X_i, \beta)$ função resposta não linear e ε_i é o termo do erro em que se supõe esperança zero, apresentando variância constante e não correlacionada exatamente como em modelos lineares.

Segundo Fernandes *et al* (2015), os modelos: Logístico (1) e de Gompertz (2) são descritos da seguinte forma:

$$Y_i = \alpha e^{(-e^{k(\gamma - t_i)})} + \varepsilon_i \quad (1)$$

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{k(\gamma - t_i)}} + \varepsilon_i \quad (2)$$

em que:

Y_i : valor observado.

α : valor máximo que os dados em análise atingem.

e : curva de crescimento dos dados.

k : é a taxa de variação.

γ : corresponde ao ponto de inflexão da curva do modelo.

t_i : é o i -ésimo dado.

ε_i : é o erro aleatório associado a i -ésima observação, sendo distribuição normal com média zero e variância constante.

O modelo logístico apresenta graficamente a forma sigmoidal sendo simétrico em relação ao ponto de inflexão, responsável pela mudança de concavidade da curva, o faz com que ele seja simétrico com relação ao ponto de inflexão (De Lima, Da Silva, Da Silva, 2021). A utilização de modelos logísticos vem sendo utilizado com bastante frequência nos trabalhos científicos, ganhando grande participação para análise das curvas da COVID-19, sempre obtendo resultados significativos (DE FIGUEREDO *et al*, 2020).

Do Amaral *et al* (2020) adaptaram o modelo de Gompertz no estudo realizado da evolução dos casos de COVID-19 em municípios da Microrregião de Garanhuns no Estado de Pernambuco, onde o mesmo contribuiu de forma significativa para análise das informações estudadas, concluindo que as estimativas realizadas na pesquisa, podem contribuir para que autoridades tenham um norte na tomada de decisão sobre a implementação de estratégias de isolamento social para gerenciar a pandemia do COVID-19.

No estudo realizado por Fernandes *et al* (2020) são utilizados modelos matemáticos para a ajuste de dados de COVID-19, entre esses modelos utilizados estão o logístico e o gompertz. Ambos os modelos tem suas contribuições para a pesquisa tento em vista que “um modelo sempre vem acompanhado de hipóteses e pressupostos que correspondam às condições postas, facilitem e viabilizem a sua manipulação matemática-estatística computacional, para que possam ajudar a solucionar o problema da pesquisa e obter respostas sobre o estudo (FRANCO; DUTRA, 2020).

3. METODOLOGIA

3.1 MATERIAL

No que diz respeito ao tipo de pesquisa, esse trabalho se classifica, em relação à natureza, como aplicada tendo como finalidade principal a produção de conhecimento visando a aplicação de seus resultados, de acordo com Barros e Lehfeld (2000, p. 78) a mesma visa “contribuir para fins práticos, visando à solução mais ou menos imediata do problema encontrado na realidade”. Em relação aos objetivos se caracteriza como uma pesquisa exploratória onde utilizasse modelos lineares e não lineares, explorando em uma perspectiva pouco conhecida os dados de COVID-19. Segundo Raupp e Beuren (2006, p. 80) “Por meio do

estudo exploratório, busca-se conhecer com maior profundidade o assunto, de modo a torna-lo mais claro ou construir questões importantes para a condução da pesquisa” E segundo aos procedimentos de análise se classifica como bibliográfica e estudo de caso. Bibliográfica pois a mesma busca embasamento teórico para fundamentar suas ações dentro da pesquisa, visando recolher informações e conhecimentos prévios sobre a temática da pesquisa, para que assim aconteça uma hipótese acerca dos possíveis resultados encontrados com a mesma (RAUPP; BEUREN, 2006). Sua análise acontece também como estudo de caso, buscando aprofundar o conhecimento pesquisado para alcançar o objetivo da melhor forma possível (RAUPP; BEUREN, 2006).

Sabido que, seria feita uma modelagem matemática para o número de casos de COVID-19 no município de Uruçuí - PI, o estudo teve início com a pesquisa bibliográfica sobre funções, modelos lineares e não lineares que foram usados e ajustados durante o processo de modelagem matemática. Após o embasamento teórico e construção do referencial teórico, deu-se início a análise dos dados. Os dados analisados nessa pesquisa fazem parte do levantamento do número de novos casos por dia, da Covid-19, nos meses de maio a novembro de 2020 no município de Uruçuí - Piauí.

O banco de dados foi cedido pela Secretaria de Saúde do município de Uruçuí – PI, e nele constava uma planilha em Excel com o número de novos casos por dia a contar de 1º de maio de 2020 a 12 de dezembro de 2020. Com base na planilha recebida, foi construída uma nova planilha contendo o número de casos acumulados a cada 30 dias, em que apresenta como variáveis explicativas os 7 períodos de 30 dias e variáveis respostas o número de casos acumulados nos respectivos períodos.

3.2 MÉTODOS

Os modelos usados para descrever os casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí-PI foram: Linear (1), Logístico (2) e Gompertz (3) que são dados por:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 t_i \quad (1)$$

$$Y_i = \alpha e^{(-e^{k(\gamma - t_i)})} + \varepsilon_i \quad (2)$$

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{k(\gamma - t_i)}} + \varepsilon_i \quad (3)$$

Em que Y_i representa o valor médio estimado para o número de casos, na i -ésima observação; α é o valor assintótico ou máximo estimado; γ corresponde a abscissa do ponto de

inflexão; k representa o índice de crescimento; t_i é o i -ésimo dia de medição e $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ é o erro aleatório associado a i -ésima observação, sendo que é uma distribuição normal com média zero e variância constante.

O método de mínimos quadrados foi utilizado para estimação dos parâmetros. Ele é baseado na ideia de minimizar a soma de quadrados dos resíduos e resulta numa solução de sistemas de equações normais não lineares, em que faz-se necessário recorrer a um processo iterativo. O mais usado é o de Gauss-Newton e que também foi admitido nesse estudo (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002).

Para análise de resíduos foram usados os testes Shapiro-Wilk, para verificar a normalidade, Breusch-Pagan (ZEILEIS; HOTHORN, 2002), para homogeneidade de variância e Durbin-Watson (ZEILEIS; HOTHORN, 2002), para independência.

Os modelos ajustados foram comparados pelo coeficiente de determinação ajustado R^2 (DE LIMA; DA SILVA; DA SILVA, 2021) e por critérios apropriados como o critério de Akaike corrigido (AICc) (MAZEROLLE, 2020). Todos os modelos foram ajustados utilizando o programa R versão 3.6.3 (DEVELOPMENT CORE TEAM, 2019).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A verificação dos pressupostos dos modelos relativos à normalidade, homogeneidade de variância e independência dos resíduos para os dados casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí podem ser vistos na Tabela 1 que estão apresentados os resultados da análise de resíduos, com base nos testes de Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson.

Tabela 1. Valores p dos testes Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson utilizados para análise de resíduos para os modelos Linear, Logístico e Gompertz para casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí-PI.

Modelo	Shapiro-Wilk	Breusch-Pagan	Durbin-Watson
Linear	0,4430	0,5853	0,0316
Logístico	0,3593	0,1177	0,3502
Gompertz	0,1549	0,6640	0,2130

Os testes tem como objetivo analisar a normalidade: Quando os dados seguem uma distribuição normal, temos que valores próximos de um valor central(média), dados simétricos em torno da média, e uma baixa dispersão, ou seja, poucos valores extremos. Independência: quando os dados são independentes dizemos que a probabilidade de ocorrência de um não altera na ocorrência do outro. Homogeneidade: a variância dos dados é semelhante. Ou seja, variam de forma semelhante em relação à média. Conforme os resultados, verificou-se que os pressupostos de normalidade, homogeneidade e independência foram atendidos para todos os

modelos, menos a independência para o modelo linear, o que de certa forma faz com que o modelo linear não se ajuste de maneira significativa aos dados em questão.

As Tabelas 2 e 3 apresentam as estimativas dos parâmetros (x, α, γ, k) levando em consideração os casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí para o modelo linear e os modelos não lineares, respectivamente. Além do mais apresenta os critérios de qualidade de ajuste para selecionar o modelo mais adequado.

Tabela 2. Estimativas e critérios de qualidade de ajuste para os parâmetros do modelo linear para casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí-PI.

Modelo	Parâmetros		AICc	R ² ajust
	Intercepto	x		
Linear	-143,33	11,23	118,2292	0,9367

Tabela 3. Estimativas e critérios de qualidade de ajuste para os parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz para casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí-PI.

Modelo	Parâmetros			AICc	R ² ajust
	α	γ	k		
Logístico	1973,15	98,17	0,05	96,2494	0,9985
Gompertz	2052,45	85,19	0,03	93,5092	0,9989

Analisando as Tabelas 2 e 3 pode-se perceber que o modelo linear obteve um bom ajuste (0,9367), porém os modelos não lineares ajustaram-se melhor aos dados, onde o modelo Logístico apresenta R^2 0,9985 e modelo Gompertz R^2 0,9989. Pode-se perceber por meio da Tabela 3 o comportamento dos modelos não lineares Logístico e Gompertz ajustados aos casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí-PI de maio a dezembro de 2020. O modelo Gompertz possui melhor qualidade de ajuste diante todos os avaliadores de qualidade, fato que corrobora com o trabalho de Fernandes *et al* (2020), De Figueredo *et al* (2020) e Domingues (2011).

Na Figura 2 após utilizar o modelo linear do 1º grau, pode-se observar um comportamento sigmoidal, do crescimento de casos cumulativos de COVID-19 em Uruçuí-PI. Dados que foram observados no intervalo de maio a dezembro de 2020, dando indicativos para a utilização de modelos não lineares.

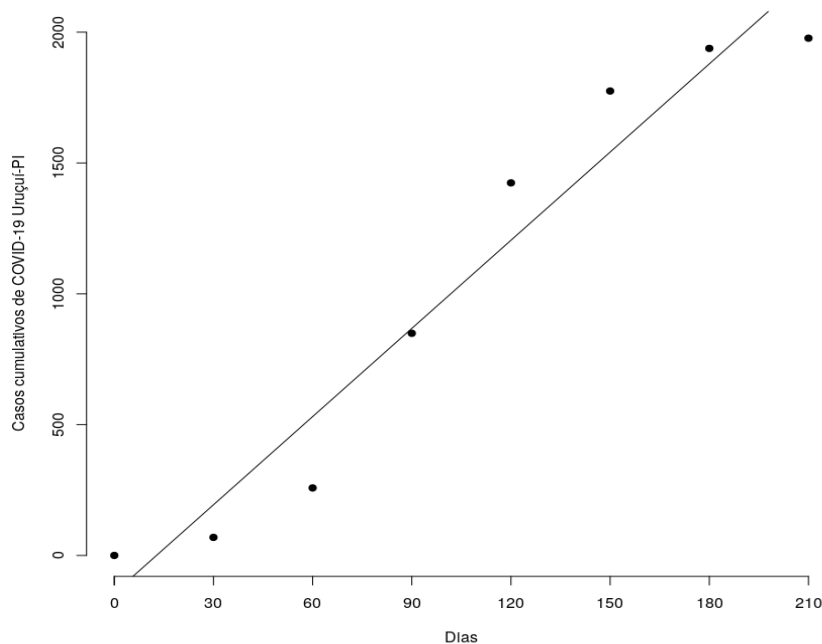


Figura 2: Modelo linear de 1º grau ajustado aos dados casos cumulativos de COVID-19 em Uruguí-PI de maio a dezembro de 2019.

A Figura 3, apresenta como os modelos logísticos e Gompertz se comportaram perante os dados analisados nesta pesquisa, destacando visivelmente como o modelo Gompertz se ajusta melhor aos dados observados no período analisado em questão.

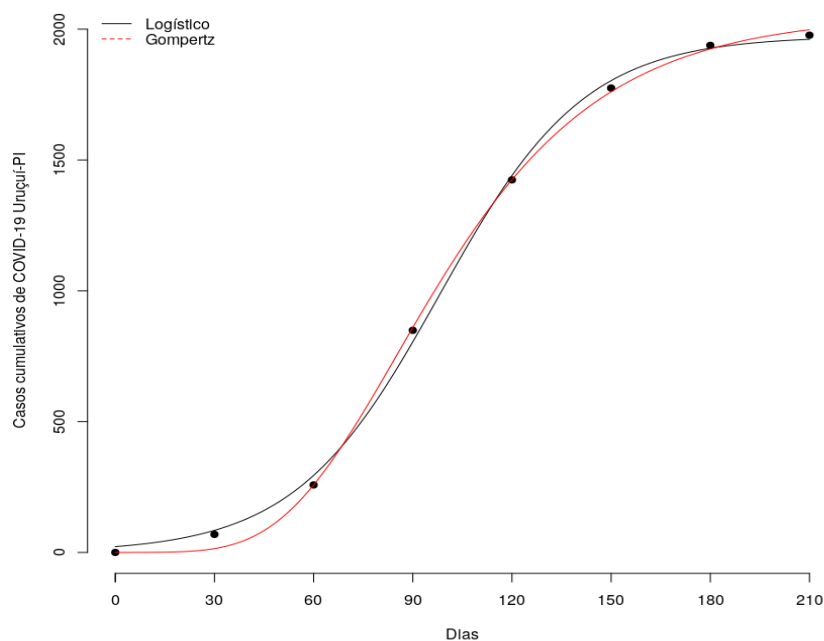


Figura 03. Modelos não lineares logístico e gompertz ajustado aos dados casos cumulativos de COVID-19 em Uruguí-PI de maio a dezembro de 2020.

Percebemos que as análises mostram que o contágio, dentro do período analisado, iniciou-se com um crescimento acelerado e após 120 dias há indícios de estabilidade nos números de casos, sendo relacionada a possíveis medidas restritivas realizadas neste período pela Secretaria de Saúde e órgãos competentes. Vale ressaltar que o objetivo do presente trabalho foi utilizar a modelagem como ferramenta, explicando o comportamento dos dados cumulativos de COVID-19 em Uruçuí do período de 1º de maio de 2020 a 12 de dezembro de 2020, para trazer contribuições significativas para a comunidade e autoridades locais.

5. CONCLUSÃO

A modelagem tem se destacado como importante ferramenta para as pesquisas na atualidade, desenvolvendo estudos de grande valia na pesquisa científica, como foi mostrado no presente trabalho. As tecnologias avançam cada dia mais, porém métodos que muitas das vezes soam “antiquado ou ultrapassado” veem se destacando no auxílio inicial de diversos estudos fundamentais para as áreas do conhecimento.

A aplicação dos modelos lineares e não lineares para os dados cumulativos de COVID-19 possibilitou uma visão detalhada de seu comportamento e como acontecia a curva de contágio na cidade de Uruçuí no período em questão. Em resumo, as análises mostraram que o contágio, dentro do período analisado, iniciou-se com um crescimento acelerado e após 120 dias apresentou decaimento no número de casos. É importante destacar que tal resultado não significa que o contágio não possa ter aumentando, uma vez que os dados analisados são de maio a dezembro de 2020. O modelo que apresentou melhor ajuste aos dados foi o Gompertz, tendo menor erro estatístico e atendendo os critérios de qualidade para os parâmetros, onde dentro dos dias analisados podemos utilizar esse modelo para saber quantos casos de COVID-19 foram notificados.

REFERÊNCIAS

BARROS, A. J. S.; LEHFELD, N. A. S. **Fundamentos de Metodologia:** Um Guia para a Iniciação Científica. 2 Ed. São Paulo: Makron Books, 2000.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, M. S; DOROW, K. C. Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no ensino brasileiro: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil. **Revista Dynamis**, v. 14, n. 1, p. 54-61, 2008.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese de Doutorado em Educação. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1992

DE FIGUEIREDO, M. P. S et al. Long-Term Time Prediction of Cumulative Number of Deaths in Brazil, China, Germany, Italy, Spain, the United States: an application to COVID-19 S-shaped models. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 8, p. e749986565-e749986565, 2020. Disponível em : <<https://www.rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/6565>>. Acesso em 16 jun. 2021.

DE LIMA, R.P.; DA SILVA, A.R; DA SILVA, A.P.. soilphysics: An R package for simulation of soil compaction induced by agricultural field traffic [S.l.:s.n.], 2021. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=soilphysics>>. Acesso em: 31 mai. 2021.

DO AMARAL, L. S et al. Interiorização do Covid-19: Uma análise da evolução dos casos/10 mil habitantes em municípios da Microrregião de Garanhuns no Estado de Pernambuco, através de modelos de Regressão não linear. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 9, p. e293996582-e293996582, 2020.

DOMINGUES, J. S. Análise do Modelo de Gompertz no crescimento de tumores sólidos e inserção de um fator de tratamento. **Biomatemática**, v. 21, p. 103-12, 2011.

FERNANDES, F. A et al. Panorama da fase inicial do crescimento dos números de casos e óbitos causados pela COVID-19 no Brasil. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 10, p. e1539108560-e1539108560, 2020.

FERNANDES, T.J., MUNIZ, J. A., PEREIRA, A. A., MUNIZ, F. R., & MUIANGA, C. A. (2015). Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. **Acta Scientiarum. Technology**, 37(4), 397-402. DOI: <https://doi.org/10.4025/actasci-technol.v37i4.27855>. Acesso em: 15 jun 2021.

FRANCO, C. M. R; DUTRA, R. F. Modelos matemáticos em epidemiologia e aplicação na evolução da covid-19 no Brasil e no Estado da Paraíba. **Educação, Ciência e Saúde**, v. 7, n. 1, 2020.

JESUS, H. A; CAMARGO, L. S. N. Modelagem Matemática: o uso das funções na evolução da transmissão da Covid-19. **Matemática-Tubarão**, 2020.

KLÜBER, T. E; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 10, n. 1, 2008.

LEITE, M. B. F; SILVA, G. H. J; SOUSA, L. F. Modelos matemáticos para o crescimento da população do estado de são paulo e a exploração de diferentes taxas de crescimento. **Ciência & Educação**, Campinas-SP, ano 2011, v. 17, n. 4, p. 927-940 DOI 13.086-900. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S1516-73132011000400010> Acesso em: 10 abr. 2021.

LIMA, E. L; CARVALHO, P. C. P; WAGNER, E; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. 8. ed. rev. Rio de Janeiro: SBM, 2003. 247 p. v. 1. ISBN 85-8581810-7.

MAZEROLLE, M. J.. AICcmodavg: Model selection and multimodel inference based on (Q)AIC(c). [S.l.:s.n.], 2020. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=AICcmodavg>>. Acesso em: 31 mai. 2021.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não linear. **Acta Scientiarum**, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

MENDES, P. N. **Ajuste dos modelos de Gompertz e Logístico na descrição das curvas de crescimento de tomate: uma abordagem Bayesiana**. 2011. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado). Lavras, UFLA.

R CORE TEAM. R: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2019. Disponível em <<http://www.R-project.org/>>. Acesso em: 31 mai. 2021.

RAUPP, F. M.; BEUREN, I. M. Metodologia da pesquisa aplicável às ciências. **Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade: teoria e prática**. São Paulo: Atlas, p. 76-97, 2006.

SANTIAGO, E. J. P et al. Modelos não lineares aplicados a mortalidade e casos da COVID-19 no Brasil, Itália e mundo. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 6, p. e117963561-e117963561, 2020.

SANTOS, P. R. Descrição do consumo diário de ração para gatos usando modelos lineares e não lineares. **Departamento de ciências exatas** , Lavras, p. 1-7, 2015.

UEDA, C. M. **Modelos não lineares com diferentes estruturas de covariância em curvas de crescimento: uma aplicação no estudo da severidade da doença Late blight**. 2003. Disponível em; <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/85646> acesso em 13 mai. 2021

ZEILEIS, A.; HOTHORN, T. Diagnostic Checking in Regression Relationships. [S.l.:s.n.], 2002. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=lmtest>>. Acesso em: 31 mai. 2021.