



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS CAMPO MAIOR
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ROMILSON RODRIGUES DOS SANTOS

**VISÃO HISTÓRICA SOBRE OS NÚMEROS COMPLEXOS: DA CRIAÇÃO AO
DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO ATUAL**

CAMPO MAIOR

2025

ROMILSON RODRIGUES DOS SANTOS

VISÃO HISTÓRICA SOBRE OS NÚMEROS COMPLEXOS: DA CRIAÇÃO AO
DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO ATUAL

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Campo Maior.

Orientador: Prof. Me. Marcos Wildson Alves Nery.

CAMPO MAIOR

2025

VISÃO HISTÓRICA SOBRE OS NÚMEROS COMPLEXOS: DA CRIAÇÃO AO DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO ATUAL

Romilson Rodrigues dos Santos¹
Marcos Wildson Alves Nery²

RESUMO

O presente trabalho tem como objeto de estudo os aspectos históricos que deram origem ao conjunto dos números complexos, evidenciando os primeiros números complexos com Diofante de Alexandria, equações de terceiro grau por Girolamo Cardano, e outros matemáticos renomados como Rafael Bombelli, John Wallis e Leonard Euler. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica que tem como objetivo compreender a evolução dos números complexos, desde suas origens enfatizando sua importância na Ciência moderna. Busca-se destacar a relevância desse conjunto não apenas para o campo da Matemática, mas também o impacto duradouro dentro do cenário científico atual. Pretende-se encontrar aplicações consistentes dos números complexos em áreas como engenharia e ciências, que forneça uma análise interpretativa que destaque a importância desse conjunto, em que perceba o seu valor no contexto acadêmico e profissionais. Essa abordagem proporciona uma análise abrangente e sistemática, oferecendo uma visão detalhada sobre a história dos números complexos e suas aplicações.

Palavras-chave: história; números complexos; aplicação.

ABSTRACT

This work focuses on the historical aspects that led to the development of complex numbers, beginning with their earliest mentions by Diophantus of Alexandria, the cubic equations studied by Girolamo Cardano, and the contributions of renowned mathematicians such as Rafael Bombelli, John Wallis, and Leonhard Euler. It is a bibliographic study aimed at understanding the evolution of complex numbers from their origins to their significance in modern science. The research seeks to highlight the importance of this number set not only in mathematics but also in its enduring impact across scientific and technological fields. Emphasis is placed on practical applications of complex numbers in areas such as engineering and the physical sciences, providing an interpretative analysis that reinforces their academic and professional value. This approach offers a comprehensive and systematic view of the historical development and modern applications of complex numbers.

Keywords: history; complex numbers; application.

Data de aprovação: 12/08/2025

¹ Graduando em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí-IFPI *Campus* Campo Maior. cacam.2021127lmat0122@aluno.ifpi.edu.br.

² Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Piauí - IFPI. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI. marcos.nery@ifpi.edu.br.

1 INTRODUÇÃO

O conjunto dos números complexos, representado por $\mathbb{C}$, é uma extensão do conjunto dos números reais $\mathbb{R}$. A introdução dos números complexos foi uma extensão necessária para resolver certas equações que não tinham soluções no conjunto. A partir dessa extensão, várias propriedades interessantes emergem. Os números complexos têm amplas aplicações em várias disciplinas, incluindo álgebra, análise complexa, física, engenharia e ciências aplicadas. Eles são fundamentais para descrever fenômenos ondulatórios, corrente alternada em eletricidade, análise de circuitos, entre outros campos.

Existem diversas aplicações diretas dos números complexos, porém, seu uso não é perceptível sem um conhecimento prévio sobre o assunto. No entanto, não se pode desconsiderar a contribuição indireta desse conjunto para o avanço tecnológico. Algumas de suas aplicações são abordadas neste trabalho, evidenciando o papel fundamental dos números complexos em diversas áreas do conhecimento.

De acordo com Cedron (2021), analisar tanto os conteúdos históricos quanto os conceitos, percebeu que foi possível enriquecer e aprofundar ainda mais a compreensão prévia desses temas.

Ao pesquisar sobre a história dos Números Complexos, realizando uma retomada histórica e conceitual do conteúdo, pôde-se ampliar e aprofundar os conhecimentos prévios. Outrossim, permitiu visualizar que as situações que motivaram sua descoberta eram de natureza empírica, o que veio se perdendo ao longo do ensino, conforme observamos em livros didáticos e em artigos científicos. A ênfase nestes materiais, direciona o estudo para os aspectos teóricos e para o uso de fórmulas em detrimento da história e das aplicações. (Cedron, 2021, p.48).

Ao abordar o estudo das aplicações de tema matemático específico é imperativo considerar os eventos históricos que fundamentam sua origem. Foi, a partir dessa perspectiva, que foi direcionada nossa atenção para as aplicações práticas dos números complexos, cuja análise justifica-se pela necessidade de um estudo mais aprofundado sobre a utilização e relevância para o entendimento desta área da Matemática.

Cedron (2021, p 48), faz uma análise sobre as aplicações dos números complexos, em que percebeu que esse conjunto abrange uma vasta gama de aplicações tanto científicas quanto no cotidiano. Pode-se observar, portanto, uma evidente evolução de diversas áreas do conhecimento a partir dos números complexos e suas propriedades, bem como suas representações como ferramenta de apoio na resolução de problemas.

Esta visão histórica dos números complexos enfatiza seu papel fundamental na evolução de diversas áreas do conhecimento, desde a abstração da Matemática até aplicações concretas em várias áreas da Engenharia e outras ciências. Dessas afirmações depreende-se a questão norteadora dessa pesquisa: Quais são as aplicações fundamentais dos números complexos, enquanto conhecimento matemático, nas engenharias e na ciência?

O objetivo geral dessa pesquisa foi compreender a evolução dos números complexos, desde suas origens, enfatizando sua importância na ciência moderna, através de uma análise a respeito de trabalhos acadêmico-científicos. Para isso buscou-se identificar os principais matemáticos bem como os trabalhos que deram origem à criação dos números complexos, investigar como a descoberta dos números complexos influenciou a Matemática moderna e analisar a relação entre os números complexos e aplicações, dentro de sua definição, propriedades, bem como sua evolução histórica e tecnológica.

A presente trabalho tem natureza qualitativa, sendo caracterizada como pesquisa bibliográfica. Segundo Boccato (2006), a pesquisa bibliográfica investiga através de referenciais teóricos para a resolução de um problema (hipótese), partindo do princípio de analisar e discutir as diversas contribuições científicas. De início, foi feita uma revisão teórica da literatura pertinente ao tema, através de livros e busca eletrônica nas bases de dados: Google Acadêmico, Periódicos Capes, Scientific Electronic Library online (SciELO), utilizando as seguintes palavras chaves; números complexos, aplicações, engenharia, ciência. Após ter selecionado todo o material, foi feita uma análise, reescrita e resumo dos textos para serem expostos na discussão dos resultados.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico apresentado foi estruturado em três partes, com o objetivo de evidenciar a evolução dos números complexos desde sua origem histórica até suas aplicações práticas. Inicialmente foi apresentado uma contextualização histórica dos números complexos usando uma linha temporal, denotando os principais matemáticos e trabalhos que deram origem a criação desse conjunto. Em seguida, abordou-se a influência dos números complexos no desenvolvimento da Matemática. Por fim, analisou-se de que modo os números complexos são aplicados na ciência moderna.

2.1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA

A criação dos números complexos remonta à necessidade de encontrar soluções para equações quadráticas que não tinham raízes quadradas de números negativos, como por exemplo $x^2 = -25$. O desenvolvimento desse conjunto proporcionou uma abordagem mais abrangente para a resolução de equações polinomiais, revelando propriedades matemáticas notáveis.

Considerando esse panorama, são apresentados alguns dos matemáticos que perceberam essa necessidade. Foi elaborada uma linha temporal desde as primeiras vezes em que foram encontradas raízes negativas até o desenvolvimento da teoria dos números complexos como extensão dos números reais.

Diofante de Alexandria (200 – 284 d. C.), se deparou com um problema matemático, “determinar os lados de um triângulo retângulo de perímetro 12 e área 7”, chegando em uma equação $24x^2 - 172x + 336 = 0$, o que o leva ao obscuro e inimaginável resultado $\sqrt{-167}$, que o levou a não prosseguir com o desenvolvimento da equação, visto que a solução não pertence ao conjunto dos números reais. Percebe-se então que os números complexos, ou pelo menos as raízes quadradas de números negativos, se encontram na Matemática muito antes de sua aceitação formal.

Girolamo Cardano (1501 – 1576) “um gênio inescrupuloso que ensinava a matemática e praticava medicina em Milão, depois de um juramento solene de segredo, conseguiu arrancar de Tartaglia a chave da solução cúbica.” Eves (2011, p. 303).

Em 1545, Cardano mencionava pela primeira vez os números complexos no livro *Ars Magna*, onde ele retratava o seguinte problema, “Determinar dois números cuja soma seja 10 e o produto seja 40”. Segundo Sousa (2022, p. 16) Em 1545 Girolamo Cardano quebra a promessa que fez a Tartaglia publicando o trabalho intitulado *Ars Magna* (em Latim, Grande Arte), no qual discorre sobre a solução das equações polinomiais cúbicas.

A partir desse problema, Cardano encontra uma equação de segundo grau $x^2 - 10x + 40 = 0$, na solução dessa equação encontra-se o resultado $x' = 5 + \sqrt{-15}$ e $x'' = 5 - \sqrt{-15}$, onde assim como Diofanto não considerou o resultado por também encontrar uma raiz quadrada de número negativo.

Posteriormente, Cardano formulou um método de resolução de uma equação do tipo $x^3 + ax + b = 0$, que é dado por:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} \quad \text{eq. 1}$$

enquanto resolvia algumas dessas equações, se deparou com a seguinte equação $x^3 - 15x - 4 = 0$ substituindo na fórmula, tem-se

$$x = \sqrt[3]{-\frac{(-4)}{2} + \sqrt{\frac{(-4)^2}{4} + \frac{(-15)^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{(-4)}{2} - \sqrt{\frac{(-4)^2}{4} + \frac{(-15)^3}{27}}} \quad \text{eq. 3}$$

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{4 - 125}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{4 - 125}} \quad \text{eq. 4}$$

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}} \quad \text{eq. 5}$$

Porém, por simples inspeção, vemos que em $x^3 - 15x - 4 = 0$, observa-se 4 como uma solução. Segundo Boyer (1974, p. 209) Cardano sabia que não existe raiz quadrada de um número negativo, e, no entanto, ele sabia que $x = 4$ é uma raiz. Não conseguiu entender como sua regra faria sentido em tal situação.”

Rafael Bombelli (1526 – 1572) foi um algebrista italiano nascido em Bologna, considerado por muitos o matemático mais importante da Itália, tendo como sua principal publicação a obra *Algebra*. Ele explicou uma das aplicações dos números complexos, de como calcular a raiz quadrada de um número negativo.

Com a resolução da equação $x^3 - 15x - 4 = 0$, com a fórmula de Cardano, Bombelli explica uma especificidade da raiz cúbica, se no seu radicando for encontrado a raiz quadrada de um número negativo assim como é encontrada na equação anterior.

Bombelli teve a feliz ideia de que os próprios radicais poderiam ser relacionados de modo análogo àquele em que os radicandos são relacionados que, como diríamos agora, eles são imaginários conjugados que levam ao número real 4. É evidente que se a soma das partes reais é 4, então a parte real de cada um é 2; e se um número da forma $2 + b\sqrt{-1}$ deve ser a raiz cúbica de $2 + 11\sqrt{-1}$, então é fácil ver que deve ser $i^2 = -1$. Logo $x = 2 + 1\sqrt{-1} + 2 - 1\sqrt{-1}$, ou 4. (Boyer, 1974, p. 211).

Embora, que os números complexos tenham aparecido pela primeira vez nas equações de segundo grau, sendo consideradas impossibilidades no conjunto dos números reais, entende-

se que a criação desses números só foi considerada importantes para a resolução de um tipo particular de equação cúbica. “Com seu engenhoso raciocínio Bombelli mostrou o importante papel que os números imaginários conjugados iriam desempenhar no futuro[...]” (Boyer, 1974, p. 211)

Observa-se que apesar de ter sido na obra de Cardano que surgiram os números que passaram a ser chamados de complexos, foi Bombelli que teve expertise em definir regras que proporcionou operar com esses números. Então, temos que Bombelli foi extremamente importante para o desenvolvimento dos números complexos. Este trabalho de Bombelli deu início ao estudo dos números complexos, que atualmente conhecemos. (Sousa, 2022, p. 16).

Mesmo depois de ter sido formulado e definidas as operações aritméticas do então conjunto dos números complexos, tais como adição, subtração, multiplicação, radiciação etc., continuou a ser um caminho árduo para aceitação do conjunto, pela falta de uma representação geométrica.

A busca pela representação geométrica dos números complexos, deu início com John Wallis (1616 – 1703), nascido em Ashford, Kent. Wallis inventou a utilização de dois eixos para representar algebricamente os números complexos, apesar de só mais tarde ter sido utilizado por Carl Friedrich Gauss.

John Wallis (1616 – 1703), professor da Universidade de Oxford, deu interpretação de direção aos números negativos ao propor que os números negativos seriam distâncias em sentido oposto ao positivo à esquerda de um dado ponto, fez a primeira tentativa de legitimar os números complexos por meio de uma interpretação geométrica do plano. (Assis, 2019, p. 30)

Contudo, a contribuição mais significativa veio de Leonard Euler (1707 – 1783), matemático que publicou mais de 800 obras, algumas mesmo depois de perder a visão. Assim, uma de suas inúmeras contribuições, destacamos ao tema o uso da letra i que substitui $\sqrt{-1}$. Segundo Garbi (2009, p. 104)

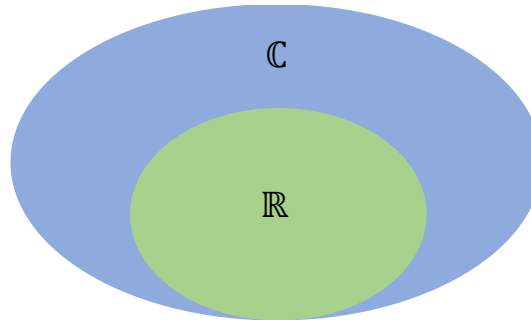
Euler aprofundou-se nesta questão, continuando pesquisas iniciadas por outros, e descobriu os segredos daquele número, tornando as funções em que ele parece uma importantíssima ferramenta nos campos da Física e da Engenharia, além, naturalmente, da Matemática pura. Garbi (2009, p. 104).

2.1.2 INFLUÊNCIA NA MATEMÁTICA MODERNA

Com a então aceitação do conjunto numérico dos números complexos foram desenvolvidas operações com as mesmas denominações dos números reais, que garantem a

veracidade de sua existência. O número complexo é escrito na forma algébrica $a + bi$ onde a e b são números reais e i é a unidade imaginária na forma $i^2 = -1$ ou $i = \sqrt{-1}$. Segundo Eves (2011, p. 549) “deve-se observar, portanto, que o sistema dos números reais está imerso no sistema dos números complexos.”

Figura 1: O conjunto dos números



Fonte: Autor (2025)

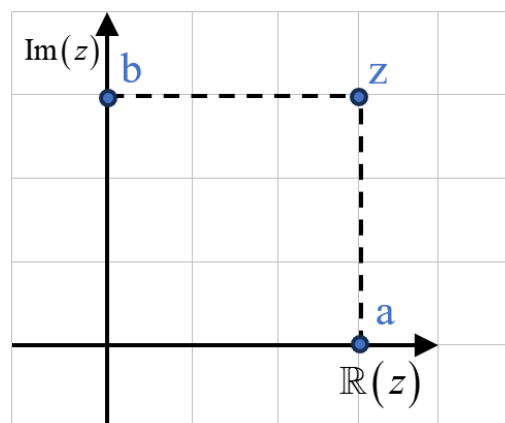
A forma algébrica dos números complexos, será dado por: $z = a + bi$, tendo então

$$\Re(z) = a \rightarrow \text{Parte real de } z.$$

$$\Im(z) = b \rightarrow \text{Parte imaginária de } z.$$

O plano Complexo, também conhecido como plano de Argand-Gauss, é uma forma de representar de forma geométrica o conjunto dos números complexos. Como visto anteriormente, o plano complexo em sua forma algébrica é $z = a + bi$ que no plano cartesiano é representado como par ordenado (a, b) , sendo a parte real e b a parte imaginária. A figura a seguir mostra como é representado um número complexo z associado a um par ordenado no plano.

Figura 2: O plano complexo



Fonte: Autor (2025)

Constata-se, portanto, que a ideia de representar geometricamente os números complexos possibilitou efetuar as operações aritméticas nesse conjunto. A pesquisa evidencia a relevância da introdução desse novo conjunto na Matemática, no qual os números complexos proporcionaram a viabilidade de múltiplas soluções não apenas no âmbito matemático, mas também em diversas outras ciências modernas. Segundo Lima (1991),

Não se julgue, entretanto, que a importância dos números complexos resulta apenas do Teorema Fundamental da Álgebra. Eles se fazem presentes em praticamente em todos os ramos da Matemática, como Álgebra Teoria dos Números, Topologia, Geometria (Analítica, Diferencial ou Algébrica), Análise, Equações Diferenciais e em aplicações como Física Matemática, Dinâmica de Fluidos, Eletromagnetismo, etc. A teoria das Funções de Variável Complexa é uma área nobre, de grande tradição matemática e, ao mesmo tempo, com notável vitalidade, refletida na intensa atividade de pesquisa que se desenvolve nos dias atuais. (Lima, 1991, p. 31).

2.1.3 APLICAÇÕES NAS CIÊNCIAS MODERNAS

2.1.3.1 CORRENTE ELÉTRICA ALTERNADA

A (CA) corrente alternada, é bastante utilizada na distribuição de energia elétrica moderna, isso se deve a sua eficiência no transporte de energia a longas distâncias. O sentido da condução das cargas elétricas inverte rapidamente, tendo grande importância na transmissão de energia elétrica e para o funcionamento de motores elétricos. Diferentemente da (CC) corrente contínua, onde os elétrons são movidos em uma única direção.

Nesse cenário, observa-se que os números complexos são indispensáveis para a facilitação do desenvolvimento de equações ligadas à corrente alternada, tendo em vista que a resolução seria ainda mais difícil se não fossem utilizados os fasores como ferramenta de auxílio. Vital (2024) define os fasores “como vetores, representados por números complexos, que giram em uma determinada velocidade em um círculo trigonométrico”.

Números Complexos podem ser uma valiosa ferramenta para resolver problemas relacionados à análise de circuitos elétricos, Puhl et. al (2020) afirma que os Números Complexos se configuram como um conhecimento base para a análise de circuitos elétricos em corrente alternada.

Essa aplicação, mostra que os números complexos estão além da teoria formal na matemática, mas ele se integra de uma forma muito abrangente a diversos outros campos do conhecimento, mostrando a evolução e consolidação na ciência moderna.

2.1.3.4 MECÂNICA QUÂNTICA

Diferentemente da física clássica, que pode ser majoritariamente descrita ainda dentro do conjunto dos números reais, a mecânica quântica é uma área da ciência que precisa de forma fundamental dos números complexos, sendo insubstituível, pois sua estrutura exige funções e operadores complexos.

É visto, por exemplo na equação de Schrödinger, que é uma equação diferencial parcial linear, Alves (2023) caracteriza essa equação a partir do livro *Principles of Quantum Mechanics* de Ramamurti Shankar como, “um sistema quântico determinando a evolução temporal de função de onda $\psi(t, q)$ relacionada a uma certa partícula quântica que contém informações sobre a probabilidade de encontrar a partícula em diferentes estados quânticos.”

Assim é visto que a equação de Schrödinger, se faz o uso dos números complexos e depende explicitamente da unidade imaginária na sua seguinte forma:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi ,$$

onde $\hbar$ é a constante de Planck reduzida e $\hat{H}$ é o operador hamiltoniano.

E esse uso do número imaginário é necessário para que a equação preserve suas propriedades principais, como a linearidade.

Alves (2023) destaca que,

“A mecânica quântica, uma das teorias mais fundamentais da física moderna, incorpora os números complexos em sua formulação matemática. As funções de onda, que descrevem o comportamento dos sistemas quânticos, são expressas em termos de números complexos. Essa abordagem permite uma descrição precisa de fenômenos quânticos, levando a avanços significativos na compreensão do mundo microscópico. (Alves, 2023, p.39)

2.1.3.5 AERODINÂMICA

Na física, existem três estados fundamentais de qualquer substância: sólido; líquido e gasoso. E quando uma substância compreende o estado físico ou gasoso, ela é denominada de fluido, que é quando ela se deforma continuamente sob a aplicação de uma força ou tensão.

A mecânica de fluidos, estuda o comportamento e o movimento dessas substâncias. Ela é dividida em várias categorias, uma delas é a aerodinâmica, que tem como foco o “estudo do escoamento de gases escoamento de gases (especialmente o ar) sobre corpos tais como aeronaves, foguetes e automóveis em velocidades altas ou baixas (Novais, 2020).”

De acordo com Novais (2020),

“Um fluido em movimento exerce forças de pressão normais e forças tangenciais de cisalhamento a superfície do corpo imerso a ele. Isto é, existem várias forças agindo sobre uma aeronave quando a mesma está em voo, porém

podemos expressar estas forças através de duas específicas que compõe uma força resultante: Força de Sustentação (FL) e Força de Arrasto (FD). (Novais, 2020, p.96)”



Fonte: EAD Aviação Civil. Aerodinâmica de baixa velocidade. Disponível em <<https://blog.eadaviacaocivil.com/aerodinamica-de-baixa-velocidade/>>. Acesso em: 14 junho 2025

Nikolai Yegorovitch Jukovsky (1847 - 1921), em 1906, utilizou os números complexos na aerodinâmica, quando transformou formas geométricas, através da construção de uma curva fechada, em um plano complexo representado em um perfil de uma asa de avião através do princípio de Bernoulli (1738) e da teoria das funções complexas.

Jukovsky foi um cientista russo, responsável de evidenciar que a representação de uma circunferência de raio unitário no plano z é transformada em uma curva com a configuração de um aerofólio no plano w , assemelhando-se à forma de uma asa de aeronave, ao estudar a

seguinte função: $f: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C} \quad f(z) = z + \frac{1}{z}$

$$f(z) = z + \frac{1}{z}$$

Novais (2020), ainda conclui,

“[...]que existe muita análise complexa e cálculos por trás do voo de um avião, que hoje é considerado um dos transportes mais seguros do mundo. E, que apesar de tal complexidade, constatamos que as funções complexas é uma, dentre outras, que podem ser utilizadas como base de um escoamento potencial (irrotacional), de forma que podemos analisar e modelar perfis de asas, que se alteram de acordo com o tipo e objetivo de cada avião. (Novais, 2020, p. 109)”

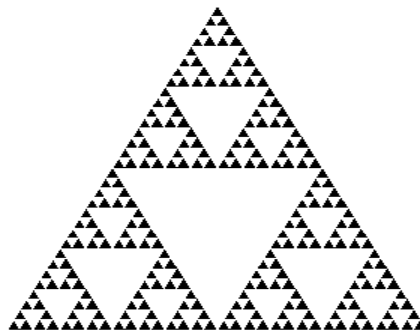
Assim, consegue-se compreender que o emprego do conjunto dos números complexos permite soluções mais elegantes dentro da matemática moderna, o que seriam difíceis com apenas números reais.

2.1.3.6 GEOMETRIA FRACTAL

Os fractais, são figuras geométricas que existe um padrão em sua construção, ela por muitas vezes forma figuras belas e intrigantes. Nos fractais, cada parte é similar ao todo. A geometria fractal desempenha um papel crucial na análise de sistemas dinâmicos, ou seja, sistemas em movimento que, sob determinadas circunstâncias, exibem um comportamento imprevisível.

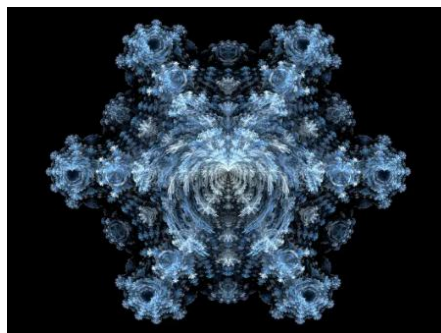
Fractais são frequentemente identificados na geometria, no entanto, podem ser encontrados amplamente na natureza, como nas folhas e raízes das árvores, flocos de neve. E até no corpo humano existem fractais, como por exemplo nos vasos sanguíneos.

Figura 4: Triângulo de Sierpinski.



Fonte: Blogspot. Disponível em: <<https://unbarquero.blogspot.com/2009/12/r-triangulo-de-sierpinski.html>> Acesso em: 18 abril 2025.

Figura 5: Floco de neve



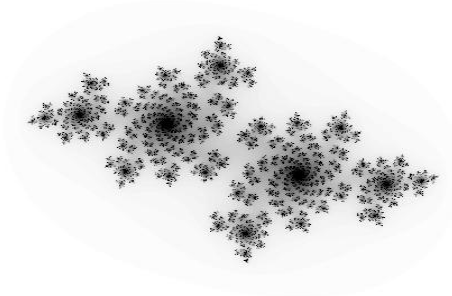
Fonte: DREAMSTIME. Fractal floco de neve. Disponível em: <<https://pt.dreamstime.com/imagem-de-stock-royalty-free-fractal-floco-de-neve-image33247066>> Acessado em 18 abril 2025.

Esse conhecimento é utilizado para fazer previsões do clima, na análise do movimento das estrelas e galáxias que compõem ou exercem influência sobre o sistema solar, revela-se de forma clara a existência de padrões complexos e, por vezes, aparentemente caóticos.

Maués (2023) mostra que a geometria fractal é um campo da matemática em que se estuda as mais diversas formas geométricas complexas e repetitivas, que ao serem encontrados na natureza se observa padrões. Assim conseguimos mostrar alguns fractais importantes sendo construídos a partir de variáveis complexas.

Usando o gerador de conjuntos de Júlia (<https://complexos.blog.br/fractals/so-julia/juliaSets.html>), consegue-se criar alguns fractais famosos na matemática, como o Conjunto de Júlia, demonstrados a seguir.

Figura 6: Conjunto de Júlia

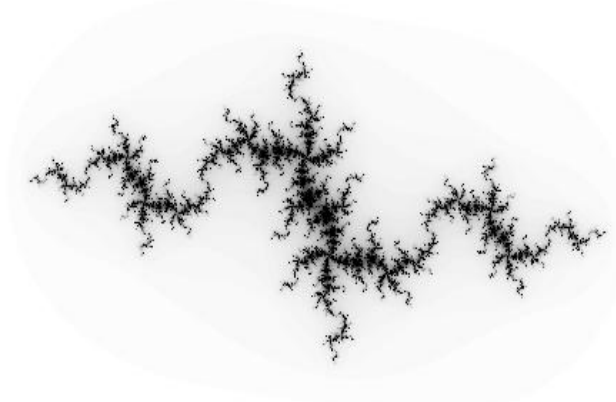


$$c = -0.65 + 0.4i$$

Fonte: Autor (2025)

Outros exemplos desse conjunto usando ainda números complexos.

Figura 7: Conjunto de Júlia



$$c = -1.01 + 0.28i$$

Fonte: Autor (2025)

Alves (2023) destaca,

“Podemos ver, então, como os números complexos são uma importante ferramenta em diversas áreas do conhecimento nos auxiliando a compreender diversos fenômenos do mundo natural de forma mais profunda pois com eles podemos realizar cálculos e descrever funções que eram impossíveis apenas com o uso de números reais. (Alves, 2023)”

As aplicações analisadas evidenciam a grandeza e versatilidade do conjunto dos números complexos, onde ela tende a unificar as mais diversas áreas do conhecimento. Onde

foi uma ferramenta indispensável para o avanço da matemática e ciências modernas, onde muitas delas provavelmente não funcionariam. Assim demonstramos que a criação desse conjunto, representa as mais belas e elegantes soluções dentro da teoria e prática de problemas matemáticos, principalmente por sua complexidade e profundidade.

2.3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Esta seção irá retratar sobre a análise dos trabalhos acadêmicos sobre as aplicações dos números complexos em outros campos do conhecimento, selecionados no período de 2019 – 2024, onde foram organizadas em um quadro (quadro 1), mostrando cada produção “P”, o título, autores/ano e o objetivo de cada uma, na sequência, são examinados e debatidos os achados com base nas categorias estabelecidas para a pesquisa.

2.3.1 IDENTIFICAÇÃO DO MATERIAL DE ESTUDO E ANÁLISE

Quadro 1 – Produções acadêmico-científicas selecionadas (2019-2024)

Produções	Título	Autor	Objetivos
P-1	Refletindo sobre os números complexos – da sua História às suas Aplicações.	ASSIS, César Lopes de. (2019)	Ampliar os conhecimentos dos professores e alunos do Ensino Médio sobre os números complexos, destacando a sua importância no estudo da Geometria, Trigonometria em uma perspectiva da sua construção e seus conceitos.
P-2	Uma história dos números complexos e como eles se tornaram ferramenta fundamental na matemática.	ALVES, Adam Gabriel Viana et al. (2023)	Explorar a história e as aplicações dos números complexos.
P-3	O decolar de um avião: uma proposta didática sobre números e funções complexas.	NOVAIS, Roberta Paula Brandão de. (2020)	Fornecer um material para professores sobre números e funções complexas: suas propriedades e especialmente sobre a parte geométrica (analisar funções complexas como transformações no plano).

P-4	A não Obrigatoriedade do Ensino dos Números Complexos na Educação Básica: reflexões e posicionamento de futuros professores de Matemática.	VITAL, Fernanda. (2024)	Apresentar os resultados de uma pesquisa efetuada com futuros professores de Matemática, acerca dos Números Complexos, em uma disciplina do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT).
P-5	Operações com números complexos: análise de erros cometidos por acadêmicos de Engenharia.	Puhl, C. S, Müller, T. J, & Lima, I. G. (2020)	Verificar indícios de compreensão desse conteúdo, a partir de um teste com acadêmicos de Engenharia de uma Instituição de Ensino Superior do Rio Grande do Sul, identificando e analisando erros cometidos nas operações matemáticas.
P-6	Geometria Fractal: uma abordagem com aplicações voltada ao 3º ano do ensino médio.	MAUÉS, Ismael Otony et al. (2023)	Apresentar de forma introdutória o conceito e algumas aplicações da Geometria Fractal para alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Fonte: Autor (2025)

As informações coletadas nas produções mencionadas acima, demonstram a extensa aplicabilidade e versatilidade dos números complexos, que perpassa o viés matemático, onde destaca as aplicações nas engenharias, ciências modernas e tecnologia.

2.3.2 ANÁLISE DAS PRODUÇÕES

O quadro 2 busca mostrar uma melhor compreensão sobre o motivo da escolha de cada produção mencionada neste artigo, onde retrata um breve resumo para a escolha de cada uma delas.

Quadro 2 – aplicações e resumo de cada produção.

Produções	Motivo da escolha	Resumo
P-1	Contextualização histórica.	O autor nesse artigo reflete sobre as metodologias de ensino dos números complexos, onde destaca os impactos na aprendizagem, evidenciando a

		importância da contextualização histórica para a compreensão dos estudantes.
P-2	Aplicação na mecânica quântica.	O autor destaca como os números complexos vão além da matemática, tornando-se indispensável em outras áreas como na mecânica quântica, onde demonstra como função de onda, solução da equação de Schrödinger, é representada em termos de números complexos.
P-3	Aplicação na Aerodinâmica	Essa dissertação integra a teoria dos números complexos e cálculo diferencial com aplicações pedagógicas. Onde busca tornar o ensino mais significativo e contextualizado, ao se apoiar em um contexto real.
P-4	Aplicação na Engenharia Elétrica.	Ao discutir sobre a não obrigatoriedade dos números complexos na educação básica, mostra os impactos negativos quanto ao entendimento do conteúdo e suas aplicações, especialmente em áreas como a engenharia elétrica.
P-5	Análise de circuitos elétricos em corrente alternada.	O autor investiga sobre a compreensão dos acadêmicos em engenharia em uma certa instituição de ensino sobre os números complexos, e destaca a importância de estratégias para o ensino desse conteúdo matemático. O autor justifica a escolha desse conteúdo pela sua aplicação essencial nas engenharias.
P-6	Aplicação na Geometria Fractal	O autor apresenta a geometria Fractal e aplicações cotidianas. Após sua pesquisa mostra que a geometria fractal pode ser uma ferramenta pedagógica eficaz promovendo aprendizagem contextualizada, visual e interdisciplinar.

Fonte: Autor (2025)

É evidente que todas as produções mencionadas têm como foco principal as aplicações dos números complexos, tanto em contextos pedagógicos quanto em situações práticas, abrangendo diversas áreas do conhecimento, como engenharia elétrica, mecânica quântica, aerodinâmica e geometria fractal. Os estudos demonstram que, quando o conteúdo matemático é contextualizado com situações reais onde os estudantes conseguem ver suas demonstrações práticas, os números complexos tendem a estimular ainda mais o interesse pela Matemática.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base na análise realizada nas produções acadêmicas-científicas, apresentadas nesta pesquisa, notou-se a conexão dos números complexos em vários campos do conhecimento

desde a educação básica. Sendo relevante a reflexão sobre a importância do conteúdo, e das aplicações práticas.

Em vista do que foi apresentado, certifica-se que o objetivo geral foi atendido, pois com a análise conseguiu-se compreender a evolução dos números complexos, e foi enfatizado a importância para a ciência moderna, considerando que foi apresentado algumas de suas aplicações.

Com base nas abordagens adotadas nos trabalhos analisados, foi evidenciado as diversas propostas de ensino que podem ser utilizadas para mostrar o potencial dos números complexos na interdisciplinaridade ao integrar diferentes áreas do conhecimento. Pois, apesar de está diretamente ligado a outros campos, como na Física e Engenharia, a ausência dos números complexos no currículo obrigatório da Educação Básica, tende a ter impactos negativos nas escolas.

Portanto, é importante destacar que os números complexos possuem relevância tanto do ponto de vista teórico quanto prático. Suas aplicações evidenciam, de forma concreta, que esse conjunto numérico contribui não apenas para o avanço da Matemática, mas também para diversas outras áreas do conhecimento. Ademais, os estudos revelam que a integração entre teoria, contexto histórico e aplicações em situações reais favorece o engajamento dos discentes, despertando maior interesse pelo conteúdo. Assim, os números complexos se consolidam como uma ferramenta de grande potencial interdisciplinar na Educação Básica.

REFERÊNCIAS

ASSIS, César Lopes de. **Refletindo sobre os números complexos** – da sua História às suas Aplicações. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT – Programa de Pós graduação em Matemática em Rede Nacional – Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2019.

ALVES, Adam Gabriel Viana. **Uma história dos números complexos e como eles se tornaram ferramenta fundamental na matemática**. Orientador: João Cláudio Brandemberg Quaresma. 2023. 42 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Matemática, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2023. Disponível em: <<https://bdm.ufpa.br/handle/prefix/7532>>. Acesso em: 02 set. 2024.

BOCCATO, Vera Regina Casari. Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação. Revista de Odontologia da Universidade Cidade de São Paulo 2006 set-dez; 18(3)265-74

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

CENDRON, L. W. **Números complexos**: um estudo de suas aplicações. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, SC, 2021.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. 5. ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

GARBI, Gilberto G. **O romance das equações algébricas**. 3. ed rev. e ampl. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

LIMA, Elon Lages. **Meu Professor de Matemática e Outras histórias**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991. Disponível em: <<https://matematicatransformadora.com/wp-content/uploads/2019/04/5-SBM-Elon-Lages-Lima-Meu-Professor-de-Matematica-e-Outras-Histórias.pdf>> Acesso em: 6 de nov de 2023

MAUÉS, Ismael Otony. **Geometria Fractal**: uma abordagem com aplicações voltada ao 3º ano do ensino médio. 2023. 51f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal do Amapá. Macapá, AP, 2023.

NOVAIS, Roberta Paula Brandão de. **O decolar de um avião**: uma proposta didática sobre números e funções complexas. 2020. Dissertação de Mestrado (Matemática em Rede Nacional) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2020.

ROBSON CABRAL SEVERO ET AL. **NÚMEROS COMPLEXOS** : Contextualização histórica e sua abordagem no Ensino Médio. Igapó, [S. l.], v. 17, n. 1, 2023. DOI: 10.31417/irecitecifam.v17.480. Disponível em: <<https://igapo.ifam.edu.br/index.php/igapo/article/view/480>>. Acesso em: 8 nov. 2023.

SOUSA, Tainara Lima de. **Análise Complexa**: distinções entre o Corpo dos Números Complexos e o Corpo dos Números Reais. 59f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Araguaína, 2022.

VITAL, Fernanda. A não Obrigatoriedade do Ensino dos Números Complexos na Educação Básica: reflexões e posicionamento de futuros professores de Matemática. TANGRAM-**Revista de Educação Matemática**, v. 7, n. 1, p. 158-178, 2024.

PUHL, C. S, MÜLLER, T. J, & LIMA, I. G. Operações com números complexos: análise de erros cometidos por acadêmicos de Engenharia. Amazônia: **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, 16, n. 36, p. 181–196. 2020.