



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS CAMPO MAIOR
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LAYLA KAROLINE DIOLINDO DE JESUS

**TRATAMENTO GEOMÉTRICO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS: UMA
INVESTIGAÇÃO SOBRE O POTENCIAL DO DESENHO GEOMÉTRICO**

CAMPUS CAMPO MAIOR

2025

LAYLA KAROLINE DIOLINDO DE JESUS

TRATAMENTO GEOMÉTRICO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS: UMA
INVESTIGAÇÃO SOBRE O POTENCIAL DO DESENHO GEOMÉTRICO

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Campo Maior.

Orientador: Prof. Me. Gilmar Alves Brito.

CAMPO MAIOR

2025

O TRATAMENTO GEOMÉTRICO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS: Uma Investigação sobre o Potencial do Desenho Geométrico.

Layla Karoline Diolindo de Jesus¹
Gilmar Alves Brito²

RESUMO

A Álgebra é uma área de estudo da Matemática que possui fundamental importância em aplicações práticas e científicas, que abrangem desde a solução de equações até a criação de modelos matemáticos capazes descrever fenômenos do mundo real. Existem diversos fatores que contribuem para o insucesso acadêmico dos alunos em conteúdos algébricos, mas o principal é a abstração. Neste cenário surge o Desenho Geométrico como uma potencial ferramenta didática, uma vez que algumas construções geométricas oferecem um apoio visual capaz de amenizar a abstração da Álgebra. Este trabalho é resultado de uma pesquisa bibliográfica, caracterizada pela análise e tabulação de dados oriundos das seguintes fontes: livros, artigos, monografias, dissertações e sites confiáveis, selecionados pelo foco na inter-relação entre a Álgebra e a Geometria, mais especificamente, na conexão existente entre construções geométricas e resoluções de expressões algébricas. Conclui-se que a Álgebra e a Geometria estão intrinsecamente interligadas, e que o Desenho Geométrico oferece um potencial transformador para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, tornando conteúdos algébricos mais concretos, dinâmicos e significativos para os alunos, favorecendo o aprofundamento na compreensão de conceitos abstratos e o desenvolvimento de habilidades.

Palavras-chave: Ensino; Álgebra; Desenho Geométrico; Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

Algebra is a field of study within Mathematics that plays a fundamental role in practical and scientific applications, ranging from solving equations to creating mathematical models capable of describing real-world phenomena. Several factors contribute to students' academic failure in algebraic subjects, but the main one is abstraction. In this context, Geometric Drawing emerges as a potential teaching tool, since some geometric constructions offer visual support capable of mitigating the abstraction of Algebra. This work is the result of bibliographic research, characterized by the analysis and tabulation of data from the following sources: books, articles, monographs, dissertations, and reliable websites, selected for their focus on the interrelationship between Algebra and Geometry, more specifically, the connection between geometric constructions and the resolution of algebraic expressions. It is concluded that Algebra and Geometry are intrinsically interconnected, and that Geometric Drawing offers a transformative potential for the teaching-learning process of Mathematics, making algebraic content more concrete, dynamic and meaningful for students, favoring the deepening of the understanding of abstract concepts and the development of skills.

Keywords: Teaching; Algebra; Geometric Design; Meaningful Learning.

Data de aprovação: 12/08/2025

¹ Licencianda em Matemática. Instituto Federal do Piauí. E-mail: 2021127lmat0025@aluno.ifpi.edu.br

² Professor mestre em Matemática. Instituto Federal do Piauí. E-mail: gilmar.brito@ifpi.edu.br

1 INTRODUÇÃO

A Matemática como a conhecemos atualmente, que pode ser dividida nas seguintes áreas de estudo: Aritmética, Álgebra, Geometria, Análise, Estatística e Probabilidade, Trigonometria e Matemática Discreta, não teve sua gênese associada a uma única civilização antiga, mas foi sendo desenvolvida ao longo da história humana, com contribuições significativas dadas pelos egípcios, babilônios, gregos, hindus, árabes e chineses, conforme destaca Bezerra ([s.d.]). No entanto, conceitos como contagem e medição datam da pré-história, dessa forma a Matemática em sua essência mais prática, surgiu das necessidades humanas de quantificar e de interpretar as formas. Com a evolução dos grupos humanos para a vida sedentária, essas necessidades se aprofundaram e tornou-se vital estimar a quantidade de alimentos para consumo, além de compreender os ciclos temporais e as estações, conhecimentos necessários para o planejamento eficaz do plantio e colheita.

Nesse contexto evolutivo, a Álgebra moderna, conforme Costa (2013), emerge como um ramo da Matemática que generaliza a Aritmética, dedicando-se à manipulação formal de equações, inequações, operações e expressões algébricas. Seu desenvolvimento foi fortemente influenciado pelas contribuições dos centros de aprendizado islâmicos. Atualmente, a Álgebra se configura como uma área de fundamental importância em diversas disciplinas práticas e científicas, com aplicações que abrangem desde a solução de equações e sistemas até a criação de modelos matemáticos e o embasamento da geometria algébrica, entre inúmeras outras utilizações.

Paralelamente à relevância da Álgebra, a Geometria, segundo Kaleff (1994), manifesta-se intrinsecamente em nosso cotidiano, evidenciando-se em suas vastas aplicações na arquitetura, no design de produtos e no planejamento urbano, moldando diretamente nossa percepção do mundo. Paradoxalmente, no âmbito da Educação Básica, o componente do Desenho Geométrico, embora parte integrante do currículo de Geometria, frequentemente carece da devida atenção e da utilização de ferramentas apropriadas em sua abordagem. Apesar de sua importância e presença nos cursos de Licenciatura em Matemática, bem como em algumas instituições de ensino público e privado, sua exploração na Educação Básica merece maior destaque.

A problemática da abordagem deficitária do Desenho Geométrico na Educação Básica se agrava diante dos desafios inerentes ao ensino da Álgebra. Pereira (2017) aponta diversos fatores que contribuem para o insucesso acadêmico dos alunos em conteúdos algébricos,

destacando a abstração dos conceitos, a má compreensão de ideias, a complexidade das notações e símbolos, a desconexão com a realidade e a falta de prática, além do medo de errar, que se revela um obstáculo significativo no processo de aprendizagem. Para superar tais desafios no ensino-aprendizagem da Álgebra, torna-se crucial o emprego de abordagens metodológicas dinâmicas e diversificadas. Neste cenário, o Desenho Geométrico emerge como uma potencial solução. Conforme Wagner (2007), o desenho de figuras atua como uma ferramenta poderosa para visualizar ideias matemáticas e conceitos geométricos de forma menos abstrata.

Assim, buscou-se mostrar como situações de ensino em sala de aula, que promovem a aprendizagem significativa de expressões algébricas, podem ser eficazmente desenvolvidas a partir do uso das construções geométricas, oferecendo um apoio visual capaz de amenizar a abstração da Álgebra. De acordo com Wagner (2007), não existe um modo único e universal de se aprender algo, especialmente em Matemática, mas a segurança no conhecimento é consolidada pela prática e análise dos sucessos e insucessos. Nesse sentido, a utilização das construções geométricas como meio para a solução de expressões tem o potencial de contribuir significativamente para a aprendizagem dos alunos.

Diante do exposto e dos desafios identificados no ensino-aprendizagem da Álgebra, a questão norteadora desta pesquisa é assim definida: Como a aplicação de construções geométricas pode contribuir no processo de ensino de expressões algébricas? O objetivo geral da pesquisa foi analisar como as construções geométricas podem contribuir no processo de ensino de expressões algébricas. Como objetivos específicos, buscou-se: conhecer as diversas abordagens de ensino sobre expressões algébricas e compará-las a partir do conceito de aprendizagem significativa; examinar as principais dificuldades observadas no processo de ensino-aprendizagem de tópicos de Álgebra, em particular das expressões algébricas; e apresentar estratégias de ensino utilizando o Desenho Geométrico para a resolução de expressões algébricas.

A metodologia adotada foi uma abordagem qualitativa, caracterizada como análise de revisão bibliográfica. Para tanto, foram utilizados como fontes de dados livros, artigos, monografias e sites confiáveis, com foco no ensino de matemática, especificamente na Álgebra, no Desenho Geométrico e na interligação entre construções de figuras e resoluções de expressões. Essa abordagem permitiu revisar e analisar as metodologias voltadas para o ensino da Álgebra de forma descritiva, por meio de pesquisas detalhadas que incluíram a coleta, análise e interpretação de informações, visando atingir os objetivos inicialmente traçados para este estudo.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1.1 A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO CIDADÃ

A Matemática desempenha um papel crucial na formação social e no desenvolvimento do pensamento lógico e crítico dos indivíduos, permitindo uma análise eficiente de situações cotidianas. A perspectiva de aprendizado ativo é reforçada por Magalhães Gomes (2013), que, baseada no artigo 10 do decreto nº 19.890 de 1931, defende que a "atividade do aluno deve ser constante, transformando-o em um explorador ativo do conhecimento, invés de um receptor passivo".

No ensino de Geometria, especificamente, as demonstrações formais devem ser precedidas por atividades práticas de experimentação e construção para promover uma aprendizagem mais profunda e relevante, indo além da memorização de fórmulas. Magalhães (2013) salientava que o "ensino deveria partir da intuição; para a Geometria, em particular, o estudo das demonstrações formais precisa ser precedido de atividades de experimentação e construção", destacando ainda o conceito de função como "ideia central do ensino".

A educação, em sua essência, é um direito de natureza social, envolvendo papéis para professores e alunos. Como afirma Duarte (2007, p. 697),

[...] embora a educação, para aquele que a ela se submete, represente uma forma de inserção no mundo da cultura e mesmo um bem individual, para a sociedade que a concretiza, ela se caracteriza como um bem comum, já que representa a busca pela continuidade de um modo de vida que, deliberadamente, se escolhe preservar.

A educação matemática, por sua vez, é vital não apenas para desenvolver o pensamento crítico e o raciocínio lógico, mas também como ferramenta para a compreensão do mundo e a tomada de decisões informadas. Johann (2009, p. 20) corrobora ao afirmar que

A educação sempre implicará um processo amplo de transformação e desenvolvimento do ser humano, em toda a sua pluridimensionalidade. A educação se dará quando forem mobilizadas as potencialidades humanas de um ser bio-psico-social. O ser humano haverá de ser tanto mais humanizado quando puder avançar no desenvolvimento de suas potencialidades.

Portanto, o ensino da matemática, desde suas raízes históricas, enfoca a sobrevivência e a autonomia humana, evidenciada pela contagem do tempo, engenharia e agricultura. A história reitera que a Matemática no cotidiano não é inatingível, mas uma ferramenta acessível para o

desenvolvimento de indivíduos autônomos e socialmente engajados.

2.1.2 DESAFIOS ENFRENTADOS NO ENSINO DA ÁLGEBRA

O maior desafio no ensino de expressões algébricas reside na abstração, que dificulta a compreensão dos conceitos, padrões e generalizações, bem como a transição entre Álgebra e Aritmética.

A Álgebra é uma parte da Matemática que, para maioria dos alunos, se apresenta como um conteúdo que exige um acentuado grau de abstração, uma vez que valores numéricos, em diversas ocasiões não são expressos de forma explícita e não apresenta significação para muitos, fato que muitas vezes provoca uma considerável queda do aprendizado de conteúdos que a contém, iniciando um abismo na compreensão dos conteúdos matemáticos escolares. (Pereira, 2017)

Em contraste com a visão antiga de que o principal objetivo da Álgebra era apenas a resolução de equações, Ponte (2005) destaca que, atualmente, seu foco educacional reside em promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, essencial para a formação integral dos estudantes. Segundo Pereira (2017), o conteúdo de Álgebra está expresso em documentos norteadores da educação, tais como Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN'S) e Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCES).

Assim conforme os PCN'S de Matemática:

Para uma tomada de decisões para o ensino da Álgebra, deve se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim é mais proveitoso propor situações que levem o aluno a construir noções algébrica pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver estudo de Álgebra apenas enfatizando as “manipulações” com equações meramente mecânica (Brasil, 1998, p.116)

Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) apontam os desafios do estudo da Álgebra e identificam a *Abordagem Linguística-Pragmática*, que vê a Álgebra como ferramenta prática focada em técnicas de transformação, muitas vezes sem aprofundar a compreensão. De fato, a abordagem comum no ensino de expressões algébricas ainda privilegia a memorização e repetição, em detrimento da compreensão.

Dante (2002) sugere cinco objetivos para a resolução de problemas,

1. Fazer o aluno pensar produtivamente.
2. Desenvolver o raciocínio do aluno.
3. Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da

matemática.

4. Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas.
5. Dar uma boa base matemática às pessoas.

A formação de professores em Álgebra é indispensável, mas enfrenta questões que impactam a qualidade do ensino. É crucial que o futuro professor desenvolva as habilidades necessárias para um ensino eficaz,

[...] independentemente da etapa da escolaridade em que o futuro professor vai atuar, ele tenha uma visão global sobre esta temática, aprofundando seus conhecimentos sobre as especificidades da faixa etária e das práticas dos diferentes grupos sociais com a qual vai trabalhar (Brasil, 2001, p. 46)

Sarti (2008, p. 52) complementa essa visão ao observar que "Os professores costumam aproximar-se de assuntos educacionais a partir de uma ótica que lhes é característica, pautada por um ponto de vista centrado na vida da escola e na pertinência de suas ações para o contexto específico de sua atuação", o que pode influenciar a abordagem no ensino da Matemática, e em particular da Álgebra.

2.1.3 ESTRATÉGIAS PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA

Para que o ensino de qualquer disciplina seja eficaz, são necessárias estratégias que se adaptem ao aprendizado dos alunos, permitindo avaliar seu rendimento e aprimorar a metodologia, especialmente no contexto da Álgebra em Matemática.

Uma estratégia eficaz para mitigar as dificuldades no ensino-aprendizado da Álgebra é a abordagem visual e concreta, que visa reduzir a abstração do conteúdo. Ponte, Branco (2009) apontam que muitas dificuldades na resolução de equações decorrem de equívocos com expressões algébricas, causados pela falta de compreensão de seus significados e das condições de equivalência. Tais problemas estão frequentemente relacionados à aplicação indevida de regras aritméticas em contextos algébricos e a desafios pré-algébricos, como a separação de um número de seu sinal e a adaptação a novos significados de símbolos.

Sortisso (2011) argumenta que a rígida separação entre o ensino de Aritmética e Álgebra é prejudicial. Embora a Aritmética seja vista como mais simples, é inseparável da Álgebra, pois ambos os campos compartilham processos intrínsecos de abstração e generalização desde as fases iniciais da educação.

Obter *feedbacks* por meio de diálogos ou avaliações constitui uma excelente estratégia para aprimorar o ensino em qualquer disciplina, em particular na Matemática.

A aprendizagem é, via de regra, um processo singular e por isso é comum

alguns alunos terem dificuldade. Mas como favorecer a aprendizagem de alunos com dificuldade? Primeiro é importante avaliar e identificar qual a causa da dificuldade de aprendizagem. É falta de motivação ou um problema cognitivo? Ou ainda, a forma como o conteúdo chega ao aluno? Assim, identificado o problema, é importante também considerar que cada aluno tem sua própria forma de aprender. E que é através do diálogo que o professor conhece o aluno, identifica como ele pensa. E, só assim, pode refletir sobre as modificações necessárias no processo para favorecer seu desenvolvimento (Ponto Didática, 2020)

Manter o diálogo, oferecer apoio individualizado e adaptar estratégias são ações eficazes para superar dificuldades no ensino da Álgebra.

Tendo em vista o contexto delineado, a escola deve propiciar atividades para as crianças no sentido de fazer com que elas construam uma aprendizagem significativa na álgebra formal. Se não se introduzir a álgebra de maneira significativa, conectando os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem, se aos objetos algébricos não se associar nenhum sentido, se a aprendizagem da álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação (Araujo, 2008, p. 338)

Diante disso, diversas estratégias podem amenizar essas dificuldades no ensino da Álgebra. As instituições de ensino devem estar abertas a essas possibilidades, pois grande parte do conhecimento é construída e aprimorada nas escolas através das interações entre alunos e professores, o que reforça a importância da aprendizagem significativa na Matemática e visa a superação gradual dessas dificuldades.

2.1.4 O DESENHO GEOMÉTRICO

De certa forma, é possível afirmar que o ato de desenhar sempre esteve intrinsecamente ligado às atividades e tarefas cotidianas da humanidade. Os vestígios encontrados em cavernas e artefatos culturais – na forma de desenhos – nos oferecem um valioso panorama da época e permitem examinar o progresso técnico e intelectual de grupos socioculturais em diferentes períodos. Assim, o desenho consolidou-se como um elemento indispensável para o avanço e a evolução ao longo da história humana, uma vez que:

(...) a preocupação do homem pré-histórico com configurações e relações pode estar relacionada com o sentimento estético e o prazer causado pela beleza das formas, motivos que, muitas vezes, impulsionam a matemática hoje (Cyrino, 2011, p. 12).

O Desenho Geométrico, enquanto segmento da Matemática, dedica-se ao estudo de formas e figuras. No entanto, sua elevação ao status de ciência e sua formalização no ensino são relativamente recentes. Conforme Costa (2013), foi somente após 1866 que o Desenho Geométrico obteve reconhecimento científico. A partir de então, Eugène Guillaume, então diretor da Escola de Belas Artes de Paris, foi instrumental para que seus métodos de ensino fossem oficialmente adotados em todas as escolas da França, influenciando subsequentemente e disseminando as metodologias de ensino de desenho em diversas partes do mundo.

O desenho geométrico é uma disciplina que utiliza conceitos da geometria para criar desenhos precisos e exatos. É uma matéria importante que é ensinada nas escolas como parte do currículo de matemática. Além disso, é uma habilidade essencial que pode ajudar os estudantes a entender melhor a geometria e desenvolver habilidades importantes para outras áreas da vida. É uma técnica que utiliza princípios matemáticos e geométricos para criar representações precisas de figuras e objetos em duas ou três dimensões. Também pode ser uma forma divertida de explorar conceitos matemáticos e geometria de uma maneira prática e visualmente atraente (Educamundo, 2023)

A disciplina abrange uma vasta gama de conceitos geométricos fundamentais, como círculos e mediatrizes, retas paralelas e perpendiculares, operações com segmentos, propriedades de triângulos e quadriláteros. Mais do que a simples apreensão de conteúdos, o Desenho Geométrico capacita o aluno a desenvolver habilidades essenciais de leitura e interpretação de figuras, além de aprimorar sua capacidade de expressar ideias de modo mais preciso e objetivo.

Ao desenhar figuras geométricas, os alunos precisam expressar suas ideias de forma clara e precisa. Eles também precisam ser capazes de ler e interpretar desenhos precisos criados por outras pessoas. Essas habilidades são importantes em muitas áreas da vida, incluindo negócios, ciência, tecnologia e artes (Educamundo, 2023)

Dessa forma, o Desenho Geométrico transcende a mera construção de figuras, atuando como um catalisador para a compreensão mais profunda das ideias subjacentes a diversos conceitos matemáticos. Ao fazer isso, ele desenvolve no aluno habilidades cruciais de interpretação, aplicáveis e indispensáveis em múltiplas áreas da vida.

2.1.5 A RELAÇÃO ENTRE ÁLGEBRA E DESENHO GEOMÉTRICO

De acordo com Study (2020), a Álgebra é caracterizada como uma disciplina que emprega variáveis, representadas por letras e símbolos, para denotar valores numéricos ou quantidades em equações e fórmulas. Por outro lado, a Geometria é definida como o ramo da Matemática dedicado ao estudo de pontos, linhas, objetos e formas em diferentes dimensões,

englobando superfícies e sólidos.

A álgebra tem a ver com equações e fórmulas, e a geometria tem a ver com objetos e formas, então como essas duas coisas podem estar relacionadas? Bem, como um exemplo, você provavelmente está familiarizado com o fato de que uma equação pode ser representada graficamente. Por exemplo, a equação $y = x + 3$ é o gráfico de um conjunto de pontos que satisfazem a equação e é uma linha reta (Study, 2020)

A Geometria e a Álgebra estão intimamente interligadas, evidenciando essa conexão por meio das relações e definições compartilhadas entre as duas disciplinas. Nesse contexto, o Desenho Geométrico atua como um facilitador, simplificando as construções geométricas e, conseqüentemente, aprimorando o conhecimento dos alunos. Sua prática oferece maior precisão na abordagem e na compreensão de detalhes específicos da disciplina.

A álgebra estudada na antiga Grécia era geométrica, os antigos gregos resolviam os problemas matemáticos, utilizando os seus conhecimentos geométricos. Dessa maneira, os problemas eram resolvidos com a utilização de retas, segmentos de reta, pontos, áreas, arcos e circunferências (Costa, 2013)

De acordo com Costa (2013), a disciplina de Desenho Geométrico desempenha um papel fundamental ao auxiliar os alunos na aplicação de conhecimentos teóricos da Geometria, fortalecendo esse componente curricular essencial. Essa prática pode, ainda, contribuir para o ensino de diversos conceitos matemáticos e promover atitudes mais positivas nos estudantes. O autor ressalta, ademais, a importância de se reconhecer as relações intrínsecas entre as construções geométricas exploradas na disciplina e os conceitos de Geometria e Álgebra abordados na Matemática.

A Geometria e o Desenho Geométrico são partes integrantes da Matemática e se complementam. A primeira área de conhecimento relaciona as figuras geométricas e os números e as medidas, enquanto a outra relaciona essas figuras com as representações gráficas denominadas de construções geométricas (Costa, 2013)

Partindo desses conceitos, é possível concluir que a Álgebra e a Geometria estão intrinsecamente ligadas, denotando uma interdependência essencial. Nesse contexto, a Matemática pode ser compreendida como um processo de evolução contínua, análogo a uma escada em que a subida é gradual. Para alcançar os níveis mais avançados do conhecimento, torna-se imperativo percorrer e dominar todos os seus degraus, uma vez que cada um deles possui uma função indispensável para o progresso.

2.2 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Esta seção exibe a abordagem geométrica de algumas expressões algébricas, fundamentada no livro Construções Geométricas de Eduardo Wagner (2007). Para realizar as construções geométricas, são utilizadas apenas a régua (não graduada), para traçar retas e segmentos de reta a partir de dois pontos distintos dados, e o compasso, para construir circunferências e transportar medidas, que foram os instrumentos padrão usados pelos povos da antiguidade, em especial, os gregos, para consecução de tais construções. Veremos como a aplicação dessas construções permitiu a representação e a validação geométrica das soluções encontradas por expressões algébricas, evidenciando a eficácia do tratamento geométrico na resolução destes problemas.

2.2.1 CONSTRUÇÕES ELEMENTARES

Nesta seção abordaremos algumas construções elementares com régua e compasso, sendo elas: reta que passa por um ponto e é perpendicular a uma reta; mediatriz de um segmento de reta; reta perpendicular a um segmento por uma de suas extremidades e reta paralela distinta a uma reta e passa por um ponto fora desta, que são a base necessária para resolução geométrica de alguns exemplos de expressões algébricas, que serão abordadas na próxima seção.

Para traçarmos pelo ponto P uma perpendicular a uma reta r , é necessário seguirmos o seguinte passo a passo:

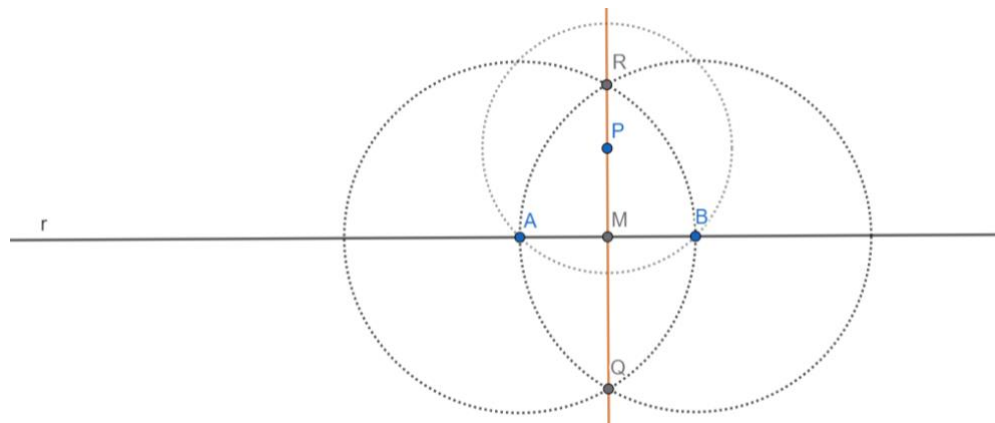


Figura 1: Autora (2025)

1. Considere uma reta r qualquer e um ponto P fora dela;
2. Utilizando o compasso, trace uma circunferência com centro em P e raio maior do que a distância de P à reta r , intersectando r em dois pontos distintos: A e B ;

3. Depois trace duas circunferências de raios iguais à medida do segmento AB e com centros nos pontos A e B , respectivamente. Em seguida, marque a interseção destas circunferências: os pontos Q e R .
4. Com o auxílio da régua, traçar a reta que passa pelos pontos P e Q , que será perpendicular à reta r e passa por $P \notin r$.

O sucesso desta construção geométrica é garantido pela congruência dos triângulos $\triangle AMR$ e $\triangle BMR$, sendo $M = \overleftrightarrow{PQ} \cap r$. Com efeito, os triângulos $\triangle AQR$ e $\triangle BQR$ são congruentes pelo caso lado-lado-lado (LLL), já que $\overline{AQ} = \overline{AR} = \overline{BQ} = \overline{BR} = \overline{AB}$ e QR é um lado comum. Daí, temos $\widehat{ARM} = \widehat{BRM}$, donde $\triangle AMR \equiv \triangle BMR$ pelo caso lado-ângulo-lado (LAL), pois $\overline{AR} = \overline{BR}$ e MR é um lado comum. Logo, $\widehat{AMR} = \widehat{BMR} = 90^\circ$, já que $\widehat{AMR} + \widehat{BMR} = 180^\circ$ e $\widehat{AMR} = \widehat{BMR}$ (como consequência da congruência anterior).

Observe que a construção acima evidencia, também, o procedimento de construir a mediatriz de um segmento AB dado e de identificar seu ponto médio M , uma vez que basta seguir os passos 3 e 4 para construir a mediatriz $\overleftrightarrow{QR}$ e a interseção desta com o segmento nos dará seu ponto médio M (por $\triangle AMR \equiv \triangle BMR$, tem-se $\overline{AM} = \overline{BM}$).

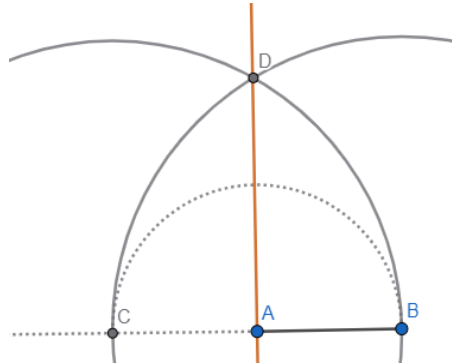


Figura 2: Autora (2025)

Para a construção da perpendicular a um segmento de reta AB dado, que passa por uma de suas extremidades, digamos A , basta seguir os passos abaixo:

1. Com o compasso, trace a circunferência centrada em A e com raio AB . Em seguida, marque a interseção desta circunferência com a semirreta $\overrightarrow{BA}$: o ponto C .
2. Trace duas circunferências de raios iguais à medida do segmento BC e com centros nos pontos B e C , respectivamente. Em seguida, marque uma das interseções destas circunferências: o ponto D .
3. Com o auxílio da régua, traçar a reta que passa pelos pontos A e D , que será perpendicular ao segmento AB no ponto A .

Por fim, sendo dados uma reta r e um ponto $P \notin r$, para traçar por P uma reta paralela a r , podemos proceder do seguinte modo:

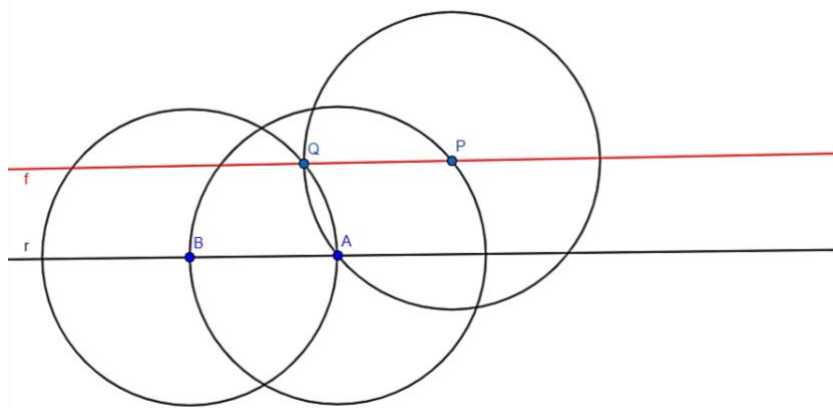


Figura 3: Autora (2025)

1. Tomemos uma reta r qualquer e um ponto P não pertencente a ela;
2. Em seguida traçamos três circunferências de mesmo raio (maior do que a distância de P a r), a primeira com centro em P , determinando um ponto A na reta r ;
3. A segunda com centro em A , determinando um ponto B na mesma reta;
4. A terceira com centro em B , determinando um ponto Q , em interseção com a primeira circunferência.
5. Por fim, basta traçar a reta que passa pelos pontos P e Q , que é a construção requerida.

A reta $\overleftrightarrow{PQ}$ é paralela a r , já que, segundo a construção realizada, o quadrilátero convexo $PABQ$ é um losango; logo, seus lados PQ e AB são paralelos.

2.2.2 EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Nesta seção abordaremos propostas para solução de expressões algébricas por meio de construções geométricas, onde podemos adotar como uma incógnita um segmento de reta desconhecido e tentar exprimi-lo em função de elementos conhecidos. Deste modo nos dedicaremos a construir *fórmulas* que possamos calcular esse segmento desconhecido em função dos dados do problema. Portanto, falaremos sobre: A 4ª proporcional; $\sqrt{a^2 \pm b^2}$; $\sqrt{a}$ e Equação do 2º grau.

2.2.2.1 A 4ª PROPORCIONAL

Dizemos que o segmento x é a 4ª proporcional entre os segmentos a, b e c quando,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}. \quad (1)$$

Construir a 4ª proporcional equivale a resolver a equação do 1º grau $ax = bc$, onde a raiz x desta equação é interpretada como a medida de um segmento de reta. Geometricamente falando, temos:

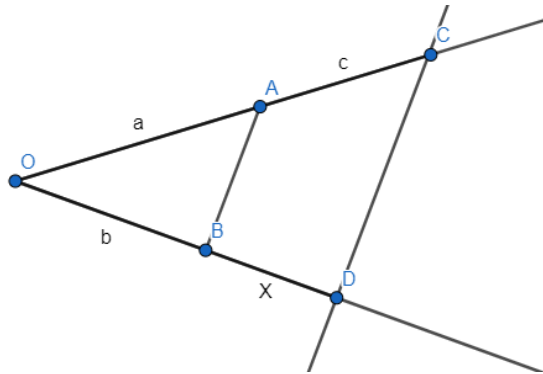


Figura 4: Autora (2025)

1. Sobre um ângulo qualquer de vértice O e lados $\overrightarrow{OM}$ e $\overrightarrow{ON}$, marque os pontos $A, C \in \overrightarrow{OM}$, tais que $\overline{OA} = a$ e $\overline{AC} = c$;
2. E sobre $\overrightarrow{ON}$, marque o ponto B tal que $\overline{OB} = b$;
3. Seguindo o passo a passo ensinado na seção “construções elementares”, traçamos uma reta s paralela à reta $\overleftrightarrow{AB}$ passando por C ;
4. Marque a interseção de s com $\overrightarrow{ON}$, determinando o ponto D ;
5. Assim, $x = \overline{BD}$ é a solução da equação (1).

A validade dessa construção se dá com base em um princípio básico da Geometria Euclidiana Plana, o Teorema de Tales ou Teorema da Proporcionalidade, estabelecendo que, quando um conjunto de retas paralelas é interceptado por duas retas transversais, os segmentos determinados nessas transversais são proporcionais.

2.2.2.2 CONSTRUINDO RADICAIS DA FORMA $\sqrt{a^2 \pm b^2}$

Seja $x = \sqrt{a^2 + b^2}$, onde a e b são medidas de segmentos dados, podemos interpretar x como sendo a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos a e b . Assim, para construirmos, com régua e compasso, um segmento de reta com medida igual a este radical, procedemos da seguinte forma:

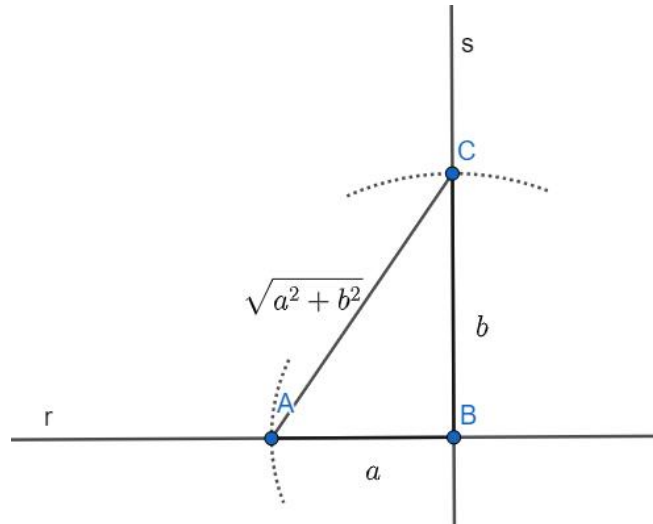


Figura 5: Autora (2025)

1. Inicialmente, traçamos duas retas perpendiculares, r e s , que se intersectam no ponto B . Para isto, basta tomar uma das retas e um ponto qualquer fora dela, depois traçar a perpendicular a tal reta passando pelo referido ponto;
2. Sobre r , transportamos o segmento de medida a , e sobre s , o segmento de medida b , catetos um triângulo retângulo, determinado os pontos A e C , respectivamente, onde $\overline{AB} = a$ e $\overline{BC} = b$;
3. Unindo os pontos A e C por um segmento de reta, construímos a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos a e b , que é a solução do problema.

Analogamente, é possível “construir” o radical $x = \sqrt{a^2 - b^2}$, onde x é agora um cateto do triângulo retângulo de hipotenusa a e o outro cateto igual a b . A validação destas construções advém do famoso Teorema de Pitágoras.

Expressões do tipo $\sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2 \pm \dots}$ podem ser construídos sem dificuldade, bastando aplicar várias vezes o procedimento descrito acima. Consideremos, por exemplo, o problema de construir a diagonal de um paralelepípedo retângulo de dimensões a , b e c . Sabemos que o comprimento desta diagonal é dado por:

$$x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Inicialmente, devemos construir o segmento de reta com medida $m = \sqrt{a^2 + b^2}$ e, em seguida, outro segmento medindo $h = \sqrt{m^2 + c^2}$, ambos pelo procedimento descrito anteriormente (veja a figura a seguir). Daí, concluímos que $x = h$.

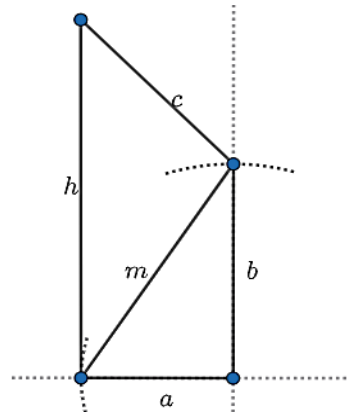


Figura 6: Autora (2025)

2.2.2.3 CONSTRUÇÃO DE $\sqrt{a}$

Tomando um segmento de reta de medida a e estabelecendo um segmento unitário, a expressão $x = \sqrt{a}$ é *construtível*, ou seja, pode ser representada por outro segmento de reta. A seguir, apresentamos a “construção” de $\sqrt{a}$. Nela aparece uma semirreta $\overrightarrow{AX}$ cuja origem está associada ao número 0 e o ponto $B \in \overrightarrow{AX}$ está associado ao número 1.

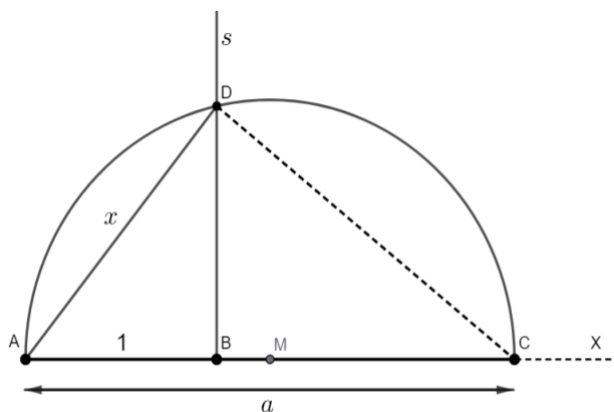


Figura 7: Autora (2025)

1. Considerando uma semirreta qualquer $\overrightarrow{AX}$, marque os pontos B e C tais que $\overline{AB} = 1$ e $\overline{AC} = a$;
2. Trace a reta s , perpendicular à $\overrightarrow{AX}$ e passando por B ;
3. Identifique o ponto médio M do segmento de reta AC . Em seguida, trace a circunferência λ de centro M e raio MC ;
4. Marque umas das interseções de λ com s : o ponto D ;
5. O segmento de reta AD possui medida igual a $\sqrt{a}$.

Note que a construção anterior é relativa ao caso $a > 1$. Para o caso $a < 1$, a construção é análoga, bastando tomar os pontos $B, C \in \overrightarrow{AX}$, com $\overline{AB} = a$ e $\overline{AC} = 1$.

A validação da construção acima dá-se pelos seguintes resultados da Geometria Plana: Todo triângulo inscrito numa semicircunferência, com um dos lados coincidindo com o diâmetro, é retângulo e Relações Métricas no triângulo retângulo ($y^2 = mx$, sendo y um cateto, x a hipotenusa e m a projeção deste cateto sobre a hipotenusa).

2.2.2.4 EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Podemos construir, ainda, as raízes de uma equação do 2º grau $x^2 + ax + b^2 = 0$, onde a e b são as medidas de dois segmentos dados. Sendo x_1 e x_2 as raízes de tal equação, decorre das Relações de Girard que $x_1 + x_2 = a$ e $x_1 x_2 = b^2$.

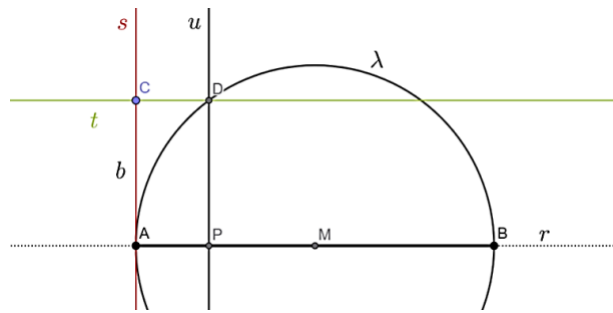


Figura 8: Autor.

1. Sobre uma reta r qualquer, marque os pontos A e B tais que $\overline{AB} = a$;
2. Determine o ponto médio M do segmento AB e trace a circunferência λ , de centro M e raio MB .
3. Trace a reta s , perpendicular à r passando por A . Em seguida, tome o ponto $C \in s$, com $\overline{AC} = b$ (a construção deste segmento foi discutida na seção anterior).
4. Trace a reta t , perpendicular à s passando por C . Em seguida, marque uma das interseções de t com λ : ponto D .
5. Por fim, trace a perpendicular u à reta r passando por D e marque a interseção destas retas: o ponto P . Os segmentos $PA = x_1$ e $PB = x_2$ constituem as raízes da equação dada.

O sucesso desta construção é garantido pelos seguintes resultados estudados em Geometria Plana: Todo triângulo inscrito numa semicircunferência, com um dos lados coincidindo com o diâmetro, é retângulo e Relações Métricas no triângulo retângulo ($h^2 = mn$, sendo h a altura relativa à hipotenusa e m e n as projeções dos catetos). Além disso, note que neste “método de resolução” de equações do 2º grau é limitado àquelas que possuem raízes positivas.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise sobre o potencial do Desenho Geométrico no ensino da Matemática, especialmente da Álgebra, revelou-se altamente relevante diante das dificuldades comumente observadas nessa disciplina. Demonstrou-se que o Desenho Geométrico, por possuir natureza visual e construtiva, é uma solução aplicável e eficaz para abordar e resolver expressões algébricas. A ideia de empregar figuras para desvendar problemas algébricos mostrou-se promissora.

Considerando o exposto, é possível afirmar que os objetivos iniciais traçados foram alcançados. Foi possível identificar os desafios presentes no ensino da Álgebra e compreender estratégias para superá-los. Dentre elas o Desenho Geométrico, que se destaca por promover um aprendizado significativo, permitindo aos alunos aprimorarem a capacidade de expressar ideias de modo preciso e objetivo, ao mesmo tempo que desenvolvem habilidades de leitura e interpretação de figuras.

Este trabalho aprofundou-se na análise do tratamento geométrico de expressões algébricas, buscando compreender a contribuição do desenho de figuras para o ensino da Matemática. A conclusão é certa, a Álgebra e a Geometria estão intrinsecamente interligadas, e foi evidenciado pelas relações e definições compartilhadas entre as duas disciplinas, comprovando que, para uma dada expressão algébrica, existe uma construção geométrica correspondente que pode solucionar ou representá-la.

O ensino de Álgebra, em conjunto com o Desenho Geométrico, oferece um potencial transformador para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Essa abordagem torna o conteúdo mais concreto, intuitivo e significativo para os alunos, favorecendo o aprofundamento na compreensão de conceitos abstratos e o desenvolvimento de habilidades essenciais de raciocínio lógico e espacial. Assim este trabalho pode contribuir como estímulo para professores como ponto de partida para estudos posteriores de modo que haja a efetiva implementação desse tipo de metodologia para adaptação do ensino de expressões algébricas.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, Elizabeth Adorno de. **Ensino de álgebra e formação de professores**. Revista Educação Matemática e Pesquisa - PUCSP, São Paulo, SP, V.10, n.2, p.331-346, 2008. Disponível em: revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/1740/1130. Acesso em: 18 jun. 2023.
- BEZERRA, Juliana. **História da Matemática**. Toda Matéria, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/historia-da-matematica/>. Acesso em: 10 jun. 2023.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL, Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. Parecer nº 09/CP/CNE/2001. **Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena**. Brasília: CP/CNE/MEC, 2001a.
- COSTA, Evandro Alexandre da Silva; **Analisando algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino e aprendizagem da disciplina desenho geométrico por meio da teoria fundamentada**. (242 fls); Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Departamento de Matemática. Ouro Preto, MG: Universidade Federal de Ouro Preto, 2013
- CYRINO, M. C. C. T; OLIVEIRA, H. M. **Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal**. Bolema, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.
- DANTE, Luiz Roberto. **DIDÁTICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA**, Ad. Ática, 2002. Disponível em: [\(PDF\) “DIDÁTICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DA MATEMÁTICA” - PDFSLIDE.TIPS](#). Acesso em: 18 jun. 2023.
- DUARTE, Clarice Seixas. **A educação como um direito fundamental de natureza social**. Educação & Sociedade, Campinas, v. 28, n. 100, out. 2007.
- EDUCAMUNDO, Equipe. **A importância do desenho geométrico na educação**. (27/03/2023). Acesso em: [A importância do desenho geométrico na educação | Blog do Educamundo](#). Acesso em: 18 jun. 2023.
- FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Angela; MIGUEL, Antonio. **Contribuições para repensar...a Educação Algébrica Elementar**. Pro-Posições, v.4, n.1(10), p. 78-91, março de 1993.
- JOHANN, Jorge Renato **Educação e ética: em busca de uma aproximação** Jorge Renato Johann. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Edipucrs, 2009. 130 p.
- KALEFF, Ana Maria. **Geometria Euclidiana – a grande excluída**. A Educação Matemática, Niterói, ano I, nº2, p.19-25, 2ºSem. 1994.

MAGALHÃES GOMES, Maria. **História do Ensino da Matemática: uma introdução.** CAED-UFMG. Belo Horizonte, MG, Brasil. 2013. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/113634585/historia-do-ensino-da-matematica-corrigido-13-mar-2013/11>. Acesso em: 10 jun. 2023.

PEREIRA, Celia Alves. **Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações.** Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Medianeira, Paraná, Brasil. Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia, Medianeira, v. 8. n. 15, 2017. E – 5047. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/recit>. Acesso em: 15 jun. 2023

PONTE, J. P. **Álgebra no currículo escolar.** Educação e Matemática. n. 85, 2005.

PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa. **ÁLGEBRA NO ENSINO BÁSICO**, Material de Apoio do Ensino Básico – ME-DGIDC, Lisboa, setembro 2009. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/PonteBrancoMatos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf. Acesso em: 10 jun. 2023.

PONTO DIDÁTICA, Tereza Nunes. Estratégias para alunos com dificuldade de aprendizagem. (11/11/2020). Disponível em: <https://pontodidatica.com.br/estrategias-alunos-dificuldade-aprendizagem/>. Acesso em: 15 jun. 2023.

Sarti, F. M. **O professor e as mil maneiras de fazer no cotidiano escolar.** EDUCAÇÃO: Teoria e Prática, (2008). Recuperado de <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/educacao/article/view/1402/1186>

SORTISSO, Alessandra Fabian. **Considerações iniciais de uma professora em formação sobre o ensino da álgebra.** Revista da graduação, Vol. 4 n.2, 2011. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/download/10090/7120>.

STUDY, Jack Kinseth. **Álgebra vs Geometria: Semelhanças e Conexões.** 2020. Disponível em: <https://study.com/learn/lesson/algebra-vs-geometry-similarities-connections.html>. Acesso em: 20 jun. 2023.

WAGNER, Eduardo. Construções Geométricas; 6.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.