



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS CORRENTE
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DANILA SOUSA GUEDES

**GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: PROPOSTA DE SEQUÊNCIA
DIDÁTICA DE UMA APLICAÇÃO DO DOMINÓ TRIGONOMÉTRICO NO ENSINO
DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NA CIRCUNFERÊNCIA**

CORRENTE - PI
2025

DANILA SOUSA GUEDES

GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: PROPOSTA DE SEQUÊNCIA
DIDÁTICA DE UMA APLICAÇÃO DO DOMINÓ TRIGONOMÉTRICO NO ENSINO
DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NA CIRCUNFERÊNCIA

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)
apresentado como exigência parcial para obtenção do
diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Piauí, Campus Corrente.

Orientador: Prof. Esp. João Pedro da Silva Sobrinho.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Guedes, Danila Sousa

G924g Gamificação no ensino matemática: proposta de sequência didática de uma aplicação do dominó trigonométrico no ensino das razões trigonométricas na circunferência / Danila Sousa Guedes. - 2025.
32 p.: il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Corrente, 2025.
Orientador : Prof Esp. Joao Pedro da Silva Sobrinho.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Sequencia Didática. 3. Trigonometria .
I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Tefischer Huanderson Soares e Sousa CRB 3/1251

Dedico este trabalho aos meus pais, familiares, amigos, colegas e professores, que foram essenciais em minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me concedido saúde, força e sabedoria para superar os desafios ao longo da minha formação.

À minha família, em especial aos meus pais, pelo amor incondicional, pelo exemplo de dedicação, honestidade e perseverança. Agradeço por todo o apoio, incentivo e por sempre acreditarem em mim. Sem vocês, nada disso seria possível.

Ao meu orientador, professor João Pedro da Silva Sobrinho, pela dedicação, paciência e valiosas contribuições durante a elaboração deste Trabalho de Conclusão de Curso.

Aos professores Débora Simões Araújo e Marcos Flávio Oliveira Pina, que me orientaram no Projeto de Pesquisa (TCC I), agradeço pela orientação atenciosa e pelo incentivo ao aprofundamento acadêmico.

Ao Instituto Federal do Piauí – Campus Corrente, por proporcionar uma formação de qualidade, e a todos os professores do curso de Licenciatura em Matemática, que contribuíram significativamente para minha trajetória acadêmica.

Ao Programa de Acolhimento ao Estudante Ingressante (PRAEI) e ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), pelas oportunidades de vivência prática, aprendizado e crescimento profissional que me proporcionaram.

Agradeço também aos colegas e amigos que estiveram ao meu lado nessa caminhada, pelos momentos compartilhados, pelo apoio mútuo e pelas amizades construídas.

Enfim, meu sincero agradecimento a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho e para a minha formação.

O que sabemos é uma gota;
o que ignoramos é um oceano. Sir Isaac Newton

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo a elaboração de uma sequência didática com o uso do dominó trigonométrico como um recurso didático inovador, visando aprimorar a compreensão das razões trigonométricas na circunferência para alunos do Ensino Médio. A proposta surge da necessidade de tornar as aulas mais dinâmicas, contextualizadas e alinhadas às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Portanto, foi realizada uma pesquisa de abordagem qualitativa, fundamentada em referenciais teóricos sobre o ensino e aprendizagem. Embora a sequência proposta ofereça orientações para os professores, pesquisas adicionais são necessárias para avaliar a sua eficácia e aperfeiçoar a sua aplicação para melhorar os resultados da aprendizagem dos alunos. Assim, este trabalho visa oferecer aos professores de matemática uma proposta de sequência didática que possa contribuir para o ensino da trigonometria, além disso, que possa inspirar outros educadores a realizarem práticas educativas que possibilitem a participação ativa dos alunos contribuindo para uma aprendizagem mais significativa.

Palavras-chaves: sequência didática; ensino de razões trigonométricas; dominó trigonométrico; matemática.

ABSTRACT

This study aimed to develop a didactic sequence using trigonometric dominoes as an innovative teaching resource to enhance high school student's understanding of trigonometric ratios on the unit circle. The proposal arises from the need to make classes more dynamic, contextualized, and aligned with the guidelines of the Brazilian National Common Curricular Base (BNCC). Therefore, a qualitative research approach was adopted, grounded in theoretical frameworks related to teaching and learning. Although the proposed sequence guides teachers, further research is necessary to evaluate its effectiveness and refine its application to improve student learning outcomes. Thus, this work seeks to offer mathematics teachers a didactic sequence proposal that contributes to the teaching of trigonometry and inspires other educators to implement educational practices that promote active student participation and more meaningful learning.

Keywords: didactic sequence; teaching of trigonometric ratios; trigonometric dominoes; mathematics.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1. MATEMÁTICA	12
2.2. A GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA	12
2.3. A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	14
2.3.1. Ângulo	14
2.3.2. Funções trigonométricas no ângulo agudo	15
2.3.3. As funções trigonométricas dos ângulos de 30° , 45° e 60°	19
2.4. FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NA CIRCUNFERÊNCIA	20
2.4.1. Medida de arcos e o radiano	20
2.4.2. Círculo orientado e as funções trigonométricas	23
3. METODOLOGIA	28
4. PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA	29
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
REFERÊNCIAS	37
APÊNDICE A - DOMINÓ TRIGONOMÉTRICO	38
APÊNDICE B - TABELA TRIGONOMÉTRICA	40

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho traz uma proposta de sequência didática de uma aplicação do dominó trigonométrico como recurso didático, que pode desempenhar um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem das razões trigonométricas, oferecendo aos professores do ensino médio uma ferramenta que pode ser utilizada para melhorar a aprendizagem de seus alunos, despertando o interesse pela matemática.

O jogo de dominó trigonométrico é adaptado do dominó tradicional, nele cada peça é dividida em duas partes iguais, em que uma parte contém senos, cossenos e tangentes de diversos ângulos e na outra parte o resultado em ordem diferente.

O uso de jogos na sala de aula pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem do aluno, pois durante a aplicação dos jogos os alunos podem desenvolver o raciocínio lógico, ter uma maior interação com os colegas e até mesmo vivenciar os momentos de fracasso e sucesso possibilitando corrigir os erros cometidos. Como afirma Smole, Diniz e Milani (2007, p. 10), “o jogo reduz a consequência dos erros e dos fracassos do jogador, permitindo que ele desenvolva iniciativa, autoconfiança e autonomia”.

Ao analisarmos os resultados da prova SAEB, disponíveis no portal QEdu (2021), vemos que a taxa de aprendizado da disciplina de Matemática está muito distante do que se espera como satisfatório, podemos constatar através do SAEB que apenas 5% dos alunos apresentam uma aprendizagem satisfatória. A matemática é vista frequentemente como uma disciplina difícil pelos estudantes, resultando em desinteresse e dificuldades em compreender os conceitos matemáticos, o que pode levar a altas taxas de reprovação e evasão escolar.

Por muitas vezes, a matemática é abstrata, deste modo, é necessário adotar metodologias alternativas, como materiais didáticos manipuláveis, por exemplo, para que o aluno possa absorver o conteúdo e aprender. Dante (2005, p. 60) afirma que “devemos criar oportunidades para as crianças usarem materiais manipulativos (...), a abstração de ideias tem sua origem na manipulação e atividades mentais a ela associadas”. Por isso, é importante o uso de materiais manipuláveis para fixação e absorção do conhecimento matemático.

No estudo de trigonometria, a situação se repete como na matemática em um todo, pois para a compreensão desse tópico são necessários conhecimentos matemáticos básicos, estes, por sua vez, possuem uma taxa de aprendizado baixa, como mostra os resultados da prova SAEB.

De acordo com Lima (2007, p. 4, apud Azevedo, 2014, p. 47):

O conhecimento matemático é, por natureza, encadeado e cumulativo. Um aluno pode, por exemplo, saber praticamente tudo sobre a proclamação da república brasileira e ignorar completamente as capitâneas hereditárias. Mas não será capaz de estudar trigonometria se não conhecer os fundamentos da álgebra, nem entenderá essa última se não souber as operações aritméticas, etc. Esse aspecto de dependência acumulada dos assuntos matemáticos leva a uma sequência necessária, que torna difícil pegar o bonde andando e muitas vezes provoca uma síndrome conhecida como “ansiedade matemática”.

O objetivo geral deste trabalho foi produzir uma sequência didática, oferecendo aos professores orientações para introduzir o jogo dominó trigonométrico como uma ferramenta para o ensino e aprendizagem da trigonometria. Os objetivos específicos centraram-se em discutir os conceitos de razões trigonométricas no triângulo retângulo e na circunferência, elaborar uma sequência didática baseada no dominó trigonométrico para o ensino das razões trigonométricas na circunferência e por fim, descrever o processo de aplicação da sequência didática.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção está dividida em quatro tópicos. No primeiro, buscamos falar da importância da matemática e da visão de D'Ambrósio com relação a essa disciplina; no segundo, abordamos sobre a gamificação no ensino de matemática; já no terceiro tópico, tratamos sobre a trigonometria no triângulo retângulo, nesse tópico, serão apresentados(as) ângulos, as funções trigonométricas no ângulo agudo e as funções trigonométricas dos ângulos de 30° , 45° e 60° ; por fim, no quarto e último, discorreremos sobre medida de arcos e o radiano, círculo orientado e as funções trigonométricas.

2.1. MATEMÁTICA

A matemática está presente no nosso dia a dia de diversas formas, por isso ela é importante para lidarmos com situações na nossa rotina diária. D'Ambrósio (1996, p. 7) apresenta a sua visão sobre a disciplina de matemática:

Vejo a disciplina *matemática* como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural.

Com isso, podemos perceber a importância de conhecermos a matemática para lidarmos com problemas do ambiente e até mesmo ir além dos limites, portanto, para que o conhecimento seja passado de geração a geração e para que ocorra “evolução” dos conhecimentos é preciso que ocorra a educação. D'Ambrósio (1996) discorre sobre o processo educativo, para ele a educação é um meio de estimular tanto o desenvolvimento individual quanto o coletivo que é produzido pelos grupos culturais, com o objetivo de se sustentarem e avançarem na satisfação da sobrevivência e da transcendência.

No processo de ensino e aprendizagem podem ser utilizadas metodologias ativas que possibilitam maior interação dos professores com os alunos, possibilitando uma aprendizagem mais significativa. Aqui, abordamos a gamificação, que utiliza elementos de um jogo no processo educativo, podendo ser utilizados os jogos analógicos ou digitais.

2.2. A GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A gamificação, cujo termo vem do inglês (*gamification*), nasceu assentada nos videogames. Segundo Karl Kapp (2012, p. 23, tradução nossa), gamificação é “o uso de mecânicas, estética e pensamentos dos games para envolver pessoas, motivar a ação, promover a aprendizagem e resolver problemas”¹. Assim, podemos entender que ela diz respeito ao uso de recursos e lógica do jogo para alcançar experiências de aprendizagem aprimoradas, isso significa que, por meio dos jogos, os alunos podem absorver e associar conhecimentos de forma lúdica.

O uso da gamificação na sala de aula pode proporcionar um ambiente mais divertido, fazendo com que os alunos aprendam brincando, sem cobranças por parte do professor. Sobre isso, Souza, Neves e Quarto (2021, p. 228) afirmam que “a gamificação pode auxiliar no processo de ensino de conteúdos da matemática, visto que promove uma série de estímulos visuais que, associados à matemática, podem estimular a memória do discente”. Em vista disso, a gamificação pode aumentar a motivação e o interesse dos alunos pela matemática e promover o desenvolvimento das habilidades matemáticas.

¹ “Gamification is using game-based mechanics, aesthetics and game thinking to engage people, motivate action, promote learning, and solve problems”.

Tomando em conta que o desenvolvimento dos alunos na disciplina de Matemática não é satisfatório, os professores poderiam buscar métodos que proporcionem uma aprendizagem significativa, já que, em muitos momentos da carreira, eles enfrentam dificuldades no ensino da matemática, grande parte das vezes, por falta de interesse dos alunos. Com isso, o professor pode buscar estratégias de ensino mais atrativas que chamem a atenção de seus alunos. Uma alternativa para isso seria o uso de jogos na sala de aula, como apontam Ribas e Massa (2016, p. 3), “a utilização dos jogos na sala de aula pode ser um recurso metodológico e eficaz no sentido motivador do ensino-aprendizagem da Matemática”.

Em consonância com essa pesquisa, encontramos o trabalho de conclusão de curso de Machado (2022), intitulado “Uma proposta de ensino das razões trigonométricas no triângulo retângulo com auxílio de material concreto e jogos digitais”, em que o autor aplica o domínio trigonométrico no ensino das razões trigonométricas dos ângulos notáveis e dos ângulos de 90° , 180° , 270° e 360° graus, assim como este restrito ao ensino das razões trigonométricas seno cosseno e tangente. O jogo é aplicado em uma turma do 9º ano do ensino fundamental na Unidade Escolar José Gonçalo Pereira na cidade de Cocal/PI, além do domínio, esse trabalho utilizou a plataforma digital *Wordwall*, onde foram propostos desafios cronometrados sobre o conteúdo para os alunos. Para Machado (2022, p. 21, correção nossa²), “os jogos com materiais concretos e digitais estimulam o professor e discentes no processo de aprendizagem da educação matemática”.

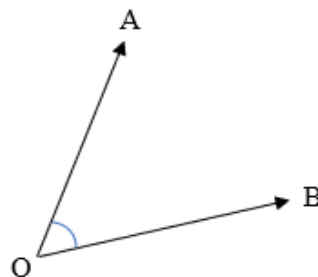
2.3. A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

O ensino de razões trigonométricas tem início no triângulo retângulo, mas somente no segundo ano do ensino médio que é introduzido o ensino das razões trigonométricas na circunferência de raio 1. Segundo Malaguti (2019, p. 46), “o objetivo é apresentar ao aluno a relação entre as razões trigonométricas do triângulo retângulo e as medidas de suas projeções sobre os eixos coordenados”. Nessa série são apresentados os conceitos de seno, cosseno e tangente, vale ressaltar que, nela já se espera que os alunos conheçam os valores dos ângulos notáveis 30° , 45° e 60° . É a partir daí que é possível encontrar as razões seno, cosseno e tangente de outros ângulos por simetria.

2.3.1. Ângulo

Um ângulo é formado pela junção de duas semirretas de mesma origem, porém não pertencentes à mesma reta.

Figura 1 - Ângulo



Fonte: Elaboração própria (2025)

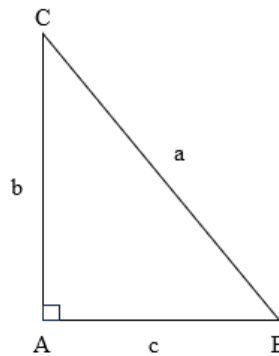
² Correção da palavra materiais. Texto original: “os jogos com matérias concretos e digitais estimulam o professor e discentes no processo de aprendizagem da educação matemática”.

Da Figura 1 vemos que os lados do ângulo são $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, o vértice do ângulo está em O. Denotamos o Ângulo em O por $\widehat{BOA}$, $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{O}$. Os ângulos são classificados em tipos e para este trabalho, consideramos os seguintes: reto, agudo e obtuso. Um ângulo é chamado de reto quando tem medida igual a 90° ; um ângulo é chamado agudo quando sua medida está entre 0° e 90° ; um ângulo é chamado obtuso quando sua medida está entre 90° e 180° .

2.3.2. Funções Trigonométricas no ângulo Agudo

Um triângulo é retângulo quando um de seus ângulos internos é reto, ou seja, mede 90° . O lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa e os outros dois lados são chamados de catetos.

Figura 2 - Triângulo retângulo ABC



Fonte: Elaboração própria (2025)

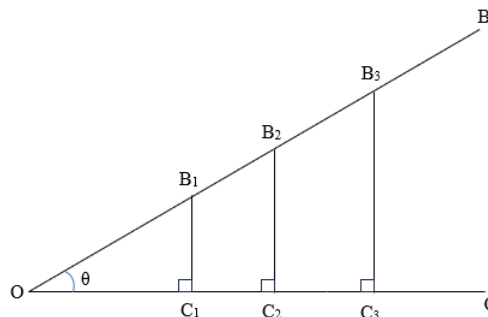
Em qualquer triângulo retângulo vale o Teorema de Pitágoras que diz o seguinte: a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Ou seja, em um triângulo retângulo ABC (Figura 2) de catetos b e c e hipotenusa a , vale a seguinte relação:

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ (Demonstração em Dolce, Pompeo (2013, p. 218))}$$

Os ângulos de um triângulo são medidos em grau de forma que em qualquer triângulo a soma dessas medidas é 180° . (Demonstração em Dolce e Pompeo (2013, p. 65)).

Consideremos agora um ângulo $\widehat{BOC} = \theta$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$ e tracemos, a partir dos pontos $B_1, B_2, B_3, \dots$, da semirreta OB, as perpendiculares $B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3, \dots$, à semirreta OC (Figura 3). Os triângulos, $\triangle OB_1C_1, \triangle OB_2C_2, \triangle OB_3C_3$ etc., são todos semelhantes entre si, por terem os mesmos ângulos (Demonstração em Dolce e Pompeo (2013, p. 65)).

Figura 3 - Triângulos retângulos semelhantes



Fonte: Elaboração própria (2025)

Portanto, podemos escrever a seguinte relação:

$$\frac{OB_1}{OB_1} = \frac{OB_2}{OB_2} = \frac{OB_3}{OB_3} = \dots$$

Essa relação depende somente do ângulo θ e não dos comprimentos envolvidos. Convém dar um nome a esta função de θ assim construída e definir para $0^\circ < \theta < 90^\circ$, que se lê seno de θ .

$$\frac{OB_1}{OB_1} = \sin \theta$$

Podemos perceber que as relações:

$$\frac{OB_1}{OB_1} = \frac{OB_2}{OB_2} = \frac{OB_3}{OB_3} = \dots$$

$$\frac{OC_1}{OC_1} = \frac{OC_2}{OC_2} = \frac{OC_3}{OC_3} = \dots$$

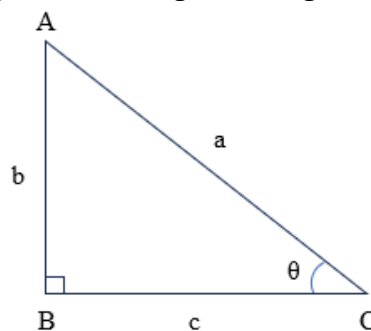
também dependem somente do ângulo θ . Então definiremos as funções, para $0^\circ < \theta < 90^\circ$, que se chamam, respectivamente, cosseno de θ e tangente de θ .

$$\cos \theta = \frac{OB_1}{OB_1}, \quad \tan \theta = \frac{OC_1}{OC_1}$$

Essas funções são chamadas funções trigonométricas e não são independentes. E a partir delas, duas relações aparecem de forma natural:

Afirmção 1: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

Figura 4 - Triângulo retângulo ABC



Fonte: Elaboração própria (2025)

Para demonstrar, consideremos um ângulo de vértice C e um triângulo ABC, retângulo em B como mostra a Figura 4. Fazendo, $\sin \theta = \frac{b}{a}$, $\cos \theta = \frac{c}{a}$ e lembrando do Teorema de Pitágoras, que $a^2 = b^2 + c^2$, então temos:

$$\square\square\square^2\square + \square\square\square^2\square = \left(\frac{\square}{\square}\right)^2 + \left(\frac{\square}{\square}\right)^2 = \frac{\square^2 + \square^2}{\square^2} = \frac{\square^2}{\square^2} = 1$$

Afirmção 2: $\square\square\square = \frac{\square\square\square\square}{\square\square\square\square}$

Ainda considerando a Figura 4, temos:

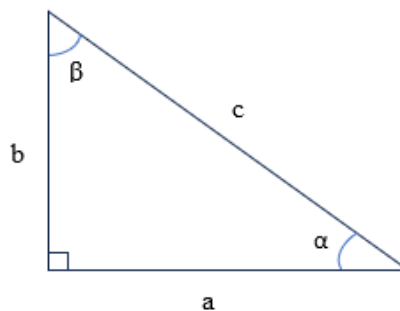
$$\frac{\square\square\square\square}{\square\square\square\square} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{\square}{\square} = \square\square\square$$

Proposição 1. Se os ângulos α e β são complementares ($\alpha + \beta = 90^\circ$), então $\square\square\square\square = \square\square\square\square$ (o seno de um ângulo é o cosseno do seu ângulo complementar) e $\square\square\square = \frac{1}{\square\square\square}$. Utilizando as definições no triângulo retângulo representado na Figura 5 temos que:

$$\square\square\square\square = \frac{\square}{\square} = \square\square\square\square$$

$$\square\square\square = \frac{\square}{\square} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{1}{\square\square\square}$$

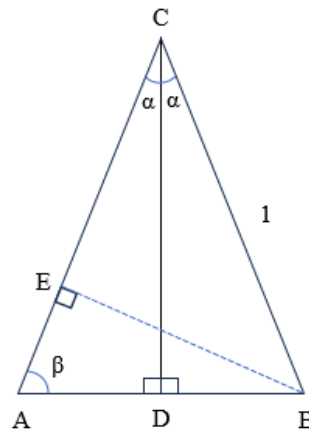
Figura 5 - Triângulo retângulo



Fonte: Elaboração própria (2025)

Proposição 2: Se $\alpha \in (0^\circ, 45^\circ)$ então $\square\square\square 2\square = 2 \cdot \square\square\square\square \cdot \square\square\square\square$;

Figura 6 - Triângulo isósceles



Fonte: Elaboração própria (2025)

Para provar, utilizam a Figura 6, formada por dois triângulos e CDB e CDA, retângulos em D, iguais, tais que $\underline{CD} = \underline{CD} = l$ e $\widehat{CDB} = \widehat{CDA} = 90^\circ$. Nessas circunstâncias, temos $\underline{AD} = \underline{BD} = \frac{AB}{2}$ e $\underline{AC} = \underline{BC} = 1$. Traçando BE perpendicular a CA temos ainda $\underline{BE} = \frac{AB}{2}$. Ora, o dobro da área do triângulo CBA é igual a $\underline{CD} \cdot \underline{AB}$ e também igual a $\frac{\underline{AC} \cdot \underline{BE}}{2}$. Portanto,

$$2 \cdot \frac{CD \cdot AB}{2} = \frac{AC \cdot BE}{2}$$

Proposição 3: Se $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ então $\frac{CD}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}$

Ainda considerando a Figura 6, observemos que $\underline{AD} + \underline{BD} = 1$, ou $1 \cdot \frac{AB}{2} + \frac{AC \cdot BE}{2} = 1$. Como $\underline{AD} = \frac{AB}{2}$ e $\underline{BE} = \frac{AC}{2}$ (α e β são complementares), então temos

$$\frac{AB}{2} + 2 \cdot \frac{CD \cdot AB}{2} = 1$$

ou ainda,

$$\frac{AB}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}$$

Substituindo 2α por α e em sequência α por $\alpha/2$, temos

$$\frac{AB}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

2.3.3. As funções trigonométricas dos ângulos de 30° , 45° e 60°

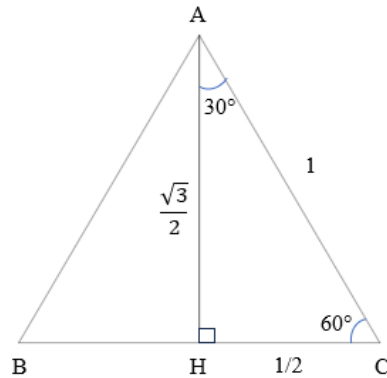
a) 30° e 60°

No triângulo ABC equilátero de lado medindo 1 da Figura 7 traçamos a altura AH (que também é mediana). Obtemos então $\underline{AH} = \frac{1}{2}$ e pelo Teorema de Pitágoras $\underline{BH} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Como $\widehat{ABH} = 60^\circ$ e $\widehat{BAH} = 30^\circ$, temos:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ e } \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ e } \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}.$$

Figura 7 - Ângulos notáveis de 30° e 45°



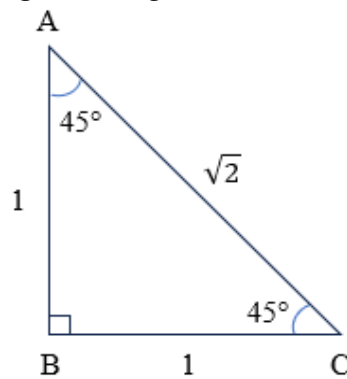
Fonte: Elaboração própria (2025)

b) 45°

O triângulo ABC da Figura 8 tem catetos iguais a 1 e ângulos agudos de 45°. Como $\underline{\hspace{1cm}} = \sqrt{2}$ (Pitágoras) temos que

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ e } \operatorname{tg} 45^\circ = 1.$$

Figura 8 - Ângulo notável de 45°



Fonte: Elaboração própria (2025)

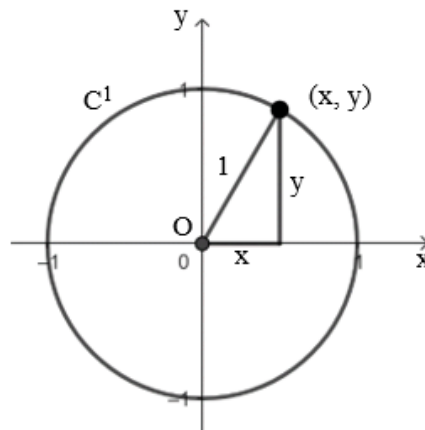
2.4. FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NA CIRCUNFERÊNCIA

2.4.1. Medida de arcos e o radiano

Um conjunto de pontos num plano a uma distância fixa (digamos 1) de um ponto fixo O no plano constitui um círculo de raio 1 e centro O (o qual denotamos por C^1) que é chamado de círculo unitário do plano. Escolhendo um sistema de coordenadas de origem em O e uma unidade igual ao raio do círculo, então, cada ponto de C^1 tem coordenadas (x, y) (ver Figura 9), as quais satisfazem a relação:

$$x^2 + y^2 = 1$$

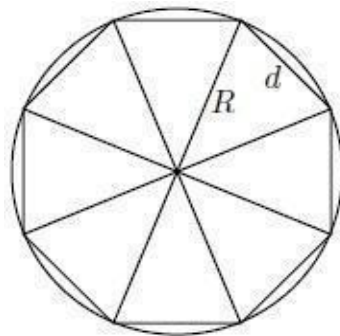
Figura 9 - Círculo C^1



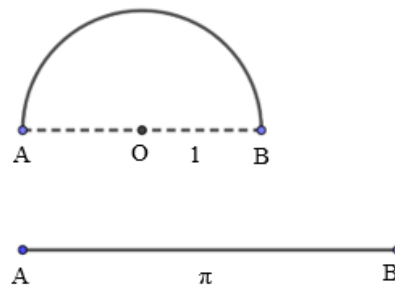
Fonte: Elaboração própria (2025)

O valor aproximado do comprimento C de um círculo pode ser dado calculando o perímetro de um polígono convexo inscrito (ver Figura 10), onde quanto maior o número de lados, mais o valor se aproxima do comprimento real do círculo. Em um círculo de raio 1, temos que seu comprimento é 2π e em consequentemente em um círculo de raio R, o comprimento C é dado por $C = 2\pi R$.

Figura 10 - Polígono convexo inscrito em um círculo



Fonte: Página do [estuda.com.br](https://app.estuda.com/questoes/?id=81540). Disponível em: <https://app.estuda.com/questoes/?id=81540>. Acesso em: 29 de out. de 2023.

Figura 11 - Semicírculo de raio 1

Fonte: Elaboração própria (2025)

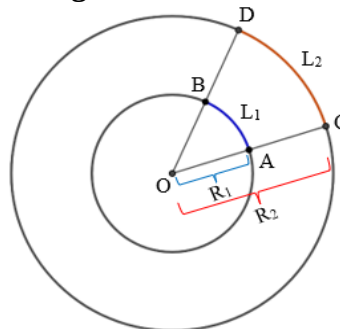
Escrevendo $\frac{C}{2R} = \pi$, vemos que o número π é a razão entre o comprimento de qualquer círculo e seu diâmetro, que é aproximadamente 3,14159265.

A medida de um arco é a medida do ângulo central correspondente. Os arcos de círculo que subtendem o mesmo ângulo central são semelhantes e a razão de semelhança é a razão entre os raios. Assim, na Figura 12 se L_1 e L_2 são, respectivamente, os comprimentos dos arcos $\widehat{AB}$ e $\widehat{CD}$ dos círculos de centro O e raios R_1 e R_2 , temos

$$\frac{L_1}{R_1} = \frac{L_2}{R_2}$$

Ou seja, dado o ângulo central, a razão entre o comprimento do arco determinado e o raio é constante. Com isso, definimos que a medida de um ângulo em radianos é a razão entre o comprimento do arco determinado pelo ângulo em um círculo cujo centro é o vértice do ângulo e a medida do raio do círculo.

Portanto, na Figura 12, $\widehat{AB} = \frac{L_1}{R_1}$ radianos = $\frac{L_2}{R_2}$ radianos. Então se L_1 é o comprimento do arco determinado por um ângulo central de α radianos em um círculo de raio R_1 , então $\alpha = \frac{L_1}{R_1}$, ou seja, $L_1 = \alpha R_1$

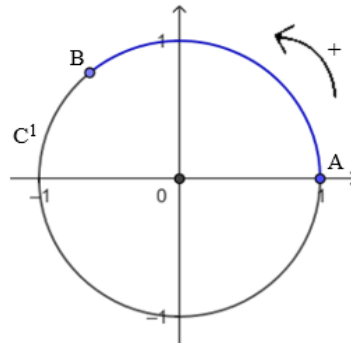
Figura 12 - Círculos

Fonte: Elaboração própria (2025)

2.4.2. Círculo orientado e as funções trigonométricas

Um círculo está orientado quando é escolhido um sentido e determinado como positivo, os sentidos são o horário e o anti-horário. Escolhemos o sentido anti-horário e fixando no ciclo unitário orientado um ponto A chamando origem dos Arcos (Figura 13).

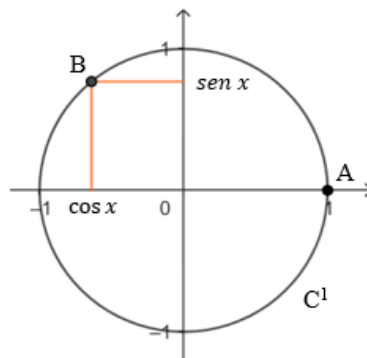
Figura 13 - Círculo unitário orientado



Fonte: Elaboração própria (2025)

Vejamos na Figura 14 o arco AB de medida x no círculo C_1 :

Figura 14 - Arco AB de medida x



Fonte: Elaboração própria (2025)

Em um sistema de coordenadas com centro na origem de C_1 e sendo $A = (1, 0)$ definimos

$\square\square\square\square$ = abscissa de B,

$\square\square\square\square$ = ordenada de B,

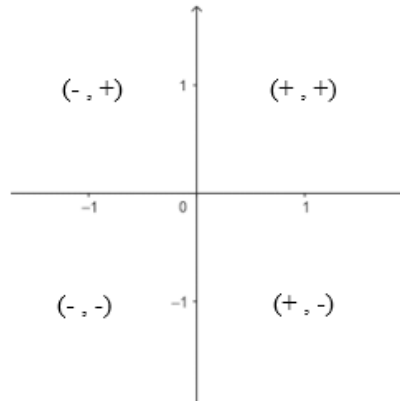
$$\square\square\square = \frac{\square\square\square\square}{\square\square\square\square}, \text{ se } \square\square\square\square \neq 0.$$

Como todo ponto $B = (\square\square\square\square, \square\square\square\square)$ de C_1 está a uma distância 1 da origem, temos:

$$\square\square\square^2\square + \square\square\square^2\square = 1$$

Observação: a $\sin^{-1}$ não é definida para $x = \frac{\pi}{2}$ e $x = \frac{3\pi}{2}$ porque para esses valores, $\sin^{-1} x = 0$. Os sinais das funções seno e cosseno, como coordenadas de um ponto, depende do quadrante em que se encontra (Figura 15). Vamos determinar os valores das funções seno e cosseno em qualquer quadrante, sendo conhecido os seus valores no primeiro quadrante.

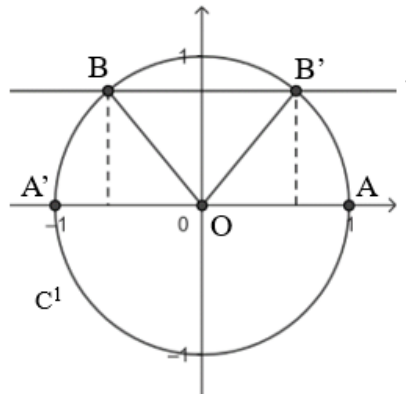
Figura 15 - Plano cartesiano



Fonte: Elaboração própria (2025)

Vamos considerar separadamente os casos em que a extremidade B do arco AB está no segundo, terceiro ou quarto quadrante.

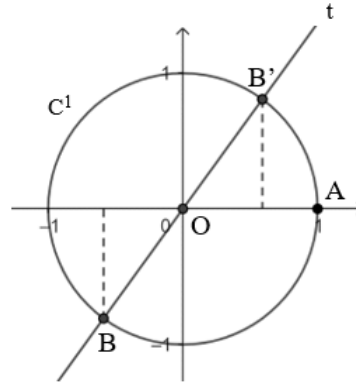
Figura 16 – $m(AB) = x$



Fonte: Elaboração própria (2025)

1) x está no segundo quadrante, isto é, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

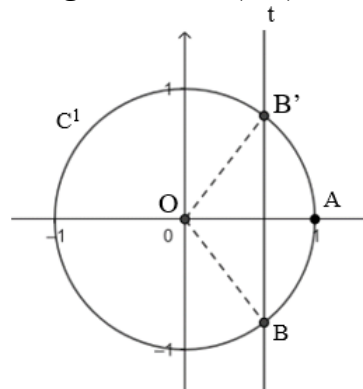
Traçando por B uma reta t paralela ao eixo das abscissas que intersecta novamente C^1 em B' (Figura 16). Temos que $\sin^{-1}(\sin x) = \sin^{-1}(\sin x) = x - \pi$ e assim, $\sin^{-1}(\sin x) = \sin^{-1}(\sin(x - \pi))$ e $\sin^{-1}(\sin x) = -\sin^{-1}(\sin(x - \pi))$

Figura 17 - $m(AB) = x$ 

Fonte: Elaboração própria (2025)

2) x está no terceiro quadrante, isto é, $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

Seja t a reta que liga O a B (Figura 17), obtemos $\angle BOA' = \pi - x$ e, portanto, $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$ e $\sin(\pi - x) = \sin(x)$

Figura 18 - $m(AB) = x$ 

Fonte: Elaboração própria (2025)

c) x está no quarto quadrante, isto é $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$.

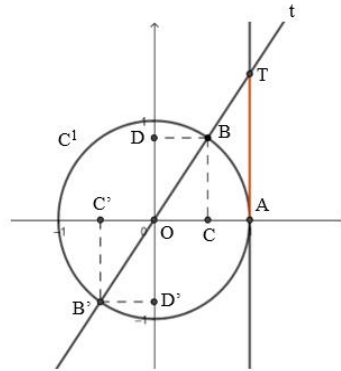
Traçando uma reta t paralela ao eixo das ordenadas e passando por B (Figura 18), obteremos $\angle BOA' = 2\pi - x$. Portanto,

$$\cos(2\pi - x) = \cos(x)$$

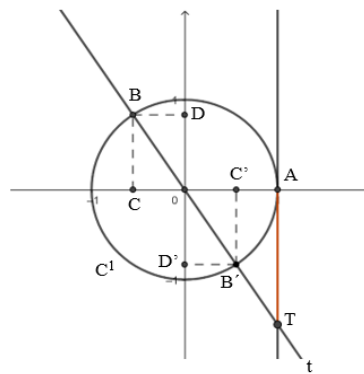
e

$$\sin(2\pi - x) = -\sin(x).$$

A função tangente é definida por $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ para $x \neq \frac{\pi}{2}$ e $x \neq \frac{3\pi}{2}$. A $\tan(x)$ pode ser vista como medida algébrica de um segmento. Considerando uma reta orientada tangente em A a C^1 como na Figura 19 e seja AB um arco de medida x . A reta t que contém O e B determina B' em C^1 e $\tan(x)$ no novo eixo. Assim $\tan(x) = \frac{BB'}{OB}$ ou seja, $\tan(x)$ é a medida algébrica do segmento BB' .

Figura 19 - $m(AB) = x$ 

Fonte: Elaboração própria (2025)

Figura 20 - $m(AB) = x$ 

Fonte: Elaboração própria (2025)

a) B está no primeiro ou terceiro quadrante

Os triângulos OCB, ODB, OC'B' e OD'B' da Figura 19 são congruentes e semelhantes ao triângulo OAT. Portanto:

$$\frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OT} = \frac{OD}{OT} = \frac{OC'}{OA} = \frac{OB'}{OT} = \frac{OD'}{OT} = \frac{OA}{AT}$$

e

$$OC(OC + OD) = \frac{OB(OD + OD)}{OD + OD} = \frac{-OD'}{-OC'} = \frac{OD'}{OC'} = \frac{AT}{OA} = \frac{AT}{OA}$$

b) B está no segundo ou quarto quadrante

As relações de semelhança entre os triângulos da Figura 20 são análogas. Obteremos, neste caso,

$$OC(OC + OD) = \frac{OB(OD + OD)}{OD + OD} = -\frac{AT}{OA} = -\frac{AT}{OA}$$

3. METODOLOGIA

Este trabalho se classifica como uma pesquisa aplicada, de abordagem qualitativa, conforme Richardson (2014), que teve como objetivo elaborar uma sequência didática voltada para o ensino das razões trigonométricas na circunferência para turmas do 2º ano do Ensino Médio. Inicialmente, foi realizada uma pesquisa teórica para o embasamento da elaboração da sequência didática, com base nos conceitos das razões trigonométricas e suas representações na circunferência, que teve como fundamento os autores Carmo, Morgado e Wagner (2005) e Dante (2005).

Com base nos referenciais, foi elaborada uma sequência didática que organiza a construção do conhecimento das razões trigonométricas através da introdução do conteúdo, aplicação do dominó trigonométrico e aplicação de exercícios. Para tanto, disponibilizamos nos apêndices deste trabalho, o dominó trigonométrico já elaborado para a aplicação, e uma tabela trigonométrica para auxílio dos discentes durante o jogo, caso o professor veja necessidade de seu uso.

4. PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Tema: Razões Trigonométricas na Circunferência

Público alvo: 2º Ano do Ensino Médio

Área do conhecimento: Matemática e suas tecnologias

Conteúdo programático: Conceitos das razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) aplicados na circunferência.

Habilidades: (EM2MAT306) resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

Duração: Aproximadamente 5 aulas de 1 hora (ajustável conforme sua realidade da turma)

Recursos didáticos: Livro didático, quadro, pincéis, apagador, jogo pedagógico (dominó trigonométrico) e a tabela trigonométrica.

Metodologia: Inicialmente, será realizada uma aula expositiva e dialogada com o objetivo de introduzir os conceitos das razões trigonométricas na circunferência, contextualizando o conteúdo e promovendo a participação dos alunos. Em seguida será aplicada uma avaliação diagnóstica, visando identificar o nível de compreensão dos alunos e as possíveis dificuldades. Nas aulas seguintes, será utilizado o jogo dominó trigonométrico, que tem por finalidade melhorar a aprendizagem, tornando o processo mais dinâmico e divertido. Por meio do jogo os alunos poderão revisar e consolidar os conhecimentos sobre as razões trigonométricas na circunferência, permitindo que desenvolvam iniciativa, autoconfiança e autonomia. E por fim, será feita a avaliação do desempenho dos alunos por meio da participação durante a aplicação do jogo e da avaliação do questionário que será aplicado a fim da sequência didática.

Objetivos Gerais: Compreender as razões trigonométricas no contexto da circunferência, identificando os sinais de seno, cosseno e tangente em cada quadrante e desenvolver o raciocínio lógico, autonomia e trabalho colaborativo através da aplicação de um jogo matemático.

Etapas da Sequência:

Etapa 1: Apresentação do Conteúdo e Avaliação Diagnóstica - Duração: 2 aulas

Descrição: O professor ministrará uma aula expositiva-dialogada, introduzindo e explorando o conceito das razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) na circunferência trigonométrica, identificando os sinais das razões trigonométricas nos diferentes quadrantes da circunferência e trabalhando a memorização e uso da tabela de ângulos notáveis. E ao final da aula será aplicado uma atividade diagnóstica para avaliar o nível de compreensão dos alunos sobre o cálculo do seno, cosseno e tangente de ângulos na circunferência e a identificação do sinal das razões em cada quadrante.

Atividade Diagnóstica:

- 1) Qual é o valor de:
 - a) $\text{sen } 240^\circ$
 - b) $\text{sen } 120^\circ$
 - c) $\text{sen } 360^\circ$
 - d) $\text{sen } 225^\circ$

- 2) Qual o valor de:
 - a) $\cos 360^\circ$
 - b) $\cos 120^\circ$
 - c) $\cos 135^\circ$
 - d) $\cos 210^\circ$

- 3) Calcule, se existir:
 - a) $\text{tg } 240^\circ$
 - b) $\text{tg } 225^\circ$
 - c) $\text{tg } 150^\circ$
 - d) $\text{tg } 315^\circ$

- 4) Dê o sinal de:
 - a) $\cos 310^\circ$
 - b) $\text{sen } 115^\circ$
 - c) $\text{tg } 200^\circ$
 - d) $\cos 220^\circ$
 - e) $\text{sen } 100^\circ$

- 5) Resolva as equações seguintes, considerando $U = [0, 2\pi]$.
 - a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 - b) $\text{sen } x = -\frac{1}{2}$
 - c) $\text{tg } x = -\sqrt{3}$
 - d) $\text{sen } x = -1$
 - e) $\cos x = \frac{1}{2}$

Etapa 2: Aplicação do Jogo Dominó Trigonométrico - Duração: 2 aulas

Descrição: Após a análise dos resultados da atividade diagnóstica, na aula seguinte o professor apresentará o jogo dominó trigonométrico, explicando como funcionam as regras desse jogo e em seguida fará a organização da turma.

Organização da turma: Considerando uma turma de 40 alunos, a turma será dividida em 10 grupos de 4 alunos, onde cada grupo formará 2 duplas (podendo ser adaptado dependendo da quantidade de alunos). Feito isso, cada grupo receberá um jogo do dominó trigonométrico e uma tabela trigonométrica dos ângulos notáveis como apoio.

Regras do dominó trigonométrico:

1. O jogo é formado por duplas, onde cada dupla compete com outra.
2. Cada peça contém dois lados: um lado com uma razão trigonométrica (ex.: $\sin 30^\circ$, $\cos 225^\circ$, $\tan 315^\circ$, etc.); e o outro lado com o seu valor correspondente (ex.: $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{1}{2}$, 0, etc.).
3. As peças são embaralhadas e distribuídas entre os quatro jogadores.
4. Um jogador inicia o jogo colocando uma peça na mesa e em seguida cada jogador, na sua vez, deve conectar uma peça que seja válida, isto é: a razão trigonométrica deve corresponder ao valor de uma das extremidades da sequência; ou o valor deve corresponder à razão da peça na extremidade.
5. Se o jogador não tiver uma peça que se encaixe, ele deve passar a vez.
6. A vitória da rodada acontece quando: um dos jogadores esgota todas as suas peças, e sua dupla vence;
7. Erro na associação (ligar uma razão ao valor incorreto) faz com que o jogador perca sua vez.
8. A tabela trigonométrica dos ângulos notáveis pode ser utilizada durante o jogo como apoio para consulta.
9. A pontuação segue o sistema definido nas fases da aplicação do jogo.

Estrutura do jogo:

O jogo do dominó trigonométrico terá quatro fases: na primeira fase, cada dupla compete dentro do seu próprio grupo, a dupla que obtiver maior pontuação em cada grupo passará para segunda fase; nesta fase, serão formados cinco grupos pelas duplas que venceram a primeira fase, desse modo, as duplas que vencerem a segunda fase passarão para a terceira fase.

Já na terceira fase, haverá cinco duplas. Nessa fase será realizado um rodízio onde cada dupla joga contra todas as outras. A pontuação de cada dupla será somada ao longo das partidas, assim as duplas que obtiverem maior pontuação no final do rodízio avançam para a final e em caso de empate, será realizada uma rodada extra entre as duplas empatadas para definir quem avança para a final. Por fim, na quarta fase, as duas duplas finalistas irão disputar a última rodada e ao fim a dupla que obtiver maior pontuação será a vencedora do jogo. Ao final haverá premiação para o primeiro e o segundo lugar.

Fases do Jogo:

Fase	Descrição	Pontuação
1 ^a	2 rodadas em cada grupo. A cada rodada, a dupla vencedora pontua.	10 pontos (1 ^a rodada) / 15 pontos (2 ^a rodada)
2 ^a	As duplas vencedoras da 1 ^a fase disputam.	20 pontos
3 ^a	Rodízio entre as 5 duplas. 10 pontos para cada partida. As duas duplas com maior pontuação avançam para a final	10 - 40 pontos
4 ^a	Final entre as duas duplas.	50 pontos

Premiação: medalhas ou brindes simbólicos para a dupla campeã e vice.

Etapa 3: Avaliação Final e Feedback - Duração: 1 aula

Descrição: Por fim, deve ser realizada uma nova atividade de avaliação, com duas finalidades:

- ❖ **Conceitual:** questões para verificar se houve avanço no entendimento das razões trigonométricas.
- ❖ **Reflexiva:** questões abertas sobre a experiência com o jogo, incentivando que os alunos expressem suas opiniões sobre o método utilizado.

Atividade:

1) Qual é o valor de:

- a) $\text{sen } 135^\circ$
- b) $\text{sen } 225^\circ$
- c) $\text{sen } 180^\circ$
- d) $\text{sen } 210^\circ$

2) Qual o valor de:

- a) $\cos 90^\circ$
- b) $\cos 240^\circ$
- c) $\cos 315^\circ$
- d) $\cos 330^\circ$

3) Calcule, se existir:

- a) $\text{tg } 270^\circ$
- b) $\text{tg } 135^\circ$
- c) $\text{tg } 210^\circ$
- d) $\text{tg } 315^\circ$

4) Dê o sinal de:

- a) $\cos 125^\circ$
- b) $\text{sen } 230^\circ$
- c) $\text{tg } 300^\circ$
- d) $\cos 150^\circ$
- e) $\text{sen } 70^\circ$

5) Resolva as equações seguintes, considerando $U = [0, 2\pi]$.

- a) $\text{sen } x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- b) $\cos x = -\frac{1}{2}$
- c) $\text{sen } x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- d) $\text{tg } x = -1$
- e) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

6) Você gostou da aplicação do jogo dominó trigonométrico?

() Sim () Não

7) Você acha que a aplicação do dominó trigonométrico contribuiu para a fixação das razões trigonométricas na circunferência? Por quê?

Avaliação: Durante todas as etapas, o professor fará registros sobre: a participação dos alunos; o nível de interação e argumentação matemática durante o jogo; e a evolução do desempenho individual e coletivo a partir dos questionários.

Finalização da Sequência Didática: A coleta de dados obtidos com os questionários e observações será usada para avaliar a eficácia da metodologia lúdica no aprendizado do conteúdo, o envolvimento dos alunos no processo de construção do conhecimento e a necessidade de revisar ou aprofundar pontos específicos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este presente trabalho teve como objetivo produzir uma sequência didática voltada para o ensino das razões trigonométricas na circunferência por meio do jogo dominó trigonométrico para as turmas do 2º ano do Ensino Médio. A sequência está alinhada com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e se fundamenta na aprendizagem lúdica, onde o jogo pode transformar o ambiente da sala de aula, tornando mais atrativo e colaborativo. Acredita-se que a sequência didática elaborada oferece aos professores orientações para introduzir o jogo dominó trigonométrico como uma ferramenta para o ensino e aprendizagem da trigonometria, tornando o processo de ensino e aprendizagem dinâmico e interativo.

No entanto, por se tratar de uma proposta de sequência didática, faz-se necessário que sejam realizadas pesquisas futuras para comprovar a sua eficácia e fazer alterações conforme as diferentes realidades nos contextos educacionais. Por fim, espera-se que este trabalho possa contribuir para o ensino da matemática e que possa inspirar outros educadores a realizarem práticas educativas que possibilitem a participação ativa dos alunos contribuindo para uma aprendizagem mais significativa.

REFERÊNCIAS

- AZEVEDO, Elizabeth Quirino de. **O processo de ensino-aprendizado-avaliação de matemática através da resolução de problemas no contexto da formação inicial do professor de matemática**. 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- CARMO, Manfredo Perdigão do; MORGADO, Augusto César; WAGNER, E. **Trigonometria números complexos**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Papirus Editora, 1996.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12ª edição. São Paulo: Editora Ática, 2005.
- DEUCLEIA, Ribas. Massa, Lindemberg Souza. **USO DE JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA**. Cadernos PDE. Cadernos PDE, V1. Secretaria de Educação PR. 2016.
- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar**, v.9, Geometria plana. São Paulo: Editora Atual, 9 ed, 2013.
- KAPP, K.M. **The Gamification of Learning and Instruction: Game-based Methods and Strategies for Training and Education**, John Wiley & Sons, 2012.
- MACHADO, Jonatas Mateus et al. **Uma proposta de ensino das razões trigonométricas no triângulo retângulo com auxílio de material concreto e jogos digitais**. 2022. Disponível em: <http://bia.ifpi.edu.br:8080/jspui/handle/123456789/1343>. Acesso em: 04 de out. de 2023.
- MALAGUTI, Rosangela. **Razões trigonométrica: dos triângulos à circunferência-estratégias de ensino**. 2019. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/191180>. Acesso em: 09 de out. de 2023.
- PORTAL QEDU. Disponível em: <https://qedu.org.br/brasil/aprendizado>. Acesso em: 02 de outubro de 2023.
- RICHARDSON, Roberto Jarry, **Pesquisa social: métodos e técnicas** / Roberto Jarry Richardson; colaboradores José Augusto de Souza Peres ... (et al.). - 3. ed. - 14. reimpr. - São Paulo Atlas, 2014.
- SMOLE, K. S.; Diniz, M.I. e Milani, E. **Jogos de matemática de 6º a 9º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- SOUZA, Sonia Fonseca; DA SILVA NEVES, Christian Laine; QUARTO, Lucas Capita. Reflexões relacionadas ao uso da gamificação no ensino de matemática. **Revista Transformar**, v. 15, n. 1, p. 211-231, 2021. Disponível em: <http://www.fsj.edu.br/transformar/index.php/transformar/article/view/572>. Acesso em: 06 de out. de 2023.

APÊNDICE A - DOMINÓ TRIGONOMÉTRICO

$$\text{sen } 315^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{sen } 30^\circ = 1$$

$$\text{sen } 45^\circ = -1$$

$$\text{sen } 240^\circ = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{sen } 135^\circ = -1$$

$$\text{sen } 360^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 150^\circ = -1$$

$$\text{sen } 270^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{sen } 90^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 270^\circ = 1$$

$$\cos 0^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{tg } 315^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 270^\circ = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 210^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 180^\circ = -1$$

$$\text{tg } 90^\circ = 0$$

$$\text{tg } 135^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{tg } 150^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 60^\circ = 0$$

$$\cos 180^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos 330^\circ = 0$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 225^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos 90^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 210^\circ = 0$$

APÊNDICE B - TABELA TRIGONOMÉTRICA

x	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
sen x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tg x	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∅	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∅	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0