



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
CAMPUS TERESINA CENTRAL  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO DE ENSINO EM MATEMÁTICA NO  
ENSINO MÉDIO**

**ELIAS FILIPE DA SILVA BRASIL**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES A PARTIR DE  
SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS: um estudo bibliográfico**

**TERESINA-PI**

**2025**

ELIAS FILIPE DA SILVA BRASIL

MODELAGEM MATEMÁTICA E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES A PARTIR DE  
SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS: um estudo bibliográfico

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina Central.

Orientador: Prof. Dr. Rui Marques Carvalho

TERESINA-PI

2025

## MODELAGEM MATEMÁTICA E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES A PARTIR DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS: um estudo bibliográfico

Elias Filipe da Silva Brasil<sup>1</sup>  
Rui Marques Carvalho<sup>2</sup>

### RESUMO

O presente artigo tem como título “Modelagem matemática e aprendizagem de funções a partir de simulações computacionais: um estudo bibliográfico”. Nele busca-se analisar as contribuições de pesquisas e obras que usam a modelagem matemática, realizadas em simulações computacionais, para o ensino e aprendizagem de funções no contexto escolar. A pesquisa se enquadra como bibliográfica, pois investiga e expõe resultados de obras já publicadas e verificadas, é também básica e qualitativa, pois apoia-se em autores valorizados na área de pesquisa. Além disso, determinamos como *corpus* de análise duas pesquisas: I) Modelagem matemática e computacional no conteúdo de função; II) Ensino de funções trigonométricas com o auxílio da modelagem matemática e do software GeoGebra. Por fim, os resultados indicam que a modelagem matemática mediada em simulações computacionais estimula o raciocínio lógico, a criatividade e o engajamento discente, promovendo aprendizagens mais significativas. Conclui-se que essa integração entre teoria e prática contribui para um ensino de Matemática mais dinâmico e contextualizado com a realidade social, fortalecendo a criticidade e autonomia dos alunos.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Simulações Computacionais; Ensino e Aprendizagem.

### ABSTRACT

This article, titled "Mathematical Modeling and Function Learning from Computational Simulations: A Bibliographic Study", aims to analyze the contributions of research and works that use mathematical modeling, implemented in computational simulations, for the teaching and learning of functions in the school context. The study employs a bibliographic research approach, as it investigates and presents results from already published and verified works. It is also characterized as basic and qualitative, relying on established authors in the research field. Furthermore, two specific studies were defined as the corpus of analysis: I) Mathematical and Computational Modeling in the Function Content; and II) Teaching of Trigonometric Functions with the Aid of Mathematical Modeling and the GeoGebra Software. The findings indicate that mathematical modeling mediated through computational simulations stimulates logical

---

<sup>1</sup> Graduado em Licenciatura Plena em Física pela Universidade Federal do Piauí e pós-graduando no Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. E-mail: [eliasfilipe123@gmail.com](mailto:eliasfilipe123@gmail.com)

<sup>2</sup> Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Piauí, é Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Piauí, doutor em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas e atualmente é Professor do Instituto Federal do Piauí. E-mail: [rui.marques@ifpi.edu.br](mailto:rui.marques@ifpi.edu.br)

reasoning, creativity, and student engagement, promoting more significant learning. We conclude that this integration between theory and practice contributes to a more dynamic and contextualized Mathematics teaching, relevant to social reality, thus strengthening students' critical thinking and autonomy.

**Keywords:** Mathematical Modeling; Computational Simulations; Teaching and Learning.

Data de aprovação: 26/11/2025

## 1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o avanço das tecnologias digitais tem provocado profundas transformações no campo educacional. No ensino de Matemática, essas mudanças se tornam ainda mais significativas, uma vez que essa disciplina é associada a imaginários de práticas tradicionais centradas na repetição mecânica de exercícios e na transmissão de conteúdos descontextualizados. Essa abordagem, embora consolidada, mostra-se cada vez mais questionável e insuficiente diante das demandas contemporâneas de formação crítica, autônoma e intelectual dos estudantes.

Nesse cenário, emergem propostas pedagógicas inovadoras que buscam superar o paradigma do ensino tradicional. Dentre elas, o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC's) como instrumentos medidores do processo de ensino e aprendizagem. A título de exemplo podemos citar a modelagem matemática, especialmente, aliada a simulações computacionais, tem se destacado como uma metodologia ativa capaz de articular teoria e prática, favorecendo a compreensão dos conceitos matemáticos a partir de situações reais e problematizadoras.

Tendo isso em vista, o presente artigo, intitulado “Modelagem matemática e aprendizagem de funções a partir de simulações computacionais: um estudo bibliográfico”, tem como objetivo analisar as contribuições de pesquisas e obras que usam a modelagem matemática, realizadas em simulações computacionais, para o ensino e aprendizagem de funções no contexto escolar. Especificamente, esse estudo busca: I) discutir os fundamentos teóricos do ensino tradicional X investigativo da matemática; II) apresentar a modelagem matemática como metodologia de ensino

pautada na problematização e na realidade dos alunos; III) analisar estudos que realizam a modelagem matemática em simulações computacionais, como os softwares “Modellus” e “GeoGebra”, na abordagem de conteúdos de funções.

Esse estudo fundamenta-se no incômodo de um ensino ainda tradicional em sala de aula, sem a interrelação com a realidade social dos estudantes, dificultando o desenvolvimento na disciplina de Matemática e na aprendizagem dos conteúdos. Além da necessidade pessoal em conhecer novos métodos e instrumentos que transformem a prática docente e a efetividade da sua prática em sala de aula, buscando a inovação da profissão e uma ação docente que desperte o interesse, a participação e o pensamento crítico de seus alunos. Assim, compreender como a modelagem matemática nas simulações computacionais podem contribuir para esse processo constitui um passo essencial para a inovação pedagógica e a melhoria da aprendizagem.

Para realizar esta pesquisa, caracterizamos como bibliográfica, de natureza básica e abordagem qualitativa, apoiando-se em autores como Skovsmose (2000), Barbosa (2001), Oliveira (2019), Felipe e Macedo (2022), entre outros. Serão analisadas duas obras: uma sendo um artigo científico e a outra uma dissertação. Ambas discutem o uso da modelagem matemática em simulações computacionais no ensino de funções, com o intuito de expor os resultados e identificar a potencialidade dessas ferramentas como recursos pedagógicos.

Dessa forma, este artigo propõe-se a discutir caminhos teóricos e práticos para a construção de um ensino de Matemática mais dinâmico, significativo e contextualizado, que valorize a criticidade e autonomia discente, além do papel mediador do professor na sociedade digital.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

### **2.1 O ENSINO DE MATEMÁTICA: TRADICIONAL X INVESTIGATIVA**

É inegável que a presença dos meios digitais e das novas ferramentas tecnológicas têm se feito presente no âmbito educacional em geral. Não diferente de outras disciplinas, o ensino de matemática se apresenta em uma visão diferenciada do ensino tradicional ainda exercido na atualidade, apesar das inovações tecnológicas, como meios de desenvolvimento criativo e significativo para o ensino e aprendizagem dessa disciplina que é, ao longo do tempo, limitada a repetição.

Com base nisso, é importante fazer uma retomada teórica dos conceitos de ensino tradicional e investigativo da matemática. Skovsmose (2000, p. 2), materializa em sua reflexão a ideia de que a “educação matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício. [...] Os exercícios são formulados por uma autoridade externa à sala de aula.”

Ainda, Oliveira (2019), concorda com a ideia desse ensino tradicional ancorado em um paradigma do exercício, ritualizado pela exposição teórica do professor, seguido de resolução de exercícios pelos alunos, restritos a teoria, deixando as situações reais de lado. Conforme o autor, a matemática tradicional é incapaz de acompanhar os desenvolvimentos sociais e tecnológicas.

Skovsmose (2000) enfatiza ainda esse modelo tradicional de ensino como um “rival” metodológico ao o ensino investigativo, o qual exige meios além da prática repetitiva de exercícios para o processo de aquisição de conhecimentos matemáticos. E para esse novo meio de ensino, delimita seu interesse na matemática crítica, a qual se baseia numa perspectiva freiriana, em que o uso da matemática seja eficiente na prática real, em uma dada situação que exija além de regras, mas também a interpretação matemática.

No que consiste o ensino investigativo de matemática Silva (2018) considera seu surgimento das abordagens desenvolvidas das experiências docentes, materializando a aprendizagem num fazer prático e significativo para a vida real dos alunos. “[...] a abordagem investigativa é determinada pelo conjunto de elementos que caracteriza a aproximação, comportamento, ação e comunicação entre os sujeitos no processo de ensino e aprendizagem” (Silva, 2018, p. 74).

Além disso, o autor acrescenta a necessidade da relação entre professor-aluno-conhecimento na efetivação da aprendizagem. Essa tríade descentraliza o papel do docente como detentor do conhecimento mecânico e o torna mediador, capaz de ensinar e aprender, simultaneamente, durante sua prática. Semelhante a essa concepção, Malheiro e Fernandes (2015) refletem acerca dos novos conhecimentos disseminados em diversos meios de informação e comunicação, os quais necessitam de uma adaptação no comportamento dos professores e da própria instituição escolar.

Esses novos métodos de conhecimentos incluem tanto o ensino de matemática através de estratégias metodológicas como: “trabalho em grupo, a pesquisa e a construção de novos conhecimentos[...]” (Malheiro e Fernandes, 2015, p. 80), quanto os meios digitais e tecnológicos conhecidos como TDIC's (Tecnologias Digitais da

Informação e Comunicação) ou Novas TDIC's, já que são ferramentas digitais que se atualizam constantemente à necessidade dos usuários.

Apesar da necessidade de o professor estar atualizado com as inovações tecnológicas, é notável a necessidade de formação adequada desses docentes para que não se limitem apenas aos laboratórios de informática com atividades mecânicas e repetitivas, sem funcionalidade para o aluno. Sobre isso, Fonseca e Barrére (2013, p. 3) afirmam:

É notável as dificuldades que muitos professores de matemática possuem em adequar o uso da tecnologia como recurso didático às metodologias tradicionais de ensino que são caracterizadas essencialmente por aulas expositivas. Esta situação dificulta o aproveitamento máximo do potencial oferecido pelos recursos tecnológicos para utilização no processo de ensino e aprendizagem matemática.

Sendo assim, os autores apontam o uso das TDIC's como uma ferramenta tecnológica auxiliar a prática docente no seu papel de mediador. É válido ressaltar que esse papel disponha de “criatividade, raciocínio lógico, resolução de problemas e outras questões peculiares ao processo de ensino e aprendizagem matemática.” (Fonseca e Barrére, 2013, p. 5).

Dentre diversos recursos tecnológicos de informação e comunicação, nomeados de TDCI's, podemos citar a modelagem matemática como simulações computacionais como mecanismos de interação entre alunos-professores-conhecimentos importantes para o aprimoramento das aulas de matemática. Sobre essa questão, Oliveira (2015, p. 6) reconhece as “simulações computacionais no âmbito do estudo de problemas de modelação matemática de fenômenos naturais onde se privilegiam as relações entre a matemática e as outras ciências.”

Em consonância, Fellipe e Macedo (2022) reforçam a modelagem matemática como uma ferramenta que instiga a criatividade, curiosidade e raciocínios estratégicos dos alunos. Na próxima subseção poderemos compreender um pouco mais acerca dessa TDIC.

## 2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL: UMA FERRAMENTA DIGITAL PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM

A modelagem matemática é considerada por Barbosa (2001) como um espaço em que os estudantes possam usufruir da matemática para compreender, investigar

ou resolver problemas da realidade. Ainda, o autor enfatiza a necessidade da formação dos docentes para realizarem essa proposta de ensino na sala de aula de maneira eficiente, visto que essa perspectiva é repassada de maneira conceitual enquanto deveria ser materializada na prática ou em uma formação continuada para professores de matemática.

Para além disso, Fellipe e Macedo (2022) compreendem a modelagem matemática como instrumento essencial no processo de ensino e aprendizagem. Nas suas comprovações refletem para as diversas possibilidades que esse mecanismo pode beneficiar os alunos no processo de aprendizagem de matemática, de modo que os conteúdos trabalhados teoricamente ultrapassem a repetição mecânica de exercícios e passam a relacionar os conteúdos com as situações do cotidiano dos estudantes, tornando-os capazes de resolver problemas reais e significando o ensino.

Em contrapartida, apesar de grandes benefícios para docentes e discentes, a modelagem matemática ainda possui empecilhos que dificultam sua execução na prática. Quanto a isso, Barbosa (2001, p.3) explica.

Referindo-se às vantagens, os professores assinalam que a Modelagem contribui na compreensão dos conceitos matemáticos, desenvolve habilidades de pesquisa e experimentação, leva em conta o contexto sócio-cultural e, por fim, viabiliza a interdisciplinaridade e a espiralização do currículo. Ao falar dos obstáculos, os professores citam os programas pré-estruturados, os pais, a burocracia educacional e os próprios alunos.

Além do mais, Barbosa (2001) explicita uma possibilidade de realização da modelagem matemática, organizada em três níveis: Barbosa (2001) se ancora em Franchi (1993) e Kitchen e Williams (1993) para organizar o “Nível I” como uma etapa de delimitação um problema real para ser investigado com base em informações qualitativas e quantitativas. No nível II, o autor se associa em Biembengut (1999) e Galbraith e Clatworthy (1990), para expor que nesse nível os alunos devem coletar os dados para investigar um dado problema apresentado pelo professor. Já no nível III, Barbosa (2001) toma como base Bassanezi (1994a, 1994b), Biembengut (1990), Borba, Meneghetti e Hermini (1997, 1999) para determinar o momento em que os alunos formulam e resolvem o problema com base nas informações investigadas.

Posto isso, é necessário compreender a importância das simulações computacionais para a modelagem matemática, no processo significativo do ensino e aprendizagem. Nesse sentido, aceitação do uso tecnológico para a prática

pedagógica de professores e compreensão dos alunos já era apresentado em estudos passados, como apresenta (Teodoro, 1997, p. 11) quanto ao fato de “A utilização de sistemas de aquisição de dados está atualmente a generalizar-se nas várias disciplinas de ciências e a iniciar um processo de difusão na educação matemática”.

Nascimento (2007) traz uma conceituação para a ideia de simulação, mas especifica o uso de simulação do meio científico ao meio computacional. As simulações são capazes de representar os elementos de modo que gere interpretações e conhecimentos.

A simulação computacional vem sendo integrada à tomada de decisão em experiências, tornando o computador, um elemento essencial. Através de seus recursos consegue-se elaborar várias possibilidades de simulação de uma mesma situação. (Nascimento, 2007, p. 50)

Para a realização simulações computacionais se utilizam de diversos tipos de softwares. No caso do ensino em matemática, há o uso de modelagens matemáticas como meios de simulações computacionais em programas. A título de exemplo podemos citar o GeoGebra, definido por Oliveira (2021) como um software que instiga a investigação dos problemas matemáticos expostos em sala de aula ou do cotidiano. Ainda, o Modellus, conforme Andrade (2015), é um instrumento de modelagem dinâmica com representações variadas (tabelas e gráfico), que promete a mudança de comportamentos do professor e do aluno em sala de aula, possibilitando a participação de ambos na construção de conhecimento. Assim como essas, há outros tipos de modelagem funcionais para o ensino de matemática mais prático e eficiente.

Em suma, a modelagem é uma simulação computacional capaz de significar um problema do mundo real maneira mais fácil, dinâmica e explicativo e, para isso, utiliza de softwares e mecanismos tecnológicos e digitais. É nessa compreensão que explicaremos a seguir a metodologia a qual delimitamos mais adequada para um estudo dos resultados das aplicações de simulações computacionais identificados em artigos e outras obras da área de estudo.

### **3 METODOLOGIA**

A presente pesquisa intitulada “Modelagem matemática e aprendizagem de funções a partir de simulações computacionais: um estudo bibliográfico” objetiva observar e descrever as diversas modelagens matemáticas e suas efetividades no ensino de matemática em sala de aula. A pesquisa busca apresentar as modelagens

matemáticas como metodologias ativas contraditórias às tradicionais para a efetividade da aprendizagem dos alunos, assim como, para inovação didática de professores de matemática.

Segundo Paiva (2019), a presente pesquisa se enquadra como uma pesquisa básica por ter o objetivo de aumentar o conhecimento científico através de uma análise e compreensão de dados já existentes, sem a necessidade de aplicação prática. Conforme a autora, é um estudo que se enquadra como teórica, no que consiste o gênero, considerando que se baseia na leitura e observação de outras pesquisas. Quanto às fontes de informação, é principalmente uma pesquisa secundária, pois, utiliza dados já investigados e coletados anteriormente por outros pesquisadores.

No que diz respeito à abordagem, esse trabalho se enquadra como uma abordagem qualitativa ao comparar a eficiência das diferentes modelagens matemáticas como estratégia metodológica para o ensino de matemática em sala de aula, e também é quantitativa ao levar dados contáveis ligados à resultados de aplicações práticas, com o intuito de oferecer melhor compreensão dos fenômenos estudados. Ainda mais, quanto aos objetivos, é uma pesquisa descritiva, pois preocupa-se em detalhar os efeitos e características do objeto estudado e, assim como nos métodos e procedimentos, é também classificada como científica bibliográfica, visto que analisa artigos e obras já registradas acerca dos efeitos de diferentes modelagens matemáticas aplicadas em sala de aula. Isso se confirma com Sousa, Oliveira e Alves (2021, p. 65) apresenta a finalidade da pesquisa bibliográfica como “aprimoramento e atualização do conhecimento, através de uma investigação científica de obras já publicadas”.

Tendo isso em vista, essa pesquisa bibliográfica, possui fontes primárias, já que analisa artigos, teses, dissertações, periódicos e outros, assim como possui fontes secundárias, pois, baseia-se em bibliografias complementares, com livros e outras fontes de dados já publicadas.

A pesquisa foi organizada seguindo as seguintes etapas: I) Revisão de literatura- o primeiro capítulo trata-se de uma discussão comparativa entre o ensino de matemática tradicional x investigativo; o segundo capítulo apresenta a modelagem matemática em simulações computacionais como metodologia de ensino de matemática em sala de aula. II) Metodologia- explicação detalhada da caracterização da pesquisa, o tipo de pesquisa; a organização das etapas e os critérios de escolha para análise. II) Por fim, será realizada uma análise bibliográfica de duas obras: a

primeira é um artigo científico intitulado “Modelagem matemática e computacional no conteúdo de função”; a segunda é uma dissertação de mestrado intitulada “ensino de funções trigonométricas com o auxílio da modelagem matemática e do software GeoGebra”. O *corpus* apresenta diferentes simulações computacionais aplicadas em sala de aula, enfatizando os pontos principais para a efetividade do ensino de matemática.

O levantamento deste estudo partiu do interesse pessoal do pesquisador em compreender com mais detalhes a importância das modelagens matemáticas em simulações computacionais para um ensino mais atrativo e eficaz no processo de aprendizagem dos conteúdos de matemática, em específico, o de funções. A escolha das obras passou por uma leitura e avaliação minuciosa, em que foram filtrados apenas conteúdos sobre funções matemáticas e que serviram como aplicação prática ou mesmo seguindo o mesmo método desta pesquisa, o bibliográfico.

Com o intuito de compreender e investigar os aspectos da temática deste artigo, a seguir faremos uma análise bibliográfica, destacando os principais pontos positivos dessa ferramenta metodológica de ensino de matemática. Para isso, organizamos o capítulo de análise em dois subcapítulos principais.

#### **4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Com o intuito de compreender e investigar os aspectos da temática deste artigo, a seguir faremos uma análise bibliográfica, destacando os principais pontos positivos dessa ferramenta metodológica de ensino de matemática. Para isso, organizamos o capítulo de análise e discussão de resultados em três subcapítulos referentes ao *corpus* analisado, seguido do título de cada trabalho. Assim eles terão as seguintes denominações: 4.1. Pesquisa 1: Modelagem matemática e computacional no conteúdo de função; 4.2 Pesquisa 2: Ensino de funções trigonométricas com o auxílio da modelagem matemática e do software GeoGebra.

##### **4.1 PESQUISA 1: MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL NO CONTEÚDO DE FUNÇÃO.**

A primeira obra que decidimos analisar é denominada “Modelagem matemática e computacional no conteúdo de função”, de Cândido dos Santos Silva, João Alves Poty e Altyvir Lopes Marques. Os autores iniciam sua pesquisa destacando a importância do uso da tecnologia no ensino de matemática, em seguida, expõe a

diferença entre a modelagem computacional e a modelagem matemática, um mais abrangente e outro mais limitado a necessidade dos conhecimentos matemáticos. Ainda, finaliza a primeira parte do estudo, com um aprofundamento conceitual do software “Modellus”.

A partir disso, Silva, Poty e Marques (2015), delimitam como modelagem, o software “Modellus” 4.01, usando o conteúdo de função na relação entre litros de combustível e os valores de pagamento. Os autores usam uma situação do cotidiano de um indivíduo que realiza uma contabilidade de quantidade de litros de gasolina  $x$  o valor  $e$ , ao acrescentar tais dados no “Modellus”, o software elenca organizadamente as informações: inicialmente na fórmula da função, seguido de uma nota explicativa acerca de cada elemento e variáveis da função descrita, por fim, há um gráfico com uma representação visual do resultado da função e uma tabela explicativa do mesmo gráfico.

Podemos avaliar que os autores utilizam situações da vida real junto a modelagem matemática para explicar um conteúdo de matemática, essa estratégia caracteriza a modelagem matemática como instrumento didático, visto que aproxima o estudante do conteúdo. Além disso, os autores concluíram que a partir do “Modellus” foi possível alcançar o resultado da função em que “o valor pago é proporcional à quantidade de litros de combustível.” (Silva, Poty e Marques, 2015, p. 109).

No final desta obra analisada, os autores esclarecem ainda mais o uso de funções na modelagem matemática com atividades práticas propostas na seção de apêndice. Cada uma das duas atividades envolvem problemas reais a serem resolvidos usando função. Os autores resolvem essas atividades explicando detalhadamente como resolver utilizando a modelagem matemática.

No primeiro problema ele tenta descobrir qual dos dois formatos de caixinha de suco, retangular ou cilíndrico, é economicamente viável. O autor calcula os dados com imagens e textos, explicando cada etapa de resolução, e utiliza a modelagem matemática para calcular o formato retangular. No segundo, os autores representam mais uma vez uma função em uma modelagem matemática pelo “Modellus” para descobrir o valor de uma corrida de táxi de acordo com os valores dados. Como já confirmado anteriormente na aplicação na seção de análise, o software apresenta algumas janelas de conclusão: a primeira com a fórmula no modelo matemático; depois, a janela de “nota” com explicação textual das informações; a próxima janela expõe uma tabela com cálculos do modelo matemático; seguida de gráficos

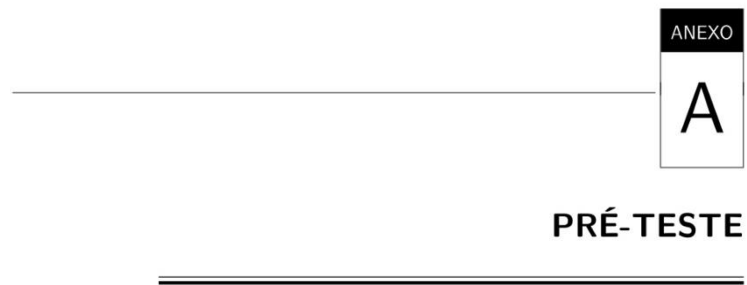
representativos dos resultados; por fim, uma construção imagética representando a simulação dos resultados de maneira mais atrativa e próxima do aluno.

#### 4.2 PESQUISA 2: ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O AUXÍLIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DO SOFTWARE GEOGEBRA.

A segunda pesquisa consiste em uma dissertação de mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). O título da pesquisa é “Ensino de funções trigonométricas com o auxílio da modelagem matemáticas e do software GeoGebra”, de Diego Rodolfo Munhoz. A dissertação consta com uma longa e explicativa fundamentação teórica dos conceitos de diferentes funções, construções de gráficos e aprofundamento sobre o software Geogebra. No capítulo 2 da dissertação “Modelos Matemáticos” o autor apresenta modelos matemáticos envolvendo funções que tornam reais ou úteis tais conteúdos na vida dos alunos. Munhoz (2022) explora diferentes modelagens comprovando as tamanhas diversidades cabíveis às modelagens matemáticas, a depender da necessidade e objetivo conteudista.

O capítulo 4 desta pesquisa, de nosso interesse de análise, é composto por “uma série de atividades com modelagem matemática que envolve a construção das funções seno e cosseno.” (Munhoz, 2022, p. 75). O autor propõe, aos professores do Ensino Médio, a modelagem matemática usando o “GeoGebra” para tornar mais atrativo para os alunos o conteúdo de funções trigonométricas. A representação da modelagem é tida como uma sequência didática que seguiu as seguintes etapas: I) pré-teste com quatro problemas com diferentes níveis de dificuldade. II) pós-teste, a fim de avaliar os resultados com o mesmo nível das atividades do pré-teste. Abaixo podemos visualizar dois modelos (pré-teste e pós-teste):

## Imagem 1: Recorte do pré-teste proposto pelo autor

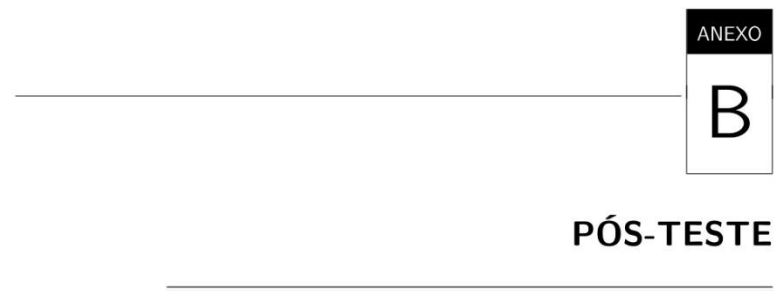


Fonte: Munhoz (2022)

Notamos que o autor utiliza esse pré-teste tanto para ativar os conhecimentos prévios que serão necessários para a modelagem matemática, quanto para servir de uma etapa diagnóstica antes do desenvolvimento dessa atividade. Dessa forma, ao mesmo tempo, através desse instrumento didático, o professor poderá: revisar conceitos fundamentais como é o caso das funções trigonométricas, interpretação gráfica e resolução de problemas contextualizados; verificar o nível de compreensão dos alunos, observando quais conceitos são predominantes e quais precisam ser retomados antes de avançar para modelagem; relacionar a matemática com o contexto real através de questões que introduzem situações próximas de fenômenos reais, mostrando como funções matemáticas podem representar comportamentos

observáveis- um passo essencial na modelagem; é também um meio de desenvolvimento de raciocínio matemático, visto que os problemas precisam de habilidades de interpretação, manipulação algébrica e análise de gráficos de um modelo matemático; por fim, é uma preparação de criação e validação de modelos ao compreender como funções as funções podem representar variações periódicas, esse pré-teste prepara o aluno para propor, ajustar e validade modelos em diferentes etapas da modelagem.

Imagem 2: Recorte do pós-teste proposto pelo autor



1. Considerando ângulos com medidas entre  $0$  e  $2\pi$ , determine o maior valor de  $k \in \mathbb{N}$ , tal que  $\sin\left(\frac{3k\pi}{7}\right)$  seja negativo.
2. Determinar os valores reais de  $m$ , para os quais  $\cos x = 2m + 4$
3. Num sistema de eixos cartesianos, trace o gráfico da função  $g(x) = \cos x$ . Nesse mesmo sistema, trace o gráfico da função  $f(x) = 2 \cos x$ .
4. Em certa baía, as toneladas de algas variam periodicamente de acordo com a função  $A(x) = 850 + 200 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ . O tempo  $t$ , medido em anos, tem início em  $(t = 0)$  em janeiro de 1990. Quantas toneladas de algas havia nessa baía em janeiro de 2005?
5. Em alguns trechos do rio Tietê (SP) formam-se consideráveis concentrações de espuma. Certo dia, essa concentração variou de acordo com a função  $f(t) = 3 + 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ , em que  $f(t)$  é a quantidade de espuma, em  $m^3$  por metro de rio, o  $t$ , o tempo, em horas contadas da meia-noite em diante. Determine o momento do dia em que a concentração de espuma alcança  $5/m^3$  por metro de rio.
6. Numa cidade litorânea, da meia noite em diante, a altura  $h$  da maré (em metros), em função do tempo  $t$  (em horas), corresponde à expressão  $h(t) = 2 + 0,5 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ . Esboçar o gráfico da função, determinando os respectivos períodos e conjunto imagem.
7. Construa o gráfico de  $f(x) = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  e indique o domínio, a imagem, o período e a amplitude.
8. Numa onda senoidal que se propaga em uma corda, sua fonte realiza, na vertical, um movimento harmônico simples cuja posição  $y$ , em função do tempo  $t$ , é dada pela lei  $y(t) = 3 \cos\left[2\left(\frac{\pi}{4}t + t\right)\right]$ . Identifique a amplitude, o período e o deslocamento horizontal dessa onda.

Fonte: Munhoz (2022)

O pós-teste seria uma avaliação conceitual aplicado aos alunos após a realização de atividades de modelagem matemática. Ele busca com esse instrumento didático verificar se, ao vivenciarem situações reais descritas por funções

trigonométricas (como variações de marés, quantidades de algas, ou concentração de espuma em um rio), os estudantes compreenderam a relação entre os modelos matemáticos e os fenômenos que eles representam. Em suma, esse pós-teste verificaria se os alunos conseguem: interpretar e construir modelos funcionais a partir de situações cotidianas; compreendem o significado dos parâmetros das funções dentro do contexto; são capazes de prever e explicar comportamentos usando a linguagem matemática.

Tendo em vista esse recorte da dissertação de Munhoz (2022), consideramos um ponto inicial para organização, explicação e uso da modelagem no processo de ensino e aprendizagem. Para detalhar ainda mais o estudo desenvolvido, decidimos detalhar apenas um dos problemas resolvidos na dissertação, o problema 2.

Esse problema visa incentivar o aluno no uso do software “GeoGebra” em um laboratório de informática, além de apresentar uma função trigonométrica aplicada às ciências médicas e biológicas. O problema tem como temática principal o fluxo de ar nos pulmões, assim, o Munhoz (2022) contextualiza o assunto e formula a modelagem do fluxo de ar com a função:  $F(t) = B \sin(Ct)$ . A partir disso, o autor organiza outros dados com base no tempo e do fluxo de ar em litros, para depois, solicitar a resolução de questões e, portanto, a modelagem da função utilizando o software “GeoGebra”.

Imagem 3: Tabela com dados do problema

| Tempo | Fluxo de ar |
|-------|-------------|
| 1,25  | 0,6         |
| 3,75  | -0,6        |
| 6,25  | 0,6         |
| 8,75  | -0,6        |

Fonte: Munhoz (2022)

O autor elenca 7 perguntas distribuídas nas alternativas “a, b, c, d e e”, seguidas de uma subseção com as soluções comentadas. As alternativas são tutoriais para obtenção de resultados usando o software “GeoGebra”, que exige do aluno um esforço crescente, aumentando aos poucos a dificuldade de cada pergunta. Observe as alternativas desse problema: a) Com o auxílio do GeoGebra plote os pontos da tabela; II) Mostre que o parâmetro  $A = 0$ ; c) Calcule a amplitude e determine o valor do parâmetro  $B$ ; d) Plote o gráfico da função obtida até o momento considerando  $D = 0$ . O gráfico passou pelos pontos?; e) Sabendo que o período é o tempo que se demora entre o movimento de inspiração e outro, ou o tempo que se demora entre o

movimento de uma expiração e outra, calcule o valor do parâmetro  $C$ ; f) Mostre que o parâmetro  $D=0$ ; g) Plote a função encontrada no GeoGebra e verifique se o gráfico passa pelos pontos iniciais. (Munhoz, 2022).

A para explicar a efetividade da modelagem através do software escolhido, Munhoz (2022) responde as alternativas propostas de maneira detalhada e representativa através do “GeoGebra”. Organizamos tais respostas em forma de tabela a fim de ficar mais claro e resumido.

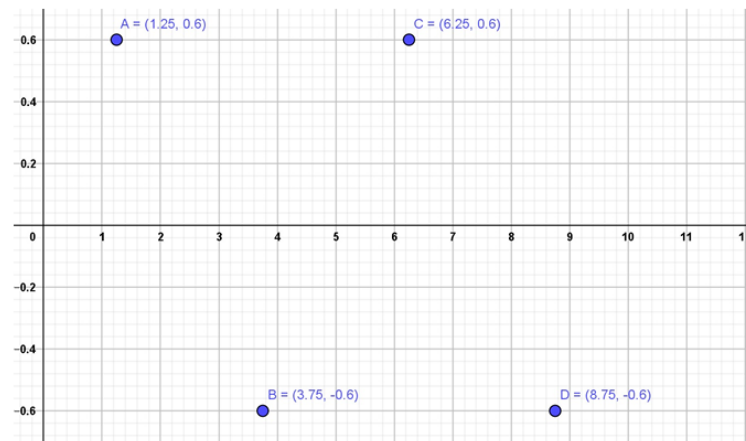
Quadro 1: Resumo das resoluções dos questionários

| ALTERNATIVA | RESOLUÇÃO                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| “a)”        | Concluiu-se que a função seno é a mais adequada para modelação do problema, visto que os pontos do gráfico estão na forma cíclica. Veja na imagem 4.                                                                                                                                                                                                             |
| “b)”        | O autor analisou e decidiu usar média aritmética entre o ponto máximo e o ponto mínimo para calcular o parâmetro $A$ , como:<br>$A = \frac{0,6 + (-0,6)}{2} = A = 0$                                                                                                                                                                                             |
| “c)”        | O autor calculou a amplitude baseado na conclusão da alternativa “a”, sobre o ser uma função seno. Ele se baseou em uma fórmula básica de uma função, determinando primeiramente quem era o parâmetro $B$ - sendo 0,6- tendo como auxílio também o gráfico da figura 4. O resultado obtido foi a função $F(t) = 0,6 \text{ sen } (Ct + D)$ .                     |
| “d)”        | Apresentou e explicou o gráfico obtido até o momento, o qual está representado na figura 5, abaixo desta tabela. Para isso, ele desenhou no “GeoGebra”, considerando $C=1$ e $D=0$ e determinou a função: $F(t) = 0,6 \text{ sen } (Ct + D)$ . Concluiu também que a modelagem, neste momento, estava ainda incompleta, pois, o gráfico não passou pelos pontos. |
| “e)”        | O autor afirmou que o parâmetro $C$ determina o período da função seno, o qual é igual a $2\pi$ . Esse período representa o tempo de demora entre um movimento de inspiração e outro, nos pontos máximos. Já nos pontos mínimos, é o tempo de demora entre um                                                                                                    |

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|      | <p>movimento de expiração e outro. Como resultado o autor apresentou nos pontos máximos: <math>P = 6,25 - 1,25 = P = 5</math>.</p> <p>Contando que <math>P = \frac{2\pi}{c} = C = 0,4\pi</math>.</p> <p>Conclui-se também que a função procurada fica: <math>F(t) = 0,6 \operatorname{sen}(0,4\pi + D)</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                       |
| “f)” | <p>O autor realizou o cálculo usando a função <math>F(1,25)</math>, na mesma função anterior “<math>F(t) = 0,6 \operatorname{sen}(0,4\pi + D)</math>.”, obtendo o resultado de <math>1 = \operatorname{sen}(0,5\pi + D)</math>. Após o cálculo, o autor obteve o valor do parâmetro <math>D = 0</math>, junto a isso, concluiu que a função que modela o fluxo de ar através da traqueia durante a inspiração ou expiração, em cada período <math>t</math> é representada por: <math>F(t) = 0,6 \operatorname{sen}(0,4\pi t)</math>.</p> |
| “g)” | <p>Por fim, Munhoz (2022) constrói um gráfico da função que modela o fluxo de ar a partir da função determinada na última alternativa, apresentando, desta vez, o alinhamento dos pontos dados na primeira tabela. Veja com mais detalhes na figura 6.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                               |

Fonte: Elaborado pelo próprio pesquisador deste trabalho

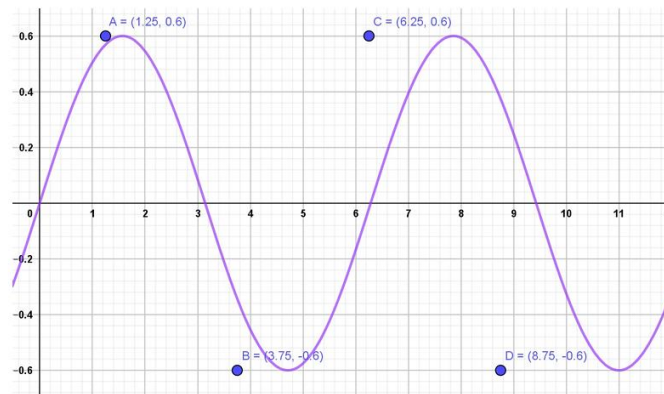
Imagem 4: Resolução da alternativa “a)”



Fonte: Munhoz (2022)

### Imagem 5: Resolução da alternativa “d)”

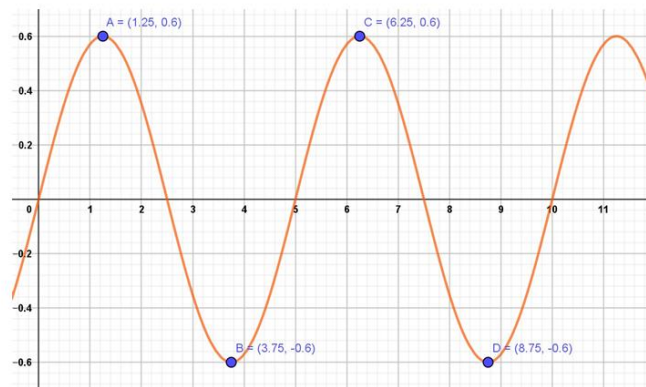
Figura 51 – Função  $F(t) = 0,6 \sin(Ct + D)$



Fonte: Munhoz (2022)

### Imagem 6: Resolução final, alternativa “g)”

Figura 52 – Função  $F(t) = 0,6 \sin(0,4\pi t)$



Fonte: Elaborada pelo autor.

Fonte: Munhoz (2022)

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo compreender a relevância da modelagem matemática e das simulações computacionais como instrumentos metodológicos no ensino e aprendizagem da matemática, especialmente no estudo de funções. Ao longo da revisão de literatura e das investigações de resultados já publicados acerca do assunto, concluímos que os recursos digitais como *Modellus* e *GeoGebra* demonstraram-se meios importantes na promoção e articulação entre teoria e prática, favorecendo a compreensão dos conceitos matemáticos a partir de situações reais e contextualizadas.

Ainda, as pesquisas escolhidas para análise, constataram o impacto positivo da modelagem matemática no aprendizado de funções, verificando a mudança

significativa do ensino de um aluno que passou de uma visão puramente algébrica para uma compreensão contextual e aplicada da matemática, capaz de descrever e analisar fenômenos do mundo real. A partir dessas análises, concluímos que o uso de softwares de modelagem permite ao aluno visualizar graficamente os fenômenos matemáticos, realizar simulações e testar hipóteses, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e interativo.

Em ambas as pesquisas analisadas, foi possível evidenciar que o uso dessas ferramentas amplia o interesse dos alunos, aprimora o raciocínio lógico e contribui para a formação de uma postura crítica e investigativa diante dos problemas propostos. Contudo, a efetividade dessas metodologias depende fortemente da formação e da postura do professor ao utilizá-las. Dessa forma, podemos reafirmar a necessidade desses instrumentos digitais em sala de aula, intencionando que o ensino e aprendizagem avance para além do paradigma do exercício, incorporando práticas que valorizem a construção colaborativa do conhecimento e o protagonismo discente no processo educativo.

## REFERÊNCIAS

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema: boletim de educação matemática**, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635/7022> . Acesso em: 30 jun.2025.

OLIVEIRA, Marcelo de Sousa. Uma reflexão sobre a ideia de superação do ensino tradicional na educação matemática: a dicotomia entre a abordagem clássica e abordagens inovadoras em foco. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 7, n. 14, p. 79–93, 2019. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/16816/11085> . Acesso em: 30 jun. 2025.

SILVA, Denise Knorst da. **Uma ação de formação de professores na e para uma abordagem investigativa em aulas de matemática**. Tese de Doutorado (Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC. 2018. 314p. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/206097> Acesso em 30 jun. 2025.

DA SILVA MALHEIRO, João Manoel; FERNANDES, Preciosa. O recurso ao trabalho experimental e investigativo: Percepções de professores de ciências. **Investigações em ensino de ciências**, v. 20, n. 1, p. 79-96, 2015. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/60/37> Acesso em 01 jul. 2025.

FONSECA, Elias Antonio Almeida; BARRÉRE, Eduardo. Possibilidades e Desafios na Utilização e Seleção de TDIC para o Ensino de Matemática em Escolas Públicas.

In: **VI Congresso Internacional de ensino de Matemática**. 2013. Disponível em: [https://scholar.google.com/scholar?hl=pt-BR&as\\_sdt=0%2C5&q=TDIC%27s+no+ensino+de+matem%C3%A1tica&btnG=Acesso em 01 jul.2025](https://scholar.google.com/scholar?hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5&q=TDIC%27s+no+ensino+de+matem%C3%A1tica&btnG=Acesso em 01 jul.2025).

OLIVEIRA, Margarida Cristina Pereira da Silva. Da modelação matemática à simulação computacional: a experimentação matemática no ensino. Tese de doutorado (Escola do Minho). **RepositórioUM**. Julho, 2015. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/38831> Acesso em: 02 jul. 2025.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 14, n. 15, p. 5-23, 2001. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10622/7010> Acesso em: 02 jul. 2025.

FELIPPE, AC.; MACEDO, S. da S. . Contribuições dos jogos matemáticos e da modelagem matemática no ensino da matemática. **Pesquisa, Sociedade e Desenvolvimento** , [S. l.] , v. 11, n. 1, 2022. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/24886/22021> Acesso em: 02 jul. 2025

TEODORO, Vitor Duarte. Modelação computacional em Ciências e Matemática. **Revista: Educação e Matemática**. Ed.14. n. 45. 1997. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/644/639> Acesso em: jul. 04 jul. 2025.

NASCIMENTO, Ross Alves do. **Modelagem matemática com simulação computacional na aprendizagem de funções**. Tese de Doutorado (Educação)- Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2011. 344p. Attena. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4113> Acesso em: 04 jul. 2025.

ANDRADE, Marcelo Esteves. O Uso da Ferramenta Modellus no Ensino de Física: uma abordagem a luz da Teoria dos Campos Conceituais. **Informática na educação: teoria & prática**, Porto Alegre, v. 18, n. 1, 2015. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/InfEducTeoriaPratica/article/view/51782> Acesso em: 12.out.2025.

SOUSA, A.S. OLIVEIRA, G. S. ALVES, L. H. A pesquisa bibliográfica: princípios e fundamentos. **Cadernos da Fucamp**, v. 20, n. 43, p. 64-83. 2021. Disponível em: <https://share.google/HaaWEYON0XJAK4IBf> . Acesso em 01out. 2025

SILVA, C. S.; POTY, J. A; MARQUES, A. L. Modelagem matemática e computacional no conteúdo de função. **RGSN - Revista Gestão, Sustentabilidade e Negócios**, Porto Alegre, v. 3, n. 2, p. 97-117, out. 2015. Disponível em: <https://www.saofranciscodeassis.edu.br/rgsn/arquivos/RGSN06/Modelagem%20matematica%20e%20computacional.%20SILVA.%20POTY.%20MARQUES.p.97-117.pdf> Acesso em: 10 out. 2025.

MUNHOZ, Diego Rodolfo. Ensino de funções trigonométricas com o auxílio da modelagem matemática e do software GeoGebra. Dissertação (Mestrado- Programa

de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional)- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2022. 105p. Disponível em:  
<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-17012023-174001/pt-br.php>  
Acesso em: 05 nov.2025.