



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PIRIPIRI
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

JOICE ARAUJO FONTENELE

**MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO REVESTIMENTO DE FACHADAS
PLANAS COM MATERIAL DE ALUMÍNIO COMPOSTO (ACM): uma abordagem
para o Ensino Médio**

PIRIPIRI

2025

JOICE ARAUJO FONTENELE

MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO REVESTIMENTO DE FACHADAS
PLANAS COM MATERIAL DE ALUMÍNIO COMPOSTO (ACM): uma abordagem
para o Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como exigência parcial para
obtenção do diploma do Curso de
Licenciatura em Matemática do Instituto
Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Piauí, Campus Piripiri.

Orientador: Prof. Me. Alberto Cunha Alves.

PIRIPIRI
2025

MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO REVESTIMENTO DE FACHADAS PLANAS COM MATERIAL DE ALUMÍNIO COMPOSTO (ACM): uma abordagem para o Ensino Médio

Joice Araujo Fontenele¹
Alberto Cunha Alves²

RESUMO

A capacidade de expressar fenômenos da natureza através da linguagem matemática é uma característica inerente à Modelagem Matemática. O presente estudo teve como objetivo desenvolver um modelo matemático a partir de um problema real envolvendo o cálculo da quantidade de chapas de ACM para revestir fachadas planas, e, posteriormente, utilizá-lo para elaborar uma proposta didática para o Ensino Médio baseada em modelagem matemática. Para isso, foi necessário, inicialmente, investigar as variáveis envolvidas no cálculo da quantidade de placas de ACM necessárias para o revestimento de fachadas planas. Logo depois, foi preciso construir um modelo matemático, com base na Modelagem Matemática, que representasse o problema e, posteriormente, apresentar a proposta de abordagem para o Ensino Médio. O referencial teórico articulou três eixos: Revestimento de Fachadas Planas com ACM, Modelagem Matemática aplicada a resolução de problemas e Ensino – aprendizagem com a Modelagem Matemática. Trata-se de uma pesquisa aplicada cuja abordagem é quali-quantitativa, o lócus foi uma comunicadora visual de Piracuruca – Piauí que trabalha com a instalação de fachadas em ACM. Para a coleta de dados, foram utilizados manuais técnicos de instalação e uma entrevista aberta com um profissional do setor. A análise se deu através da validação do modelo e a análise sobre as possibilidades da proposta de abordagem para o Ensino Médio. Os resultados apontaram a aplicabilidade do modelo matemático para o cálculo da quantidade de placas de ACM e a importância de uma abordagem educacional que se baseie em problemas reais.

Palavras-chave: modelagem matemática; fachadas; ACM; modelo matemático; modelação matemática.

ABSTRACT

The ability to express natural phenomena through mathematical language is an inherent characteristic of mathematical modeling. The objective of this study was to develop a mathematical model based on a real problem involving the calculation of the quantity of ACM panels needed to cover flat facades, and subsequently use it to develop a teaching proposal for high school based on mathematical modeling. To achieve this, it was necessary to initially investigate the variables involved in calculating the number of ACM panels required for cladding flat facades. Subsequently, a mathematical model, based on mathematical modeling, was constructed to represent the problem and, subsequently, present the proposed

¹ Graduanda em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI, Campus Piri-piri. joicearaujofontaine@gmail.com

² Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Piauí - UFPI. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI, Campus Piri-piri. alberto.cunha@ifpi.edu.br

approach for high school students. The theoretical framework articulated three axes: Cladding Flat Facades with ACM, Mathematical Modeling applied to problem-solving, and Teaching and Learning with Mathematical Modeling. This is an applied research with a qualitative and quantitative approach, the locus of which was a visual communicator from Piracuruca, Piauí, who works with the installation of ACM facades. Data collection involved technical installation manuals and an open-ended interview with a professional in the field. The analysis involved validating the model and analyzing the potential of the proposed approach for high school students. The results highlighted the applicability of the mathematical model for calculating the number of ACM panels and the importance of an educational approach based on real-world problems.

Keywords: mathematical modeling; facades; ACM; mathematical model; mathematical modeling.

1 INTRODUÇÃO

Comunicadores visuais, arquitetos, designers da atualidade usufruem da gama de possibilidades que o ACM (*Aluminium Composite Material*, em português, Material de Alumínio Composto) têm para transformar paredes e fachadas de pontos comerciais, edifícios, residências em visuais modernos. Segundo Jesus (2023), o ACM é uma das opções de revestimento de fachadas industriais mais adotadas por arquitetos e projetistas devido à rapidez de instalação, leveza do material, possibilidades de moldagem e diversidade de cores.

Além das considerações técnicas e estéticas, o revestimento de fachadas com ACM envolve um planejamento rigoroso. Entre as etapas que precedem a instalação das fachadas, Araujo e Tsuji (2014) destacam:

Medição para orçamento, medição para execução, projeto executivo e planejamento na obra. A quantidade de ACM a ser empregado bem como dos materiais usados para fixação são estabelecidos na fase inicial, com base no material gráfico disponível, e confirmados na etapa seguinte, mediante checagem das medições in loco (Araujo e Tsuji, 2014, p.74).

Na visão de Montagna e Lopes (2017, p.15), “uma medição fiel é um dos grandes segredos do sucesso em instalações de ACM, pois possibilita desde orçamentos precisos até instalações de fachadas com menos problemas, ajustes e retrabalhos”. Apesar da aparente simplicidade, essa etapa exige uma atenção a mais, pois envolve não somente a área total a ser revestida, mas também variáveis como o dimensionamento das placas e a otimização dos cortes para minimizar o desperdício de material.

Nesse sentido, uma comunicadora visual da cidade de Piracuruca-PI levantou a seguinte questão: “É possível determinar uma função que forneça a quantidade de placas de ACM necessárias para revestir uma fachada?”. Para responder esta pergunta, faz-se necessário desenvolver um modelo matemático baseado nas técnicas da Modelagem Matemática (MM), definida por Bassanezi (2013, p.16) como “a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Um modelo matemático, na visão de Almeida (2016, p.13), tem diversas finalidades, ele pode “prever o comportamento de um fenômeno, ser demonstrativo de algo (como uma maquete), ter um fim pedagógico (auxiliar na ilustração de algum conceito), ser descritivo de algo, entre outros”. A questão problema, além de analisar uma situação real do contexto local, será transformada em uma proposta de abordagem para o Ensino Médio, permitindo que os estudantes apliquem conceitos de geometria e funções, contribuindo para a formação das habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Sendo assim, com base na correlação que a Modelagem permite entre a Matemática aplicada e aprendizagem a partir de problemas reais, a questão-problema que norteia essa investigação foi estruturada da seguinte maneira: Como desenvolver um modelo matemático a partir de um problema real envolvendo o cálculo da quantidade de chapas de ACM para revestir fachadas planas, e, posteriormente, utilizá-lo para elaborar uma proposta didática para o Ensino Médio baseada em modelagem matemática?

Para esse fim, foi necessário, inicialmente, investigar as variáveis envolvidas no cálculo da quantidade de placas de ACM necessárias para o revestimento de fachadas planas. Logo depois, foi preciso construir um modelo matemático, com base na Modelagem Matemática, que representasse o problema do cálculo da quantidade de placas de ACM necessárias para revestir fachadas planas. Posteriormente, foi preciso estruturar uma proposta de abordagem para o Ensino Médio que integre o modelo à BNCC, trabalhando competências e habilidades em Matemática e suas Tecnologias.

No âmbito técnico-profissional, a pesquisa se justifica porque proporciona um modelo matemático que pode auxiliar no cálculo preciso de materiais para revestimento de fachadas, respondendo, assim, à questão prática que inicialmente motivou esta investigação. Na perspectiva educacional, apresenta uma proposta de

abordagem que se baseia em um exemplo concreto de como a Modelagem Matemática pode ser aplicada para conectar problemas reais a conteúdos curriculares, contribuindo, assim, para o desenvolvimento de estratégias didáticas.

O referencial teórico da pesquisa se divide em três categorias teóricas: (1) Revestimento de Fachadas Planas com Material de Alumínio Composto, discutida por Araujo e Tsuji (2014), Montagna e Lopes (2017); (2) Modelagem Matemática: a tradução de problemas reais em modelos funcionais, subsidiada por Bassanezi (2015); (3) Ensino e aprendizagem com a Modelagem Matemática: aspectos históricos, perspectivas e diretrizes curriculares, referenciada por Barbosa (2009); Biembengut (2009); Biembengut e Hein (2011); Bassanezi (2013); Brasil (2018).

Esta pesquisa, classificada quanto a sua finalidade e a seu propósito, respectivamente em aplicada e exploratória-descritiva (Gil, 2017), adotou uma abordagem mista (Creswell, 2007), combinando análise qualitativa: levantamento bibliográfica e entrevista com o funcionário Alfa da empresa Ômega; e quantitativa: elaboração do modelo matemático. O desenho metodológico seguiu o estudo de caso (Yin, 2001), focando no processo de revestimento com ACM e na construção de um modelo para cálculo de placas, validado em três projetos reais. Na fase final, a proposta pedagógica para o Ensino Médio foi estruturada com base em Biembengut e Hein (2011), alinhando-se à Competência 3 da BNCC.

Na seção 2 é apresentado o referencial teórico, o qual foi dividido em três categorias teóricas, em síntese, abordou-se o revestimento de fachadas com ACM, a modelagem matemática como método científico e como método de ensino. Em seguida, a metodologia descreve os procedimentos adotados para o desenvolvimento do modelo matemático e da proposta didática. Nos resultados e discussões são apresentados o modelo matemático desenvolvido, a proposta didática estruturada e a discussão sobre as possibilidades pedagógicas. Por fim, as considerações finais sintetizam as contribuições do trabalho e apontam as possibilidades para pesquisas futuras.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção é dividida em três categorias. A primeira, intitulada “Revestimento de fachadas planas com Material de Alumínio Composto (ACM)”, delimita o contexto histórico da inserção do material composto no Brasil, suas especificações técnicas e

os tipos de instalações. A segunda categoria, cujo título é “Modelagem matemática: a tradução de problemas reais em modelos funcionais”, explica as etapas da modelagem matemática enquanto método científico. A última categoria, denominada “Ensino e aprendizagem com a modelagem matemática: aspectos históricos, perspectivas e diretrizes curriculares”, destaca a constituição da modelagem como método de ensino.

2.1 REVESTIMENTO DE FACHADAS PLANAS COM MATERIAL DE ALUMÍNIO COMPOSTO (ACM)

No Brasil, até a década de 1980, Araujo e Tsuji (2014) apontam que era comum o revestimento de fachadas de prédio com vidro, no entanto, essa opção trazia prejuízos devido à crise energética e econômica que assolava o mundo por causa das altas de preços causadas pelos “choques de petróleo”. Isso aconteceu porque fachadas de vidro permitiam facilmente que a radiação solar atravessasse o vidro e aquecesse o interior do ambiente e, quanto menos ventilado fosse o ambiente, mais energia precisaria para manter a temperatura do ambiente confortável.

Nesse sentido, como alternativa, optou-se pelo uso de painéis de alumínio, exemplo disso é o edifício-sede do Citibank (figura 1), no centro do Rio de Janeiro (RJ), o primeiro projeto no país a utilizar revestimento em painéis de alumínio. Segundo Araujo e Tsuji (2014), após o sucesso no Citibank, os fornecedores deste material lançaram no Brasil o que viria a ser o ACM, inicialmente os painéis eram feitos de chapa de aço esmaltado, depois de alumínio e posteriormente de um material composto, o ACM, observe a figura 2.

Figura 1 - Edifício-sede do Citibank, no centro do Rio de Janeiro, em 1970.



Fonte: <https://www.revistaprojeto.com.br/acervo/pontual-associados-arquitetura-e-planejamento-edificio-sede-do-citibank-rio-de-janeiro/>, (2025).

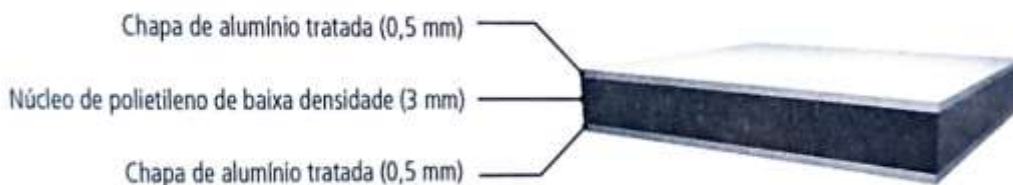
Figura 2 - Exemplo de painel de ACM.



Fonte: <https://ultrasuprimentos.com.br/produto/view/597-chapa-acm>, (2025).

Segundo a Norma Brasileira Regulamentadora (NBR), o ACM é um “painel constituído por duas chapas sólidas de ligas de alumínio ligadas a um núcleo de produto termoplástico extrudado” (NBR, 2006, p.2). De acordo com Montagna e Lopes (2017, p. 3), a chapa de material composto varia em espessura (2mm, 3mm, 4mm ou 6mm), com dimensões padrão de 5m de comprimento e larguras de 1,22m, 1,25m ou 1,5m, a figura 3 mostra o exemplo do painel de ACM de 4mm.

Figura 3 - Exemplo de painel de ACM de 4 mm.



Fonte: Araujo e Tsuji, (2014).

O peso de uma chapa de ACM pode chegar a 5,5 kg/m² e o valor varia conforme as dimensões, chapas de 1,22 x 5 x 3 mm custam, em média, R\$ 500,00, medidas de comprimento, largura e espessura maiores resultam em chapas mais caras. Conforme a NBR (2006), o painel de chapas de ACM, tanto para aplicações externas como internas, deve ser apresentado visualmente planificado respeitando as tolerâncias dimensionais na Tabela 1 e o desvio de esquadro (diferença entre diagonais) deve ser de no máximo 6 mm.

Tabela 1 - Tolerâncias na espessura, largura e comprimento, em milímetros.

Espessura nominal	Espessura	Largura	Comprimento
2	± 2	$- 0 + 5$	$- 0 + 9,5$
3	± 2	$- 0 + 5$	$- 0 + 9,5$
4	± 2	$- 0 + 5$	$- 0 + 9,5$
6	± 2	$- 0 + 5$	$- 0 + 9,5$

Fonte: Associação Brasileira de Normas Técnicas, (2006, p. 6).

De acordo com o guia prático de revestimento em ACM de Araujo e Tsuji (2014), os painéis que medem 4mm de espessura são mais utilizados em fachadas, chegando às vezes a 6mm, por outro lado, na comunicação visual, é possível utilizar as chapas de 3mm, com um acabamento mais econômico. O dimensionamento do ACM para fachadas exige cortes precisos, uma vez que imprecisões comprometem o resultado final. Para cortes retos, recomenda-se o uso de alguns instrumentos como a guilhotina³, o router⁴ e mesa de corte com Controle Numérico Computadorizado (CNC) ou a tupia⁵.

Outro fato que acomete o resultado do revestimento de fachadas com ACM é a temperatura, conforme ela varia, o painel também tem suas dimensões alteradas. Segundo Montagna e Lopes (2017), para contornar esse problema as chapas são divididas em pequenos pedaços (bandejas) deixando um espaço entre elas, esse espaço é chamado de junta de dilatação. Os autores pontuam que existem dois tipos de juntas: a junta selada, onde no espaço entre uma placa e outra é adicionado um selante e a junta sem selante, onde não é utilizado nenhum selante entre os painéis ou então é inserido um pedaço de ACM para um melhor acabamento final.

O processo de fabricação dos painéis consiste, em primeiro lugar, na realização do corte da chapa de ACM seguindo medidas previamente definidas, após é realizada a usinagem e dobra (observe a figura 4), que consiste em criar uma ranhura no material na parte posterior do painel (verso) para que o mesmo possa ser dobrado em diversas angulações, como 45°, 90° e 135°. A usinagem perfeita exige que uma fina camada de polietileno seja deixada, pois caso a tupia alcance a segunda lâmina de

³ Máquina utilizada para fazer cortes retos e precisos no ACM.

⁴ Máquina roteadora controlada por computador capaz de cortar, fresar, perfurar e gravar o ACM com alta precisão.

⁵ Equipamento elétrico responsável por criar dobras, cortes e outros acabamentos no ACM.

alumínio o painel quebrará durante a curvatura (dobra), que é realizada com o auxílio da calandra⁶.

Figura 4 - Dobra da aba.



Fonte: Araujo e Tsuji, (2014, p. 55).

Quanto a instalação dos painéis em fachadas há três tipos que se destacam no Brasil: Sistema de Bandeja (ou Sistema Convencional), o Sistema Junta Seca, e Sistema Ventilado (Araujo e Tsuji, 2014). O sistema de bandeja, conforme (Montagna e Lopes 2017), consiste em dobrar as bordas do painel, ficando no formato de uma bandeja, essas bordas terão entre 2 cm e 2,5 cm ou dimensões maiores quando se necessita de abas em um tamanho maior para acabamento. Os painéis devem ser fixados sobre diversos tipos de materiais em estruturas de ferro, aço (como o metalon) ou alumínio, nesse tipo de instalação a fixação é feita com parafusos ou rebites⁷, observe a imagem 1, abaixo.

Imagem 1 - Fachada do tipo bandeja.



⁶ Máquina industrial de três ou quatro cilindros que aplicam pressão e curvam a chapa metálica em diferentes curvaturas.

⁷ Haste cilíndrica de metal, com cabeça em uma de suas extremidades. Sua aplicação ocorre da deformação através do impacto de um martelo ou uma pistola aplicadora.

Fonte: Arquivo pessoal da empresa Ômega, (2022).

No sistema junta seca a instalação dos painéis é feita com fita dupla-face (específica para ACM) sobre um perfil de alumínio tubular ou barra chata, possibilitando menor distanciamento entre o ACM e o material a ser revestido, como nesse sistema a junta de dilatação é eliminada ele é indicado em áreas internas. De acordo com Araujo e Tsuji (2014), a medição precisa ser exata, já que possíveis diferenças não poderão ser compensadas com a aplicação do silicone.

Na instalação de chapas por meio do sistema ventilado as chapas são encaixadas pelo método macho-fêmea nos pinos instalados na subestrutura de alumínio, por dispensar o uso de travessas e selantes, exige a impermeabilização da alvenaria (subestrutura em que o ACM será fincado), porque entre o revestimento e a parede podem circular ar e água, por isso a fachada deve ser impermeabilizada adequadamente. A subestrutura precisa passar por um processo químico chamado anodização, responsável por criar uma camada protetora, tornando a subestrutura mais resistente a corrosão e ao desgaste, os parafusos devem ser de aço inoxidável. Devido a isso e a falta de mão de obra qualificada no Brasil, esse sistema não é tanto utilizado.

Além disso, o ACM pode ser utilizado tanto no modelo vazado quanto no modelo sólido. Em fachadas que utilizam o modelo vazado são realizados cortes no próprio painel. Nesse caso a luz, geralmente gerada por um conjunto de LED's (*Light Emitting Diode*, em português, Diodo Emissor de Luz), atravessa esses cortes específicos, criando um efeito de destaque nos elementos do projeto. Já em fachadas que usam o modelo sólido, comum em letreiros 3D, a iluminação é distribuída de forma uniforme sobre as letras. A imagem a seguir evidencia essa diferença: na parte superior, observa-se o uso do ACM sólido, enquanto na parte inferior é aplicado o ACM vazado.

Imagem 2 - Fachada com ACM sólido e vazado.



Fonte: Arquivo pessoal da empresa Ômega, (2022).

Em síntese, o revestimento de fachadas com ACM é uma solução eficiente e versátil na arquitetura contemporânea. A normatização proposta pela ABNT (NBR) e as instruções citadas pelos autores da área reforçam a importância de um bom planejamento a fim de garantir funcionalidade e qualidade. Tais características, quando aliadas a necessidade de otimização de custos, abre margem para a proposição de modelos matemáticos no que se refere o dimensionamento das fachadas, ideia que será explorada no próximo tópico e aprofundada na resolução do modelo.

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA: a tradução de problemas reais em modelos funcionais

Uma característica inerente à Matemática é sua capacidade de traduzir fenômenos reais em uma linguagem simbólica, e, a partir dessa tradução, oferecer ferramentas para compreensão, análise e previsão de comportamentos. Essa capacidade de representação é interpretada como Modelagem Matemática, descrita por Bassanezi (2015, p.15) como sendo “o processo de criação de modelos para interpretar e agir sobre a realidade do modelador”. Modelos matemáticos, na visão de Almeida e Silva (2014, p.2), “são sistemas explicativos expressos por meio de uma estrutura matemática cujo objetivo é descrever o comportamento de outro sistema.”

Na impossibilidade momentânea de descrever as etapas da MM mediante a perspectiva de todos os autores relevantes, optou-se por destacar a abordagem de Rodney Carlos Bassanezi, perspectiva que será levada em consideração para a construção do modelo matemático. Essa escolha, justifica-se por seu papel reconhecido nas obras de Burak (2005) e Biembengut (2009), que, mediante análises históricas, o reconhecem como figura fundamental na disseminação e consolidação da Modelagem no Brasil.

Na visão de Bassanezi (2013), a MM está inserida no campo da Matemática aplicada moderna, esta, por sua vez, é classificada como a arte de aplicar técnicas da matemática a problemas reais a fim de chegar a uma solução. São diversas as aplicações da modelagem, ela pode ser aplicada na Física Teórica, na Química Teórica, na Biomatemática, na Engenharia, em Ciências da Computação, na

Arqueologia, na Arquitetura, nas Ciências Sociais, na Educação, entre diversas outras áreas.

O que essas áreas possuem em comum é o uso do método científico proposto pela modelagem. Ao assumir essa posição, a Modelagem não apenas auxilia na organização, análise e resolução de problemas, mas também, segundo Bassanezi (2013, p. 33), “estimula novas ideias e técnicas experimentais, preenche lacunas onde existem falta de dados experimentais, serve como recurso para melhor entendimento da realidade, dentre inúmeros outros”. Sendo, portanto, um instrumento capaz de aproximar teoria da prática em diversos contextos.

Para o autor, as fases da modelagem se dividem em cinco: “escolha do tema, coleta de dados, análise de dados e formulação do modelo, validação, convergência e estabilidade” (Bassanezi, 2015, p. 18). Na primeira etapa, o autor destaca que o modelador deve optar por algo que gostaria de entender melhor. Durante a coleta de dados, busca-se informações relacionadas ao assunto, tais características podem ser dados qualitativos ou quantitativos, os quais são obtidos tanto através de entrevistas, quanto por meio de análise bibliográfica, utilizando dados obtidos e catalogados em obras anteriores.

Durante a análise de dados e formulação do modelo, busca-se um modelo matemático que expresse a relação entre as variáveis levantadas na etapa anterior. Na visão de Bassanezi (2015, p. 21), “muitas das vezes, esses modelos são obtidos pela solução de sistemas variacionais, sendo necessário entender como é a variação das variáveis envolvidas no fenômeno analisado”.

Na etapa seguinte – a validação, ocorre a aceitação ou rejeição do modelo, o autor sugere o uso de gráficos ou tabelas de dados modelados em confronto com os dados experimentais para facilitar a validação ou mesmo sugerir possíveis modificações. Para o autor, um bom modelo é considerado como tal quando serve de base para explicar os resultados, sendo capaz de prever resultados ou relações insuspeitas, e quando o usuário o considera bom para aquela situação.

Na fase da convergência e estabilidade, a formalização do modelo matemático depende, segundo o autor, da escolha que se faz em relação à continuidade ou não das variáveis observadas. De acordo com Bassanezi (2015, p. 24) “no processo de modelagem, quando se tem uma tabela de dados (experimentais ou não) x_n , isto é, valores da variável x_n , o que se procura essencialmente é determinar a função f de modo que $x_n = f(n)$ [...]”.

Quando se deseja prever um fenômeno, isto é, simular valores não dados inicialmente, como em casos de modelagem que envolvem o crescimento populacional, o autor destaca que é necessário “fazer uso de certos artifícios matemáticos como análise de convergência da sequência $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ e variações de x_n . A convergência da sequência $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ nos garante a estabilidade da variável no futuro” Bassanezi (2015, p. 24).

A Modelagem Matemática, conforme fundamentado por Bassanezi (2015), demonstra a eficácia do método científico para transformar um problema real em um modelo matemático funcional. Ao aplicar todas as etapas no problema envolvendo o revestimento de fachadas planas, este trabalho comprova a aplicabilidade da Matemática em um contexto específico, reforçando o papel da Modelagem Matemática como ponte entre teoria e solução de problemas concretos.

2.3 ENSINO E APRENDIZAGEM COM A MODELAGEM MATEMÁTICA: aspectos históricos, perspectivas e diretrizes curriculares

Ao longo das décadas, o ensino da Matemática no Brasil seguiu diferentes padrões. Na década de 1960, com o Movimento da Matemática Moderna (MMM), a prioridade era um ensino formal, baseado em estruturas abstratas e conteúdos oriundos do Ensino Superior. No entanto, tal proposta, mostrou-se distante da realidade dos estudantes e enfrentou críticas por sua excessiva abstração. Já nos anos 1970, segundo Pires (2008), emergiram iniciativas que buscavam aproximar a Matemática do cotidiano dos alunos, como a proposta de Ubiratan D'Ambrosio, em Campinas-SP, que defendia o ensino de funções a partir de situações vividas pelos estudantes.

Na década de 80, abriu-se espaço no país para pesquisas relacionadas a modelos matemáticos, a aprendizagem e ao ensino por meio destes modelos. De acordo com Soares *et al* (2020), as experiências realizadas utilizando modelos fomentou a apresentação da modelagem como uma proposta que tornava os alunos interessados, mobilizados e motivados. A década de 90 marcou a consolidação dessas novas ideias, em especial, da Educação Matemática, que implementou tendências Matemáticas, sendo uma delas a Modelagem Matemática (MM).

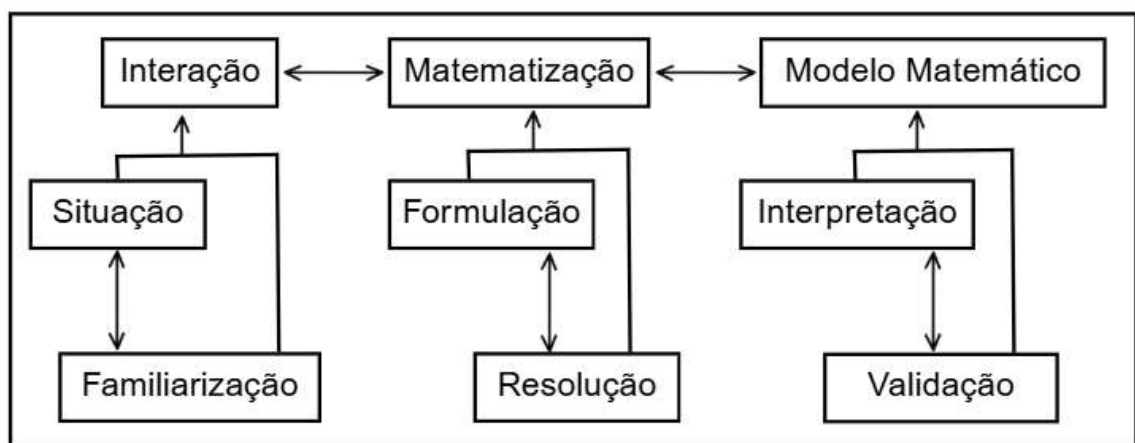
De acordo com Bassanezi (2013), quando a MM é utilizada como estratégia para o ensino e a aprendizagem de Matemática ela recebe o nome de Modelação

Matemática, que significa modelagem em Educação. Nesse contexto, Meyer, Caldeira, Malheiros (2011), apresentam uma perspectiva importante que relaciona a modelagem ao ensino, os autores pontuam que:

No contexto da Educação Matemática, a MM pode ser compreendida como um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou para o “fazer” Matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade (do aluno e do mundo) e, partindo de questionamentos, discussões e investigações, defronta-se com um problema que modifica ações na sala de aula, além da forma como se observa o mundo (Meyer, Caldeira, Malheiros, 2011, p.79).

Dessa maneira, a MM se configura como uma proposta que parte da realidade na qual o estudante está inserido, promovendo uma aprendizagem que faça sentido para quem a aprende. Ao mesmo tempo, ela transforma a sala de aula em um espaço de diálogo e criação, ao passo que revela como a linguagem matemática interpreta e transforma o mundo. O processo de modelação é subdividido em etapas e subetapas, definidas por Biembengut e Hein (2011) em: interação – reconhecimento da situação-problema e familiarização; matematização – formulação e resolução do problema; e modelo matemático – interpretação e validação, conforme mostra a figura 5.

Figura 5 - Dinâmica da modelagem matemática.



Fonte: Biembengut e Hein, (2011).

Segundo Biembengut e Hein (2011), durante a interação ocorre o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado, isso pode ser feito por meio de uma visita ao local ou através de pesquisas em livros e revistas da área. Na matematização o problema é formulado, as hipóteses são levantadas e é realizada uma análise ou resolução com o conhecimento

matemático de que se dispõe. Na última etapa acontece a interpretação e validação do modelo matemático. Segundo os autores, caso a validação não ocorra, deve-se voltar a matematização, mudando-se e ajustando as hipóteses.

Nesse sentido, pode-se constatar que a parte decisiva no sucesso ou não do modelo é a matematização. Isso porque, conforme Biembengut e Hein (2011), é nesta etapa que são acrescentadas e descartadas informações relevantes, variáveis e constantes são estabelecidas, símbolos apropriados são selecionados para as variáveis e todas essas relações são descritas em termos matemáticos. Se algo falhar, é na segunda etapa que o processo se refaz – ajustando hipóteses, revisando caminhos – até que o modelo se torne coerente com a realidade.

Enquanto Biembengut e Hein (2011) organizam o processo de modelação em três etapas amplas, Bassanezi (2013) propõe um desdobramento mais detalhado, subdividindo-o em cinco fases: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação. Nas palavras de Bassanezi (2013), a experimentação é o momento em que se conhece a realidade que será estudada, enquanto a abstração é o processo que levará a formulação do modelo matemático, sendo assim, nesta fase procura-se selecionar as variáveis, problematizar, formular hipóteses e, caso precise, simplificar as informações incorporadas ao modelo a fim de resultar em um problema matemático tratável.

A terceira fase é a resolução do modelo matemático, que é obtido quando, de acordo com Bassanezi (2013, p.29), “a linguagem natural das hipóteses é substituída por uma linguagem matemática”. A validação, é o processo de confirmar se o modelo proposto responde ao problema, um bom modelo, segundo o autor, é aquele que o usuário o considera simples e capaz de representar a situação proposta. Quando o modelo não é capaz de representar as previsões corretas, é necessário modificá-lo, chegando a última fase do processo de Modelagem: a modificação.

As etapas propostas por Biembengut e Hein (2011) e Bassanezi (2013) dialogam entre si e, mediante comparação, afirma-se que apresentam os mesmos objetivos, diferindo apenas na nomenclatura das etapas. Juntas, permitem que o (a) professor (a) compreenda a lógica geral da modelação e integre tal metodologia na sala de aula, articulando teoria e prática.

No que se refere o papel do (a) professor (a), Barbosa (2009) aponta que cabe ao docente identificar as oportunidades para se desenvolver a MM. O (a) professor (a) precisa estar atento (a) às oportunidades que podem emergir de um contexto escolar

e precisa saber incorporar a MM de maneira eficiente. Para o autor, as fases da Modelagem se subdividem em três: elaboração do problema, coleta de dados e resolução. Em cada uma dessas fases o (a) professor (a) pode desempenhar um papel ou não, essa percepção é definida pelo autor como casos de modelagem.

Quadro 1 - Os casos de Modelagem.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração do problema	professor	professor	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa, (2009, p.6).

No caso 1 o desenrolar da atividade é mais previsível para o professor, pois como é ele quem traz o problema e coleta os dados, o seu papel se restringe a mediar as situações e, caso precise, ajudar a fazer formalizações. No caso 2 o professor apresenta o problema, porém não traz os dados para a resolução, o desenvolvimento da Modelagem neste caso demandaria mais tempo, pois os estudantes teriam que pesquisar os dados. No caso 3 os estudantes atuam em todas as fases, sendo que o desenvolver das atividades ocorre no percurso das aulas, tendo em vista um planejamento prévio e exigindo mais tempo.

Para implementar a modelação matemática, Biembengut e Hein (2011) criaram um “guia-prático” com cinco passos: diagnóstico dos estudantes, escolha do tema ou do modelo, desenvolvimento do conteúdo programático, orientação de modelagem e avaliação do processo. Esse “guia” integra as etapas para desenvolver o conteúdo programático e a dinâmica da modelagem no ensino, isto é, o passo a passo a ser seguido em cada etapa.

Segundo essa perspectiva, em primeiro lugar, o (a) professor (a) deve fazer um levantamento sobre os estudantes verificando a realidade socioeconômica, seus interesses e metas, o conhecimento matemático que possuem e tempo disponível para a realização da atividade. Após, ocorre a escolha do tema ou modelo matemático, o qual pode ser feito pelo docente ou pelos alunos, conforme os casos de modelagem citados por Barbosa (2009).

Em seguida, de acordo com Biembengut e Hein (2011), acontece o desenvolvimento do conteúdo programático, que ocorre em paralelo ao

desenvolvimento das etapas e subetapas da modelação: interação – reconhecimento da situação-problema e familiarização; matematização – formulação e resolução do problema; e modelo matemático – interpretação e validação, onde se acrescenta, na etapa da matematização, o conteúdo matemático necessário para a formulação e resolução do modelo e exemplos para ajudar a compreensão dos alunos.

Adiante, tem-se a orientação da modelagem, etapa em que os autores descrevem o papel do (a) docente (a) nas cinco subetapas: escolha do tema, interação com o tema, planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelos grupos, conteúdo matemáticos e validação e extensão dos trabalhos desenvolvidos. O quadro 2 traz o resumo das subetapas e das atribuições do (a) professor (a).

Quadro 2 - Papel do (a) professor (a) durante a orientação da modelagem.

Escolha do tema	Utilizar estratégias que facilitem aos alunos a escolha de um assunto abrangente, motivador e sobre o qual seja fácil obter dados ou informações.
Interação com o tema	Propor que os grupos pesquisem, façam entrevistas e entreguem uma síntese com os dados encontrados e possíveis problemáticas.
Planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelos grupos	Sugerir a cada grupo que escolham uma questão para iniciar o trabalho; que analisem fatos e amostragens a fim de propor generalizações; que investiguem a natureza e a extensão do problema, formulando hipóteses; que escrevam possíveis soluções e que determinem a que pareça mais convincente.
Conteúdo matemático	Explicar os conteúdos matemáticos atrelados ao problema de cada grupo, caso necessário, induzindo os grupos à pesquisa e mantendo-se como orientador. Quando o tema for de interesse da maioria, deve fazer uma explanação para toda a classe.
Validação e extensão dos trabalhos desenvolvidos	Ajudar os grupos na solução e validação dos modelos. Mediar o processo de criação do relatório, onde será descrito o motivo pelo qual o tema foi escolhido, um breve contexto histórico sobre o tema e a apresentação do modelo, caracterizando cada etapa. Elaborar estratégias para a divulgação dos resultados,

	seja entre os colegas da turma, para a comunidade escolar ou a quem se interessar.
--	--

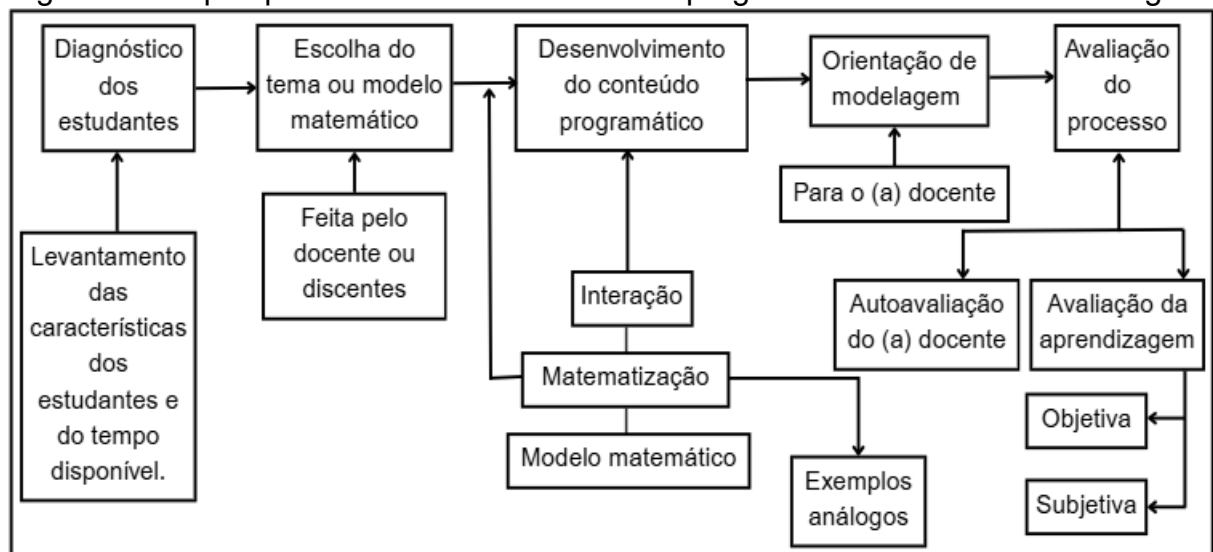
Fonte: Elaborado pela primeira autora (adaptado de Biembengut e Hein, 2011), (2025).

Para avaliar o processo, o (a) professor (a) deve levar em consideração dois aspectos: a avaliação como fator de redirecionamento do trabalho do (a) professor (a); e avaliação para verificar o grau de aprendizado do aluno! O aprendizado pode ser analisado sob dois vieses, o subjetivo e o objetivo. O aspecto subjetivo leva em consideração a observação do (a) docente, ele (a) pode avaliar o (a) aluno (a) quanto a participação, assiduidade, cumprimento de tarefas e espírito comunitário.

No que se refere ao viés objetivo, podem ser avaliados a produção e o conhecimento matemático, onde se analisa o raciocínio lógico, a operacionalização de problemas numéricos e interpretação gráfica; a produção de um trabalho de modelagem em grupo, em que se avalia a qualidade dos questionamentos, a interpretação e elaboração de modelos matemáticos, adequação da solução apresentada, exposição oral e escrita do trabalho; e a extensão e aplicação do conhecimento, momento em que se faz uma síntese do trabalho e uma interpretação crítica de outros modelos utilizados.

Em síntese, podemos resumir através de um esquema conforme ilustra a figura 6, a seguir:

Figura 6 - Etapas para desenvolver o conteúdo programático através da modelagem.



Fonte: Elaborado pela primeira autora (adaptado de Biembengut e Hein, 2011), (2025).

Bassanezi (2013) aponta que a Modelagem enquanto estratégia de aprendizagem não define como mais importante a criação de um modelo bem-sucedido, em vez disso, a ênfase recai sobre a progressão por etapas, onde o conhecimento matemático é sistematizado e aplicado, ou seja, mais importante que a validação do modelo é o processo utilizado, a análise crítica constituída e a inserção dos grupos no contexto social e cultural.

Em paralelo a isso, Bassanezi (2002, p.36) cita que “a modelação transforma os estudantes em exploradores, fomenta a criatividade, capacita o estudante a resolver problemas em diferentes situações, habilita-os com a habilidade de interpretar a Matemática em diferentes contextos”. Todavia, é preciso tomar cuidado com sua implementação, pois existem implicações que dificultam a implementação da metodologia na sala de aula.

A exemplo, Biembengut (2009) destaca a dificuldade na compreensão e solução de problemas que envolvem matemática, a formação dos professores, dificuldades em administrar a MM em relação ao conteúdo proposto, pouco tempo e Avaliações Nacionais dos estudantes que se adequam nos moldes tradicionais. Aliado a isso, Bassanezi (2002, p.37), cita que, “quando a MM é apresentada em um contexto que rompe com a rotina tradicional de aulas, os estudantes podem se tornar apáticos, pois estão acostumados a um ensino onde é professor quem transmite o conhecimento”.

A BNCC, documento normativo que estabelece os conhecimentos, competências e habilidades que todos os estudantes da Educação Básica precisam adquirir ao decorrer de sua trajetória estudantil, propõe que, durante todo o Ensino Fundamental, “[...] os processos Matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade Matemática” (Brasil, 2018, p.266). Esses processos são essenciais, pois promovem o desenvolvimento do raciocínio, da representação e da argumentação matemática nos estudantes, competências fundamentais para a formação integral e para o exercício crítico da cidadania.

Posteriormente, a BNCC destaca que o processo de progressão do Ensino Fundamental para o Ensino Médio deve efetivar os conhecimentos obtidos na etapa anterior e agregar mais, sendo necessário que os estudantes sejam capazes de construir uma visão integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas e sua aplicação à realidade. Nesse sentido, se ao decorrer do Ensino Fundamental os

estudantes são introduzidos aos processos de resolução de problemas, investigação e modelagem, no Ensino Médio espera-se que esses processos sejam aprofundados e sistematizados, de modo que os discentes desenvolvam um pensamento matemático capaz de identificar e solucionar problemas em diferentes contextos.

No contexto do Ensino Médio, o documento estabelece que “os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas” (Brasil, 2018, p. 529). Tais habilidades descrevem, implicitamente, a modelação matemática, sendo uma das competências específicas do eixo Matemática e Suas Tecnologias no Ensino Médio, estabelecida na competência específica 3, que diz:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (Brasil, 2018, p. 535).

Dessa maneira, constata-se que, mesmo a BNCC não abordando a definição de Modelação Matemática, são propostas, no contexto do Ensino Médio, todas as etapas e ações que o processo de modelar envolve: análise de dados, obtenção de modelos, habilidades investigativas, construção de modelos em diversos contextos, análise de modelos existentes, construção de argumentos e validação de modelos.

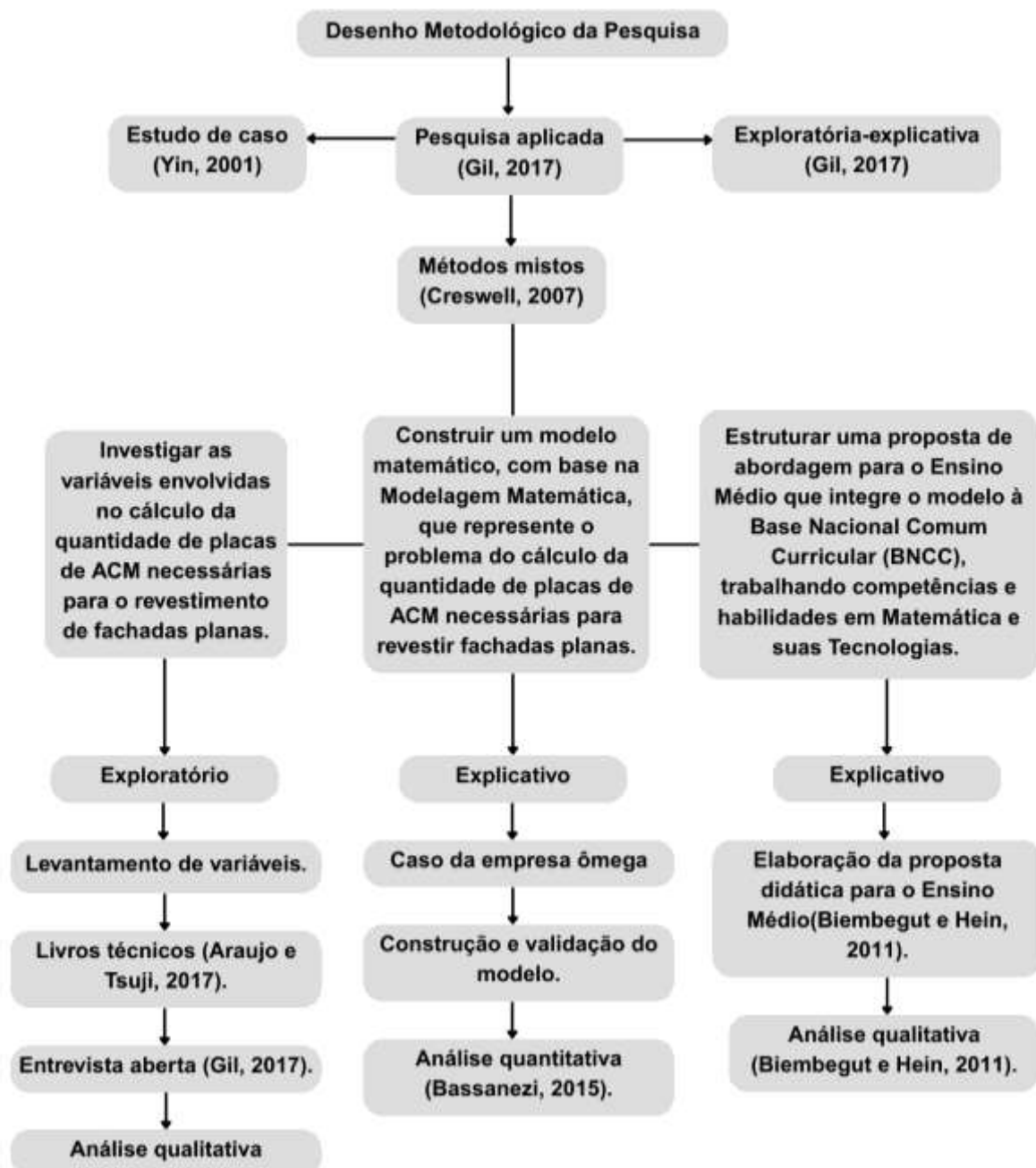
Assim, a trajetória histórica e a BNCC evidenciam que a MM se configura como uma metodologia capaz de integrar teoria e prática, fazendo um paralelo entre os conteúdos que a matemática escolar exige e problemas reais ou do contexto local dos indivíduos. No caso específico deste trabalho, no que tange o problema do revestimento de fachadas planas com ACM, essa metodologia é o ponto de partida para o desenvolvimento de modelos no Ensino Médio, sendo possível trabalhar conteúdos relacionados a geometria e funções. Ao alinhar-se as habilidades previstas na base, a proposta busca fortalecer a compreensão conceitual dos conteúdos, além de contribuir para o desenvolvimento de um pensamento analítico e investigativo.

3 METODOLOGIA

Com o objetivo de explicitar os caminhos metodológicos adotados nesta pesquisa, bem como a organização das etapas que a constituem, esta seção aborda

a metodologia da pesquisa. Para ilustrar e resumir o desenvolvimento da investigação, foi elaborado o desenho metodológico, esquematizado na figura abaixo, o qual evidencia a estrutura da pesquisa quanto à sua finalidade, propósito, abordagem, tipo, caracterização dos objetivos, instrumentos utilizados, organização dos dados e procedimentos de análise.

Figura 7 - Desenho metodológico da pesquisa.



Fonte: Elaborado pela primeira autora, (2025).

A metodologia desta pesquisa, de acordo com sua finalidade, é classificada como aplicada, definida por Gil (2017, p.33) como uma “pesquisa voltada à aquisição de conhecimentos com vistas à aplicação numa situação específica”. A proposta investigou o processo de revestimento de fachadas em uma comunicadora visual da cidade de Piracuruca, nomeada neste estudo por empresa Ômega, com o objetivo de compreender o processo e modelar o revestimento das fachadas. No que se refere ao propósito, trata-se de um estudo exploratório-explicativo.

As pesquisas exploratórias visam tornar o tema mais explícito, proporcionar maior familiaridade e construir hipóteses. Já os estudos explicativos identificam fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência de fenômenos, sua finalidade consiste em explicar a razão, o porquê das coisas, sendo que o conhecimento científico está assentado nos resultados oferecidos (Gil, 2017).

A abordagem é classificada, de acordo com Creswell (2007), como de métodos mistos, método de investigação que combina as formas qualitativas e quantitativas. A pesquisa qualitativa, na visão do autor, é um método para entender o significado que indivíduos ou grupos atribuem a um problema/investigação. Já a pesquisa quantitativa, é um meio para testar teorias objetivas, estabelecendo relações entre as variáveis. Enquanto a abordagem qualitativa ajudou a compreender as especificações técnicas do ACM e os fundamentos da Modelagem Matemática, a abordagem quantitativa foi primordial para a resolução do modelo matemático.

Quanto ao tipo de pesquisa, a presente proposta se classifica como estudo de caso, fundamentada por Yin (2001, p.21), o qual aponta que “representa a estratégia preferida quando se colocam questões do tipo “como” e “por que”, quando o pesquisador tem pouco controle sobre os eventos e quando o foco se encontra em fenômenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real”. O “caso” em análise é o processo de construção e validação do modelo, desde a seleção de variáveis técnicas até sua aplicação pedagógica no Ensino Médio.

Os instrumentos geradores de dados foram artigos, teses, dissertações, livros, normas e manuais técnicos, além de uma entrevista aberta, definida por Gil (2017, p.87) como sendo “aquela que apresenta questões e sequência predeterminadas, mas com ampla liberdade para responder”. A geração dos dados foi realizada mediante a colaboração voluntária do funcionário Alfa da empresa Ômega, responsável pelo processo de execução dos projetos e que trabalha há 12 anos no ramo. O direito à privacidade será respeitado, assim como será afirmado que as

informações obtidas não serão utilizadas para outra finalidade, a não ser para a realização dessa pesquisa.

Os dados foram analisados em duas etapas: (1) construção e validação do modelo, seguindo Bassanezi (2015) – nesta etapa, comparou-se os dados encontrados com o modelo com os dados de três situações reais fornecidas pela empresa Ômega; e (2) adaptação pedagógica para o Ensino Médio, conforme Biembengut e Hein (2011), garantindo alinhamento com a BNCC.

A pesquisa dividiu-se em três fases, sistematizadas de modo a garantir clareza da compreensão do problema, da coleta de dados e da resolução da situação levantada. Em primeiro momento, foi realizada uma análise bibliográfica em livros, manuais e normas técnicas, para que fosse possível compreender o contexto do revestimento de fachadas com ACM no Brasil, tipos de painéis e variações no revestimento de fachadas.

Na fase seguinte, foi realizada uma entrevista com o funcionário Alfa, cujo foco pautou em compreender o processo de revestimento de fachadas adotado pela empresa, desde o momento em que o cliente realiza o pedido até a entrega do projeto final. Na última fase, procedeu-se à análise de casos reais de revestimento de fachadas planas, os quais subsidiaram a construção e a validação do modelo matemático, bem como da proposta de abordagem para o Ensino Médio.

Durante a fase dois, o entrevistado apontou que a empresa Ômega realiza 5 tipos de revestimento de fachadas planas, delimitados no quadro a seguir.

Quadro 3 - Casos de revestimento de fachadas planas de pontos comerciais.

Casos	Área coberta
01	Revestimento da parte frontal.
02	Revestimento da parte frontal e de uma lateral.
03	Revestimento da parte frontal e das duas laterais.
04	Revestimento da parte frontal, das duas laterais e da área de cima.
05	Revestimento da parte frontal, das duas laterais e da área de cima e abaixo.

Fonte: Elaborado pela primeira autora, (2025).

Dos cinco casos de revestimento analisados, selecionou-se o Caso 01. Essa delimitação metodológica, justifica-se por dois fatores principais. Primeiramente,

porque o revestimento da face frontal é o trabalho mais recorrente, além do que em todo tipo de revestimento sempre a área frontal será revestida. Em segundo lugar, a escolha por focar apenas em uma das faces permite o controle das variáveis envolvidas, facilitando o desenvolvimento de uma função matemática clara e didaticamente aplicável. Essa estratégia de começar pelo caso mais simples possibilita uma aprendizagem gradual, com potencial para expansão posterior para os demais casos. em trabalhos futuros serão desenvolvidos modelos para os demais casos.

Em um segundo momento, foi preciso modelar a situação problema com base no material bibliográfico levantado e nos dados coletados na entrevista – fase primordial para a seleção das variáveis, definição das constantes, enumeração dos casos de modelagem e coleta de dados para a etapa de validação. A modelagem seguiu a perspectiva de Bassanezi (2015), conforme descrita na categoria (2.2) do referencial teórico.

Ao final, foi necessário estruturar uma proposta de abordagem para o Ensino Médio que integrasse o modelo à BNCC, trabalhando competências e habilidades em Matemática e suas Tecnologias, como a habilidade EM13MAT302, que retrata a construção de modelos empregando funções polinomiais do 1º ou 2º graus para resolver problemas diversos (Brasil, 2018). O percurso metodológico seguiu as etapas e sugestões dos autores Biembengut e Hein (2011), optou-se por seguir esses autores por causa do “guia” para aplicação da MM no ensino, que contém características fundamentais para a elaboração da proposta didática.

4 ANÁLISES E DISCUSSÃO DOS DADOS

A presente seção está dividida em duas partes, inicialmente, descreve-se o modelo matemático para o revestimento de fachadas planas, o qual está fundamentado na perspectiva de Bassanezi (2015), que divide esse processo em cinco etapas: escolha do tema, coleta de dados, análise de dados e formulação do modelo, validação, convergência e estabilidade. Posteriormente, é apresentado a proposta de aplicação para o Ensino Médio, subsidiada por Biembengut e Hein (2011).

4.1 MODELO MATEMÁTICO

O modelo proposto restringe-se à modelagem da quantidade de placas de ACM necessária para revestir a fachada frontal, como mostra a figura 8.

Figura 8 - Caso 01 do revestimento de fachadas planas.



Fonte: Elaborado pela primeira autora, (2025).

4.1.1 Escolha do tema

A escolha do tema partiu da dúvida do profissional Alfa da empresa que em 2023 fez a seguinte pergunta: “É possível determinar uma função que forneça a quantidade de placas de ACM necessárias para revestir uma fachada?”. Essa indagação constituiu o ponto de partida da pesquisa, cujo interesse partiu da possibilidade de construção de um modelo matemático aplicado a uma situação real e por seu potencial pedagógico, ao trazer a resolução de problemas do contexto social da comunidade.

4.1.2 Coleta de dados: conhecimento da realidade estudada

O lócus da pesquisa foi uma empresa de comunicação visual, aqui denominada empresa Ômega, com mais de 19 anos de atuação no mercado, que se destaca na execução de revestimentos de fachadas de pontos comerciais, residências e postos de combustíveis em diversas cidades do estado do Piauí, sendo mais recorrente o atendimento a estabelecimentos comerciais. De acordo com Alfa, o sistema de instalação utilizado pela comunicadora visual é o método de bandeja, usando chapas de ACM com as seguintes dimensões: 3 mm de espessura, 1,22 m de largura e 5 m de comprimento.

Para mensurar a quantidade de placas necessárias o projetista recebe as medições do cliente, quando isso não é possível, o funcionário Alfa relatou que utiliza o google Earth e Google Maps, pois grande parte das instalações são feitas nas cidades vizinhas, tornando inviável a ida ao local. Posteriormente, é montado o projeto por meio do Sketchup⁸ e V-Ray⁹, e então é enviado para o cliente junto com o orçamento. Quando o projeto é confirmado, a empresa parte para a fabricação dos painéis e letreiros (nome da empresa, feito com ACM ou acrílico). Em seguida, marca-se o dia para instalação das fachadas.

Com o objetivo de otimizar a quantidade de placas, as dimensões da bandeja possuem medidas fixas: avanço (a) de 2 cm, espessura (e) de 5 cm, a largura (h) e o comprimento variam de acordo com cada projeto. A quantidade é mensurada através de cálculos manuais, costuma-se dividir o comprimento da fachada pelo comprimento de bandejas e, por tentativa e erro, analisar qual valor mais se aproxima de uma quantidade inteira de bandejas. As medidas adotadas nesse estudo estarão em centímetros porque é a unidade de medida padrão utilizada pela comunicadora visual.

4.1.3 Análise dos dados e formulação do modelo

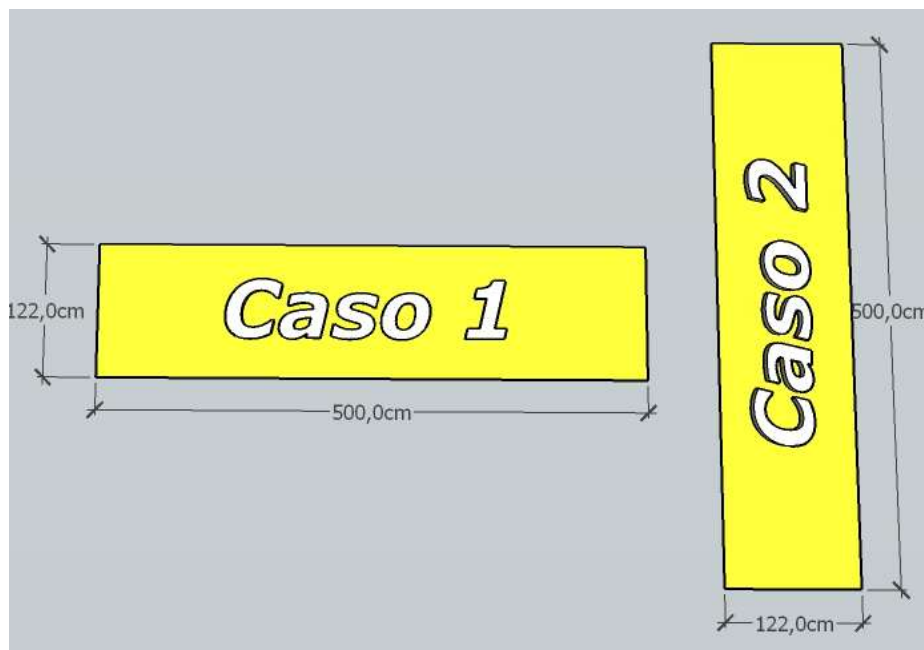
O modelo proposto é para fachadas cujo comprimento e largura da face frontal são maiores que a placa padrão de 122 cm de largura por 500 cm de comprimento e a altura da fachada é inferior a 5 metros. Para fachadas que envolvam dimensões menores que a da placa original não há necessidade em estimar a quantidade de chapas utilizadas, pois fica subtendido que será uma.

Para construir fachadas com o sistema convencional, visando otimização das placas, é necessário evitar o desperdício de material durante o processo. Para isso, faremos uma mudança apenas na posição do corte da chapa. Ao invés de efetuarmos cortes no painel do caso 1, utilizaremos a altura da placa (122 cm) como tamanho máximo padrão do comprimento das bandejas, conforme mostrado no caso 2 da figura abaixo.

⁸ Software de modelagem tridimensional usado para criar modelos 3D de objetos, edifícios e interiores, sendo muito utilizado por arquitetos.

⁹ Software de renderização, conhecido por sua capacidade de simular com precisão a iluminação, materiais e efeitos visuais em cenas 3D.

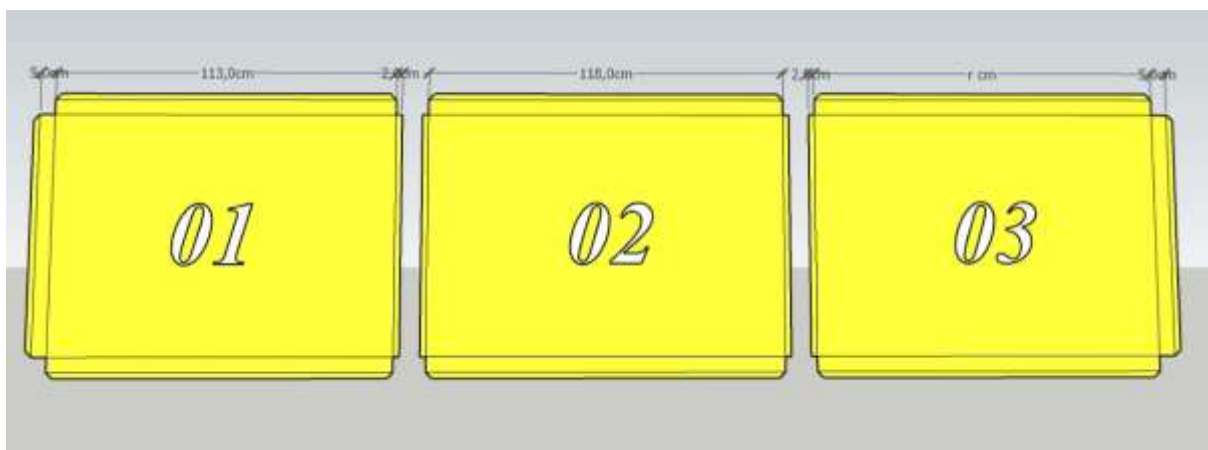
Figura 9 – Disposição da chapa para corte.



Fonte: Elaborado pela primeira autora, (2025).

A primeira bandeja possui 113 cm de comprimento útil com 5 cm de espessura do lado esquerdo da placa, seguidos por 2 cm de avanço em ambos os lados para fixação com parafusos, assim $113 + 5 + 2 + 2 = 122\text{cm}$, observe a figura a seguir:

Figura 10 - Comprimento das bandejas.



Fonte: Elaborado pela primeira autora, (2025).

As placas dispostas entre a primeira e a penúltima bandeja terão 118 cm de comprimento útil e um avanço de 2 cm, ao somar $118\text{ cm} + 2\text{ cm} + 2\text{ cm} = 122\text{ cm}$ (imagem X). Para calcular a quantidade de bandejas que terão essa dimensão

usaremos o algoritmo da divisão euclidiana, considere a o dividendo, b o divisor, q o quociente e r o resto, temos então que:

$$r + q \cdot b = a \quad (1)$$

Considerando c sendo o comprimento, em cm, da fachada, temos que c retirado os 113 cm (comprimento útil da primeira bandeja), resultará no comprimento que falta para ser revestido com placas de 118 cm. Aplicando isso na equação (1), obtemos:

$$c - 113 = 118q + r \quad (2)$$

A variável q representa a quantidade inteira de bandejas com comprimento de 118 cm, enquanto r corresponde ao comprimento restante da fachada após a instalação dessas bandejas. Se $r > 0$, então, pelo algoritmo da divisão, temos que a quantidade de bandejas restantes (chamaremos de p) será $q + 1$, isso porque esse resto não é o que sobra, mas o que falta para completar a fachada, ou seja, ainda falta uma placa de r cm de comprimento e h cm de altura – por isso a adição de 1, assim

$$p = \begin{cases} q + 1, & \text{se } r > 0 \\ q, & \text{se } r = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Sendo assim, a quantidade de bandejas usadas na face frontal da fachada é a primeira que possui $113 \text{ cm} \times h$ adicionada de p . A última bandeja terá como dimensão de comprimento o resto da divisão (r), adicionada de 5 cm de espessura do lado direito e 2 cm de avanço de ambos os lados (vide imagem X). O somatório das áreas das bandejas resultará na área total utilizada, a quantidade de placas utilizadas será definida pela razão entre a área total da fachada e a área da placa padrão usada pela empresa.

Cabe ressaltar que, como o resultado encontrado modela um dos problemas específicos de uma empresa do Piauí, as medidas levantadas e estabelecidas como variáveis fixas, como o tamanho de 113 cm e 118 cm, são baseados no contexto da comunicadora. A generalização do modelo, desse modo, será específica para casos como este. No próximo tópico será definida a função que demonstra a área total da fachada plana.

4.1.3.1 Apresentação do modelo

Considere:

- i) c = comprimento da fachada;
- ii) h = altura da fachada;

- iii) l = largura da fachada;
- iv) x = comprimento da bandeja;
- v) h = altura da bandeja;
- vi) e = espessura da bandeja;
- vii) a = avanço da bandeja;
- viii) q = quociente;
- ix) r = resto.

A área da primeira bandeja (A_{B_1}), em cm^2 , será dada pelo resultado do somatório das áreas de todas as faces da bandeja, isto é:

$$\begin{aligned} A_{B_1} &= \sum [(113.h) + (5.h) + (2.h) + (2.h) + 2.(113.5) + 2.(113.2)] \\ &= 122.h + 1532 \end{aligned} \quad (4)$$

Analogamente, a área da segunda bandeja (A_{B_2}), em cm^2 , será dada por:

$$\begin{aligned} A_{B_2} &= \sum [(118.h) + (2.h) + (2.h) + 2.(118.5) + 2.(118.2)] \\ &= 122.h + 1652 \end{aligned} \quad (5)$$

O resultado da equação (5) é o valor referente a área de uma bandeja cujo comprimento é 118 cm, para calcular quantas serão instaladas, obtemos da equação (2) que:

$$q = \frac{c - 113 - r}{118} \quad (6)$$

Vale lembrar que, caso $r > 0 \rightarrow p = q + 1$, caso $r = 0 \rightarrow p = q$. Dessa maneira, a área total, em cm^2 , das bandejas centrais (A_{B_C}) é dada por:

$$A_{B_C} = p.(122.h + 1652) \quad (7)$$

Para a última bandeja, é necessário saber o valor de r , o resto da divisão euclidiana. Como da equação (2) temos:

$$r = c - 113 - 118q \quad (8)$$

Sabendo disso, basta substituí-lo no resultado do somatório da área da última bandeja (A_{B_F}):

$$\begin{aligned} A_{B_F} &= \sum [(r.h) + (2.h) + (5.h) + (2.h) + 2.(5.r) + 2.(2.r) + 9.h] \\ &= r.(h + 14) \end{aligned} \quad (9)$$

Portanto, o problema que, previamente, envolvia múltiplas variáveis, pode ser resumido pela seguinte função:

$$f(h) = 131.h + 1532 + p.(122.h + 1652) + r.(h + 14) \quad (10)$$

Sendo p e r coeficientes calculados previamente. Desse modo, a quantidade de placas (Q_p) necessárias para revestir a parte frontal de uma fachada é dado pela razão entre o somatório da área das bandejas utilizadas pela área de uma placa padrão 122 cm x 500 cm, isto é:

$$Q_p = \frac{f(h)}{61000} \quad (11)$$

Como a quantidade de placas deve ser um número inteiro, aplica-se a função teto, onde se considera o menor inteiro maior ou igual a Q_p .

4.1.4 Validação

Para validar o modelo, analisaremos três cenários de revestimento da parte frontal de fachadas planas. Na tabela 2 temos os projetos desenvolvidos pela empresa, com a quantidade de bandeja e placas usadas. Na tabela 3, temos a quantidade de bandejas e placas sugeridas pela função modelada.

Tabela 2 - Projetos desenvolvidos pela empresa.

Comprimento (cm)	Altura (cm)	Quantidade de bandejas usadas	Quantidade de placas usadas
1200	180	11	4
600	80	6	2
580	110	6	2

Fonte: Empresa Ômega, (2025).

Tabela 3 - Resultados baseados no modelo.

Comprimento (cm)	Altura (cm)	Quantidade de bandejas usadas	Quantidade de placas usadas
1200	180	11	4
600	80	6	2
580	110	5	2

Fonte: Elaborado pela primeira autora, (2025).

Os dados apresentados nas tabelas revelam que o modelo matemático apresenta eficácia, entendida neste trabalho como a capacidade de prever corretamente a quantidade de placas de ACM necessárias para o revestimento de fachadas planas. Para os projetos de 1200×180 cm e 600×80 cm, o modelo acertou precisamente tanto o número de bandejas quanto de placas ACM utilizadas na prática, mostrando 100% de precisão nesses casos. Essa correspondência exata entre os cálculos teóricos e a execução prática valida a confiabilidade do modelo para essas dimensões.

No entanto, observa-se uma discrepância no projeto de 580×110 cm, onde o modelo previu 5 bandejas, mas a empresa utilizou 6 na prática. Esta diferença pode indicar tanto um eventual desperdício de material na execução quanto tolerâncias adicionais de instalação que foram abstraídos do modelo para manter a simplicidade didática na etapa seguinte. É importante destacar que, mesmo neste caso, o número de placas ACM previsto pelo modelo coincidiu com o uso real, mantendo a eficiência no dimensionamento do material principal.

O modelo Matemático desenvolvido atende aos critérios estabelecidos por Bassanezi (2015), demonstrando eficácia tanto na previsão precisa de materiais quanto na otimização de recursos. Ao combinar rigor teórico com aplicabilidade prática, o modelo se mostra como uma ferramenta confiável para o dimensionamento de revestimentos em fachadas, oferecendo ainda potencial para expansões futuras que abranjam casos mais complexos.

4.1.5 Convergência e estabilidade

O modelo encontrado pode ser sintetizado em

$$f(h) = (131 + 122p + r) \cdot h + (1532 + 1652p + 14r) \quad (12)$$

onde p e r são parâmetros conforme descrito na seção 4.1.3 (Análise dos dados e formulação do modelo), e os resultados se aproximam dos dados reais analisados. É importante destacar que esta função aborda um caso particular: o revestimento da face frontal de fachadas planas da empresa Ômega, onde as dimensões das superfícies revestidas devem apresentar comprimento superior a 5 metros e altura inferior a essa medida.

Dessa maneira, aplicá-la em outra realidade ou em dimensões, como em uma fachada de 6 metros, limitará sua aplicação prática. Logo, o modelo é útil para a

situação descrita, realidades diferentes devem ser analisadas sob a perspectiva de outros modelos ou a partir da adaptação deste. Uma solução para o exemplo descrito seria a aplicação de duas fileiras de bandejas de ACM na fachada e não somente uma.

4.2 Proposta didática

A presente proposta didática, baseada nas etapas da modelação matemática de Biembengut e Hein (2011), detalha a aplicação do modelo matemático obtido para o revestimento de fachadas planas com ACM no âmbito do Ensino Médio. A sequência metodológica seguiu as etapas listadas na figura 6, com uma ressalva: a fase de orientação de modelagem foi omitida, isso porque o papel do (a) professor (a) será delineado em cada fase do processo, destacando sua atuação como mediador (a) de cada etapa, sem a necessidade de uma seção isolada para evitar repetições.

A abordagem é aplicável a estudantes da 1ª, 2ª ou 3ª série do Ensino Médio, pois abrange conhecimentos prévios adquiridos ao decorrer do Ensino Fundamental, como o cálculo de áreas. Além disso, a proposta está alinhada a BNCC, em particular às competências específicas 2 e 3, e às habilidades EM13MAT201, EM13MAT301, EM13MAT302 e EM13MAT307 que, em síntese, promovem a investigação de desafios do mundo contemporâneo (em especial da região em que vivem), o uso de conceitos e estratégias matemáticas para a construção de modelos, e a utilização de métodos diversos para resolver problemas, conforme detalhado no quadro 4.

Quadro 4 - Competências e habilidades da BNCC.

Competência específica 2
Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
Habilidade trabalhada
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

Competência específica 3
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
Habilidades trabalhadas
(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Fonte: Elaborada pela primeira autora (adaptado de Brasil 2018), (2025).

A seguir, é apresentada a abordagem delineada em 4 etapas: inicialmente é preciso fazer um diagnóstico dos estudantes, em seguida acontece a escolha do tema ou do modelo, logo depois o desenvolvimento do conteúdo programático, momento em que são desenvolvidas as etapas e subetapas da MM, vide figura 5, e ao final é apresentada a avaliação do processo. Todas as etapas serão descritas para orientar a prática docente.

O assunto abordado será função afim e a situação modelada envolve a composição de funções do primeiro grau e de parâmetros por meio do cálculo de áreas. Tal proposta deve ser trabalhada em um bimestre, ficando a cargo do (a) docente escolher a quantidade de horas/aula semanais para que destinará ao projeto, sugere-se pelo menos uma hora/aula por semana e nas etapas mais críticas, como a matematização, o dobro dessa carga horária.

4.2.1 Diagnóstico dos estudantes

Nesta etapa, o (a) professor (a) deve analisar o conhecimento prévio dos estudantes sobre cálculo de área e perímetro de quadrados e retângulos, operações básicas com números decimais e frações, conversão de medidas – metro para

centímetro, centímetro para milímetro e noção de função – domínio, contradomínio, imagem. Para isso, o (a) docente deve aplicar um questionário com questões objetivas e discursivas que abordem tais conteúdos. A elaboração compete ao tutor da turma, pois ele conhece os pontos fortes e fracos da mesma.

A análise dos acertos e erros é primordial para a decisão de aplicar ou não a modelação. Caso a quantidade de erros seja predominante, é importante considerar mais tempo para a realização da dinâmica de modelagem, pois será necessário nivelar o conhecimento da turma. Recomenda-se que as aulas destinadas a esta abordagem sejam as primeiras aulas, já que nas últimas os alunos tendem a estar mais cansados.

Adicionalmente, é importante frisar aos alunos que eles atuarão em grupo, realizando logo a divisão, que pode ser feita entre os estudantes, através do sorteio ou pelo (a) professor (a). Sugere-se a última opção, pois o (a) docente pode agrupar os estudantes de modo que os que apresentaram mais dificuldade no teste diagnóstico fiquem com quem possui mais facilidade.

Além disso, é preciso verificar a disponibilidade dos alunos para possíveis trabalhos extraclasse, como uma visita técnica, isso porque na turma pode haver estudantes que não são da cidade, fazendo com que essa visita seja inviável. Nesse sentido, há duas soluções: a visita ser realizada no horário da aula ou o (a) professor (a) trazer esses dados por meio de fotos e vídeos mediante uma visita realizada à priori.

Sendo assim, no encontro inicial, o (a) docente deverá aplicar o teste diagnóstico e, em outra aula, corrigir o teste, separar os grupos e verificar a viabilidade de visitas técnicas. Caso a turma não obtenha um percentual satisfatório de acertos, o (a) professor (a) deverá dedicar mais aulas para nivelar o conhecimento da turma, quem decidirá a quantidade será o (a) docente.

4.2.2 Escolha do tema ou modelo matemático

O tema desta proposta didática é o revestimento de fachadas planas com material composto, o ACM. A seleção do tema é conduzida pelo (a) professor (a), adequando-se ao caso 1 de modelagem, conforme proposto por Barbosa (2009) – veja o quadro 1. Nesse aspecto, a elaboração do problema e a coleta de dados são realizadas previamente pelo (a) docente, enquanto a resolução é realizada em

conjunto entre o (a) professor e aluno (a). Neste caso, mesmo o (a) mediador (a) já tendo conhecimento das variáveis, ele (a) guiará os estudantes em uma visita técnica de modo que eles mesmo as descubram.

A escolha da temática se justifica por sua conexão com questões da realidade atual, a problemática central: mensurar a quantidade de placas de ACM necessárias para o revestimento de fachadas planas permite a definição de conteúdos matemáticos, como geometria plana e funções, de forma contextualizada. Além disso, a temática permite o desenvolvimento da argumentação matemática, análise crítica e tomada de decisões, alinhando-se as competências e habilidades da BNCC para o Ensino Médio.

Cabe destacar que esta proposta é resultado de um estudo de caso na empresa Ômega da cidade de Piracuruca-PI. Ressalta-se que a partir do momento que o (a) professor (a) realizar a modelagem na (s) empresa (s) da sua cidade, o resultado pode ser diferente, pois o tipo de chapa e de instalação podem ser distintos. Logo, ao aplicar este modelo em outros contextos, é possível que variáveis apresentem divergências, por isso a necessidade do (a) docente inteirar-se totalmente do tema.

4.2.3 Desenvolvimento do conteúdo programático

O conteúdo desenvolvido será o de funções por meio do cálculo da área. O desenvolvimento metodológico, segundo Biembengut e Hein (2011, p.21), ocorre em paralelo ao desenvolvimento das etapas e subetapas da modelação: interação – reconhecimento da situação-problema e familiarização; matematização – formulação e resolução do problema; e modelo matemático – interpretação e validação.

4.2.3.1 Interação

Na interação ocorre o reconhecimento da situação problema e a familiarização. Nesse primeiro momento, o mediador – o (a) docente, deve inserir a turma no contexto do revestimento de fachadas planas com ACM, delimitando assuntos sobre o material composto e revestimento de fachadas planas.

Para isso, sugere-se que essa etapa aconteça por meio da exploração das seguintes perguntas: a) O que é o ACM e quais são suas principais características? b) Quando e por qual motivo esse material começou a ser utilizado no Brasil? c) Quais

as vantagens e desvantagens do uso do ACM em comparação com outros revestimentos de fachada? d) O que é uma fachada plana? e) Quais são os principais tipos de fachadas utilizadas no Brasil? f) Por que o revestimento de fachadas é importante em projetos arquitetônicos? g) É possível calcular a quantidade de placas de ACM necessárias para revestir uma fachada plana? h) Quais variáveis influenciam no corte e aproveitamento das placas? i) Como estimar a quantidade de material para o revestimento com base na área? j) Como otimizar o uso do ACM para reduzir resíduos na obra?

O conteúdo deve ser apresentado com o máximo de recursos visuais possível a fim de facilitar a compreensão dos discentes. Para tanto, o (a) professor (a) pode utilizar exemplos da internet, tirar fotos das fachadas com ACM da própria cidade e, ou utilizar o *SketchUp*, proporcionando aos estudantes uma imersão profunda no ramo do revestimento de fachadas. Caso o (a) docente não tenha tempo hábil pra aprender a manuseá-lo, uma alternativa é usar o *3D Warehouse*, uma biblioteca online e gratuita com os mais variados modelos tridimensionais desenvolvida para o software *SketchUp*.

Em síntese, esta seção iniciará com a apresentação do tema através das perguntas citadas, e ao final da explicação, o (a) professor (a) deve propor a seus alunos (as) que fotografem e analisem as fachadas de ACM na cidade. Esses registros servirão de base para a discussão na próxima aula, onde devem ser levantada pautas referentes aos diversos formatos, cores, instalações e qualidade do material. É nesta aula que ocorrerá o planejamento da visita técnica, podendo ser realizada no horário de aula, no contraturno ou em fins de semana. O (a) docente deve entregar o termo de consentimento para que os responsáveis assinem e o relatório para cada grupo.

O relatório será desenvolvido por cada grupo e é dividido em seis tópicos: introdução, desenvolvimento, resultados e discussões, conclusão, apêndice e anexo. A importância do relatório reside no fato de que é ele que servirá de base para construir as hipóteses da fase seguinte – para consultar o modelo do relatório, veja o apêndice B. Durante a visita técnica, o (a) docente deve acompanhar cada grupo, orientando para que analisem e destaquem informações relevantes para o processo da construção da função, como a variação no tamanho das bandejas no revestimento de fachadas planas frontais.

4.2.3.2 Matemática

Na matematização ocorre a formulação e resolução do problema ao passo que se ensina o conteúdo programático. Para isso, o (a) professor (a) inicia com a definição de função afim, dando ênfase para as variáveis dependente e independente, além dos coeficientes angular e linear. Ademais segue com a explicação do sinal da função afim e a raiz, além do gráfico característico dessa função. Durante todo o processo, o (a) docente pode escolher quais exemplos e qual material base pode usar para se apoiar.

Em seguida, o (a) mediador (a) começa a descrever as características da situação modelada: analisaremos o revestimento frontal de fachadas cujo comprimento é maior que 5 metros e a altura é menor. Foi visto na visita técnica que o sistema de bandeja utiliza diversos tamanhos para suas dimensões e não é sempre que ocorre o planejamento para que as dimensões da bandeja desperdicem a menor área possível. Nesse sentido, visando o maior aproveitamento da placa de material composto, utilizaremos a altura da placa (122 cm) como comprimento padrão das bandejas, variando apenas a altura.

Com relação a espessura e avanço, foi visto na visita que o mínimo de material usado para essas medidas é quando se aplica 5 cm para a espessura e 2 cm para o avanço. Além disso, o comprimento das bandejas sofrerá um ajuste, isso acontece porque para a primeira bandeja somente uma das laterais haverá espessura e avanço, na outra lateral terá apenas avanço. Nas bandejas que se localizam ao centro, as laterais serão compostas por avanço – lugar onde serão fincados os parafusos para que os painéis de ACM fiquem presos, e a última bandeja terá um comprimento diferente dos demais, pois será a parte que ficará faltando para cobrir toda a fachada.

Nesta fase, as hipóteses levantadas pelos grupos na visita técnica devem ser consideradas, melhoradas ou descartadas. É importante destacar aos discentes que a função que será obtida irá desconsiderar perda de material durante o corte, isto é, erros. Nesse sentido, ela é uma aproximação do que é real – este momento é essencial para validar que quando se trabalha com modelos matemáticos que descrevem a realidade isso é comum, pois diminui o número de variáveis e facilita a lógica e construção da equação ou função matemática que se deseja encontrar.

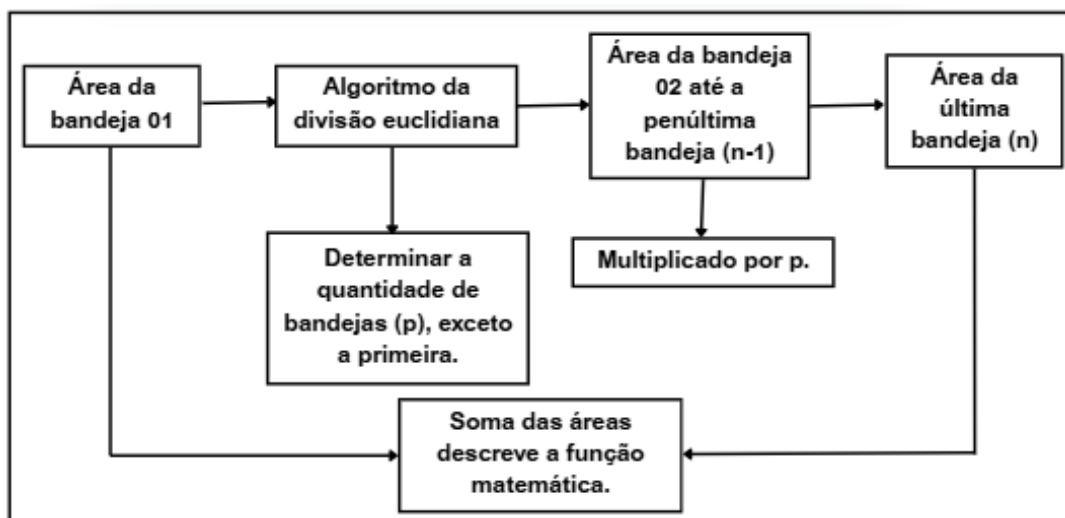
Essas questões abrirão caminho para que os estudantes proponham respostas e atinjam a meta estabelecida. O (a) docente deve ter um olhar criativo e crítico ao analisar as propostas dos discentes, pois poderá surgir abordagens novas para solucionar o problema. Para guiá-los durante o processo, e com o intuito de evitar

repetições, usa-se como base a seção 4.1.3, momento em que o (a) professor (a) define os caminhos a serem seguidos aproveitando ao máximo as ideias dos grupos.

Em suma, em primeiro momento o (a) professor (a) deve destacar a dimensão da bandeja 01, onde seu comprimento é fixo (113 cm) e sua altura (h) é variável, obtendo $f(h) = 122 \cdot h + 1532$, uma função afim. Adiante é preciso inserir o algoritmo da divisão euclidiana com o objetivo de contar quantas bandejas de 118 cm caberão, lembrando sempre que o resto (r) da divisão se for um número inteiro, então deve ser acrescido um ao quociente (q), o qual determina a quantidade de bandejas, exceto a primeira. Por último, é preciso determinar as dimensões da última bandeja, isto é, seu comprimento (r) e sua altura (h), os parâmetros da função.

Fazendo assim, consideraremos o máximo de aproveitamento possível, pois a área não usada será mínima. Depois de construir a lógica matemática do processo de modelagem (observe o esquema da figura 11), é hora de somar todas as áreas.

Figura 11 - Sequência lógica do processo de modelagem em estudo.



Fonte: Elaborado pela primeira autora, (2025).

Nesse momento, o (a) professor (a) precisa repassar exemplos para analisar se os conceitos apresentados foram aprendidos. Sugere-se que o (a) mediador (a) permita e ensine também os estudantes a usarem calculadora científica. Um exemplo seria calcular a quantidade de placas para revestir a fachada frontal da escola que

estudam, o (a) docente pode deixar os grupos apresentarem suas soluções e, em caso de divergência, mediar a discussão.

4.2.3.3 Modelo matemático

Esta é a etapa onde se apresenta o modelo matemático e o avalia quanto a validade e importância. Inicialmente, o (a) professor (a) deve explicar aos grupos o que é a validação, como funciona e sua importância. Em seguida, apresenta-se a equação (10), isto é, a função modelada:

$$f(h) = 131.h + 1532 + p.(122.h + 1652) + r.(h + 14) \quad (10)$$

que pode ser resumida de acordo com a equação (12):

$$f(h) = (131 + 122p + r).h + (1532 + 1652p + 14r) \quad (12)$$

onde, fazendo um paralelo a função afim, $131 + 122p + r$ seria o coeficiente angular e o termo $1532 + 1652p + 14r$, o coeficiente linear. No entanto, a existência dos parâmetros faz com que este modelo não possa ser simplificado a uma função afim, mas a uma função que parte de ideias, conhecimentos e funções do 1º grau.

Para validá-lo os estudantes devem aplicar as dimensões colhidas na visita técnica e analisar se a quantidade de bandejas e placas correspondem a mesma quantidade utilizada pela empresa. Em caso de divergência, deve-se estabelecer ideias que respondam as inconstâncias encontradas, como o fato do modelo ter sido elaborado desconsiderando erros durante o corte. Fica a caráter do (a) mediador (a) sugerir aos alunos que construam tabelas manuais, digitais ou até mesmo planilhas, com o intuito de facilitar a análise.

4.2.4 Avaliação do processo

A avaliação do processo é dividida em duas partes: a autoavaliação do (a) mediador (a) e a avaliação dos estudantes. Na autoavaliação, busca-se responder as seguintes perguntas: O plano de aula foi bem estruturado e realista para o tempo disponível? As estratégias utilizadas foram adequadas ao perfil da turma? Consegui articular teoria e prática de forma significativa para os (as) alunos (as)? As perguntas e observações deles foram valorizadas durante a aula/visita técnica? Identifiquei dificuldades comuns durante a atividade? Consegui intervir adequadamente? Mantive clareza na explicação dos conceitos? Fiz uso eficiente do tempo e dos recursos

disponíveis? O que considero meu maior acerto nesta atividade? O que posso melhorar em aulas futuras?

Com relação aos estudantes, a avaliação deles é subjetiva mediante a observação do (a) mediador (a), e objetiva, realizada por meio de provas, exercícios e trabalhos. Quanto ao teor subjetivo, eles são avaliados quanto a cooperação com os colegas do grupo e entre os grupos, a participação e o cumprimento de tarefas. No que se refere o caráter objetivo, é avaliado o relatório de pesquisa técnica e a apresentação da situação modelada para a comunidade escolar na feira de Ciências e Matemática da escola.

Espera-se que esta proposta de abordagem, baseada em Modelagem Matemática e no estudo de um problema real de revestimento de fachadas planas com ACM, promova uma aprendizagem contextualizada e com significado, que os estudantes desenvolvam a habilidade de argumentação, o pensamento lógico matemático e sejam capazes de estabelecer conexões entre a teoria e o mundo real, reconhecendo a Matemática como uma ciência e um instrumento necessários para interpretar o mundo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho se propôs a desenvolver um modelo matemático a partir de um problema real envolvendo o cálculo da quantidade de chapas de ACM para revestir fachadas planas, e, posteriormente, utilizá-lo para elaborar uma proposta didática para o Ensino Médio baseada em modelagem matemática. O estudo se justifica, no contexto técnico-profissional, por oferecer um modelo matemático que resolve uma questão prática do mercado de comunicação visual. No âmbito educacional, destaca-se por detalhar uma proposta de abordagem didática que conecta problemas reais a conteúdos curriculares, alinhando-se às competências e habilidades da BNCC.

Para responder ao problema, a metodologia foi delineada por meio de uma pesquisa aplicada de caráter exploratória-descritivo, a abordagem adotada foi mista, combinando análise quantitativa e qualitativa. A investigação utilizou um estudo de caso focado no processo de revestimento de fachadas plana com ACM em uma empresa local, abrangendo levantamento bibliográfico em livros, manuais técnicos, artigos e teses. O modelo matemático obtido e validado através da comparação com

os dados de projetos reais seguiu as etapas da Modelagem Matemática descritas por Bassanezi (2015) e a estruturação da proposta de abordagem seguiu as fases da modelação matemática e modelagem matemática de Biembengut e Hein (2011).

Verifica-se que os objetivos traçados foram alcançados. Em primeiro lugar, foi possível investigar as variáveis envolvidas no cálculo da quantidade de placas de ACM e, em seguida, construir um modelo matemático. As análises permitiram o delineamento de um modelo que aproveita o máximo de material possível, o que foi alcançado através da padronização no comprimento das bandejas de ACM que compõem a fachada revestida.

Destaca-se que, para otimizar a aplicação em sala de aula, o modelo desconsiderou certas variáveis, como margem de erro e coeficiente de dilatação, não comprometendo o rigor matemático, conforme descrito na validação. Ademais, o trabalho culminou na estruturação de uma proposta de abordagem didática para o Ensino Médio, que integra o Modelo às diretrizes da BNCC.

Os resultados evidenciaram que a modelagem matemática é aplicável em diversos contextos, suas etapas guiam o pensamento lógico-matemático e o transformam em uma linguagem matemática que interpreta a realidade. Em consonância com isso, a modelação matemática promove uma aprendizagem significativa e contextualizada, resolvendo problemas do cotidiano dos discentes, favorecendo a sensação de utilidade da disciplina, característica que muitas vezes se distancia do dia-a-dia na sala de aula.

Para estudos futuros, propõe-se, no contexto técnico-profissional, a modelação dos demais casos de modelagem de fachadas da empresa Ômega, construindo um sistema lógico baseado na junção de diversas funções. Adicionalmente, o estudo abre possibilidades precedentes para a modelação dos inúmeros formatos de fachadas que existem, como a investigação de modelos matemáticos para fachadas com “superfícies de pequeno raio”, ou superfícies curvas, problema evidenciado durante as pesquisas para elaboração deste trabalho.

No âmbito educacional, sugere-se a aplicação e validação desta proposta em diversas realidades escolares, com análise de dados sobre as possibilidades e limitações reveladas pela prática. Além disso, a proposta tem caráter interdisciplinar e pode ser desenvolvida no contexto de outras disciplinas, como Física e Geografia, onde seriam analisados, por exemplo, a resistência do material e impactos ambientais do material composto.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da (orgs.). **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Ciência moderna, 2014.
- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1. Ed. São Paulo: Contexto, 2016.
- ARAUJO, A; TSUJI, N. **Revestimento em ACM**: Uso na arquitetura e comunicação visual – guia prático e didático. 1 ed. Bauru, SP: Canal 6, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR15446**: painéis de chapas sólidas de alumínio e painéis de material composto de alumínio utilizadas em fachadas e revestimentos arquitetônicos – requisitos, 2006.
- BARBOSA, J. C. **Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas**. Educação Matemática em Revista, v. 14, n. 26, p. 1-10, 2009.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2013.
- _____. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo, Editora Contexto, 2002.
- _____. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.
- BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira**: das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n.2, 2009, p. 7-32.
- BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5. Ed. São Paulo: Contexto, 2011.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica, 2018.
- BURAK, D. **Modelagem matemática**: experiências vividas. Analecta, v. 6, n. 2, p. 33-48, 2005.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.
- JESUS, S. D. de. **Efeitos da substituição da cal hidratada por resíduos de Materiais de Alumínio Composto (ACM) em argamassas de emboço**. Orientadoras: Profa. Dr^a. Stela Fucale Sukar; Prof. Dr^a. Nathalia Bezerra de Lima.

2023. 113 p. (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola Politécnica da Universidade de Pernambuco, Recife-PE, 2023.

MEYER, J. F. da. C. de. A; CALDEIRA, A. D; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica editora, 2011.

MONTAGNA, S; LOPES, D (orgs.). **Fachadas em ACM**. São Paulo. 2017. Apostila.

PIRES, C. M.C. **Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil**. 2008. 15f. Artigo Científico - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SOARES, M. R. et al. **Um panorama da inserção da modelagem matemática na educação matemática brasileira**. Revista Cocar, v. 14, n. 29, p. 603-622, 2020.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

APÊNDICE A - ROTEIRO ENTREVISTA ABERTA COM O FUNCIONÁRIO ALFA

1. Há quanto tempo o senhor trabalha da empresa?
 2. Possui formação acadêmica? Caso a resposta seja sim, ela é na área onde o senhor atua? Se não for, como se deu o processo para aprender tudo o que sabe?
 3. Quais são os tipos de serviços que a empresa oferece?
 4. Qual é o tipo de material composto que a empresa trabalha?
 5. Como se dá o processo de revestimento de fachadas com ACM?
 6. Como são calculadas as quantidades de placas utilizadas para revestir uma fachada?
 7. Quais são os principais problemas enfrentados no cálculo e instalação?
 8. Como é feito o controle de perdas de material? Há muita sobra?
- Agradeço pela disponibilidade!

APÊNCICE B – MODELO DO RELATÓRIO DE VISITA TÉCNICA DA PROPOSTA DIDÁTICA

INSTITUIÇÃO
DISCIPLINA
PROFESSOR (A)

RELATÓRIO DA VISITA TÉCNICA

Projeto: _____

Discente(s): _____

Data da Visita: ____/____/____ Turma: _____

Local da visita: _____

Horário de Saída: _____ Horário de Retorno: _____

1. INTRODUÇÃO

O presente relatório apresenta os principais pontos observados durante a visita técnica realizada na empresa Ômega, localizada em Piracuruca-PI. O intuito foi coletar informações acerca do processo de revestimento de fachadas placa com Material de Alumínio Composto (ACM), desde o processo de pedido realizado pelo cliente até a etapa de instalação, visando à construção de uma função que resolva a questão-problema: mensurar a quantidade de placas de ACM necessárias para o revestimento de fachadas planas com a finalidade de reduzir o desperdício de material composto.

2. OBJETIVOS

Objetivo Geral:

Calcular quantas placas de ACM são necessárias para cobrir fachadas planas com a finalidade de reduzir o desperdício de material composto.

Objetivos específicos:

Identificar as etapas de trabalho adotadas pela empresa Ômega, desde o levantamento inicial até a instalação final com o objetivo de compreender o processo de medição e planejamento;

Descrever as variáveis técnicas relevantes: unidade de medida utilizada, dimensões das placas de ACM, tolerâncias de corte aceitáveis, fatores que influenciam o desperdício, dimensões das bandejas usadas;

Tabelar dados brutos referente a área das fachadas e a quantidade de placas de ACM utilizadas: área total da fachada, quantidade de bandejas utilizadas, quantidade de placas utilizadas, taxa de desperdício declarada pela empresa.

3. DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

Nesta etapa, o (s) discente (s) descreve/descrevem o local onde ocorreu a visita, quem foi o (a) professor (a) que acompanhou e as características observadas.

A visita técnica foi realizada na empresa Ômega, sob acompanhamento do (a) professor (a)

Durante a visita foram observados os seguintes pontos:

Etapas do processo:

Variáveis encontradas:

Desafios relatados:

Conteúdos de Matemática que utilizados no processo:

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nos resultados e discussões, são apresentadas as análises críticas e a correlação entre as variáveis encontradas. É nesta etapa que os discentes explicam com uma linguagem lógica e organizada os resultados obtidos e os relacionam com hipóteses possíveis que guiem para uma resposta para a formulação de uma função que determine a quantidade quantas de placas de ACM necessárias para cobrir fachadas planas com a finalidade de reduzir o desperdício de material composto

5. CONCLUSÃO

Na conclusão o (s) discente (s) deve responder as seguintes perguntas: A visita contribuiu para a compreensão do problema envolvendo a quantidade de placas necessárias para revestir uma fachada plana? Em quais aspectos? A experiência permitiu relacionar quais conteúdos matemáticos ao cotidiano profissional?

APÊNDICES

Roteiro de entrevista com os funcionários responsáveis.

ANEXOS

Fotos autorizadas pela empresa, modelos 3D das fachadas, termo de consentimento...

ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE



LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Prezado(a) participante,

Você está sendo convidado a participar da pesquisa de graduação de, Joice Araujo Fontenele, Matrícula 2020116LMAT0142. A pesquisa intitulada “**Modelagem matemática aplicada ao revestimento de fachadas planas com Material de Alumínio Composto (ACM): uma abordagem para o Ensino Médio**” do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI), campus Piripiri. O estudo será acompanhado pelo orientador da pesquisa: prof. Me. Alberto Cunha Alves.

A pesquisa tem como objetivo desenvolver um modelo matemático a partir de um problema real envolvendo o cálculo da quantidade de chapas de ACM para revestir fachadas planas, e, posteriormente, utilizá-lo para elaborar uma proposta didática para o Ensino Médio baseada em modelagem matemática.

O estudo tem como proposta investigar as variáveis envolvidas no cálculo da quantidade de placas de ACM necessárias para o revestimento de fachadas planas. Construir um modelo matemático, com base na Modelagem Matemática, que represente o problema do cálculo da quantidade de placas de ACM necessárias para revestir fachadas planas. Estruturar uma proposta de abordagem para o Ensino Médio que integre o modelo à BNCC, trabalhando competências e habilidades em Matemática e suas Tecnologias. O motivo do convite e da importância da sua participação se deve ao fato da atuação direta no segmento de revestimento de fachadas em ACM, além de ser fundamental para a coerência entre a prática profissional e o modelo construído.

A sua participação consistirá em responder a um roteiro de perguntas abertas para percorrer livremente. As perguntas serão aplicadas através de um roteiro de entrevista. Esclarecemos que será mantido o sigilo das respostas individuais, sendo utilizadas apenas para fins acadêmicos e publicações futuras. Fica esclarecido também a utilização de imagens para anexar ao trabalho final.

A participação nesta pesquisa é voluntária (não obrigatória), podendo desistir e retirar o consentimento por quaisquer motivos, sem necessidade de justificar, sem nenhum ônus para si.

Por se tratar de pesquisa com seres humanos admite-se a existência de riscos na sua execução, seja de ordem física, psíquica e social. Enfatizamos os riscos:

Físico	Riscos ergonômicos devido ao tempo para responder as perguntas
Psíquico	Despertar emoções e ou relembrar fatos; revitimizar ou revelar pensamentos não revelados.
Social	Invasão de privacidade ao responder perguntas sensíveis; riscos relativos ao sigilo das respostas.

Com o intuito de reduzir ao mínimo os possíveis riscos para os participantes, serão implementadas as seguintes medidas:

- a) assegurar o acesso aos resultados individuais e agregados;
- b) mitigar qualquer desconforto, proporcionando orientação sobre postura ao sentar-se e mobiliário adequado e permitindo a não resposta a questões constrangedoras;
- c) garantir a inviolabilidade e a preservação da integridade dos documentos, prevenindo danos físicos, cópias não autorizadas e alterações indevidas;
- d) garantir a confidencialidade, privacidade e evitar qualquer forma de estigmatização, impedindo o uso das informações de maneira prejudicial às pessoas e fornecendo uma explicação abrangente sobre o anonimato;
- e) assegurar que a população envolvida no estudo tenha acesso aos resultados e produtos exclusivamente de natureza acadêmica;
- f) interromper imediatamente o estudo ao identificar algum risco ou dano à saúde do participante que não tenha sido previsto no termo de consentimento ou assentimento;
- g) formular as perguntas de maneira simples, facilitando a compreensão por parte dos participantes;
- h) permitir que o participante revogue seu consentimento ou assentimento e opte por deixar a pesquisa a qualquer momento, sem quaisquer encargos e sem que isso afete os cuidados previamente garantidos pelos pesquisadores.

Diante dessas considerações e conforme as regulamentações brasileiras para estudos envolvendo seres humanos (Resoluções CNS 466/2012 e 510/2016), não haverá qualquer compensação financeira por sua participação neste estudo, uma vez que se trata de uma pesquisa de graduação que será conduzida de forma gratuita.

Entretanto, é assegurado a você e aos demais participantes da pesquisa o fornecimento de uma cópia do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e/ou do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido. Além disso, você terá a possibilidade de ser ressarcido ou indenizado por quaisquer despesas ou danos que possam surgir em decorrência de sua participação na pesquisa.

É importante ressaltar que os participantes da pesquisa receberão assistência completa e imediata, gratuita e prestada pelos pesquisadores responsáveis, pelo tempo necessário, no caso de ocorrência de danos relacionados à pesquisa.

Os benefícios da pesquisa estão em termos dados que proporcionam um modelo matemático que auxilia no cálculo preciso de chapas o para revestimento de fachadas. Além de, com base nesses dados, gerarmos uma proposta de abordagem que pode ser aplicada no Ensino Médio para conectar problemas reais a conteúdos curriculares, contribuindo, assim, para o desenvolvimento de estratégias didáticas.

Em caso de dúvida quanto às questões éticas da pesquisa, entre em contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos**, Reitoria do Instituto Federal do Piauí, **endereço:** Avenida Presidente Jânio Quadros, nº 330, Santa Isabel, sala 3, CEP: 64053-390, Teresina-PI, **Telefone:** (86) 3131-1441, **E-mail:** cep@ifpi.edu.br. O Comitê de Ética em Pesquisa é o órgão responsável por defender os interesses dos sujeitos envolvidos na pesquisa, garantindo sua integridade, dignidade e proteção. O Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEP/IFPI) é um órgão colegiado, de caráter interdisciplinar, de natureza técnico-científica, consultiva, deliberativa e educativa, com autonomia de decisão no exercício de suas funções. Está constituído nos termos da Resolução nº 466 de 12/12/2012, da Norma Operacional Nº 001/2013 do Conselho Nacional de Saúde do Ministério da Saúde – CNS/MS e da Resolução CNS nº 370, de 08 de março de 2007.

Declaro que compreendi os objetivos e as condições da minha participação no estudo e estou de acordo. Assino o referido termo em 02 (duas) vias, sendo uma cópia para o participante e a outra para o pesquisador responsável.

Caso necessite de maiores informações sobre a presente pesquisa, por gentileza, ligue para os responsáveis por este estudo:

Joice Araujo Fontenele

Telefone (86) 99847-1933

E-mail: joicearaujofontenele@gmail.com

Alberto Cunha Alves

Telefone (86) 98154-1104

E-mail: alberto.cunha@ifpi.edu.br

Piripiri - PI, _____ de _____ de 2025.

Assinatura do(a) participante

RG _____

Assinatura da pesquisadora responsável

RG: 3373211