



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS TERESINA ZONA SUL
CURSO ENGENHARIA CIVIL**

CAIO JOSÉ MOURA SILVA

**OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM USO DE
ALGORITMO GENÉTICO**

TERESINA

2025

CAIO JOSÉ MOURA SILVA

**OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM USO DE
ALGORITMO GENÉTICO**

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)
apresentado como exigência parcial para
obtenção do diploma do Curso de Engenharia
Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência
e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina Zona
Sul.

Orientador(a): Prof. Dr. Wallison Angelim
Medeiros

TERESINA

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Silva, Caio José Moura

S586o Otimização do custo de vigas de concreto armado com uso de algoritmo genético / Caio José Moura Silva. - 2025.
161 f.: il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) -
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus
Teresina Zona Sul, 2025.

Orientador : Prof Dr. Wallison Angelim Medeiros.

1. Dimensionamento. 2. Otimização. 3. Algoritmos genéticos. 4. Redução de custos. I. Título.

CDD - 624

Elaborado por Rudney do Carmo Paz CRB 3/1117

CAIO JOSÉ MOURA SILVA

**OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM USO DE
ALGORITMO GENÉTICO**

Trabalho de Conclusão de Curso (monografia)
apresentado como exigência parcial para
obtenção do diploma do Curso de Engenharia
Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência
e Tecnologia do Piauí, Campus Teresina Zona
Sul.

Aprovada em: 12/01/2026

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Wallison Angelim Medeiros (Orientador)
Universidade Federal do Piauí (UFPI)

Prof. Dr. Helder Pontes Gomes
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

Prof. Dr. Fernando José Guimarães Ferreira
Instituto Federal do Piauí (IFPI)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por permitir a realização deste sonho que carrego desde a infância: o de me tornar Engenheiro Civil.

Aos meus pais, José de Ribamar Silva e Evanuzza Moura Frazão, que não pouparam esforços para que eu pudesse me dedicar integralmente aos estudos, sempre me incentivando a buscar meus objetivos.

Aos amigos que adquiri nesta jornada, em especial à Bianca e ao Luiz Fernando. O companheirismo deste trio foi fundamental para atravessarmos, juntos, quase toda a graduação.

Ao meu orientador, Professor Walisson Angelim Medeiros, e ao Professor Helder Pontes Gomes, membro da banca, pelas valiosas sugestões e contribuições que elevaram o rigor acadêmico e a qualidade técnica deste trabalho.

RESUMO

Em um cenário de evolução social, tecnológica e de conhecimento, sempre é almejado atingir uma maior eficiência na entrega de resultados. Nesse panorama, a construção civil, conhecida com um dos setores menos atualizados tecnologicamente conforme expresso por Lordsleem e Sampaio (2025), não fica distante. Construções cada vez maiores, com maiores vãos a serem vencidos e imposições arquitetônicas mais desafiadoras e arrojadas são uma realidade que se torna cada dia mais perceptível e corriqueira. Tal situação traz consigo certas consequências, sendo o custo mais elevado para essa execução uma delas. Nessa situação, evidencia-se a necessidade de técnicas que busquem mitigar esse impacto no custo final da obra. A otimização por meio de algoritmos genéticos é uma das opções existentes, sendo conhecida por sua facilidade de aplicação nos mais diversos setores, demanda por capacidade computacional mais amena e grande eficácia em reduzir custos. Este trabalho visa a aplicação dessa técnica na otimização de vigas de concreto armado, fazendo o dimensionamento do elemento à flexão e cisalhamento, e buscando encontrar uma seção “ótima” que reduza custos finais com o concreto, fôrmas e armaduras de aço necessárias, tudo isso de forma a respeitar as imposições normativas da norma brasileira ABNT NBR 6118 (2023), como as distâncias mínimas no alojamento de armadura na seção transversal e a verificação da conformidade com as deflexões verticais máximas especificadas na norma.

Palavras-chave: Dimensionamento; Otimização; Algoritmos genéticos; Redução de custos.

ABSTRACT

In a scenario of social, technological, and knowledge evolution, achieving greater efficiency in result delivery is a constant goal. In this context, the construction industry, known as one of the least technologically updated sectors as noted by Lordsleem and Sampaio (2025), is no exception. Increasingly large structures, spanning greater distances and facing bolder, more challenging architectural demands, are a reality that is becoming more noticeable and commonplace every day. This situation brings certain consequences, with higher execution costs being one of the most significant. Consequently, there is an evident need for techniques that seek to mitigate this impact on the final cost of the project. Optimization using genetic algorithms is one of the existing options, known for its ease of application across various sectors, moderate computational requirements, and high effectiveness in cost reduction. This work aims to apply this technique to the optimization of reinforced concrete beams, performing the design of the element for bending and shear. It seeks to find an “optimal” section that reduces final costs regarding the concrete, formwork, and necessary steel reinforcement, all while strictly adhering to the requirements of the Brazilian standard ABNT NBR 6118 (2023), such as minimum spacing for reinforcement placement within the cross-section and verification of compliance with the maximum vertical deflections specified in the standard.

Keywords: Design; Optimization; Genetic algorithms; Cost reduction.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1- MAIORES PAÍSES CONSUMIDORES DE CIMENTO EM 2022	14
FIGURA 2- EVOLUÇÃO DA DEMANDA DE AÇO POR SETOR	15
FIGURA 3- DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO	22
FIGURA 4- DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO SIMPLIFICADO PARA AÇOS CA-25, CA-50 E CA-60	23
FIGURA 5- DIAGRAMA SIMPLIFICADO RETANGULAR DE DISTRIBUIÇÃO DO CONCRETO COMPRIMIDO.....	25
FIGURA 6 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES DE COMPRESSÃO NO CONCRETO, SEGUNDO OS DIAGRAMAS PARÁBOLA RETÂNGULO E RETANGULAR SIMPLIFICADO	25
FIGURA 7- TAXAS MÍNIMAS DE ARMADURA DE FLEXÃO PARA VIGAS RETANGULARES	26
FIGURA 8- DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES LONGITUDINAIS EM VIGA DE SEÇÃO TRANSVERSAL RETANGULAR COM ARMADURA SIMPLES	28
FIGURA 9 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES LONGITUDINAIS DE UMA VIGA RETANGULAR COM ARMADURA DUPLA.....	30
FIGURA 10 - DECOMPOSIÇÃO DA SEÇÃO COM ARMADURA DUPLA.	31
FIGURA 11- CRUZAMENTO EM PONTO ÚNICO E EM PONTO DUPLO	44
FIGURA 12- PRINCÍPIO BÁSICO DA MUTAÇÃO	45
FIGURA 13 - METODOLOGIA DE EXECUÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO	46
FIGURA 14 - ESQUEMA ESTRUTURAL DAS VIGAS ESTUDADAS	59

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - VALOR DA FUNÇÃO FITNESS POR INDIVÍDUO.....	43
GRÁFICO 2 - DISTRIBUIÇÃO EM PERCENTUAL PARA 1 METRO DE VÃO	81
GRÁFICO 3 - DISTRIBUIÇÃO EM PERCENTUAL PARA 2 METROS DE VÃO	83
GRÁFICO 4 - DISTRIBUIÇÃO EM PERCENTUAL PARA 3 METROS DE VÃO	84
GRÁFICO 5 - DISTRIBUIÇÃO EM PERCENTUAL PARA 4 METROS DE VÃO	85
GRÁFICO 6 - DISTRIBUIÇÃO EM PERCENTUAL PARA 5 METROS DE VÃO	87
GRÁFICO 7 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA FCK DE 20 MPa	97
GRÁFICO 8 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA FCK DE 25 MPa	99
GRÁFICO 9 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA FCK DE 30 MPa	100
GRÁFICO 10 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA FCK DE 35 MPa	101
GRÁFICO 11 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA FCK DE 40 MPa	102
GRÁFICO 12 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA FCK DE 45 MPa	103
GRÁFICO 13 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA FCK DE 50 MPa	104
GRÁFICO 14 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA MUTAÇÃO DE 0%	113
GRÁFICO 15 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA MUTAÇÃO DE 15%	114
GRÁFICO 16 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA MUTAÇÃO DE 30%	115
GRÁFICO 17 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA MUTAÇÃO DE 50%	116
GRÁFICO 18 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA MUTAÇÃO DE 80%	118
GRÁFICO 19 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA POPULAÇÃO DE 80 INDIVÍDUOS	131
GRÁFICO 20 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA POPULAÇÃO DE 150 INDIVÍDUOS	133
GRÁFICO 21 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA POPULAÇÃO DE 200 INDIVÍDUOS	134
GRÁFICO 22 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA 10 GERAÇÕES.....	143
GRÁFICO 23 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA 40 GERAÇÕES.....	144
GRÁFICO 24 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA 80 GERAÇÕES.....	145
GRÁFICO 25 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA 150 GERAÇÕES.....	146
GRÁFICO 26 - DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL PARA 200 GERAÇÕES.....	148

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS AÇOS PARA CONCRETO ARMADO	24
TABELA 2 - EXEMPLO DE POPULAÇÃO	42
TABELA 3 - CUSTOS DE SERVIÇOS E INSUMOS UTILIZADOS POR BEZERRA	51
TABELA 4 - CUSTOS TOTAIS UTILIZADOS POR BEZERRA	53
TABELA 5 - RESULTADOS DA VIGA OTIMIZADA POR BEZERRA	53
TABELA 6 - CUSTOS REFERENCIAIS UTILIZADOS NESTE TRABALHO.....	54
TABELA 7 - RESUMO DO CUSTO FINAL DE CONCRETO E FÔRMAS UTILIZADOS NO TRABALHO	73
TABELA 8 - DADOS USADOS NA VIGA OTIMIZADA POR ESTE TRABALHO	73
TABELA 9 - DADOS CONSIDERADOS PARA CADA BITOLA USADA.....	74
TABELA 10 - RESULTADOS DA VIGA OTIMIZADA POR ESTE TRABALHO SEGUINDO OS MESMOS PARÂMETROS DE BEZERRA	75
TABELA 11 - VARIAÇÃO PERCENTUAL ENTRE CUSTOS NO PROCESSO DE VALIDAÇÃO	75
TABELA 12 - CARREGAMENTOS PARA CADA VÃO	76
TABELA 13 - RESULTADOS GERADOS PELO AG PARA CADA VÃO ANALISADO	77
TABELA 14 - MELHORES RESULTADOS ENCONTRADOS NO CÓDIGO DE BUSCA POR FORÇA BRUTA AO VARIAR O VÃO	77
TABELA 15 - VARIAÇÃO PERCENTUAL ENTRE O RESULTADO OBTIDO E O MELHOR ENCONTRADO (BUSCA POR FORÇA BRUTA) AO VARIAR O VÃO	78
TABELA 16 - DADOS DAS VIGAS OTIMIZADAS PELO AG AO VARIAR O VÃO	79
TABELA 17 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 1 METRO DE VÃO	88
TABELA 18 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 2 METROS DE VÃO.....	88
TABELA 19 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 3 METROS DE VÃO.....	89
TABELA 20 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 4 METROS DE VÃO.....	89
TABELA 21 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 5 METROS DE VÃO.....	89
TABELA 22 - QUANTIDADE DE SOLUÇÕES ENQUADRADAS AO VARIAR O VÃO.....	90
TABELA 23 - CUSTOS MÉDIOS E DESVIO PADRÃO AO VARIAR O VÃO	91
TABELA 24 - CARGAS PARA COMPRIMENTO DE VÃO DE 3 METROS	92

TABELA 25 - RESULTADOS ENCONTRADOS PELO AG FIXANDO O VALOR DO FCK.....	92
TABELA 26 - MELHORES RESULTADOS ENCONTRADOS NO CÓDIGO DE BUSCA POR FORÇA BRUTA COM VALOR DO FCK FIXO	94
TABELA 27 - VARIAÇÃO PERCENTUAL NO CUSTO ENTRE OS RESULTADOS GERADOS PELO AG E OS MELHORES RESULTADOS POSSÍVEIS FIXANDO O VALOR DO FCK (BUSCA POR FORÇA BRUTA)	94
TABELA 28 - DADOS DAS VIGAS OTIMIZADAS COM VALOR FIXO DE FCK.....	95
TABELA 29 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA O FCK DE 20 MPa	105
TABELA 30 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA O FCK DE 25 MPa	105
TABELA 31 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA O FCK DE 30 MPa	106
TABELA 32 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA O FCK DE 35 MPa	106
TABELA 33 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA O FCK DE 40 MPa	107
TABELA 34 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA O FCK DE 45 MPa	107
TABELA 35 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA O FCK DE 50 MPa	108
TABELA 36 - QUANTIDADE DE SOLUÇÕES ENQUADRADAS AO VARIAR O FCK	108
TABELA 37 - CUSTOS MÉDIOS E DESVIO PADRÃO AO VARIAR O FCK.....	109
TABELA 38 - RESULTADOS GERADOS PELO AG AO VARIAR A TAXA DE MUTAÇÃO	110
TABELA 39 - MELHOR RESULTADO ENCONTRADO PARA VÃO DE 3 METROS (BUSCA POR FORÇA BRUTA)	111
TABELA 40 - DADOS DAS VIGAS OTIMIZADAS AO MANIPULAR A TAXA DE MUTAÇÃO	111
TABELA 41 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA MUTAÇÃO DE 0%	120
TABELA 42 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA MUTAÇÃO DE 15%	120
TABELA 43 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA MUTAÇÃO DE 30%	121
TABELA 44 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA	

MUTAÇÃO DE 50%	121
TABELA 45 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA MUTAÇÃO DE 80%	122
TABELA 46 - QUANTIDADE DE SOLUÇÕES ENQUADRADAS PARA 3 METROS DE VÃO	122
TABELA 47 - CUSTOS MÉDIOS E DESVIO PADRÃO AO VARIAR A TAXA DE MUTAÇÃO	122
TABELA 48 - RESULTADOS GERADOS PELO AG PARA CADA QUANTIDADE DE INDIVÍDUOS	123
TABELA 49 - VARIAÇÃO PERCENTUAL DE CUSTOS ENTRE RESULTADOS GERADOS PELO AG AO VARIAR A QUANTIDADE DE INDIVÍDUOS E O MELHOR ENCONTRADO PARA 3 METROS DE VÃO (BUSCA POR FORÇA BRUTA).....	124
TABELA 50 - VARIAÇÃO DE VALORES UNITÁRIOS ENTRE RESULTADOS GERADOS AO VARIAR QUANTIDADE DE INDIVÍDUOS E O MELHOR ENCONTRADO PARA 3 METROS DE VÃO	124
TABELA 51 - DADOS DAS VIGAS DIMENSIONADAS POR ESTE TRABALHO PARA OTIMIZAÇÃO VARIANDO A QUANTIDADE DE INDIVÍDUOS	125
TABELA 52 - QUANTIDADE DE VEZES QUE CADA SOLUÇÃO APARECEU PARA TAMANHO DA POPULAÇÃO DE 10 INDIVÍDUOS	126
TABELA 53 - QUANTIDADE DE VEZES QUE CADA SOLUÇÃO APARECEU PARA TAMANHO DA POPULAÇÃO DE 40 INDIVÍDUOS	129
TABELA 54 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA POPULAÇÃO 10 INDIVÍDUOS	136
TABELA 55 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA POPULAÇÃO 40 INDIVÍDUOS	136
TABELA 56 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA POPULAÇÃO 80 INDIVÍDUOS	136
TABELA 57 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA POPULAÇÃO 150 INDIVÍDUOS	137
TABELA 58 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA POPULAÇÃO 200 INDIVÍDUOS	137
TABELA 59 - CUSTOS MÉDIOS E DESVIO PADRÃO AO VARIAR A QUANTIDADE DE INDIVÍDUOS...	138
TABELA 60 - RESULTADOS GERADOS PELO AG PARA CADA QUANTIDADE DE GERAÇÕES	139
TABELA 61 - VARIAÇÃO PERCENTUAL DE CUSTOS ENTRE RESULTADOS GERADOS PELO AG AO VARIAR A QUANTIDADE DE GERAÇÕES E O MELHOR ENCONTRADO PARA 3 METROS DE VÃO (BUSCA POR FORÇA BRUTA).....	140
TABELA 62 - VARIAÇÃO DE VALORES UNITÁRIOS ENTRE RESULTADOS GERADOS PELO AG AO VARIAR QUANTIDADE DE GERAÇÕES E O MELHOR ENCONTRADO PARA 3 METROS DE VÃO	

(BUSCA POR FORÇA BRUTA).....	140
TABELA 63 - DADOS DAS VIGAS OTIMIZADAS VARIANDO A QUANTIDADE DE GERAÇÕES	142
TABELA 64 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 10	
GERAÇÕES	149
TABELA 65 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 40	
GERAÇÕES	149
TABELA 66 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 80	
GERAÇÕES	150
TABELA 67 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 150	
GERAÇÕES	150
TABELA 68 - AS 5 SOLUÇÕES MAIS FREQUENTES NO PROCESSO DE 100 EXECUÇÕES PARA 200	
GERAÇÕES	150
TABELA 69 - CUSTOS MÉDIOS E DESVIO PADRÃO AO VARIAR A QUANTIDADE DE GERAÇÕES.....	151
TABELA 70 - RESUMO ESTATÍSTICO SOBRE O COMPORTAMENTO DO AG PARA O VÃO DE 3 METROS	
.....	152

SUMÁRIO

RESUMO	4
ABSTRACT	6
1 INTRODUÇÃO.....	14
1.1 Justificativa.....	16
1.2 Delineamento da pesquisa	16
2 OBJETIVO	18
2.1 Objetivo geral	18
2.2 Objetivos específicos.....	18
3 REFERENCIAL TEÓRICO	19
3.1 Dimensionamento de vigas de concreto armado	19
3.1.1 Dados gerais sobre o concreto armado	19
3.1.2 Classificação de elementos estruturais	19
3.1.3 Dimensionamento de estruturas de concreto armado	19
3.1.4 Combinações de ações.....	21
3.1.5 Características dos elementos envolvidos	22
3.1.6 Hipóteses de cálculo	24
3.1.7 Armadura longitudinal mínima, máxima, armadura de pele e distribuição horizontal e vertical de armaduras.....	26
3.1.8 Determinação armadura longitudinal no Estado-Limite Último (ELU).....	27
3.1.9 Dimensionamento ao esforço cortante	32
3.1.10 Estado limite de serviço.....	35
3.1.11 Estado limite de deformações excessivas	36
3.2 Computação evolucionária e Algoritmos Genéticos	40
3.2.1 Nomenclatura.....	41
3.2.2 Processo de execução de um Algoritmo genético	42

3.2.3 Relação do AG com outros métodos de otimização	46
3.2.4 Limitações do AG e estratégias de mitigação.....	48
3.2.5 Determinação dos parâmetros do algoritmo	49
3.3 Viga otimizada por Bezerra	50
3.4 Tabela SINAPI.....	53
4 METODOLOGIA.....	58
4.1 Descrição geral	58
4.2 Definição do Problema e Objetivos.....	60
4.3 Coleta de Dados e Premissas	60
4.3.1 Dados de Custos (SINAPI 2025).....	60
4.3.2 Propriedades dos Materiais e Carregamentos.....	60
4.3.3 Premissas Adotadas	61
4.4 Modelagem matemática.....	62
4.4.1 Cálculo das cargas atuantes	62
4.4.2 Função objetivo (fitness)	65
4.4.3 Restrições	66
4.5 Implementação do Algoritmo Genético (Python).....	67
4.5.1 Ferramentas Utilizadas	67
4.5.2 Parâmetros do Algoritmo Genético	67
4.5.3 Fluxo do Programa	68
4.6 Validação e Análise de Resultados	70
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	72
5.1 Comparação com os resultados de bezerra.....	74
5.2 Otimização variando o vão	76
5.3 Otimização variando o fck.....	92
5.4 Otimização variando a taxa de mutação	109
5.5 Otimização variando o tamanho da população.....	123

5.6 Otimização variando a quantidade de gerações.....	138
5.7 Resumo estatístico dos valores encontrados.....	152
6 CONCLUSÃO.....	154
6.1 Limitações do estudo.....	155
6.2 Sugestões para trabalhos futuros	156
REFERÊNCIAS	158

1 INTRODUÇÃO

A construção civil é um importante indicador do desenvolvimento econômico e social de um país. Para que um país atinja o crescimento econômico almejado, é necessário realizar investimentos significativos nesse setor e promover um elevado volume de construções, que abrangem desde a infraestrutura urbana até edificações comerciais. Nesse contexto, o aumento nos preços dos materiais de construção exerce um impacto direto no setor da construção civil, afetando, por consequência, a economia do país como um todo. No Brasil, o sistema construtivo de estruturas de concreto armado é amplamente utilizado pelo setor. De acordo com a Fundação Getúlio Vargas (2024), o Índice Nacional de Custo da Construção (INCC-M) registrou alta de 6,34% em 2024, impactando diretamente os custos de materiais como aço e concreto. Conforme o SNIC (2023, p. 45), houve um avanço de preço do cimento de 60 US\$/tonelada em 2017, para 70 US\$/tonelada no ano de 2023.

Figura 1- Maiores países consumidores de cimento em 2022

Países/Country	2017	2018	2019	2020	2021	2022
China	2.379,9	2.355,1	2.470,5	2.377,7	2.364,4	2.118,6
Índia/India	284,0	326,8	336,7	288,7	351,1	387,3
Estados Unidos/U.S.A	96,6	98,9	102,1	104,2	108,5	110,6
Vietnã/Vietnam	72,5	69,5	69,8	62,1	62,7	67,8
Indonésia/Indonesia	66,3	69,5	69,8	62,5	66,2	63,1
Brasil/Brazil	53,7	52,9	54,8	60,6	64,5	62,8
Rússia/Russia	55,2	54,0	57,9	56,0	60,8	62,1
Irã/Iran	44,4	49,0	47,5	63,7	59,9	60,1
Turquia/Turkey	72,2	64,3	45,4	59,2	62,7	56,9
Egito/Egypt	53,8	51,5	48,4	46,0	48,6	51,2
Arábia Saudita/Saudi Arabia	47,1	41,0	42,3	51,1	51,9	50,8
Coréia do Sul/Rep. of Korea	50,2	52,0	49,5	47,2	49,4	49,7
Paquistão/Pakistan	37,3	39,7	39,7	43,4	48,9	43,6
México/Mexico	39,9	40,3	37,1	40,4	43,5	41,6
Bangladesh	27,1	30,4	33,6	33,3	39,0	38,4
Total Mundial/World Total	4.069,7	4.108,0	4.282,3	4.166,0	4.286,0	4.074,1

Obs.: Classificação pelo consumo em 2022/Classified by 2022 consumption

Fontes/Source: Cembureau

SNIC - Sindicato Nacional da Indústria do Cimento

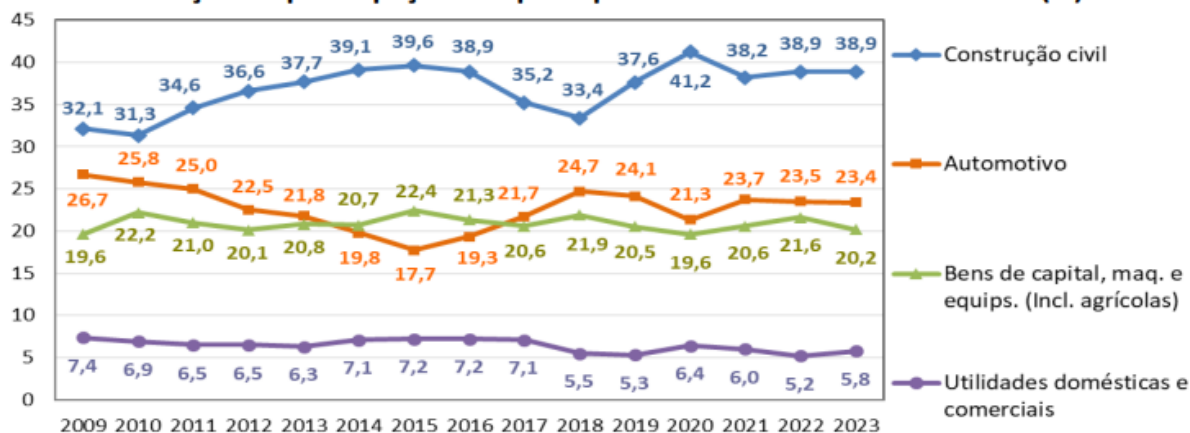
DBA - Data Based Analysis

Associações dos países/countries associations

Fonte: Sindicato Nacional da Indústria do Cimento (2023)

A Figura 1 apresenta um ranking dos 15 países que mais consumiram cimento em 2022, com informações desse consumo desde 2017. Nesse cenário, observa-se que o Brasil se encontra na 6ª colocação, com um consumo de 62,8 milhões de toneladas. Ainda, houve um aumento nesse consumo entre os anos de 2017 e 2022, de 53,7 para 62,8 milhões de toneladas (avanço de 8,12%).

Figura 2- Evolução da demanda de aço por setor
Evolução da participação dos principais setores consumidores finais (%)



Fonte: Instituto Aço Brasil (2024)

A Figura 2 retrata como a demanda por aço se distribui em alguns setores no intervalo dentro do intervalo de 2009 a 2023. Ainda, de acordo com a referida figura, entre 2009 e 2023 houve um aumento da demanda por aço por parte da construção civil brasileira em 6,80%.

Com base nessa situação, evidencia-se um problema enfrentado pela construção civil. A magnitude do consumo evidenciado na Figura 1, quando relacionada com o aumento de preços dos insumos presentes na Figura 2, revela um cenário onde a eficiência material deixa de ser opcional e torna-se uma necessidade quando se busca reduzir custos finais totais sem prejudicar a qualidade do produto final. Nesse contexto, as vigas de concreto armado assumem um papel central como foco de otimização, visto que são elementos extremamente corriqueiros nos mais diversos tipos de construção por todo País, sendo responsáveis por uma parcela significativa do volume de concreto e peso de aço da superestrutura. Nesse sentido, mesmo otimizações percentuais pequenas na seção transversal e/ou na taxa de armadura desses elementos podem resultar em economias financeiras expressivas no custo global da edificação. Além disso, com aumento de custos dos insumos, o dimensionamento estrutural demanda abordagens que vão além da simples verificação de segurança. A aplicação de algoritmos genéticos apresenta-se, portanto, como uma ferramenta estratégica para minimizar o custo global das vigas. Esta abordagem computacional permite refinar a busca por soluções que garantam a máxima (ou muito próxima disso) economia de materiais, garantindo de forma simultânea o atendimento aos critérios de segurança nos Estados Limites Últimos (ELU) e de desempenho nos Estados Limites de Serviço (ELS), conforme preconizado pela norma brasileira. Este trabalho visa alinhar o dimensionamento e otimização de vigas de concreto armado, fazendo uso de algoritmos genéticos (AGs). Um algoritmo genético (AG) é uma técnica de otimização inspirada no processo de evolução natural, utilizado para encontrar soluções aproximadas para

problemas complexos. O processo envolve três principais operações: seleção, *crossover* (cruzamento) e mutação. Na seleção, as soluções mais adequadas são escolhidas para reproduzir, com base em sua "aptidão". O *crossover* mistura as características de duas soluções para criar novos indivíduos, e a mutação introduz mudanças aleatórias para explorar novas possibilidades.

A otimização do presente trabalho é focada na busca por uma seção transversal do elemento que seja "ótima", ou esteja muito próxima da seção ótima, a qual resultará em uma seção que faz uso de uma menor quantidade de material constituinte sem comprometer seu propósito estrutural, permitindo economia com o custo de matéria prima, mão de obra e como consequência trazendo a construção civil para uma realidade mais sustentável ao minimizar a extração de matérias primas da natureza por meio do uso destas de forma mais eficiente.

1.1 JUSTIFICATIVA

Afzal *et al.* (2020) destacam que o concreto e o aço são os principais componentes responsáveis pelo peso total das estruturas em concreto armado. Por essa razão, nas últimas décadas, diversos estudos têm buscado otimizar elementos e estruturas de concreto armado, com o objetivo de reduzir a demanda por esses materiais. Diante desse cenário, a otimização de elementos estruturais com auxílio de algoritmos genéticos (AGs) é uma solução viável e cada vez mais fácil de aplicar, conforme o conhecimento e recursos computacionais evoluem. Essa abordagem permite colher frutos não apenas na redução de custos e materiais, mas também no ganho de produtividade por parte do engenheiro estrutural, tornando o processo de otimização mais automático, contrapondo o processo atual, que é majoritariamente feito por tentativa e erro. Outro ponto que valida o poder que os AGs possuem é a capacidade de lidar com múltiplas variáveis, onde um único modelo vai resultar uma solução otimizada para todas os parâmetros considerados na modelagem inicial do problema. Desse modo, o uso de AGs na otimização de estruturas aglutina diversos benefícios, e ainda concede ao profissional a possibilidade de evoluir seu fluxo de trabalho em um mercado cada vez mais exigente e competitivo, conduzindo a realidade dos profissionais da construção civil a uma abordagem mais tecnológica e inovadora.

1.2 DELINEAMENTO DA PESQUISA

O problema central dessa pesquisa consiste no dimensionamento de forma a encontrar dimensões ótimas (largura e altura) e resistência característica à compressão do concreto (f_{ck})

que resultem na minimização do custo total de uma viga engastada de seção retangular submetida a um carregamento uniformemente distribuído, enquanto respeita critérios normativos da ABNT NBR 6118 (2023). Esse custo é calculado com bases nos preços de materiais e serviços (aço, fôrma, concreto e mão de obra), utilizando como referência a tabela SINAPI de abril de 2025 para a cidade de Teresina/Piauí.

O processo de otimização está sujeito a um conjunto de restrições que garantem a segurança e viabilidade construtiva da solução, sendo estas restrições:

- Estados Limites Últimos (ELU): Deve ser garantido o dimensionamento seguro da viga quanto à flexão e ao cisalhamento.
- Estado Limite de Serviço (ELS): O projeto deve atender ao Estado Limite de Deformações Excessivas, assegurando o desempenho em serviço da estrutura quanto às suas deflexões.
- Restrições Construtivas: Devem ser respeitadas as dimensões mínimas e máximas para a viga.
- Restrições da norma ABNT NBR 6118: Deve-se observar a distância mínima livre entre armaduras conforme o item 18.3.2.2 da norma. Adicionalmente, foi imposta uma limitação de que a viga deve ter, no máximo, 2 camadas de armadura longitudinal
- Quando necessário, deve-se incluir no cálculo e custos itens referentes à armadura de pele.

2 OBJETIVO

2.1 OBJETIVO GERAL

Desenvolver um programa em *Python* para o dimensionamento e otimização de vigas de concreto armado de seção transversal retangular por meio de um algoritmo genético, visando a minimização do custo total (composto por: concreto, aço, fôrmas e mão de obra) com base nos custos da tabela SINAPI (2025) para o Piauí, respeitando as exigências da ABNT NBR 6118:2023. Serão analisadas duas vigas simétricas de configuração engastada-livre com carregamento uniformemente distribuído.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a. Revisar os fundamentos teóricos de algoritmos genéticos e sua aplicação na otimização de estruturas de concreto armado
- b. Elaborar um programa em *Python* para o dimensionamento de vigas de seção retangular à flexão e cisalhamento, seguindo a normativa vigente ABNT NBR 6118.
- c. Fazer análise de verificações normativas, como alojamento de armaduras e deformação vertical máxima
- d. Implementar um algoritmo genético em *Python* para otimizar geometria e armadura de vigas, considerando custos e restrições normativas.
- e. Avaliar o impacto dos custos relativos às formas, ao aço e ao concreto no custo total das vigas otimizadas
- f. Analisar a influência da variação de parâmetros, como vão da viga, taxa de mutação, número de indivíduos e quantidade de gerações no resultado final do código.
- g. Comparar os resultados obtidos pelo AG com os resultados encontrados em um código auxiliar elaborado usando o método de busca por força bruta
- h. Avaliar como o AG vai se comportar em seu estado natural, sem tratamento adicional para seus pontos “fracos”, como risco de ótimos locais, etc.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

3.1.1 DADOS GERAIS SOBRE O CONCRETO ARMADO

O concreto armado é o material resultante da união entre o concreto, que possui grande resistência à compressão, e o aço, detentor de elevada resistência à tração. O concreto é um material frágil quando sujeito a esforços de tração, com sua resistência à tração correspondendo a cerca de 10% da resistência à compressão. Isso justifica a utilização do aço em situações onde há uma grande incidência de momento fletor, e, conseqüentemente, elevados esforços de tração. Esse material possui grande importância na indústria da construção civil, sendo um dos mais utilizados para compor a estrutura dos mais diversos tipos de edificações. Conforme afirma Camacho (2008), a viabilidade do concreto armado como elemento estrutural pode ser atribuída a três fatores principais: o trabalho conjunto entre o aço e o concreto, facilitado pela aderência entre os materiais; a proteção oferecida pelo concreto ao aço contra os efeitos do ambiente, assegurando a durabilidade da estrutura; e a similaridade nos coeficientes de dilatação térmica entre ambos os materiais.

3.1.2 CLASSIFICAÇÃO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS

De acordo com o item 14.4 da ABNT NBR 6118, os elementos estruturais são classificados de acordo com sua forma geométrica e função estrutural. Elementos lineares são aqueles os quais seu comprimento longitudinal supera em no mínimo três vezes sua maior dimensão transversal. Os elementos lineares e estruturais mais usuais são: vigas, pilares.

Conforme afirma a mesma norma supracitada, as vigas são elementos lineares nos quais a flexão predomina, enquanto os pilares são elementos lineares de eixo reto dispostos verticalmente, em que as forças normais de compressão são preponderantes. Já os elementos de superfície possuem uma espessura relativamente pequena em comparação às outras dimensões e são definidos em função das forças aplicadas em sua face (ABNT, 2023). O dimensionamento do presente trabalho será voltado ao esforço de flexão.

3.1.3 DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

De acordo com Clímaco (2016), o cálculo ou dimensionamento de uma estrutura de concreto envolve um conjunto de atividades que determinam as dimensões das peças e as armaduras de aço necessárias, bem como o detalhamento de sua disposição dentro das peças e em suas ligações, visando garantir que a estrutura suporte as ações atuantes na edificação. Esse processo deve seguir as normas técnicas pertinentes, assegurando a segurança e o bom desempenho da estrutura sob as condições de utilização e ambientais previstas. O autor ainda enfatiza que, para garantir a qualidade de uma edificação, é essencial que o projeto estrutural considere de forma indissociável os fatores de **segurança, funcionalidade, durabilidade e economia**. Esses condicionantes são fundamentais para o sucesso de qualquer projeto estrutural. Segundo Carvalho e Figueiredo (2014), existem dois métodos de dimensionamento.

O dimensionamento clássico (ou método das tensões admissíveis) se caracteriza pela determinação das solicitações correspondentes às cargas máximas de serviço e pelo cálculo das tensões máximas, assumindo um comportamento completamente elástico dos materiais. Nesse método, as tensões são limitadas a uma fração da resistência dos materiais, garantindo a segurança da estrutura. Contudo, ele pode levar a um superdimensionamento, pois utiliza valores fixos e não aleatórios para os materiais e cargas, além de não considerar a capacidade de adaptação plástica dos materiais, o que pode resultar em um mau aproveitamento dos mesmos. Por outro lado, o método de cálculo na ruptura (ou dos estados limites) se caracteriza por garantir a segurança fazendo com que as solicitações correspondentes a cargas maiores, chamadas de solicitações de cálculo, sejam menores que as solicitações últimas, aquelas que levariam a estrutura à ruptura, considerando as resistências reais dos materiais ponderadas por coeficientes de segurança. O autor completa, afirmando que esse é um processo simplificado de verificação da segurança, em que se adota a comparação entre as solicitações de cálculo, majoradas por coeficientes de segurança, e os esforços resistentes das seções. A segurança da estrutura é garantida quando as solicitações não ultrapassam os valores máximos que podem ser suportados pela estrutura no estado limite considerado. O método se baseia na adoção dos valores característicos para resistências e ações, transformando-os em valores de cálculo para garantir a segurança estrutural (Carvalho e Figueiredo, 2014). Segundo Musso Junior (2012), a segurança das estruturas deve ser avaliada considerando os possíveis estados limites, que são divididos em estados limites últimos e de serviço. Os primeiros são os que indicam quando a estrutura perde sua funcionalidade, enquanto os estados limites de serviço referem-se a condições que, embora não comprometam a segurança, podem afetar a durabilidade ou o desempenho da estrutura, como o uso excessivo ou repetido.

3.1.4 COMBINAÇÕES DE AÇÕES

Um carregamento é definido pela combinação das ações que têm uma probabilidade significativa de atuarem simultaneamente sobre a estrutura durante um período pré-estabelecido. Essas combinações devem ser feitas de maneiras diversas para que seja possível determinar os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura (Camacho, 2008).

Monteiro (2019), afirma que o dimensionamento e as verificações exigidas nos estados-limite último (ELU) e de serviço (ELS) utilizam diferentes combinações das ações atuantes. Para atender aos critérios do ELU, deve-se usar a combinação última normal, enquanto que as prescrições de serviço podem usar as combinações rara, frequente e quase permanente. O cálculo das ações é realizado com base em coeficientes de ponderação específicos para cada tipo de ação, sendo o valor de cálculo das ações variáveis determinado por essas combinações. Para o estado limite último (ELS), é usada a seguinte combinação:

$$F_d = \gamma_g \cdot F_g + \gamma_q \cdot F_q \quad (1)$$

Já para o estado limite de serviço, a combinação vai variar de acordo com o estado analisado. Para o estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF), é usada a seguinte combinação:

$$F_{d,serv} = F_g + F_q \cdot \psi_2 \quad (2)$$

Onde:

F_d = Valor de cálculo das ações para combinação última

γ_g = Coeficiente de ponderação para ação permanente

F_g = Soma das ações permanentes, consideradas agrupadas

γ_q = Coeficiente de ponderação para ação variável

F_q = Soma das ações variáveis, consideradas agrupadas;

$F_{d,serv}$ = Valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

ψ_2 = Fator de redução de combinação quase permanente;

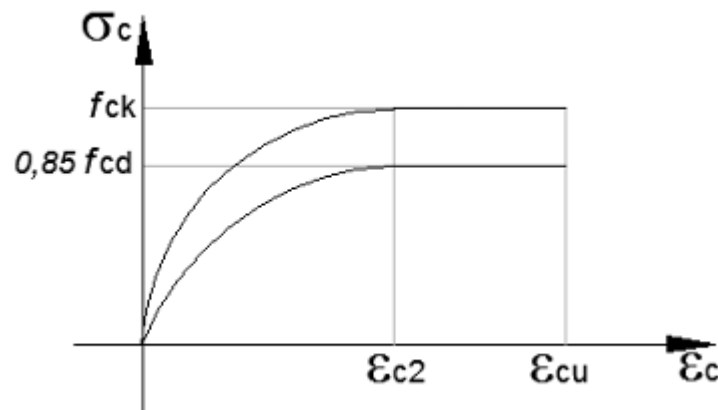
Os coeficientes de ponderação e fatores de redução são baseados no item 11.7 da ABNT NBR 6118 (2023).

3.1.5 CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS ENVOLVIDOS

No contexto do dimensionamento de estruturas, a avaliação do comportamento do material constituinte é de extrema importância, visando alcançar níveis desejáveis de segurança, funcionabilidade e durabilidade da edificação. Nessa realidade, o gráfico de tensão-deformação exerce papel fundamental, pois é responsável por representar como o material que compõe a estrutura vai se comportar quando submetido a solicitações mecânicas, como tração e compressão.

Neste trabalho foi utilizado o concreto de classe de resistência tipo I, o qual refere-se a concretos compreendidos entre C20 a C50.

Figura 3- Diagrama tensão-deformação do concreto



Fonte: ABNT NBR 6118:2023

A partir do diagrama supracitado, as relações tensão-deformação são prescritas pelas equações (3) e (4) a seguir:

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{se } \varepsilon_c < \varepsilon_0 \quad (3)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{se } \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} \quad (4)$$

Onde:

σ_c = tensão de compressão no concreto

ε_c = deformação específica do concreto

$\varepsilon_{c2} = 0,2\text{‰}$

Representa o ponto de transição entre o trecho parabólico e o trecho plano (plástico) da curva

$\varepsilon_{cu} = 0,35\text{‰}$

Representa a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

$n = 2$ para $fck \leq 50 \text{ MPa}$

O item 8.2.8 da norma ABNT NBR 6118 (2023) determina as expressões para cálculo do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) e módulo de elasticidade secante (E_{cs}) do concreto. Para determinação do módulo de elasticidade inicial usa-se a seguinte expressão para concretos de 20 a 50 MPa:

$$E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \cdot \sqrt{fck} \quad (5)$$

Onde:

E_{ci} = estimativa do módulo de elasticidade inicial do concreto

α_e = constante que varia de acordo com o tipo de agregado graúdo

Para este trabalho, considerou-se o uso de granito, que possui o valor de $\alpha_e = 1$.

Para a determinação do módulo de elasticidade secante:

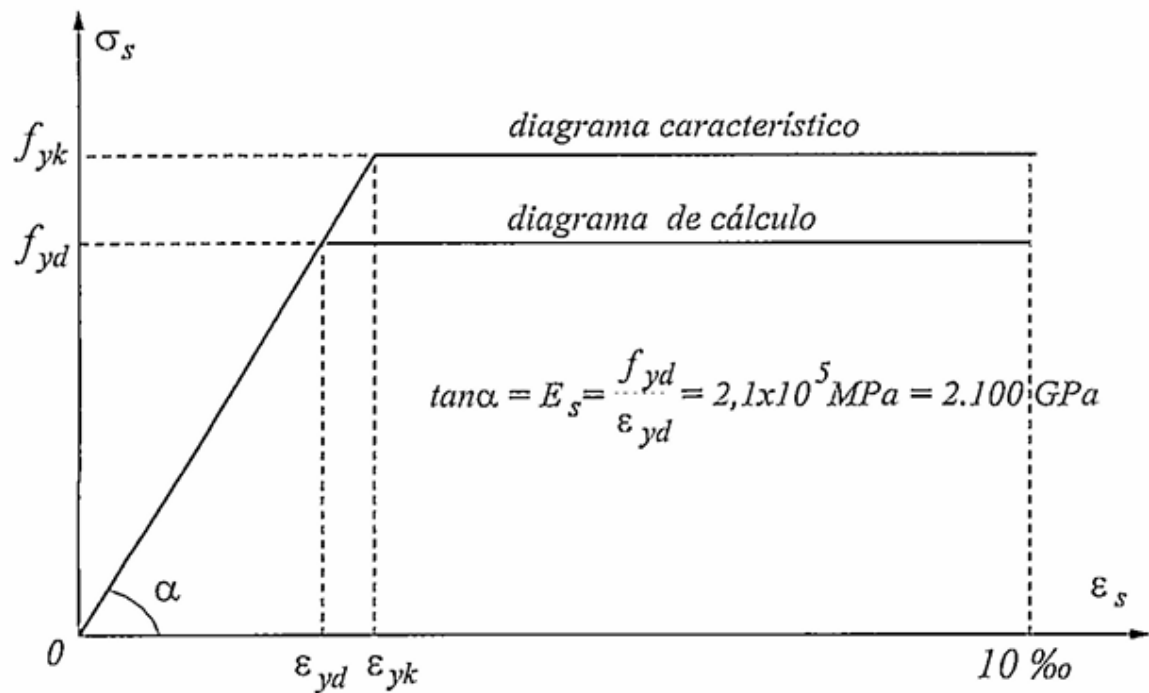
$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (6)$$

Onde:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{fck}{80} \leq 1 \quad (7)$$

Para o aço, adotou-se o seguinte diagrama utilizado por Clímaco.

Figura 4- Diagrama tensão-deformação simplificado para aços CA-25, CA-50 e CA-60



Fonte: Clímaco, 2016.

Tabela 1- Propriedades mecânicas dos aços para concreto armado

Aço	f_{yk} (MPa)	$f_{yd} = f_{yk} / 1,15$	ϵ_{yd} (‰)	f'_{yd} (MPa)
CA-25	250	217	1,035	217
CA-50	500	435	2,070	420
CA-60	600	522	2,484	420

Fonte: Clímaco, 2016.

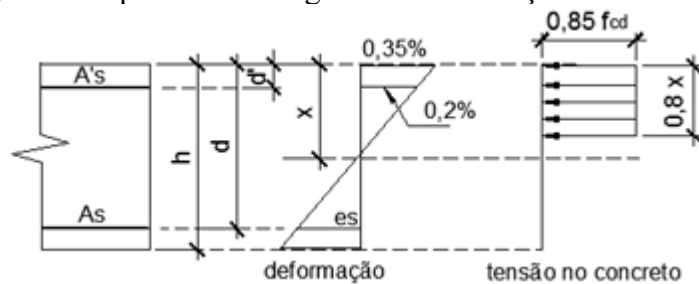
Segundo Clímaco (2016), a resistência máxima de cálculo para armaduras de aço comprimidas em peças de concreto armado está associada a uma deformação de esmagamento do concreto fixada normativamente em 2,07‰, sendo essa limitação essencial para garantir o desempenho resistente da peça, especialmente quando o concreto entra em regime de compressão severa. Neste trabalho, o aço usado será o de tipo CA-50.

3.1.6 HIPÓTESES DE CÁLCULO

Para a avaliação dos esforços resistentes de uma seção de viga, é necessário considerar algumas hipóteses com a finalidade de transformar uma análise complexa em uma análise mais simples e viável. Conforme empregado por Rosa Filho (2015), as hipóteses serão as seguintes:

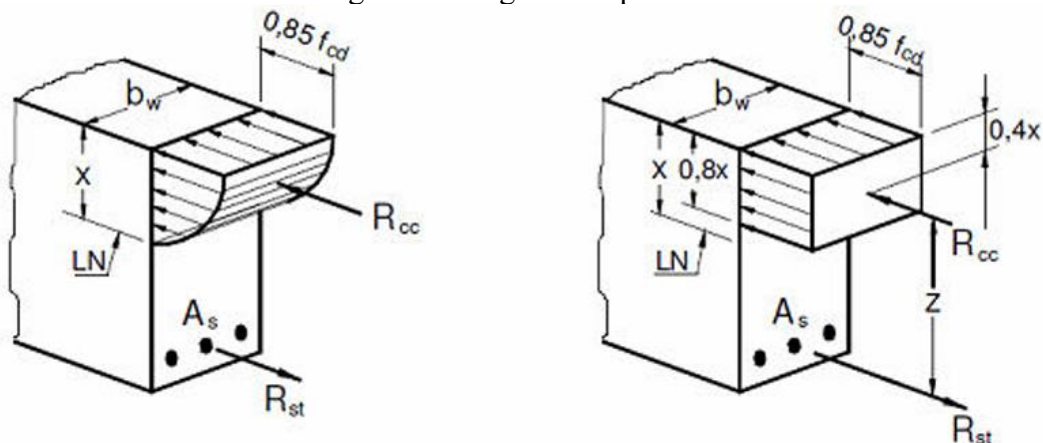
- a) As seções transversais permanecem planas após a deformação
- b) Admite-se perfeita solidariedade entre concreto e armadura, implicando que as deformações específicas do aço, tanto em tração quanto em compressão, são iguais às do concreto adjacente
- c) As tensões de tração no concreto, perpendiculares à seção transversal, são desconsideradas no modelo de cálculo
- d) O encurtamento último do concreto no estado limite último, conforme o autor, é limitado a 0,35% em seções parcialmente comprimidas e a 0,20% na fibra mais comprimida de seções totalmente comprimidas (do grupo I de resistência), ou equivalente a $3/7h$.
- e) O limite de deformação das armaduras tracionadas é fixado em 1%, com o objetivo de evitar deformações plásticas excessivas
- f) A distribuição das tensões no concreto, no estado limite último, deve seguir o modelo apresentado nos seguintes diagramas:

Figura 5- Diagrama simplificado retangular de distribuição do concreto comprimido



Fonte: Rosa, 2019.

Figura 6 - Distribuição de tensões de compressão no concreto, segundo os diagramas parábola retângulo e retangular simplificado



Fonte: Bastos (2015).

g) As tensões nas armaduras devem ser obtidas com base no diagrama tensão-deformação elastoplástico ideal, apresentado na Figura 4

3.1.7 ARMADURA LONGITUDINAL MÍNIMA, MÁXIMA, ARMADURA DE PELE E DISTRIBUIÇÃO HORIZONTAL E VERTICAL DE ARMADURAS

Conforme prescrito pelo item 17.3.5.2.1 da NBR 6118 (2023), a armadura de tração mínima é considerada atendida caso a tabela a seguir seja respeitada:

Figura 7- Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas retangulares

f_{ck} MPa	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
$\rho_{min} = A_{s,min}/A_c$ %	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256
^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.															

Fonte: ABNT NBR 6118 (2023).

De acordo com o item 17.3.5.2.3, a armadura de pele mínima em uma viga deve ser de 0,10% A_c , *alma* em cada face da viga, sendo dispensável em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm.

Já o item 17.3.5.2.4 define que a soma das armaduras de tração e compressão não pode ter valor superior a 4% A_c , considerando que esse cálculo deve ser feito na região fora de emendas.

Em concordância com o item 18.3.2.2 da norma, o espaçamento mínimo livre entre barras longitudinais deve seguir os seguintes critérios:

- Espaçamento horizontal

Deve ser maior ou igual a:

1. 20 mm
2. Diâmetro da barra ou do feixe da luva
3. 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo

- Espaçamento vertical

Deve ser maior ou igual a:

1. 20 mm
2. Diâmetro da barra ou feixe da luva
3. 0,5 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo

3.1.8 DETERMINAÇÃO DA ARMADURA LONGITUDINAL NO ESTADO-LIMITE ÚLTIMO (ELU).

Momento fletor é um esforço que causa flexão nos elementos estruturais, provocando tensões normais perpendiculares à seção. O momento fletor é peça fundamental no dimensionamento de elementos estruturais, principalmente as vigas, pois ele é o esforço principal na determinação da área de aço longitudinal de uma viga. Há diversos tipos de flexão, expressas nos próximos tópicos, conforme o preconizado por Carvalho e Figueiredo (2014).

a) A flexão normal ocorre quando o plano de carregamento é perpendicular à linha neutra da seção ou quando a carga está contida em um plano definido pelos eixos principais de inércia, resultando na atuação do momento fletor no plano de simetria da seção.

b) A flexão oblíqua caracteriza-se por um carregamento que não é perpendicular à linha neutra ou por um momento fletor que possui componente fora do plano de simetria, podendo ocorrer também em seções assimétricas, seja por forma ou por arranjo de armaduras.

c) Flexão simples é definida como a situação em que não há esforço normal atuando na seção (ou seja, $N = 0$), podendo ser normal ou oblíqua, dependendo da direção do carregamento

d) Flexão composta ocorre quando há presença de esforço normal (de tração ou compressão) atuando na seção transversal ($N \neq 0$), podendo estar associado ou não ao esforço cortante

e) A flexão pura é um caso particular da flexão em que não há esforço cortante atuando na seção ($V = 0$), sendo o momento fletor constante ao longo da região considerada

f) Por fim, a flexão não pura ocorre quando há esforço cortante presente na seção, interferindo na distribuição dos esforços internos

Neste trabalho, o dimensionamento das vigas será voltado para a flexão normal simples, devido ao fato de vigas usualmente trabalharem conforme o prescrito pelo item c) apresentado acima. Existem dois tipos de armadura longitudinal no contexto do dimensionamento de elementos lineares submetidos a flexão. O primeiro tipo é chamado de armadura simples, e

ocorre quando a armadura calculada resistirá à apenas esforços de tração, estando alojada na parte inferior da viga, para vigas biapoiadas, e na parte superior de vigas engastadas. O segundo tipo é caracterizado como armadura dupla, definida pela situação onde por imposições arquitetônicas ou de projeto, será usada uma altura de viga inferior ao exigido pelo momento fletor atuante. Nesse caso existirá também uma armadura superior responsável por resistir à compressão existente na seção (Carvalho e Figueiredo, 2014).

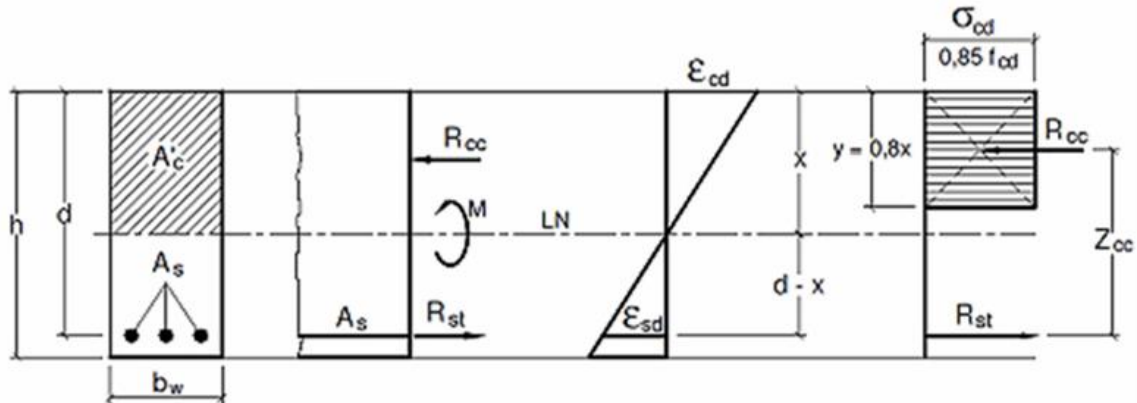
O dimensionamento deste trabalho é direcionado para cálculo de armadura simples e dupla. Conforme descrito por Monteiro (2019), para realizar o dimensionamento de uma viga de concreto armado, é necessário equilibrar os esforços internos normais e os momentos fletores atuantes na seção devido ao carregamento. Todo o processo de dimensionamento apresentado a seguir foi baseado no mesmo trabalho.

Os esforços normais são definidos pelas seguintes equações:

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot A'_c \quad (8)$$

$$R_{st} = \sigma_{sd} \cdot A_s \quad (9)$$

Figura 8- Distribuição de tensões e deformações longitudinais em viga de seção transversal retangular com armadura simples



Fonte: Bastos (2015)

Onde:

h = altura

b_w = largura

A_s = área de armadura longitudinal tracionada

A'_c = área de concreto comprimido

d = altura útil

x = posição da linha neutra

ϵ_{cd} = deformação de cálculo de concreto comprimido

ε_{sd} = deformação de cálculo do aço tracionado

σ_{cd} = tensão de compressão de cálculo no concreto

R_{cc} = esforço normal resultante de compressão no concreto

R_{st} = esforço normal resultante de tração na armadura longitudinal

Z_{cc} = distância entre a linha de ação de R_{cc} e R_{st}

A partir do diagrama retangular simplificado, a resultante da força de compressão pode ser determinada com base na área comprimida do concreto, sendo expressa a partir da expressão:

$$R_{cc} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x \cdot b_w \quad (10)$$

Simplificando:

$$R_{cc} = 0,68 f_{cd} \cdot x \cdot b_w \quad (11)$$

Para que haja equilíbrio na seção transversal, o momento fletor solicitante deve ser contrabalançado pelo momento fletor resistente, sendo ambos iguais, em termos de cálculo, ao momento fletor de dimensionamento:

$$M_{solic} = M_{resist} = M_d \quad (12)$$

Para garantir o equilíbrio em relação à linha de ação do esforço normal de tração na armadura longitudinal R_{st} , o momento de cálculo pode ser expresso em função da seguinte expressão:

$$M_d = 0,68 f_{cd} \cdot x \cdot b_w \cdot (d - 0,4x) \quad (13)$$

Considerando o equilíbrio em relação à linha de ação da força normal resultante de compressão no concreto R_{cc} , o momento de cálculo pode ser determinado em função dessa força e do respectivo braço de alavanca:

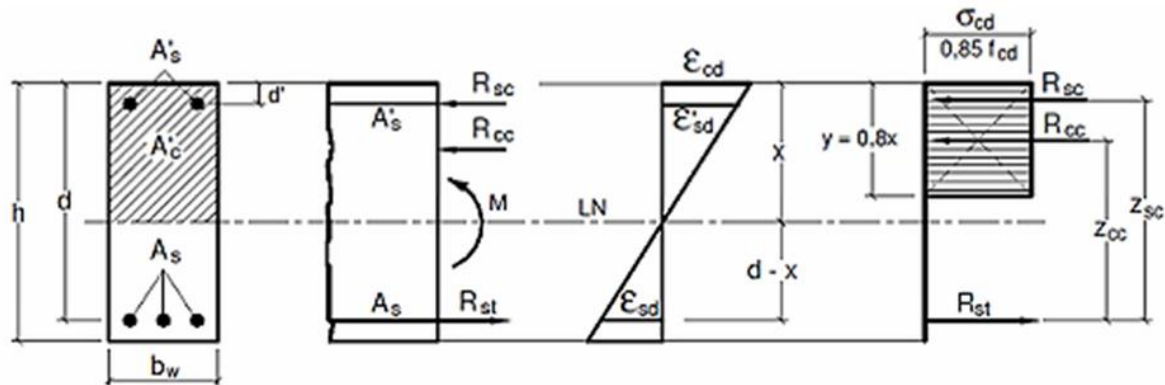
$$M_d = \sigma_{sd} \cdot A_s \cdot (d - 0,4x) \quad (14)$$

Logo, conhecendo-se o momento fletor de cálculo, as características geométricas da seção transversal e a resistência dos materiais, pode-se formar um sistema com as Equações (13) e (14) de forma a obter o valor da posição da linha neutra (x) e da área de armadura longitudinal tracionada (A_s).

Em concordância com o prescrito pela ABNT NBR 6118 (2023), para garantir o comportamento dúctil da estrutura, a relação entre a linha neutra e altura útil (x/d) deve ser menor ou igual a 0,45 para concretos de classe de resistência até C50.

Quando a seção transversal proposta não atende aos requisitos de ductilidade, uma alternativa à alteração de suas dimensões geométricas é a inclusão de armadura adicional na região comprimida (caso de armadura dupla mencionado acima).

Figura 9 - distribuição de tensões e deformações longitudinais de uma viga retangular com armadura dupla



Fonte: Bastos (2015)

Onde:

d' = distância entre a fibra mais comprimida da seção transversal de concreto e o centro geométrico da armadura longitudinal comprimida

$A's$ = área de armadura longitudinal comprimida

$R'c$ = esforço atuante na armadura longitudinal comprimida

$\vare'sd$ = deformação longitudinal na armadura comprimida

Dessa forma, adiciona-se ao caso de armadura simples o esforço de compressão Rsc , atuante na área de armadura longitudinal comprimida $A's$, o qual pode ser expresso pela seguinte equação:

$$Rsc = \sigma'_{sd} \cdot A's \quad (15)$$

Considerando o equilíbrio em relação à linha de ação do esforço resultante na armadura tracionada, o momento de cálculo pode ser determinado pela soma dos momentos devidos ao esforço de compressão no concreto (M_{1d}) e ao esforço de compressão na armadura longitudinal comprimida (M_{2d}), conforme descrito nas Equações (16), (17) e (18) e ilustrado na

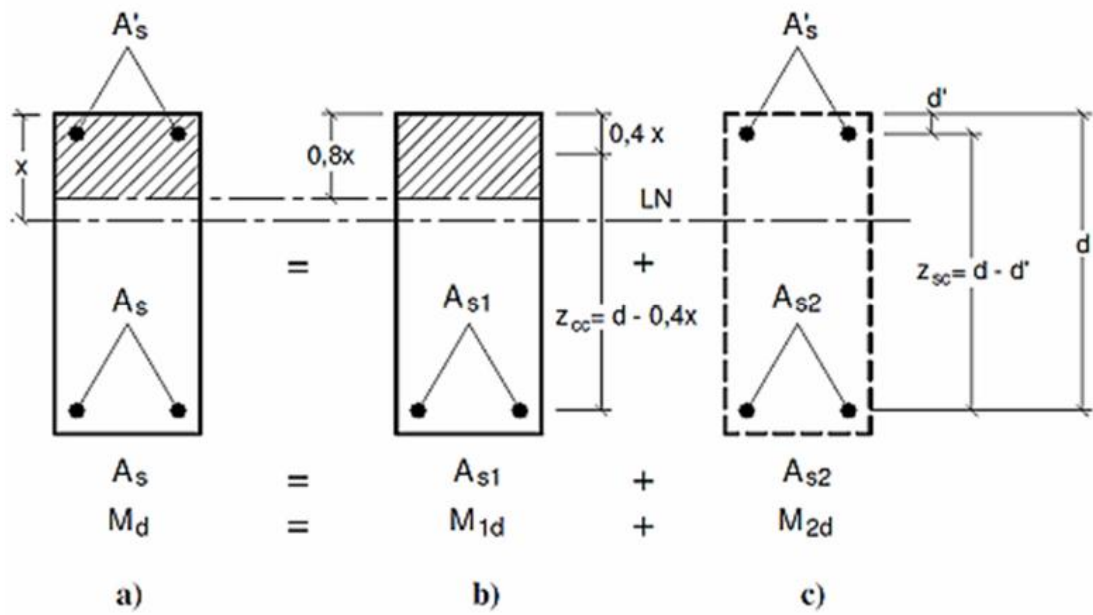
Figura 10.

$$M_{1d} = 0,68f_{cd} \cdot x \cdot b_w(d - 0,4x) \quad (16)$$

$$M_{2d} = A's \cdot \sigma'_{sd}(d - d') \quad (17)$$

$$M_d = 0,68f_{cd} \cdot x \cdot b_w(d - 0,4x) + A's \cdot \sigma'_{sd}(d - d') \quad (18)$$

Figura 10 - Decomposição da seção com armadura dupla.



Fonte: Bastos (2015)

Onde:

A_{s1} = área de armadura longitudinal tracionada necessária para equilibrar o momento resultante de compressão no concreto

A_{s2} = área de aço comprimida necessária para equilibrar o momento que comprime a armadura.

Considerando a linha neutra na posição limite ($x = 0,45d$) e rearranjando as equações (14), (16), (17) e (18), adquire-se as seguintes expressões para as áreas de aço.

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{f_{yd}(d - 0,4x)} \quad (19)$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{f_{yd}(d - d')} \quad (20)$$

$$A's = \frac{M_{2d}}{\sigma'_{sd}(d - d')} \quad (21)$$

A área de aço total (A_s) será a soma de (A_{s1}) e (A_{s2}).

3.1.9 VERIFICAÇÃO AO ESFORÇO CORTANTE

Segundo Carvalho e Figueiredo (2014), vigas submetidas a um carregamento vertical qualquer trabalham em flexão simples ou composta não pura, o que proporciona o surgimento de tensões tangenciais na seção transversal, que junto das tensões normais, irão equilibrar o esforço cortante gerado nessa configuração. Para a verificação ao esforço cortante, Mörsch propôs em 1910 uma teoria que assemelha o mecanismo resistente da viga no estágio II (viga fissurada) a uma treliça, onde as armaduras em conjunto com o concreto equilibrassem o esforço cortante.

Esse método divide a viga em:

1. Banzo superior comprimido: formado pela região comprimida do concreto acima da linha neutra
2. Banzo inferior tracionado: formado pelas barras de armadura longitudinal de tração
3. Diagonais tracionadas: formadas pela união dos estribos que cruzam certa fissura; podem ter inclinação (α), em relação ao eixo longitudinal da viga.
4. Diagonais comprimidas: formadas pelas bielas de compressão (concreto íntegro entre as fissuras). A norma ABNT NBR 6118 (2023) permite que a inclinação α seja variável, de 30° a 45°. Contudo, para facilitar a execução, essa inclinação quase sempre será perpendicular ao eixo da viga.

A ABNT NBR 6118 (2023) apresenta dois modelos de cálculo. No primeiro modelo, as diagonais de compressão têm uma inclinação de 45° em relação ao eixo longitudinal da viga. Já no segundo modelo, as diagonais de compressão do concreto possuem uma inclinação variável, que varia entre 30° e 45°.

Neste trabalho, o processo de verificação será feito utilizando o modelo I. O procedimento seguirá o adotado por Bezerra (2017).

- Determinação do cortante mínimo para o modelo de cálculo I:

$$V_{sd, \min} = 0,0137 \cdot bw \cdot d^3 \cdot \sqrt{f_{ck}^2} \quad (22)$$

Onde:

$bw = largura$

$d = altura \text{ útil}$

$f_{ck} = resistencia \text{ característica a compressão do concreto}$

- Determinação da armadura transversal mínima:

Se o valor do cortante de cálculo for menor que o valor resultante da equação (22), a área de armadura de seção transversal, para estribos de 90°, a ser usada será a proposta a seguir:

$$\frac{A_{sw, \min}}{s} \geq 0,20 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \cdot bw \quad (23)$$

Onde:

$A_{sw, \min} = área \text{ de armadura da seção transversal}$

$s = espaçamento \text{ entre estribos}$

$f_{ctm} = resistência \text{ à tração média do concreto}$

$f_{ywk} = resistência \text{ característica do aço}$

- Verificação da diagonal comprimida do concreto

Nessa verificação o cortante de cálculo (V_{sd}) deve ser menor ou igual ao cortante resistente à ruína da diagonal comprimida, (V_{rd2}):

$$V_{rd2} = 0,27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot d \quad (24)$$

Onde:

$f_{ck} = resistência \text{ característica do concreto}$

$f_{cd} = resistência \text{ de cálculo do concreto}$

Caso o $V_{sd} > V_{rd2}$, ocorrerá o esmagamento da biela comprimida, se fazendo necessário aumentar a largura da viga ou a resistência do concreto utilizado

- Verificação da diagonal tracionada

Nessa verificação o V_{sd} deve ser menor ou igual ao cortante resistente à ruína da diagonal tracionada (V_{rd3}). O (V_{rd3}) é definido por:

$$V_{dr3} = V_{sw} + V_c \quad (25)$$

Onde:

V_{sw} = cortante suportado pela armadura transversal

V_c = parcela do cortante absorvida por mecanismos complementares da treliça

A parcela V_c para vigas é calculada por:

$$V_c = 0,60 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (26)$$

Onde:

$$f_{ctd} = 0,15 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (27)$$

f_{ctd} = valor de cálculo da resistência à tração do concreto

O cálculo de V_{sw} é feito pela seguinte equação:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \quad (28)$$

- Determinação da armadura transversal

A armadura transversal, para estribos à 90° é dada por:

$$\frac{A_{sw, 90}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 f_{ywd} \cdot d} \quad (29)$$

- Determinação do espaçamento máximo horizontal

O espaçamento horizontal (s) é calculado pela seguinte fórmula:

$$s = \frac{2\phi t}{A_{sw}} \quad (30)$$

Onde:

ϕt → área do diâmetro da armadura do estribo

Este espaçamento entre estribos (s) deve respeitar os limites:

$$Se V_{sd} \leq 0,67 V_{rd2}$$

$$s_{max} = 0,6d \leq 30cm \quad (31)$$

$$Se V_{sd} > 0,67V_{rd2}$$

$$s_{max} = 0,3d \leq 20cm \quad (32)$$

Se tratando do espaçamento mínimo, para este trabalho foi determinado que o espaçamento mínimo não será menor que 10 cm.

3.1.10 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO

Para realização do dimensionamento seguro, econômico e durável de um elemento estrutural, é de extrema importância a conciliação dos conceitos de estado limite último e estado limite de serviço. Araújo (2023) afirma que o dimensionamento de um elemento consiste em duas etapas. A primeira etapa acontece na determinação das equações de equilíbrio no estado limite último, onde o objetivo é a comprovação da segurança do elemento, ou seja, avalia-se a ruína do elemento estudado. A segunda etapa está relacionada à análise do comportamento da estrutura sob as condições normais de utilização, ou seja, antes da ruína. Segundo Camacho (2009), o estado limite de serviço está relacionado à durabilidade, aparência, conforto do usuário e funcionalidade da estrutura.

Araújo (2023), corrobora com o proposto, afirmando que a estrutura deve ser suficientemente rígida para que suas deformações não provoquem danos em elementos não estruturais, não afetem o seu uso ou aparência, não causem desconforto aos usuários, além disso, o grau de fissuração, que é geralmente inevitável em peças fletidas de concreto armado, não deve afetar a durabilidade da estrutura.

Os estados limites de serviço irão se subdividir em:

1. Estado limite de formação de fissuras (ELS-F)
2. Estado limite de abertura de fissuras (ELS-W)
3. Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF)
4. Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE)
5. Estado limite de compressão excessiva (ELS-CE)
6. Estado limite de descompressão (ELS-D)

7. Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP)

Neste trabalho, a viga dimensionada será verificada no estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF), onde a deflexão do elemento deverá estar dentro de um limite estabelecido pela norma ABNT NBR 6118 (2023). Em concordância com a tabela 13.3 da norma, que trata dos limites para os deslocamentos de acordo com o elemento e tipo de efeito analisado, foi definido que para este trabalho o critério abordado será o de aceitabilidade sensorial.

“Todos os valores-limites de deslocamentos supõem elementos de vão l suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.” (ABNT NBR 6118, 2023, p. 78). Com base no proposto pela norma no texto exposto acima, foi estabelecido o valor de $l/125$ como deformação máxima permitida ($2 \cdot \frac{l}{250}$). O item 17.3.2 da norma ABNT NBR 6118 (2023) dita o processo e exigências para verificação nesse estado limite de serviço.

3.1.11 ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÕES EXCESSIVAS

Conforme prescrito pelo item 17.3.2 da ABNT NBR 6118 (2023), o cálculo da deformação do elemento deve ser realizado em configurações que considerem a rigidez efetiva das seções transversais, considerando a presença de armadura de tração e compressão, existência de fissuras e deformações diferidas no tempo. A deformação depende também do processo construtivo e das propriedades dos materiais envolvidos, principalmente do módulo de elasticidade e resistência a tração.

De acordo com a norma supracitada, nos estados limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no estágio I (elemento não fissurado) e parcialmente no estágio II (elemento fissurado). A separação dos dois comportamentos é determinada pelo momento de fissuração.

- Momento de fissuração (M_r)

Para verificação no estado limite de deformações excessivas é necessário comparar o momento atuante (M_a), calculado na combinação quase permanente, com o momento de fissuração. Caso o valor do momento atuante seja menor ou igual ao de fissuração, o elemento estará no estágio I (não fissurado). Caso o valor seja maior, o elemento estará no estágio II (fissurado). O valor do momento de fissuração (M_r) para seções retangulares é dado pela seguinte expressão:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{\frac{h}{2}} \quad (33)$$

Onde:

$\alpha = 1,5$ para seções transversais retangulares

$f_{ct} = f_{ct,m}$ para o estado limite de deformação excessiva

$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}$ para concreto de classes até C50

I_c = momento de inércia da seção transversal bruta.

$I_c = \frac{bh^3}{12}$ para seções retangulares

O estágio em que o elemento se encontra tem grande impacto na verificação da deformação da estrutura, pois caso o elemento esteja na primeira situação, deve-se considerar a rigidez a flexão da seção bruta no cálculo da flecha do elemento. Por outro lado, se o elemento estiver na segunda situação, é necessário calcular a rigidez a flexão equivalente do elemento.

- Para elementos no estágio I:

A rigidez (EI) é:

$$EI = E_{cs} \cdot I_c \quad (34)$$

Onde:

$E_{cs} \rightarrow$ módulo de elasticidade secante do concreto

- Para elementos no estágio 2:

Nesse caso, calcula-se a rigidez equivalente. A rigidez equivalente $EI(eq)$ é expressa por:

$$EI(eq) = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (35)$$

Onde:

I_{II} = momento de inércia da seção no estágio II (fissurada)

$M_a = q \cdot \frac{l^2}{2}$ (Para vigas em balanço)

O momento de inércia no estágio 2 (I_2) é determinado por:

$$I_{II} = \frac{bw \cdot x_2^3}{3} + \alpha_e \cdot As \cdot (x_2 - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot (x_2 - d')^2 \quad (36)$$

Onde:

x_2 = posição da linha neutra no estágio II

As = área de aço de armadura de tração

d = altura útil do elemento

d' = distância da fibra mais comprimida até o centro da armadura de compressão

As' = área de aço de armadura de compressão

O valor da posição da linha neutra no estágio 2 (x_2) é calculado por:

$$x_2 = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} \quad (37)$$

Onde:

$$a_1 = \frac{bw}{2} \quad (38)$$

$$a_2 = \alpha_e \cdot As \quad (39)$$

$$a_3 = -d \cdot \alpha_e \cdot As \quad (40)$$

- Cálculo da flecha imediata (α_i)

Após a determinação da rigidez adequada, calcula-se o valor da flecha imediata usando a combinação quase permanente. Essa flecha é a que ocorre logo após a retirada do escoramento do elemento. Neste trabalho, a viga dimensionada está engastada. Para o cálculo da flecha imediata de uma viga engastada, é utilizada a seguinte expressão:

$$\alpha_i = \frac{(g_k + \psi_2 q_k) \cdot l^4}{8 \cdot EI} \quad (41)$$

Onde:

g_k = carga permanente característica

q_k = carga variável característica

ψ_2 = fator de redução de combinação quase permanente para ELS

Em concordância com a tabela 11.2 da norma ABNT NBR 6118 (2023), foi definido o valor de 0,3 para o coeficiente ψ_2 .

- Cálculo da flecha diferida no tempo (devido a fluência)

Após o cálculo do valor da flecha imediata, é aplicado um coeficiente α_f para estimar o valor da flecha devido à fluência do concreto. O valor de α_f é expresso por:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50.p'} \quad (42)$$

Onde:

$\Delta\xi$ = coeficiente em função do tempo

Para este trabalho, foi considerado a aplicação da carga (retirada das escoras) em 2 semanas (0,5 mês) após a concretagem. O tempo final considerado foi maior que 70 meses. A variação resultante para o coeficiente de $\Delta\xi$ foi de 1,46, de acordo com a tabela 17.1 da ABNT NBR 6118 (2023).

$$p' = \frac{As'}{bw.d} \quad (43)$$

- Determinação da flecha total (α_t)

A flecha total é calculada pela expressão:

$$\alpha_t = \alpha_i . (1 + \alpha_f) \quad (44)$$

Caso a flecha calculada seja maior que o limite estabelecido de $l/125$, deve-se alterar as dimensões da viga para adequar o elemento aos critérios estudados. A norma permite também o uso de contraflecha, a qual é calculada por:

$$c_f = \alpha_t - \frac{l}{250} \quad (45)$$

Sendo limitada em:

$$c_f \leq \frac{l}{350} \quad (46)$$

Neste trabalho não foi considerado o uso de contraflecha.

3.2 COMPUTAÇÃO EVOLUCIONÁRIA E ALGORITMOS GENÉTICOS

Segundo Kallel, Naudts e Rogers (2001), a crescente complexidade computacional na engenharia tem apresentado uma série de problemas cada vez mais desafiadores. A dificuldade em otimizar esses sistemas exige a busca por novas heurísticas, já que as técnicas existentes não são suficientes para lidar com tais desafios. Conforme expresso por Souza e Miguel (2020), a otimização estrutural é um ramo cada vez mais aclamado, estando extremamente valorizado no mundo contemporâneo devido ao grande aumento na demanda pela redução do consumo de recursos e custos de construção em projetos estruturais, em conjunto com a necessidade de maximizar a qualidade das estruturas projetadas. Algoritmo evolucionário é um método de otimização que faz uso do poder da seleção natural para transformar computadores em ferramentas de otimização, sendo extremamente eficientes em encontrar soluções otimizadas para problemas reais e complexos do campo da engenharia (Oduguwa, Tiwari e Roy, 2005).

De acordo com Eiben e Schoenauer (2002), os algoritmos evolucionários utilizam o conceito de seleção natural, onde uma população de soluções é gradualmente aprimorada. Através de processos como recombinação e mutação, novas soluções são geradas e, com base em sua aptidão (ou qualidade), essas soluções competem para fazer parte da próxima geração. Esse processo é repetido até que uma solução satisfatória seja alcançada ou até o limite de tempo estabelecido ser atingido. Proposto por John Holland em 1975, os algoritmos genéticos (AGs) são um tipo de algoritmo evolucionário, e pode ser definido segundo Gouldberg (1989) como sendo um método de otimização baseado na seleção natural, combinando a sobrevivência dos mais aptos com troca de informação estruturada (recombinação e mutação) para gerar um algoritmo de busca inovador. O AG implementa uma abordagem heurística na resolução de problemas de otimização, isto é, seu principal objetivo é encontrar uma solução aproximada ou suficientemente boa para problemas complexos, sendo muito útil em contextos onde encontrar uma solução exata é muito difícil ou demanda grande quantidade de tempo ou capacidade computacional. Outra característica do AG é que ele é de natureza estocástica, ou seja, incorpora elementos de aleatoriedade ou probabilidade em seu processo. Ao contrário de algoritmos

determinísticos (sempre geram o mesmo resultado para as mesmas entradas), o AG é um algoritmo que pode gerar resultados diferentes em cada execução, mesmo que recebendo a mesma entrada de dados. Essa característica confere ao AG a capacidade de explorar de forma mais ampla o espaço das soluções do problema de otimização, evitando que o processo seja tendencioso a uma solução apenas, possibilitando que o AG escape de ótimos locais (resultados que são o melhor em sua vizinhança, porém podem não ser o melhor resultado possível ao fazer a análise holística de todas soluções possíveis). Segundo Spall (2012), algoritmos estocásticos de otimização possuem grande capacidade de lidar com ruído de sistema (variações indesejadas que podem prejudicar a performance do algoritmo), além de lidarem de forma eficiente com problemas não-lineares e de alta ordem, sendo altamente indicados para trabalhar com problemas modernos e complexos de engenharia em substituição a algoritmos determinísticos clássicos de otimização. O autor ainda afirma que esse tipo de abordagem se tornou o “padrão da indústria” para lidar com problemas desafiadores de otimização. De acordo com Gouldberg (1989), embora os AGs sejam aleatórios, eles não se limitam a uma busca aleatória simples. Esses algoritmos exploram informações históricas para direcionar a busca a novos pontos no espaço de soluções, com o objetivo de melhorar o desempenho.

3.2.1 NOMENCLATURA

Por se tratar de um processo que possui raízes darwinistas, boa parte dos termos advêm da biologia. Para melhor entendimento, Monteiro (2019), definiu os termos que irão compor o processo do algoritmo:

- a) Gene: são as unidades básicas que controlam as características de um indivíduo. No contexto deste trabalho, representam as variáveis otimizadas, que são: **base, altura e fck** da viga.
- b) Cromossomo: conjunto de genes, formando matematicamente uma solução. Esta variável é representada neste trabalho pelo conjunto dos genes base, altura e fck, estando expressa no formato **[bw, h, fck]**.
- c) População: conjunto de indivíduos dotados de um único cromossomo, ou seja, é o conjunto de soluções possíveis. Neste trabalho, é o conjunto de itens **[bw, h, fck]** (solução).
- d) Geração: refere-se ao intervalo de tempo que separa os diferentes níveis de evolução, representando o número de iterações executadas pelo AG.
- e) Aptidão (*fitness*): capacidade do indivíduo de adaptação ao meio, sendo crucial para a transmissão de suas características às próximas gerações, impactando diretamente o

sucesso em um problema de otimização. Indivíduos com maior aptidão possuem maior probabilidade de sobreviver e repassar suas características às gerações futuras. Neste trabalho, a **função fitness está relacionada com função que calcula o custo total da solução** encontrada. Ao contrário da biologia, onde o indivíduo mais “forte” vence, aqui, os indivíduos que possuem menor custo terão um valor de aptidão maior.

3.2.2 PROCESSO DE EXECUÇÃO DE UM ALGORITMO GENÉTICO

De acordo com o afirmado por Mirjalili (2019), o processo do AG se divide nas seguintes etapas:

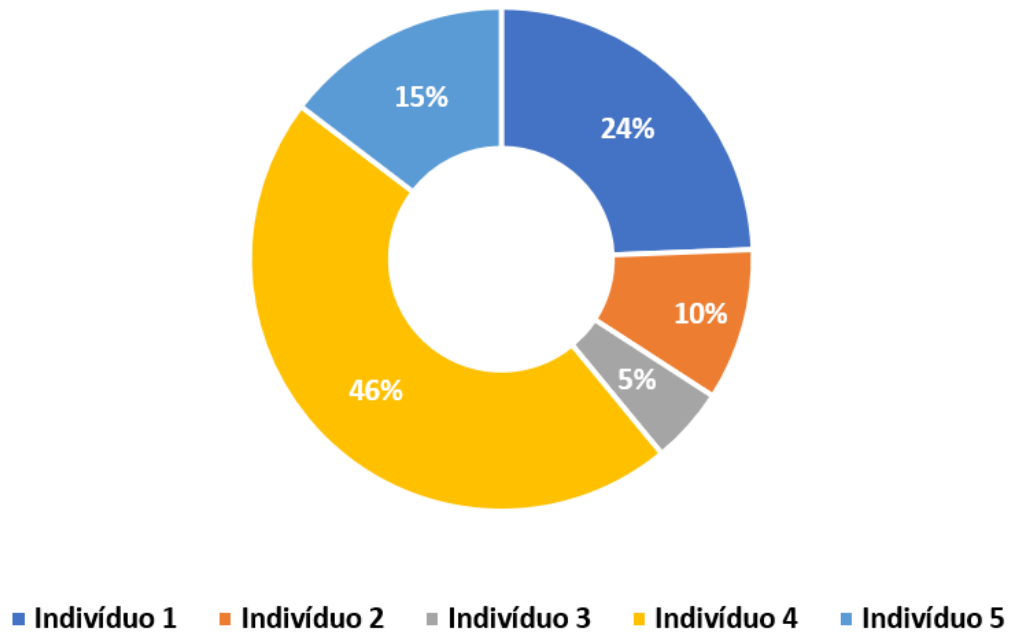
- a) **População inicial:** Uma população inicial é gerada aleatoriamente. Essa população é composta por várias soluções possíveis (cromossomos [bw, h, fck]). Cada cromossomo possui um conjunto de valores que as variáveis assumem (genes base, altura e fck). O objetivo principal desse método é espalhar de forma mais uniforme possível as soluções dentro do espaço de busca, visando alcançar um maior número de soluções promissoras.
- b) **Seleção:** Na natureza, indivíduos que possuem uma maior adaptabilidade com o ambiente possuem uma chance maior de conseguirem alimento e se reproduzirem. Esse cenário contribui para que exista uma maior probabilidade de que os genes desses indivíduos sejam repassados para a próxima geração, produzindo uma população que é cada vez mais adaptada ao seu ambiente. O AG funciona exatamente da mesma maneira. Os indivíduos da população serão avaliados quanto a uma **função objetivo**, chamada de *fitness*. Um método de “roleta russa” é aplicado, onde a chance de os elementos serem escolhidos para compor a próxima geração é proporcional ao seu valor *fitness*.

Tabela 2 - Exemplo de população

Indivíduo	Valor da função fitness	% do total
Indivíduo 1	20	24,39%
Indivíduo 2	8	9,76%
Indivíduo 3	4	4,88%
Indivíduo 4	38	46,34%
Indivíduo 5	12	14,63%
Total	82	100,00%

Fonte: Autor (2025)

Gráfico 1 - Valor da função fitness por indivíduo

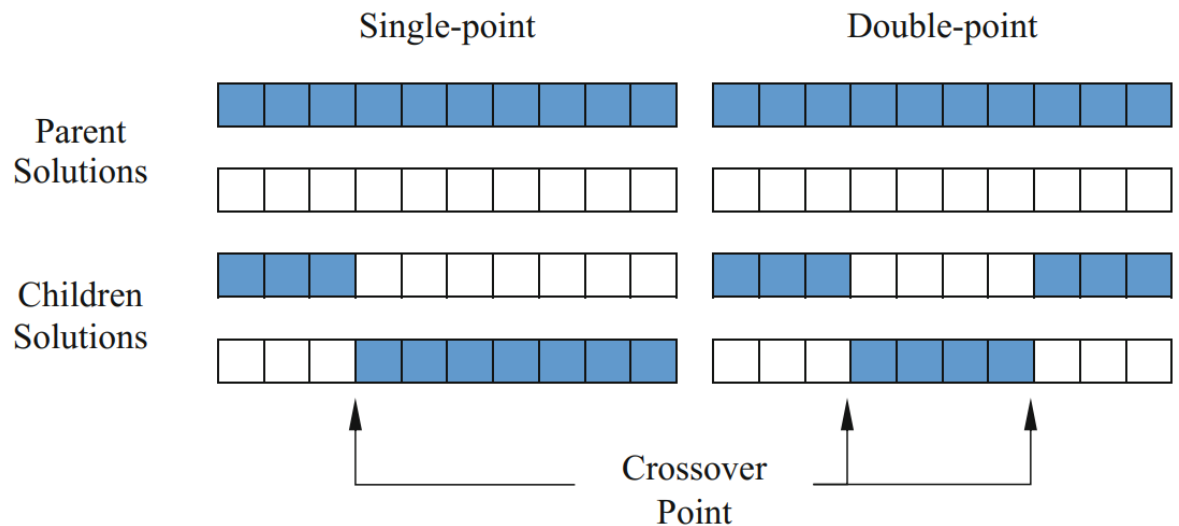


Fonte: Autor (2025)

Indivíduos com pontuação mais alta, como o 4 e 1, têm maior chance de serem escolhidos para a reprodução. Porém, devido à natureza probabilística e estocástica do método, indivíduos como 3 e 2 também podem ser selecionados, mesmo que com uma probabilidade menor. Esse processo permite que seja alcançada uma maior diversidade de populações durante a execução do AG. Na realidade do presente trabalho, indivíduos que possuem genes (base altura e fck) que entregam menor custo, possuirão valores mais elevados de aptidão. Dessa forma, estes elementos terão uma maior probabilidade de repassar seus genes à próxima geração. O oposto também é verdadeiro, onde itens com menor aptidão terão menor probabilidade de propagar seus genes.

c) *Crossover* (Recombinação): Após a seleção de dois indivíduos no processo de seleção (Indivíduos pais), um procedimento será seguido para criar um novo indivíduo (Indivíduo filho). Dois métodos bastante usados são os de cruzamento em ponto único e cruzamento em ponto duplo.

Figura 11- Cruzamento em ponto único e em ponto duplo



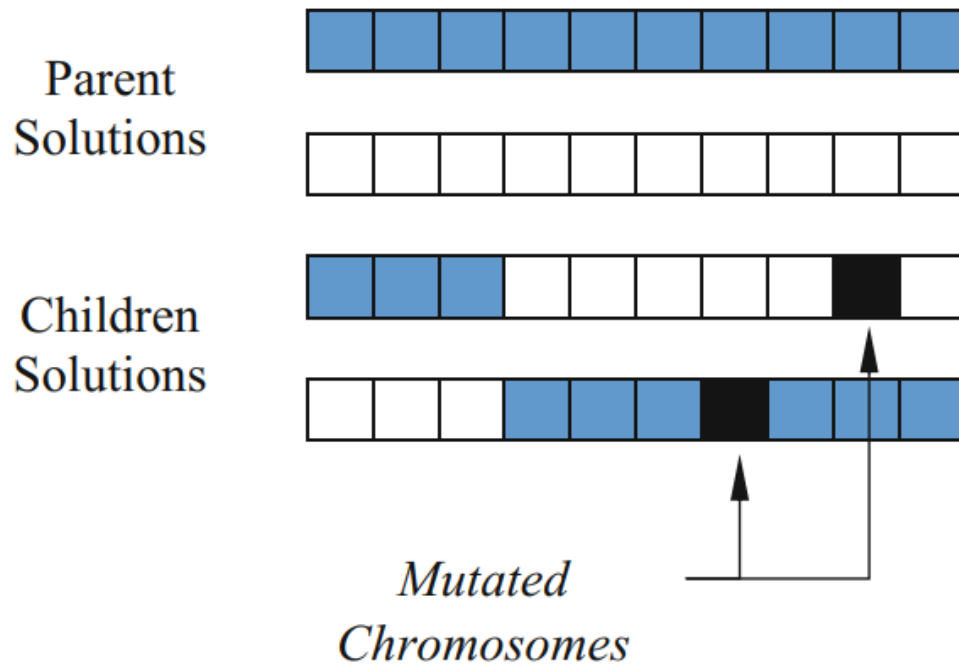
Fonte: Mirjalili (2019)

No cruzamento de ponto único, os cromossomos de duas soluções parentais são trocados antes e depois de um único ponto. Por outro lado, no cruzamento de ponto duplo, são usados dois pontos de cruzamento. Neste trabalho, será usado o método de cruzamento de ponto único. Um exemplo prático para este trabalho seria uma viga de cromossomo $[20, 70, 30]$ passando por um processo de *crossover* com uma viga de cromossomo $[15, 60, 35]$, gerando duas vigas “filhas” de cromossomos $[20, 60, 35]$ e $[15, 70, 30]$. Observe que a viga filha 1 possui a base da viga pai 1 e altura e fck da viga pai 2. Enquanto a viga filha 2 possui a base da viga pai 2 e altura e fck da viga pai 1. Logo, o ponto de corte para esse processo foi na no gene que representa a base.

d) **Mutação:** Processo onde um ou mais genes é alterado de forma aleatória após a criação dos indivíduos filhos. Em geral, a taxa de mutação é configurada para ser baixa, para evitar que o AG se torne um processo primitivo de busca aleatória. Esse operador adiciona mais um nível de aleatoriedade durante o AG, evitando que as soluções convertam para um ótimo local, ou se tornem muito similares. Em resumo, processo de mutação deste trabalho define um gene para alterar e muda seu valor, todo esse processo ocorrendo de forma **aleatória**. Imaginando a situação proposta acima, suponha que existem 100 soluções expressas pelo

cromossomo [20, 70, 30]. Para uma taxa de mutação de 5%, cerca de 5 soluções terão seus genes alterados para um valor arbitrário definido pela aleatoriedade, podendo gerar soluções como [35,70,30], [15,70,30], [20,100,30], [20,70,50] e [20,20,30].

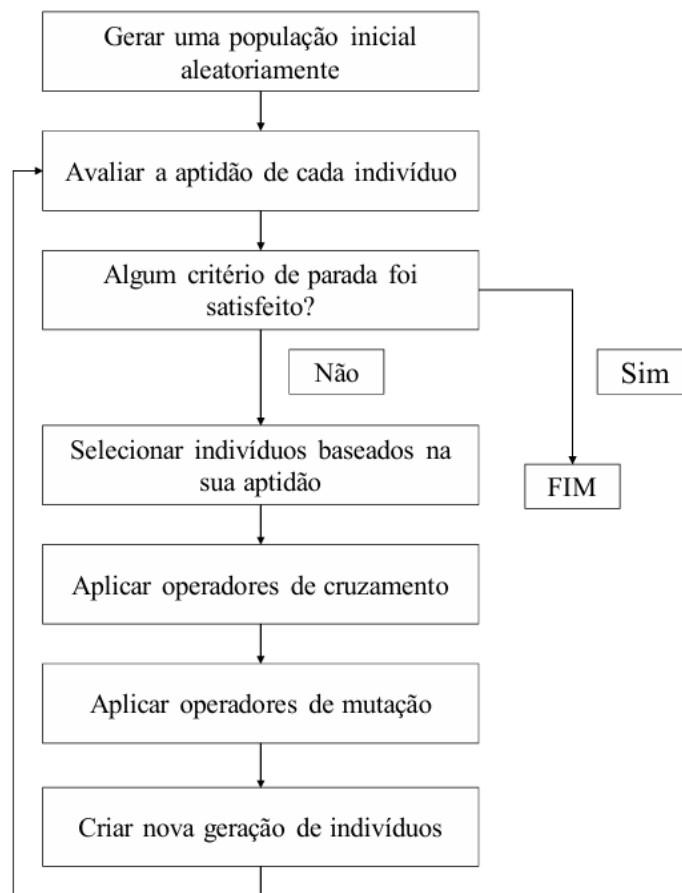
Figura 12- Princípio básico da mutação



Fonte: Mirjalili (2019)

Monteiro (2019), resumiu o processo seguido pelo AG:

Figura 13 - Metodologia de execução do Algoritmo Genético



Fonte: Monteiro (2019)

3.2.3 RELAÇÃO DO AG COM OUTROS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

A otimização é um processo de extrema importância e que vem sendo bastante estudado nas últimas décadas conforme surgem problemas mais complexos que requerem técnicas mais refinadas para resolvê-los de forma eficiente e precisa. Enquanto os Algoritmos Genéticos (AGs) constituem um dos principais processos de otimização, o universo dessas abordagens é vasto e inclui outras técnicas eficazes, como a Evolução Diferencial (DE) e a Otimização por Enxame

de Partículas (PSO). Cada abordagem possui vantagens específicas, tornando-se mais adequada dependendo da natureza do problema em questão.

A Evolução Diferencial (DE) pode ser caracterizada como uma técnica de manipulação vetorial de indivíduos que representam as soluções candidatas. Ao longo das gerações, essas soluções passam por modificações que envolvem mutação e cruzamento, gerando novos indivíduos. Em seguida, é aplicada a seleção dos indivíduos mais aptos para que o ciclo de otimização possa ser repetido, conforme detalhado por Lepauss (2009). Ribeiro (2018) afirma que a principal característica que diferencia o DE dos demais algoritmos evolucionários (como os AGs) reside em sua operação de mutação. A proposta original do DE gera um vetor de mutação adicionando a diferença ponderada entre dois vetores populacionais aleatórios a um terceiro vetor, todos selecionados da população atual, o que constitui sua principal distinção metodológica. Rocha, Castro e Braga (2011) apontam que a Evolução Diferencial é uma técnica poderosa e bem sucedida em diversas aplicações, sendo mais indicada para problemas de otimização não linear com variáveis contínuas.

Tratando-se de Otimização por Enxame de Partículas (PSO), segundo Freitas, Lopes e Morgado-Dias (2020), essa técnica foi inspirada no comportamento social e biológico de bandos de pássaros em busca de alimento. O método opera de forma iterativa com uma população de soluções candidatas, denominadas partículas, onde cada uma conhece a melhor posição global encontrada pelo enxame e sua própria melhor posição histórica. Diferentemente dos Algoritmos Genéticos, que utilizam operadores evolutivos como cruzamento e mutação para renovar a população, o PSO mantém os mesmos indivíduos ao longo da execução, alterando apenas seus estados internos. Conforme explicam Freitas, Lopes e Morgado-Dias (2020), cada partícula navega pelo espaço de busca ajustando sua trajetória através de dois vetores essenciais: posição e velocidade. A atualização da velocidade de cada partícula é governada por uma equação matemática que pondera três fatores: a inércia do movimento anterior, o componente cognitivo (atração pela sua própria melhor posição histórica) e o componente social (atração pela melhor posição encontrada por todo o enxame). Esse equilíbrio entre a exploração individual e a informação coletiva permite que o enxame converja gradualmente para a solução ótima do problema. Diferentemente de muitas técnicas de computação evolutiva, como os Algoritmos Genéticos (AGs), que são tradicionalmente aplicadas a problemas de otimização combinatória com variáveis discretas, a Otimização por PSO foi desenvolvida primariamente para resolver problemas de otimização contínua, fundamentando-se em pesquisas sobre vida artificial e psicologia (LEE; EL-SHARKAWI, 2008, Eds.).

Segundo Wright (2005), na otimização contínua, as variáveis do modelo são nominalmente permitidas a assumir uma faixa contínua de valores, geralmente números reais (**conjunto infinito** de valores), o que a distingue da otimização discreta (como é o caso dos AGs), onde as variáveis são **binárias**, **inteiras** ou elementos de **conjuntos finitos**. O problema de otimização de vigas de concreto armado estudado no presente trabalho é, por natureza, um problema de otimização combinatória ou discreta. Nessa categoria de problemas, as variáveis são restritas a um **conjunto finito** de valores, como as bitolas de aço (6.3mm, 8mm, 10mm, etc.) ou as dimensões da seção transversal (geralmente inteiras), em contraposição aos números reais. Nesse contexto, o Algoritmo Genético (AG) é a metodologia de otimização mais apropriada para a busca da solução ótima. Enquanto métodos como PSO e DE foram desenvolvidos fundamentalmente para problemas de otimização contínua, o AG demonstra maior robustez e eficácia ao manipular diretamente as variáveis discretas que compõem o modelo de custo da viga.

3.2.4 LIMITAÇÕES DO AG E ESTRATÉGIAS DE MITIGAÇÃO

Apesar de sua eficácia na otimização de problemas complexos de engenharia, o Algoritmo Genético (AG) apresenta desafios inerentes que podem comprometer a qualidade da solução final e a eficiência computacional. Os principais riscos operacionais incluem a **convergência prematura** e a **perda da melhor solução encontrada**. Jassadapakorn e Chongstitvatana (2011) discutem que um dos principais problemas ao usar algoritmos genéticos é que em alguns casos as soluções podem convergir muito rápido para um resultado que prenda o AG em um ponto de ótimo local. Uma solução que é a melhor em sua vizinhança, porém não é o ótimo global do problema. Os autores afirmam que o principal fator que causa essa situação é a falta de diversidade em conjunto com a inefetividade do operador crossover em encontrar uma solução nova, sendo de extrema importância determinar uma diversificação adequada nas soluções candidatas. Pandey, Chaudhary e Mehrotra (2014) afirmam que, para prevenir a convergência prematura em Algoritmos Genéticos (GA), é possível aplicar o processo de Geração de Descendência Aleatória (ROG) antes das operações de reprodução. Essa técnica funciona testando a similaridade do material genético e, se houver semelhança, gera um descendente aleatório que gera uma solução nova. Caso contrário, a operação de reprodução normal é executada. Outra estratégia fundamental para evitar que o algoritmo fique estagnado em ótimos locais é o uso de operadores de variação, como a mutação, que permitem gerar novas soluções com alta aptidão fora da atração do ótimo local. Em algoritmos populacionais, a

aplicação de diferentes taxas de mutação entre os indivíduos pode acelerar esse processo de escape (OLIVETO et al., 2017). Nesse contexto, destaca-se o uso da técnica de Taxa de Mutação Adaptável, onde durante a execução do AG, examina-se se os cromossomos estão acima de um valor limite X de similaridade estabelecido. Caso isso aconteça, o AG automaticamente aumenta a taxa de mutação para implementar no código uma maior chance de a aleatoriedade do operador de mutação ser aplicado nos indivíduos frutos do *crossover*.

Já para tratar a possibilidade da melhor solução se perder ao longo do algoritmo, é possível aplicar uma técnica denominada como elitismo. Gonçalves (entre 1996 e 2006) define o elitismo como sendo uma estratégia que visa a preservação dos melhores indivíduos ao passar seus cromossomos para a próxima geração sem alterações. O manual de Algoritmos Genéticos ([s.d.]) explica que para prevenir que os melhores indivíduos não desapareçam da população pela manipulação dos operadores genéticos (mutação, crossover), eles podem ser automaticamente colocados na próxima geração através da reprodução elitista. Segundo Bhandari, Murthy e Pal (1996), o Algoritmo Genético com modelo elitista (EGA) demonstra a capacidade de convergir para a solução ótima global, independentemente da população inicial selecionada. Os autores enfatizam que, para que essa convergência seja garantida, a operação de mutação é considerada essencial. Em resumo, apesar da sua alta capacidade, os AGs também possuem seus pontos fracos que devem ser tratados quando se busca o melhor resultado possível no processo de otimização, sendo a Geração de Descendência Aleatória (ROG), manipulação da taxa de mutação e elitismo estratégias válidas que podem ser usadas para contornar os problemas referentes a convergência a ótimos locais e perda a melhor solução no processo de execução do Algoritmo Genético. A fim de analisar o desempenho do algoritmo e o impacto desses problemas na qualidade do resultado final obtido na otimização, **não** foi feito o uso das técnicas elucidadas acima (Geração de Descendência Aleatória e Taxa de mutação Adaptável) no código desenvolvido. A taxa de mutação usada no presente trabalho é fixa durante todo o processo de otimização.

3.2.5 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO ALGORITMO

Para buscar um desempenho adequado no processo de otimização com algoritmos genéticos, é de extrema importância calibrar os valores dos seus parâmetros de forma coerente, permitindo uma boa relação entre qualidade da solução obtida, performance computacional e tempo de execução da otimização. De Jong (1975), recomenda um tamanho de população entre

50-100 indivíduos para obter-se uma melhor relação entre qualidade da solução e performance computacional. Segundo Tanomaru (1995), é ideal usar um tamanho de população entre 50-200 indivíduos. Roeva, Fidanova e Paprzycki (2013), apontam que um tamanho ótimo de população é de 100 indivíduos para 200 gerações. Mitchell aconselha um AG a ter tipicamente entre 50 e 500 gerações. Lacerda e Carvalho (1999) propõe valores entre 0,1% e 5% para a taxa de mutação.

Para o presente trabalho, foi definido o valor de tamanho de população igual a 100, motivado pelo custo benefício entre qualidade da resposta final e performance computacional. Para quantidade de gerações, foi usado o valor de 100 gerações, também motivado pela mesma prerrogativa da escolha do tamanho da população. Já para a taxa de mutação, foi escolhido o valor fixo de 5%. Esse valor foi determinado visando auxiliar o AG a escapar e prevenir convergências prematuras ao longo da execução do código.

3.3 VIGA OTIMIZADA POR BEZERRA

A pesquisa de Bezerra (2017) utilizou Algoritmos Genéticos (AG) para realizar a otimização de vigas de concreto armado, buscando a minimização do custo total final. No decorrer do trabalho, a autora explorou a influência de variáveis-chave no resultado da otimização, conduzindo diversas análises para avaliar o desempenho do AG.

As principais análises foram:

1. Análise do comportamento das variáveis de projeto e dos custos da viga quando variados o tamanho do vão e a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck})
2. Comparação do custo das vigas dimensionadas considerando o uso de armadura dupla e armadura simples
3. Comparação do custo das vigas considerando e desconsiderando o estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF).

Especificamente para a configuração engastada-livre e para o cenário onde o valor do vão foi fixado em 3 metros, foram adotadas as seguintes premissas e parâmetros específicos para a execução do algoritmo:

- Vinculação engastada-livre
- Vão de 3 metros
- Carga permanente uniformemente distribuída de 28 kN/m

- Carga accidental de 7 kN/m
- Base da viga deve ser maior que 12 e menor que 25 cm.
- Altura da viga deve ser maior que 25 e menor que 60 cm.

O elemento foi otimizado através do uso de uma *toolbox* de algoritmo genético do *software* MATLAB. Para composição de custos, foram usados insumos e serviços da tabela não desonerada SINAPI de julho de 2016 referente a Pernambuco, em conjunto com uma cotação própria feita pela autora para concretos de diferentes fcks.

Tabela 3 - Custos de serviços e insumos utilizados por Bezerra

CÓDIGO	ITEM	UNID.	PREÇO
CONCRETO			
94964	Concreto fck=20MPa, traço 1:2,7:3 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	272,03
94965	Concreto fck=25MPa, traço 1:2,3:2,7 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	266,63
94966	Concreto fck=30MPa, traço 1:2,1:2,5 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	275,83
MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=35MPa	m ³	298
94967	Concreto fck=40MPa, traço 1:1,6:1,9 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	319,09
MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=45MPa	m ³	380
MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=50MPa	m ³	450
92873	Lançamento com uso de bombas, adensamento, e acabamento de concreto em estruturas.	m ³	24,26

(Continua)

Tabela 3 - Custos de serviços e insumos utilizados por Bezerra

			(Conclusão)
CÓDIGO	ITEM	UNID.	PREÇO
AÇO			
34439	Aço CA-50, 10.0mm, dobrado e cortado.	kg	4,25
34456	Aço CA-60, 5.0mm, dobrado e cortado.	kg	3,93
92761	Armação de pilar ou viga de uma estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 8.0mm - montagem.	kg	9,39
92759	Armação de pilar ou viga de uma estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-60 de 5.0mm - montagem.	kg	10,55
FORMAS			
11132	Chapa de madeira compensada pinus, virola ou equivalente, de 2,20x1,60m, e=25mm.	m²	42,26
92446	Montagem e desmontagem de formas de viga, escoramento com pontalete de madeira, pé-direito simples, em madeira serrada, 1 utilização.	m²	108,45

Fonte: Bezerra (2017)

No programa, o custo relacionado ao concreto foi obtido pelo custo do concreto de acordo com seu fck somado com o custo do lançamento. O custo do aço é o resultado da soma do preço do quilo do aço e a da sua montagem. Por fim, o custo das formas é a soma do custo da chapa de madeira, montagem e desmontagem. A Tabela 4 expõe os custos finais usados no programa.

Tabela 4 - Custos totais utilizados por Bezerra

REFERÊNCIA	UND.	PREÇO TOTAL
CONCRETO		
20MPa	m ³	R\$ 296,29
25MPa	m ³	R\$ 290,89
30MPa	m ³	R\$ 300,09
35MPa	m ³	R\$ 322,26
40MPa	m ³	R\$ 343,35
45MPa	m ³	R\$ 404,26
50MPa	m ³	R\$ 474,26
AÇO		
CA-50	kg	R\$ 13,64
CA-60	kg	R\$ 14,48
FORMAS		
Vigas	m ²	R\$ 150,71

Fonte: Bezerra (2017)

A otimização foi feita determinando um valor de fck fixo, no conjunto de 20 a 50MPa, e encontrando a melhor solução para esse fck.

Tabela 5 - Resultados da viga otimizada por Bezerra

b (cm)	h (cm)	fck (MPa)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Fôrmas (R\$)	Custo Total (R\$)
20	53	20	16,49	37	0	R\$ 94,22	R\$ 639,07	R\$ 569,68	R\$ 1.302,97
20	53	25	14,61	33	0	R\$ 92,50	R\$ 566,03	R\$ 569,68	R\$ 1.228,22
20	52	30	13,66	33	0	R\$ 93,63	R\$ 534,01	R\$ 560,64	R\$ 1.188,28
20	51	35	13,57	30	0	R\$ 98,61	R\$ 521,13	R\$ 551,60	R\$ 1.171,34
19	50	40	13,72	30	0	R\$ 97,82	R\$ 524,39	R\$ 538,03	R\$ 1.160,24
19	49	45	13,78	27	0	R\$ 112,91	R\$ 515,90	R\$ 528,99	R\$ 1.157,80
18	49	50	13,62	25	0	R\$ 125,49	R\$ 503,95	R\$ 524,47	R\$ 1.153,91

Fonte: Bezerra (2017), adaptada pelo autor.

3.4 TABELA SINAPI

O Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI) é uma base de dados oficial e referencial, gerida pela Caixa Econômica Federal (CAIXA) em parceria com o IBGE. Sua principal função é fornecer preços de insumos, mão de obra e composições de custo unitário para obras de engenharia. No contexto deste trabalho, o SINAPI é fundamental por ser a fonte de dados que permite quantificar financeiramente o dimensionamento da viga, transformando os insumos e serviços que compõem o elemento estudado em um custo total (função objetivo) a ser minimizado pelo algoritmo de otimização. Todos custos deste trabalho foram retirados da tabela não desonerada para a cidade de Teresina/Piauí, referente ao mês de abril de 2025

Tabela 6 - Custos referenciais utilizados neste trabalho

CÓDIGO	ITEM	UNIDADE	CUSTO
92760	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 6,3 MM - MONTAGEM. AF_06/2022	KG	R\$ 12,90
92761	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 8,0 MM - MONTAGEM. AF_06/2022	KG	R\$ 12,07
92762	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 10,0 MM - MONTAGEM. AF_06/2022	KG	R\$ 10,74
92763	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 12,5 MM - MONTAGEM. AF_06/2022	KG	R\$ 9,02

(Continua)

Tabela 6 - Custos referenciais utilizados neste trabalho

CÓDIGO	ITEM	UNIDADE	CUSTO
92764	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 16,0 MM – MONTAGEM. AF_06/2022	KG	R\$ 8,71
92765	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 20,0 MM - MONTAGEM. AF_06/2022	KG	R\$ 9,90
92766	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 25,0 MM - MONTAGEM. AF_06/2022	KG	R\$ 9,78
92266	FABRICAÇÃO DE FÔRMA PARA VIGAS, EM CHAPA DE MADEIRA COMPENSADA PLASTIFICADA, E = 18 MM. AF_09/2020	M2	R\$ 189,76
92465	MONTAGEM E DESMONTAGEM DE FÔRMA DE VIGA, ESCORAMENTO COM GARFO DE MADEIRA, PÉ-DIREITO DUPLO, EM CHAPA DE MADEIRA PLASTIFICADA, 10 UTILIZAÇÕES. AF_09/2020	M2	R\$ 169,05

(Continua)

Tabela 6 - Custos referenciais utilizados neste trabalho

CÓDIGO	ITEM	UNIDADE	CUSTO
1524	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C20, BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 MM, COM BOMBEAMENTO (DISPONIBILIZACAO DE BOMBA), SEM O LANCAMENTO (NBR 8953)	M3	R\$ 566,78
1527	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C25, BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 MM, COM BOMBEAMENTO (DISPONIBILIZACAO DE BOMBA), SEM O LANCAMENTO (NBR 8953)	M3	R\$ 584,78
1525	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C30, BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 MM, COM BOMBEAMENTO (DISPONIBILIZACAO DE BOMBA), SEM O LANCAMENTO (NBR 8953)	M3	R\$ 602,77
11145	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C35, BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 MM, COM BOMBEAMENTO (DISPONIBILIZACAO DE BOMBA), SEM O LANCAMENTO (NBR 8953)	M3	R\$ 620,77

(Continua)

Tabela 6 - Custos referenciais utilizados neste trabalho

(Conclusão)

CÓDIGO	ITEM	UNIDADE	CUSTO
34479	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C40, BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 MM, COM BOMBEAMENTO (DISPONIBILIZACAO DE BOMBA), SEM O LANÇAMENTO (NBR 8953)	M3	R\$ 638,76
34481	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C45, BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 MM, COM BOMBEAMENTO (DISPONIBILIZACAO DE BOMBA), SEM O LANÇAMENTO (NBR 8953)	M3	R\$ 667,42
34483	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C50, BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 MM, COM BOMBEAMENTO (DISPONIBILIZACAO DE BOMBA), SEM O LANÇAMENTO (NBR 8953)	M3	R\$ 713,10
103673	LANÇAMENTO COM USO DE BOMBA, ADENSAMENTO E ACABAMENTO DE CONCRETO EM ESTRUTURAS. AF_02/2022	M3	R\$ 41,54

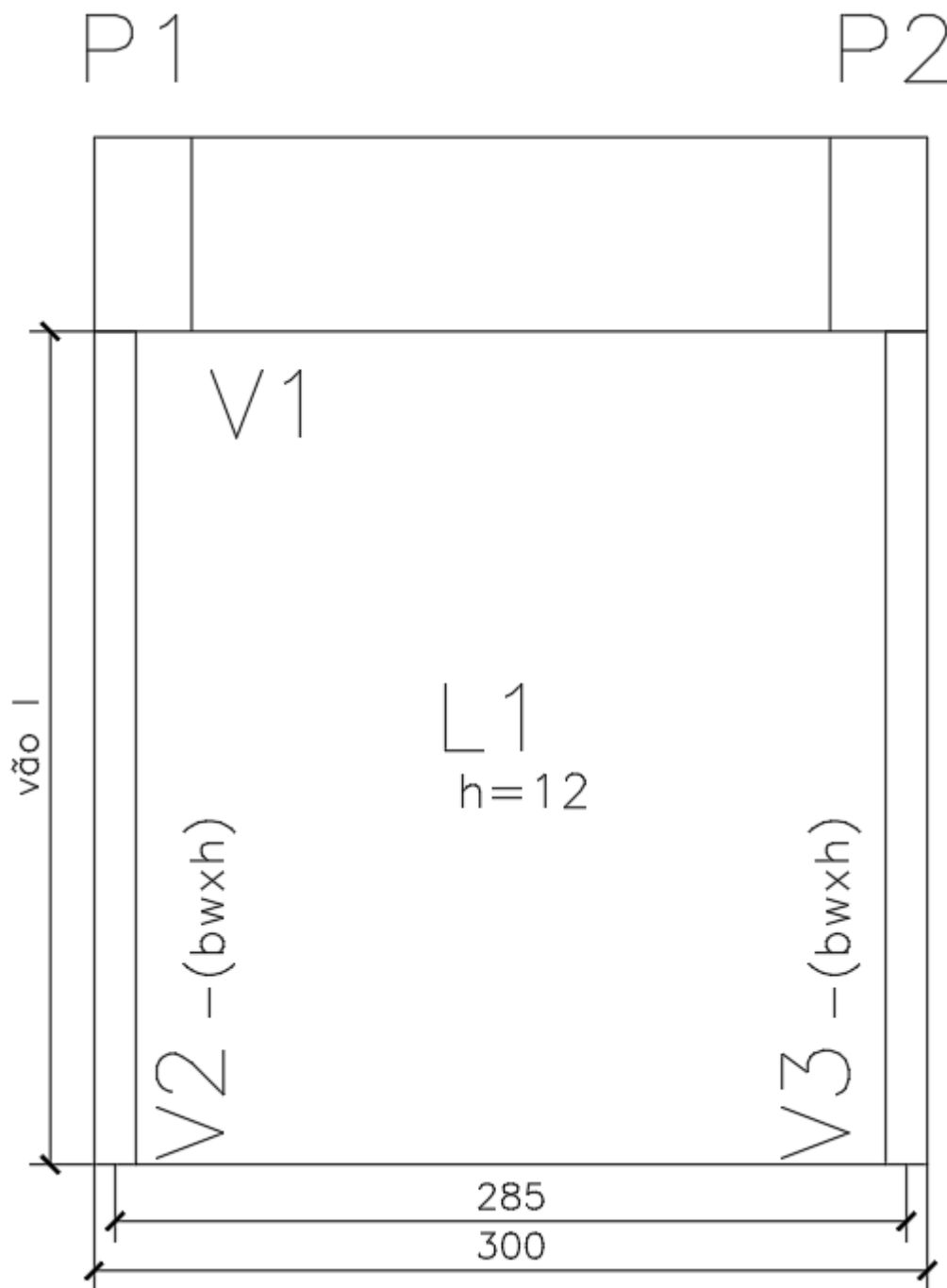
Fonte: Elaboração própria, adaptada de SINAPI (2025)

4 METODOLOGIA

4.1 DESCRIÇÃO GERAL

Este trabalho tem como objetivo desenvolver um programa em *Python* para o dimensionamento e otimização de vigas engastadas de concreto armado com seção transversal retangular, visando a minimização do custo total (concreto, aço, fôrmas e mão de obra) com base nos custos da tabela SINAPI (2025) para o Piauí, respeitando as exigências da ABNT NBR 6118:2023. O esquema estrutural da viga analisa foi o seguinte:

Figura 14 - Esquema estrutural das vigas estudadas



Fonte: O autor (2025).

As vigas dimensionadas neste trabalho serão as vigas V2 e V3 (que são iguais). As vigas estão engastadas em P1 e P2 respectivamente e estão livres na extremidade, computando um balanço de L metros. Em uma das análises deste trabalho, será estudado o comportamento do algoritmo desenvolvido para 5 vãos diferentes, variando esse valor de 1 a 5 metros com incremento de 1 metro entre análises. Apesar dessa situação não ser comum em edificações residenciais (carga considerada na laje), onde o valor do vão é na maior parte dos casos

determinado pela arquitetura, utilizou-se deste artifício para permitir uma análise mais abrangente do código elaborado, promovendo uma análise mais diversa e flexível do mesmo.

Para o restante dos estudos realizados neste trabalho, fixou-se o valor do vão em 3 metros. Vale ressaltar que as dimensões dos pilares de apoio e da viga V1 foram suprimidas devido ao fato do dimensionamento destes não fazer parte do escopo do presente trabalho. A metodologia adotada está organizada nas seguintes etapas:

4.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS

O problema consiste em determinar as dimensões ótimas (largura b , altura h) e a resistência do concreto (fck) que minimizem o custo total da viga, considerando:

- Função objetivo: Minimização do custo, calculado a partir dos preços de materiais e serviços (SINAPI).
- Variáveis de projeto:
 - b, h, fck .
 - Área de aço (A_s).
- Restrições:
 - Estados Limites Últimos (ELU): dimensionamento da viga a flexão e cisalhamento.
 - Estado Limite de Serviço (ELS): Estado limite de deformações excessivas.
 - Restrições construtivas: dimensões mínimas e máximas.
 - Distância mínima livre entre armaduras segundo o item 18.3.2.2 da norma 6118.

Além disso, a viga foi limitada a uma quantidade máxima de 2 camadas de armadura longitudinal.

4.3 COLETA DE DADOS E PREMISSAS

4.3.1 DADOS DE CUSTOS (SINAPI 2025)

- Preço do concreto (por m^3) em função do fck .
- Preço do aço CA-50 (por kg).
- Custo de fôrmas e mão de obra (por m^2).

4.3.2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E CARREGAMENTOS

- Concreto: fck (20 a 50 MPa)

- Aço: $f_{yk}=500$ MPa, $E_s=210$ GPa .
- Carregamentos:
 - Carga permanente (g) e acidental (q).
 - Combinações de ELU e ELS conforme ABNT NBR 6118.

4.3.3 PREMISSAS ADOTADAS

• Cobrimento nominal conforme classe de agressividade. Foi considerado uma classe de agressividade II para a viga (ambiente urbano e agressividade moderada). Para esse nível, o cobrimento deve ser de 3 cm

- Vigas com seção retangular e de concreto armado
 1. Foi usado esse tipo de viga devido a sua maior frequência nos mais diversos tipos de construção por todo País.
- Bitolas comerciais de aço.
 1. Para armadura longitudinal, foi considerado bitolas de 6.3mm a 25 mm
 2. Para armadura transversal, foi considerado bitolas de 6.3mm e 8.0mm
 3. Foi usado apenas o CA 50 com bitolas comerciais devido à maior facilidade de adquirir esse tipo de material em revendedoras e siderúrgicas. Além disso, é um material extremamente presente nas obras que utilizam a metodologia de concreto armado.
- Valores para base
 1. A dimensão da base pode assumir valores entre 15 a 35 cm, variando sempre de 1 em 1 cm visando aumentar a eficiência da otimização.
- Valores para altura
 1. A dimensão da altura pode assumir valores entre 20 a 100 cm, variando de 1 em 1 cm.
- Valores para o fck
 1. O FCK pode assumir valores entre 20 a 50 MPa, variando de 5 em 5 MPa.
- Composição de custos (SINAPI)
- Estimativa da altura útil
 1. No início do dimensionamento à flexão das vigas, foi estipulada uma bitola de 16.0 mm como armadura longitudinal para cálculo da altura útil do elemento

4.4 MODELAGEM MATEMÁTICA

4.4.1 CÁLCULO DAS CARGAS ATUANTES

- Cálculo do peso próprio da laje (laje pré-moldada treliçada)

Foi considerado os seguintes valores para o cálculo do peso próprio da laje:

1. Espaçamento entre eixos de 43 cm
2. Capa de concreto de 4 cm
3. Largura da vigota de 13 cm
4. Altura do enchimento de 8 cm
5. Peso próprio do concreto de 25 kN/m³
6. Peso próprio do enchimento (EPS) de 0,3 kN/m³. Valor retirado da tabela 7 da ABNT NBR 6120 (2019)

Com base nos valores acima, foi encontrado um peso próprio de aproximadamente 1,48 kN por m² de laje.

- Valores de cargas permanentes e variáveis considerados

Com base na ABNT NBR 6120 (2019), foi considerado os seguintes valores para as cargas permanentes e acidentais:

1. Carga permanente de revestimento de piso: 1,0 kN por m²
2. Carga permanente de contrapiso: 2,1 kN por m³ (argamassa de cimento e areia. A altura considerada foi de 5 cm de contrapiso)
3. Carga permanente de alvenaria: 2,2 kN por m² de parede (bloco de concreto para alvenaria de vedação com 14 cm de largura)
4. Carga variável de 1,5 kN por m² (carga variável para dormitórios de edifícios residenciais)

- Definição das combinações

1. Peso próprio da laje

$$pp_{laje} = vao_{laje} \cdot vao_{viga} \cdot 1.48$$

Onde:

$$1,48 = \text{peso por m}^2 \text{ de laje}$$

$$vao_{laje} = 2,85 \text{ m}$$

$$vao_{viga} = l \text{ m}$$

2. Peso de revestimento de piso

$$pp_{\text{revestimento(piso)}} = g_{\text{revestimento}} \cdot vao_{\text{viga}} \cdot vao_{\text{laje}}$$

Onde:

$$g_{\text{revestimento}} = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

3. Peso próprio do contrapiso

$$pp_{\text{contrapiso}} = vao_{\text{laje}} \cdot vao_{\text{viga}} \cdot g_{\text{contrapiso}} \cdot altura_{\text{contrapiso}}$$

Onde:

$$g_{\text{contrapiso}} = 2,1 \text{ kN/m}^3$$

$$altura_{\text{contrapiso}} = 5 \text{ cm}$$

4. Peso próprio de alvenaria na viga

$$alvenaria_{\text{viga}} = vao_{\text{viga}} \cdot altura_{\text{parede}} \cdot g_{\text{alvenaria}}$$

Onde:

$$altura_{\text{parede}} = 2,8 \text{ m}$$

$$g_{\text{alvenaria}} = 2,2 \text{ kN/m}^2$$

5. Peso próprio de alvenaria na laje

$$alvenaria_{\text{laje}} = vao_{\text{laje}} \cdot altura_{\text{parede}} \cdot g_{\text{alvenaria}}$$

6. Carga variável da laje

$$carga_{\text{variavel(laje)}} = q_{\text{residencial}} \cdot vao_{\text{laje}} \cdot vao_{\text{viga}}$$

Onde:

$$q_{\text{residencial}} = 1,50 \text{ kN/m}^2$$

7. Carga permanente da viga

$$g_{viga} = \frac{(pp_{laje} + pp_{ revesti mento (piso)} + alvenaria_{laje} + pp_{ contrapiso })}{2} + alvenaria_{viga}$$

Nota: Devido ao fato de estar sendo empregada uma laje pré-moldada unidirecional, as cargas provenientes da laje foram divididas por 2. Isso ocorre devido ao fato de a laje estar apoiada apenas nas vigas V2 e V3, onde cada uma vai receber metade da carga total descarregada.

8. Carga variável da viga

$$q_{viga} = \frac{carga_{variavel(laje)}}{2}$$

9. Combinação última e quase permanente

Anteriormente nesse trabalho foi apresentada a equação para combinação última e quase permanente.

$$Fd = \gamma g \cdot Fg + \gamma q \cdot Fq$$

$$Fd, ser = Fg + Fq \cdot \psi 2$$

Onde:

Fd = Valor de cálculo das ações para combinação última;

γg = Coeficiente de ponderação para ação permanente;

Fg = Soma das ações permanentes, consideradas agrupadas;

γq = Coeficiente de ponderação para ação variável;

Fq = Soma das ações variáveis, consideradas agrupadas;

Fd, ser = Valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

$\psi 2$ = Fator de redução de combinação quase permanente;

Adaptando as equações para a situação da viga:

$$combinação_{última} = g_{viga} \cdot 1,4 + q_{viga} \cdot 1,4$$

$$combinação_{quasepermanente} = g_{viga} \cdot q_{viga} \cdot 0,3$$

Após substituir todas variáveis por seus respectivos valores, encontram-se os carregamentos que atuarão na viga estudada. A carga vai variar principalmente de acordo com o tamanho do vão l escolhido.

4.4.2 FUNÇÃO OBJETIVO (FITNESS)

A função aptidão (*fitness function*) é a principal equação no processo de otimização e corresponde à nota que o elemento recebe devido a sua capacidade de resolver o problema. Elementos que são mais capacitados em resolver o problema (menor custo no caso deste trabalho), receberão um valor *fitness* maior. É válido ressaltar que a função *fitness* é diferente da função custo, embora estejam intrinsecamente ligadas. A função custo (Eq. (48)) é o valor monetário para executar-se o elemento, enquanto a função *fitness* (Eq. (47)) vai apontar se a solução é uma boa proposta para resolver o problema estudado. A função objetivo (*fitness*) minimizada é expressa formalmente pela equação a seguir:

$$f(x) = \frac{1.000.000}{C_{total(x)}} \quad (47)$$

Para:

$$C_{total(x)} = (C_{conc} \cdot (b \cdot h \cdot L) + C_{lanc}) + \left(C_{aço} \cdot \frac{A_{sflex}}{A_{bitola}} \cdot M_{aço} \cdot L \right) + \quad (48)$$

$$C_{fôrma} \cdot [(2 \cdot h + b) \cdot L] + (C_{mãodeobra}) + (M_{aço} \cdot L \cdot \frac{A_{spele}}{A_{bitola_{pele}}} \cdot 2 \cdot C_{aço})$$

Onde:

L = vão da viga

A_{sflex} = área de aço de tração ou compressão calculada

A_{bitola} = Área da seção transversal da bitola usada

$M_{aço}$ = Massa nominal do aço ($\frac{kg}{m}$)

C_{conc} = Custo do m^3 de concreto segundo seu fck

C_{lanc} = Custo de lançamento do concreto

$C_{aço}$ = Custo do kg de aço

$C_{fôrma}$ = Custo do m^2 de fôrma

$C_{mão\ de\ obra} = \text{Custo da mão de obra}$

$As_{pele} = \text{Área de aço de pele calculada}$

$A_{bitola_{pele}} = \text{Área da seção transversal da bitola usada na armadura de pele}$

$C_{pele} = \text{Custo do kg do aço da armadura de pele}$

Em resumo, a equação é determinada calculando-se o volume de concreto, massa de aço utilizado e quantidade unitária de mão de obra. Multiplica-se cada valor pelo seu custo unitário e obtém-se o custo total do elemento. Após isso, o valor de aptidão é calculado de forma linear dividindo o valor de 1.000.000 pelo custo total (garante que elementos com menor custo tenham valor de aptidão maior). Vale salientar que essa função custo expressa na *Eq. (47)* é executada **APENAS** se o elemento está de acordo com todas restrições impostas no trabalho. Caso o elemento não cumpra alguma restrição, é aplicado um método de penalidade estática ao seu valor fitness. O critério de penalidade estática adotado confere um valor de *fitness* fixo e mínimo (igual a 1) para todos os indivíduos que não satisfazem as verificações normativas impostas.

Embora este valor garanta que a probabilidade de seleção dessas soluções seja quase nula, dada sua pontuação drasticamente inferior a qualquer solução viável, sua manutenção em 1 (em vez de zero) tem a função crítica de evitar a extinção imediata e o completo descarte de seus genes úteis. Essa abordagem é essencial para preservar a diversidade populacional e mitigar o risco de convergência prematura do AG.

4.4.3 RESTRIÇÕES

1. ELU (Flexão):
 - $Mrd \geq Msd$.
 - Armadura mínima e máxima: $\rho_{min} \leq As \leq \rho_{max}$
2. ELU (Cisalhamento)
 - $Vrd2 \geq Vsd$.
3. ELS (Flecha):
 - $\delta_{max} \leq \frac{L}{125}$
 - A verificação da flecha no algoritmo desenvolvido é feita de forma rigorosa e baseada nos princípios da norma, calculando-se a rigidez equivalente do elemento devido a presença (ou não) de fissuração

4. Restrições Geométricas:

- $b \geq 12 \text{ cm}, h \geq 20$

5. Alojamento de armaduras

- *distância livre horizontal (ah) deve ser maior ou igual a:*

1. 20 mm

2. Diâmetro da barra ou feixe da luva

3. 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo

- Para garantir a viabilidade e concordância com a norma, a solução é verificada com base em todos os critérios expostos acima segundo seus valores de gene (base, altura e fck). As verificações foram **integradas** no código desenvolvido e são realizadas de forma **automática** para cada indivíduo da população. Estas verificações seguem os procedimentos expostos na seção de referencial teórico, seguindo o processo pertinente para cada restrição imposta no trabalho.

4.5 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO (PYTHON)

4.5.1 FERRAMENTAS UTILIZADAS

- Linguagem: *Python*. Foram usadas as bibliotecas Numpy e Pandas para armazenamento e tratamento de dados.
- Verificação determinística com código auxiliar de lógica de busca por força bruta (*brute force search*) elaborado também em *Python*

4.5.2 PARÂMETROS DO ALGORITMO GENÉTICO

- Representação do Indivíduo: Cromossomo = [b, h, fck].
- População Inicial: 100 indivíduos
- Operadores Genéticos:
 - Seleção: Roleta russa viciada (A probabilidade de um indivíduo ser escolhido para gerar a próxima geração é proporcional a sua função fitness).
 - Cruzamento: Ponto único.
 - Mutação: taxa fixa de 5%.

- Critério de Parada (Quantidade de gerações):
 - 100 gerações
 - O critério de parada foi determinado usando apenas um valor limite de quantidade de gerações (100 gerações como já exposto). O código irá finalizar sua execução **APENAS** quando a quantidade de gerações definida for atingida.

4.5.3 FLUXO DO PROGRAMA

1. Inicialização da população
 - Nesse passo é criada uma lista de 100 indivíduos com cromossomos e genes aleatórios (base, altura e fck), cada indivíduo representa uma solução possível para a viga.
2. Dimensionamento: Com base nos cromossomos definidos, a viga será dimensionada a:
 - Flexão
 - Cálculo da combinação última da viga
 - Cálculo do peso próprio da viga
 - Cálculo da carga total atuante somando-se o valor da combinação última com o valor majorado do peso próprio. Após esse processo foi dividido o resultado pelo valor do vão para obter-se a carga por metro de viga.
 - Cálculo do momento atuante
 - Cálculo da área de aço de tração e quantidade de barras necessárias para atingir ou superar a área de aço calculada.
 - Cálculo da área de aço de compressão e quantidade de barras necessárias
 - O método de dimensionamento foi especificado na seção de referencial teórico
 - Cisalhamento
 - Cálculo da carga total atuante somando-se o valor da combinação última com o valor majorado do peso próprio.
 - Cálculo do cortante atuante
 - Dimensionamento dos estribos
 - Cálculo do comprimento unitário, quantidade e espaçamento entre estribos
 - Cálculo do comprimento total de estribos (quantidade x comprimento unitário)
 - O método de verificação foi especificado na seção de referencial teórico

3. Avaliação:

Nessa etapa a viga é avaliada segundo seus cromossomos e áreas de aço. É aqui que ocorre a definição do valor de aptidão para cada indivíduo e a definição do melhor indivíduo da população. Nessa seção, ocorre:

- Determinação de qual bitola de armadura oferece o menor custo com aço para viga, tanto para flexão quanto para cisalhamento. Essa será a seção de armadura selecionada para compor o custo final do elemento.
 - Definição de custos provenientes do volume de concreto, peso de aço, área de fôrmas usada e mão de obra envolvida.
 - Determinação da distância horizontal livre mínima permitida entre armaduras. Caso a distância entre barras seja maior que a permitida, a viga será penalizada.
 - Determinação da flecha máxima permitida
 - Determinação da flecha atuante na viga. Caso a flecha seja maior que a máxima permitida, a viga será penalizada. Para o cálculo da flecha, foi somado o valor majorado referente ao peso próprio da viga ao valor da combinação quase permanente.
 - Determinação da área de aço máxima permitida. Caso a área de aço calculada seja maior que a permitida para a seção, a viga será penalizada.
 - Determinação do custo total e da nota de avaliação.
 - O custo total é calculado somando-se os custos referentes a concreto, aço, fôrmas e mão de obra.
 - A nota de avaliação é determinada dividindo-se o valor arbitrário de 1.000.000 pelo custo total do elemento. Isso garante que quanto menor o custo da viga, maior será sua nota de avaliação.
 - Caso a viga seja penalizada em algum critério, automaticamente sua nota de avaliação recebe o valor de 1. É de extrema importância que soluções penalizadas não sejam descartadas, (nota de avaliação igual a 0), pois elas podem possuir genes que sejam úteis ao problema estudado. Devido à natureza heurística e estocástica do AG, esses genes ainda podem ser repassados para a geração seguinte apesar da sua nota de avaliação ser baixa. Importante salientar que esse processo vai ocorrer em uma escala bem menor do que ocorreria caso o elemento não tivesse sido penalizado em algum critério.
 - Determinação da melhor solução da população
- ### 4. Seleção de indivíduos
- A seleção dos pais para a reprodução foi realizada por seleção por roleta (*roulette*

wheel selection), onde a probabilidade de um indivíduo ser selecionado é proporcional à sua aptidão.

5. *Crossover* (cruzamento):

- O operador de cruzamento de um ponto (*crossover*) foi aplicado para combinar o material genético dos pais, gerando dois novos indivíduos (filhos). Os genes dos pais são seccionados em determinado ponto, onde um filho terá seus genes iguais aos do pai 1 antes do ponto de corte, e iguais ao do pai 2 depois do ponto de corte. Para o segundo filho, ocorrerá o inverso.

6. Mutação

- A mutação foi aplicada com uma taxa de 5%. Se um indivíduo for selecionado para mutação, **um** de seus genes [bw, h, fck] é alterado aleatoriamente para um novo valor dentro do seu respectivo domínio.

7. Algoritmo genético

- Nesse ponto, inicia-se a otimização em si. Com base nos indivíduos gerados na população inicial, são aplicados todos os operadores citados acima. Pelo fato dos indivíduos com maior aptidão possuírem uma chance maior de serem selecionados para gerar a população seguinte, a tendência é de que surjam indivíduos cada vez mais adequados e aptos a resolver o problema (atender a todas restrições apresentadas com menor custo). Esse processo vai se repetir *n* vezes, sendo *n* o número total de gerações. A cada iteração, a população atual é apagada e substituída pela nova população gerada pela interação da população atual com os operadores de cruzamento e mutação.

8. Evolução: Aplica-se seleção, cruzamento e mutação.

9. Saída: Melhor solução (dimensões, fck, custo).

4.6 VALIDAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

A validação do programa desenvolvido por este trabalho foi feita de duas formas distintas. Na primeira situação, foram usados os resultados obtidos no trabalho de Bezerra (2017) para o **vão de 3 metros** como método de comparação em relação aos resultados obtidos pelo programa desenvolvido por este trabalho. Considerando que alguns parâmetros e restrições utilizados por este trabalho diferem dos parâmetros empregados pela autora, a fim de possibilitar uma comparação mais assertiva, ao executar o código desenvolvido por este trabalho, apenas para esse processo de comparação, foram usados os **mesmos parâmetros** que

os utilizados pelo trabalho analisado, como restrições de geometria da seção, carregamentos, custos de insumos e serviços, etc. Devido à natureza heurística do algoritmo genético, o resultado gerado nem sempre é o melhor possível, mas estará muito próximo dele. Visando mitigar essa característica, o código desenvolvido por este trabalho foi executado 100 vezes para cada situação, ou seja, totalizando 100 processos de otimização para cada fck estudado. O resultado que apareceu com mais frequência dentre todas iterações foi o resultado ótimo escolhido para compor os custos do cenário analisado.

Na segunda situação, foi desenvolvido um código auxiliar que utiliza um processo iterativo com uma abordagem **determinística** chamada busca por força bruta (*brute force search*). Essa abordagem opera testando **todas** as combinações possíveis dentro do universo de parâmetros pré-definidos. No contexto deste trabalho, o processo iterativo se dá pela variação das variáveis de projeto (base, altura e fck), totalizando 11.907 combinações estudadas (21 possibilidades de base, 81 possibilidades de altura e 7 possibilidades de fck). Para cada uma dessas 11.907 combinações, o código executa o dimensionamento e verificação de todas restrições impostas no trabalho, além de calcular o custo total da solução, fazendo todo esse processo de forma iterativa (repetida). Após esse processo, é produzida uma tabela com as informações de todas soluções (base, altura, fck e custos). Essa tabela é ordenada de forma **decrecente** com base no custo total. Importante salientar que por se tratar de um método determinístico, o resultado que se encontra na 1ª posição sempre será o ótimo global (melhor solução encontrada) para a situação em questão, tornando essa abordagem um perfeito método de *benchmark*. Dessa maneira, é possível avaliar se os resultados gerados pelo algoritmo genético estão próximos dessa solução obtida pela busca por força bruta, permitindo examinar a precisão do algoritmo genético elaborado em gerar o ótimo global da situação avaliada, ou soluções muito próximas desse elemento.

Ambos resultados do processo de validação são mostrados na seção de Resultados e Discussões.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A viga apresentada nas seções anteriores foi otimizada conforme algumas premissas. Para cada premissa, a viga foi otimizada com o uso do algoritmo genético desenvolvido por este trabalho. Após a otimização, foi avaliado se os valores resultantes estão próximos do melhor valor encontrado no processo iterativo de busca por força bruta.

As premissas pré-definidas foram as seguintes:

- Variação do vão de 1 a 5 metros
- Fixando o fck, com valores de 20 a 50 MPa
- Variação da taxa de mutação em 0%, 15%, 30%, 50%, 80%
- Variação do tamanho da população em 10, 40, 80, 150 e 200 indivíduos
- Variação da quantidade de gerações em 10, 40, 80, 150 e 200 gerações.

Para todos os casos, foram utilizados os custos presentes na Tabela 6, extraídos da tabela SINAPI não desonerada para a cidade de Teresina/Piauí no período de abril de 2025.

O custo final referente às fôrmas da viga será a soma do custo de fabricação com o custo de montagem. O custo final referente à concretagem do elemento será a soma do custo do insumo concreto de acordo com seu fck com o valor do lançamento de concreto. Abaixo, está uma tabela resumo com o custo final para cada fck de concreto e o custo total de fôrmas.

Tabela 7 - Resumo do custo final de concreto e fôrmas utilizados no trabalho

CÓDIGO	ITEM	UNIDADE	CUSTO
1524	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL 20 MPA COM LANÇAMENTO	M3	608,32
1527	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL 25 MPA MPA COM LANÇAMENTO	M3	626,32
1525	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL 30 MPA MPA COM LANÇAMENTO	M3	644,31
11145	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL 35 MPA MPA COM LANÇAMENTO	M3	662,31
34479	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL 40 MPA MPA COM LANÇAMENTO	M3	680,3
34481	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL 45 MPA MPA COM LANÇAMENTO	M3	708,96
34483	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL 50 MPA MPA COM LANÇAMENTO	M3	754,64
	FABRICAÇÃO, MONTAGEM E DESMONTAGEM DE FÔRMAS DE VIGAS COM USO DE CHAPA COMPENSADA PLASTIFICADA	M2	358,81

Fonte: Elaboração própria, adaptada de SINAPI (2025)

Em resumo, foram usados os seguintes dados para o dimensionamento da viga analisada:

Tabela 8 - Dados usados na viga otimizada por este trabalho

Descrição	Valor	Unidade
Fator de minoração da resistência do concreto (γ_c)	1,4	adimensional
Fator de minoração da resistência do aço (γ_s)	1,15	adimensional
Massa específica do concreto (ρ_c)	2500	kg/m ³
Cobrimento nominal	3	cm
Estimativa de bitola para cálculo da altura útil	16.0	mm
Altura	20 a 100	cm
Base	15 a 35	cm
Fck	20 a 50	Mpa

Fonte: O autor (2025)

Tabela 9 - Dados considerados para cada bitola usada

Diâmetro nominal (mm)	Massa nominal (kg/m)	Área (cm ²)	Custo (R\$/kg)
6,3	0,245	0,3117	12,9
8	0,395	0,5027	12,07
10	0,617	0,7854	10,74
12,5	0,963	1,2272	9,02
16	1,578	2,0106	8,71
20	2,466	3,1416	9,9
25	3,853	4,9087	9,78

Fonte: Elaboração própria, adaptada de ArcelorMittal e SINAPI (2025)

5.1 COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS DE BEZERRA

Tabela 5 - Resultados da viga otimizada por Bezerra

b (cm)	h (cm)	fck (MPa)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Fôrmas (R\$)	Custo Total (R\$)
20	53	20	16,49	37	0	R\$ 94,22	R\$ 639,07	R\$ 569,68	R\$ 1.302,97
20	53	25	14,61	33	0	R\$ 92,50	R\$ 566,03	R\$ 569,68	R\$ 1.228,22
20	52	30	13,66	33	0	R\$ 93,63	R\$ 534,01	R\$ 560,64	R\$ 1.188,28
20	51	35	13,57	30	0	R\$ 98,61	R\$ 521,13	R\$ 551,60	R\$ 1.171,34
19	50	40	13,72	30	0	R\$ 97,82	R\$ 524,39	R\$ 538,03	R\$ 1.160,24
19	49	45	13,78	27	0	R\$ 112,91	R\$ 515,90	R\$ 528,99	R\$ 1.157,80
18	49	50	13,62	25	0	R\$ 125,49	R\$ 503,95	R\$ 524,47	R\$ 1.153,91

Fonte: Bezerra (2017), adaptada pelo autor.

Tabela 10 - Resultados da viga otimizada por este trabalho seguindo os mesmos parâmetros de Bezerra

b (cm)	h (cm)	fck (MPa)	As (cm²)	Estribos (un)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo Total (R\$)
19	59	20	12,18	12	R\$ 99,64	R\$ 534,61	R\$ 619,42	R\$ 1.253,67
19	58	25	12,56	14	R\$ 96,17	R\$ 467,21	R\$ 610,38	R\$ 1.173,75
16	58	30	12,35	13	R\$ 83,55	R\$ 460,43	R\$ 596,81	R\$ 1.140,79
15	59	35	11,73	14	R\$ 85,56	R\$ 439,53	R\$ 601,33	R\$ 1.126,42
15	53	40	13,37	15	R\$ 81,89	R\$ 489,16	R\$ 547,08	R\$ 1.118,12
15	52	45	13,4	16	R\$ 94,60	R\$ 492,23	R\$ 538,03	R\$ 1.124,86
15	54	50	12,46	17	R\$ 115,25	R\$ 472,89	R\$ 556,12	R\$ 1.144,25

Fonte: O autor (2025)

Tabela 11 - Variação percentual entre custos no processo de validação

As (cm²)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo Total (R\$)
26,12%	5,75%	16,35%	8,73%	3,78%
14,02%	3,97%	17,46%	7,14%	4,43%
9,62%	10,77%	13,78%	6,45%	4,00%
13,59%	13,23%	15,66%	9,02%	3,83%
2,52%	16,29%	6,72%	1,68%	3,63%
2,73%	16,22%	4,59%	1,71%	2,85%
8,54%	8,16%	6,16%	6,03%	0,84%

Fonte: O autor (2025)

Na maioria dos casos, os custos deste trabalho foram inferiores. A única exceção a essa tendência é o custo com formas, que se mostrou superior em todos fcks avaliados. Essa elevação no custo das formas se justifica pelo fato de as seções transversais resultantes possuírem maiores valores dimensionais, sobretudo na altura. Esse aumento na altura foi crucial, pois aumenta drasticamente o momento de inércia da seção, elevando sua rigidez à flexão.

Consequentemente, foi possível diminuir a área de aço calculada. Essa redução da área de aço foi de extrema importância para a diminuição do custo total final, visto que o aço representa a segunda maior parcela dos custos. Nesse cenário, foi possível que todas vigas otimizadas por este trabalho atingissem custo total final inferior aos custos das soluções encontradas por Bezerra.

5.2 OTIMIZAÇÃO VARIANDO O VÃO

Cada viga analisada apresentou os seguintes valores de carregamento:

Tabela 12 - Carregamentos para cada vão

Vão (m)	Combinação última (kN)	Combinação quase permanente (kN)	Carga atuante (kN/m)	Md (kN.m)	Vd (kN)
1	29,07	19,27	29,07	14,54	29,07
2	45,85	29,76	22,93	45,86	45,85
3	62,63	40,25	20,88	93,96	62,63
4	79,41	50,74	19,85	158,8	79,41
5	96,19	61,23	19,24	240,5	96,19

Fonte: O autor (2025)

No código desenvolvido, foi calculada a carga referente ao peso próprio da viga, somando o resultado ao valor da carga atuante. O dimensionamento foi feito considerando tanto a carga que descarrega na viga, como a carga referente ao seu peso. Para contornar a natureza heurística do algoritmo, foi executado o código 100 vezes. O valor resultante usado foi o valor que mais apareceu durante esse processo. O procedimento foi executado considerando o tamanho da população de 100 indivíduos, número de gerações igual a 100, valores de f_{ck} entre 20 e 50 MPa, e taxa de mutação de 5%.

Tabela 13 - Resultados gerados pelo AG para cada vão analisado

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo aço de pele por face (R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
1	15	20	45	R\$ 17,37	R\$ 25,03	R\$ -	R\$ 197,35	R\$ 21,27	R\$ 261,02
2	17	35	50	R\$ 54,98	R\$ 43,55	R\$ -	R\$ 624,33	R\$ 89,80	R\$ 812,66
3	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ -	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
4	18	75	50	R\$ 208,47	R\$ 124,78	R\$ 57,21	R\$ 2.411,20	R\$ 407,51	R\$ 3.266,38
5	20	95	50	R\$ 304,02	R\$ 200,81	R\$ 95,35	R\$ 3.767,51	R\$ 716,91	R\$ 5.179,95

Fonte: O autor (2025)

Nota-se que o aumento do custo não é linear com o vão, o que é condizente com a teoria das estruturas, visto que o momento fletor varia com o quadrado do comprimento, exigindo incrementos mais significativos de seção (especialmente a altura, grande responsável pelo momento de inércia à flexão do elemento) e armadura para combater os esforços de tração que surgem em momentos fletores mais elevados.

Tabela 14 - Melhores resultados encontrados no código de busca por força bruta ao variar o vão

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo aço de pele por face (R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
1	15	20	45	R\$ 17,37	R\$ 25,03	R\$ -	R\$ 197,35	R\$ 21,27	R\$ 261,02
2	17	35	50	R\$ 54,98	R\$ 43,55	R\$ -	R\$ 624,33	R\$ 89,80	R\$ 812,66
3	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ -	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
4	21	71	50	R\$ 208,47	R\$ 134,45	R\$ 57,21	R\$ 2.339,44	R\$ 450,07	R\$ 3.246,85
5	20	95	50	R\$ 304,02	R\$ 200,81	R\$ 95,35	R\$ 3.767,51	R\$ 716,91	R\$ 5.179,95

Fonte: o autor (2025)

Observa-se que o código desenvolvido por este trabalho se mostrou capaz de entregar na maioria dos casos o melhor resultado possível. A diferença se encontra no vão de 4 metros, onde houve divergência no custo do aço de cisalhamento, fôrmas e concreto. Apesar das reduções de 7,19% e 9,46% nos custos referentes a estribos e concreto, o impacto no custo total foi mitigado (aumento de 0,6%), onde o aumento de 3,07% no custo com formas compensou e superou as reduções obtidas nos custos dos outros parâmetros.

Tabela 15 - Variação percentual entre o resultado obtido e o melhor encontrado (busca por força bruta) ao variar o vão

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo aço de pele por face (R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
1	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
2	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
3	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
4	14,3%	5,6%	0,0%	0,0%	-7,19%	0,0%	3,07%	-9,46%	0,6%
5	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Fonte: O autor (2025)

Essa variação é explicada pelo grande peso no custo final que as fôrmas têm, sendo um serviço muito mais oneroso na situação analisada. Apesar do resultado deste código ter encontrado uma solução que possui menor custo com estribos e concreto, a seção encontrada possui maior área de formas (6,72 m² x 6,52 m²), consequentemente influenciando no custo final do elemento. Os custos referentes à armadura comprimida foram suprimidos por serem iguais a zero. Isso acontece devido ao fato de a armadura dupla ser necessária em situações onde a inércia é insuficiente em relação ao carregamento atuante. Tal situação implica em uma área de aço tracionada elevada, aumentando em grande escala o custo final da viga. Essa situação é ainda mais agravada quando se adiciona o custo oriundo da armadura comprimida. Por esse motivo, o código priorizou resultados em que não fossem necessários o uso desse tipo de armadura.

Tabela 16 - Dados das vigas otimizadas pelo AG ao variar o vão

Vão (m)	1	2	3	4	5
As tracionada (cm ²)	2,43	3,98	4,92	6,66	8,50
As pele por face (cm ²)	0,00	0,00	0,00	1,35	1,90
Qtd bitola pele por face (un)	0,00	0,00	0,00	3,00	4,00
Bitola tracionada (mm)	12,50	16,00	16,00	12,50	12,50
Bitola armadura pele (mm)	0,00	0,00	0,00	8,00	8,00
Qtd estribos (un)	11,00	13,00	13,00	21,00	18,00
Comprimento unitário estribo (cm)	72,00	106,00	146,00	188,00	234,00
Bitola cisalhamento (mm)	6,30	6,30	6,30	6,30	8,00

(Continua)

Tabela 17 - Dados das vigas otimizadas pelo AG ao variar o vão

(Conclusão)

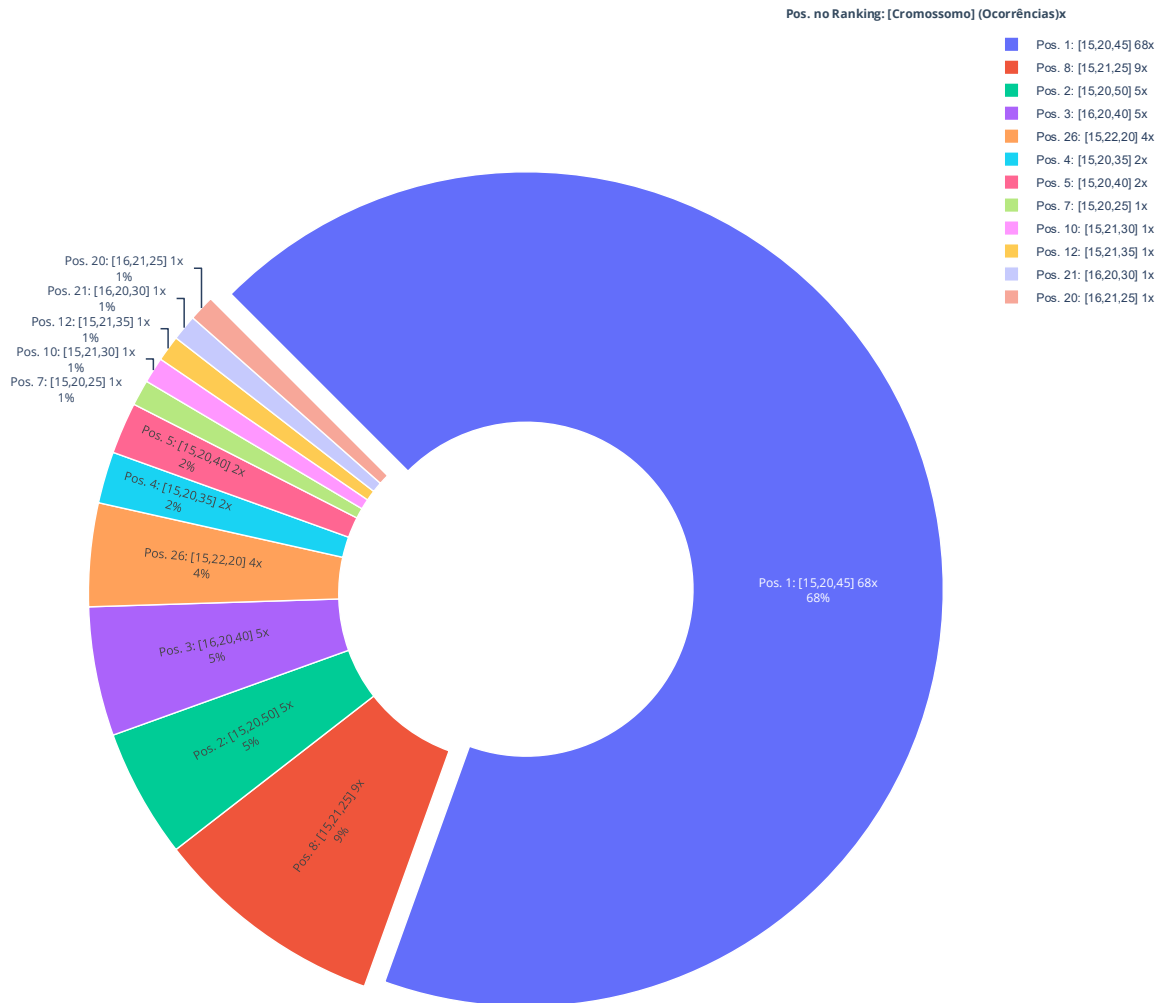
Vão (m)	1	2	3	4	5
Flecha calculada (cm)	0,47	1,54	2,37	3,15	3,87
Flecha permitida (cm)	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00
Qtd de barras permitidas na seção	2,00	3,00	2,00	3,00	4,00
Qtd de barras tracionadas	2,00	2,00	3,00	6,00	7,00
Área de fôrmas	0,55	1,74	3,87	6,72	10,50
Volume de concreto	0,03	0,12	0,26	0,54	0,95

Fonte: O autor (2025)

Importante salientar que os valores expressos nas linhas referentes a quantidade de barras permitidas na seção consideram a quantidade máxima permitida para 1 camada de armadura. Como neste trabalho foram consideradas duas camadas, o valor real permitido na seção é duplicado. Abaixo, se encontra a distribuição de soluções encontradas durante o

processo de execução de 100 vezes.

Gráfico 2 - Distribuição em percentual para 1 metro de vão

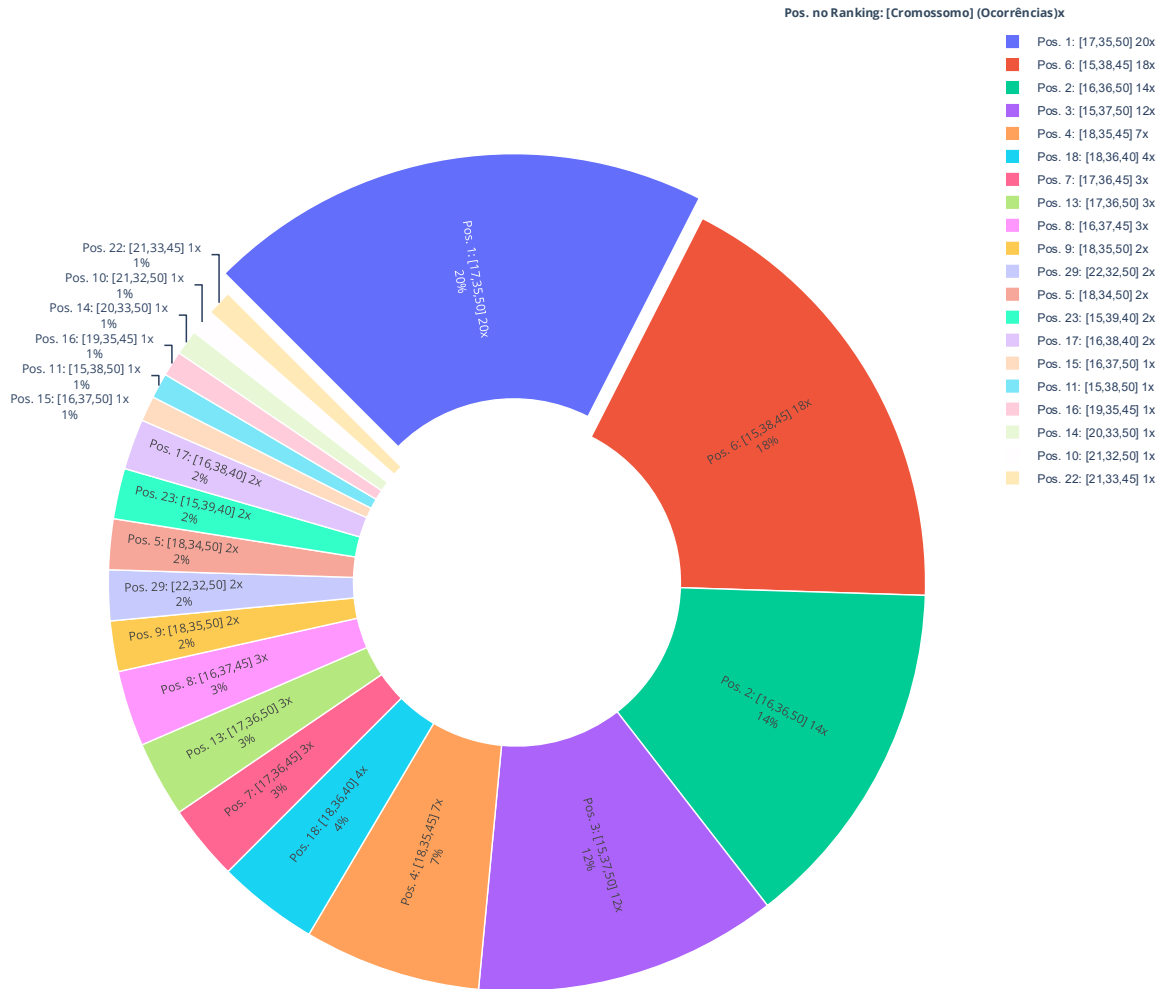


Fonte: O autor (2025)

No gráfico, o texto dentro da fatia da rosca contém informações sobre cada seção encontrada. A primeira parte, no formato Pos.XX, representa a posição da seção no ranking de custos (a primeira posição representa o menor custo e assim por diante). O texto dentro dos

colchetes representa os dados da seção, no formato [base, altura, fck]. O valor em porcentagem representa a quantidade de vezes que cada elemento apareceu. No canto superior direito encontra-se uma tabela resumo, seguindo a mesma lógica já apresentada, estando ordenada de forma decrescente pela quantidade de ocorrências de cada seção (a primeira é a que mais apareceu e assim por diante). No cenário de menor vão (1 metro), observa-se uma alta taxa de repetibilidade do algoritmo. A solução [15, 20, 45] foi encontrada em 68% das execuções (68 vezes). Isso indica que, para solicitações de carga baixas, o espaço de busca apresenta um "ótimo global" muito bem definido e de fácil convergência. O algoritmo identificou rapidamente que a minimização da seção transversal para os limites inferiores (15x20 cm), compensada por um concreto de maior resistência, representa a configuração de menor custo, sem enfrentar grandes desvios de ótimos locais que pudessem enviesar a busca.

Gráfico 3 - Distribuição em percentual para 2 metros de vão

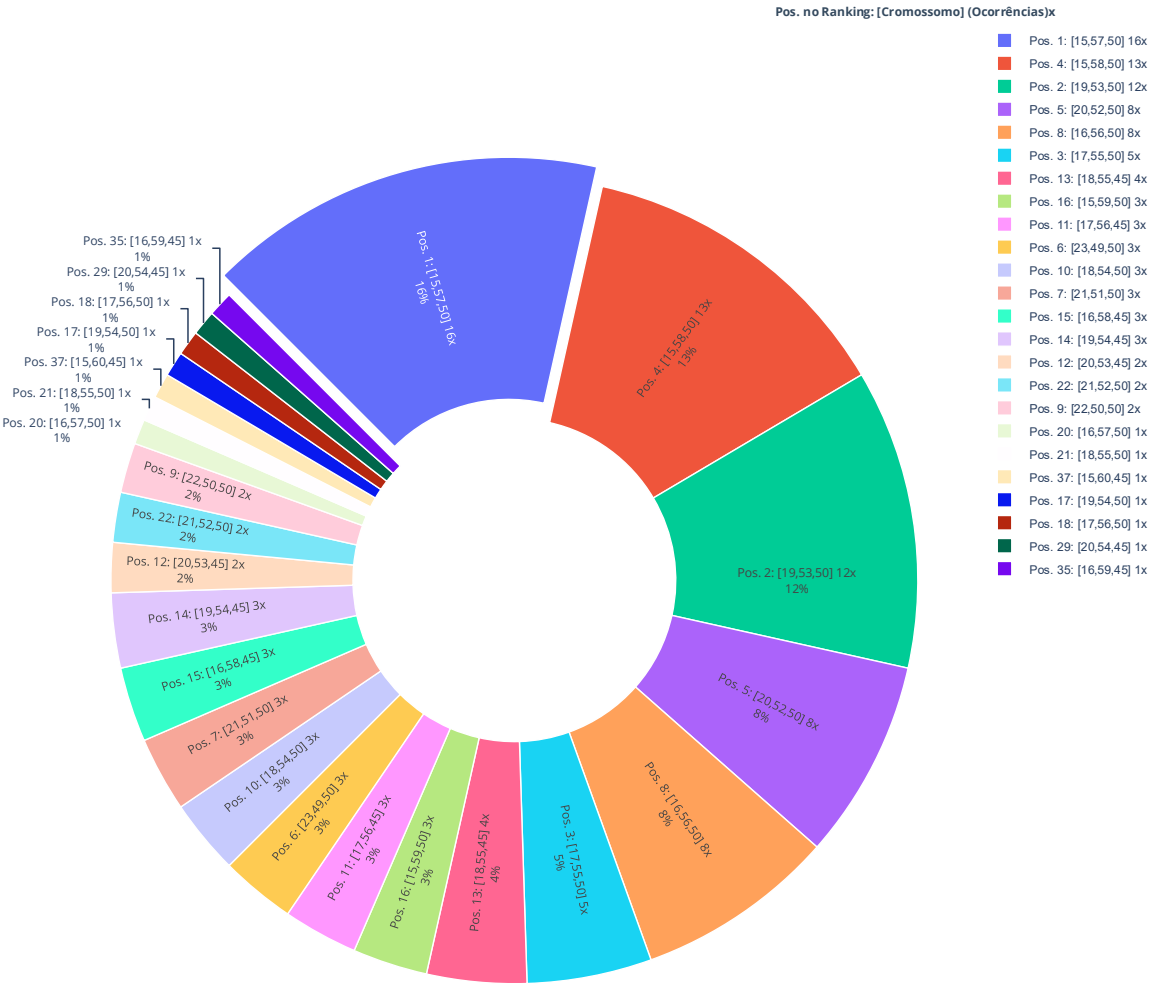


Fonte: O autor (2025)

Ao aumentar o vão para 2 metros, nota-se uma mudança drástica no comportamento da convergência. A solução mais frequente, [17, 35, 50], apareceu em apenas 20% das execuções, seguida de perto por outras configurações com geometrias muito similares (como bases variando entre 15 e 17 cm e alturas próximas a 35 cm). Essa dispersão sugere que, para este vão, a função objetivo apresenta uma topologia mais plana, onde múltiplas combinações de

base e altura resultam em custos finais muito próximos. O algoritmo, portanto, oscila entre essas soluções equivalentes, reduzindo a predominância de uma única resposta.

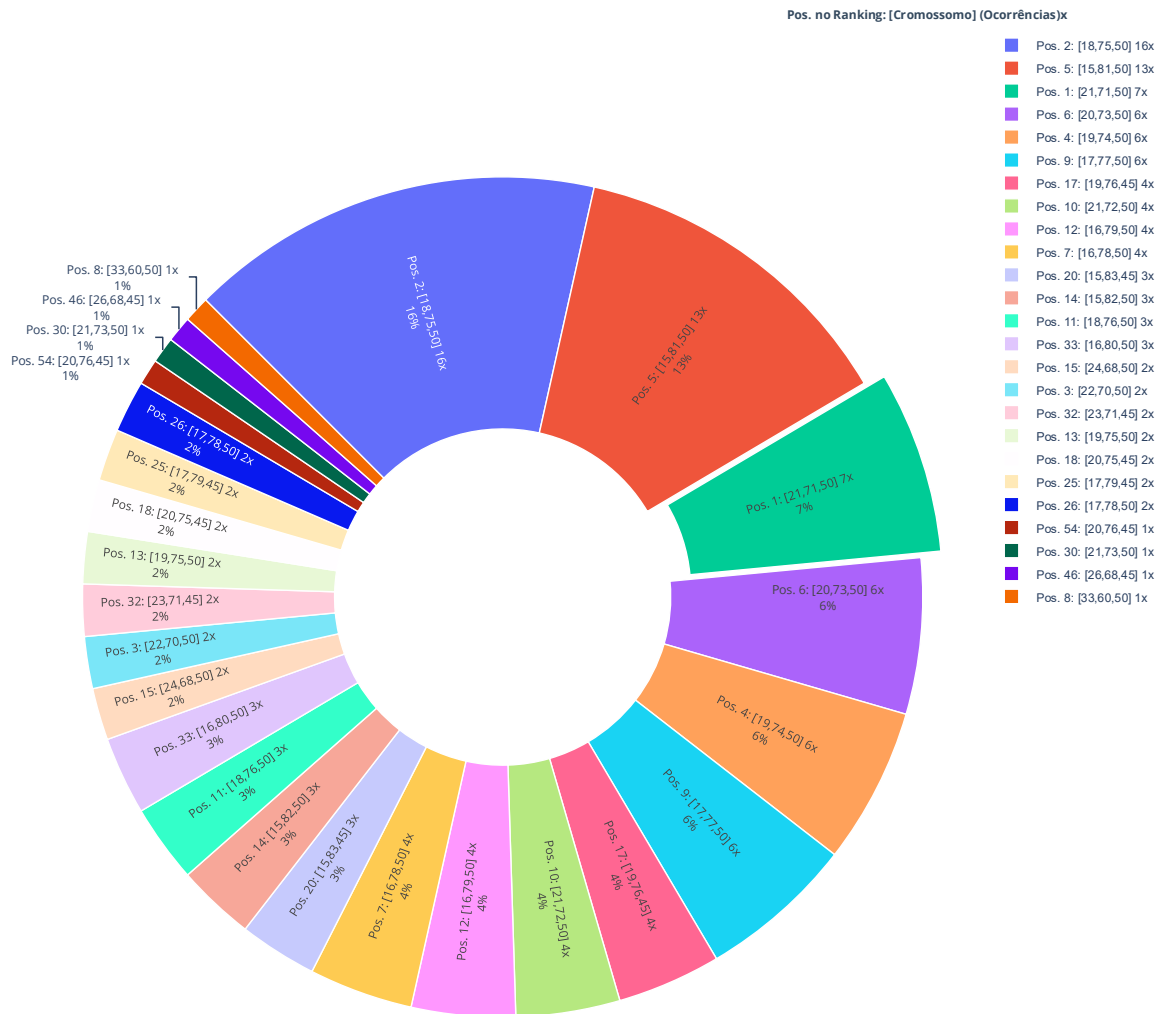
Gráfico 4 - Distribuição em percentual para 3 metros de vão



Fonte: O autor (2025)

Para o vão de 3 metros, a dispersão das soluções se mantém acentuada. A solução mais constante de [15, 57, 50] obteve apenas 16% de frequência. Entretanto, é possível observar a

coerência do algoritmo: houve um salto significativo na altura da seção (de ~35 cm no vão anterior para 57 cm), priorizando o aumento da inércia para combater o momento fletor crescente, enquanto a base se manteve no limite inferior (15 cm). A baixa frequência da solução mais frequente reforça a complexidade de otimização em vãos intermediários, onde o equilíbrio entre aço e concreto permite diversas configurações viáveis.

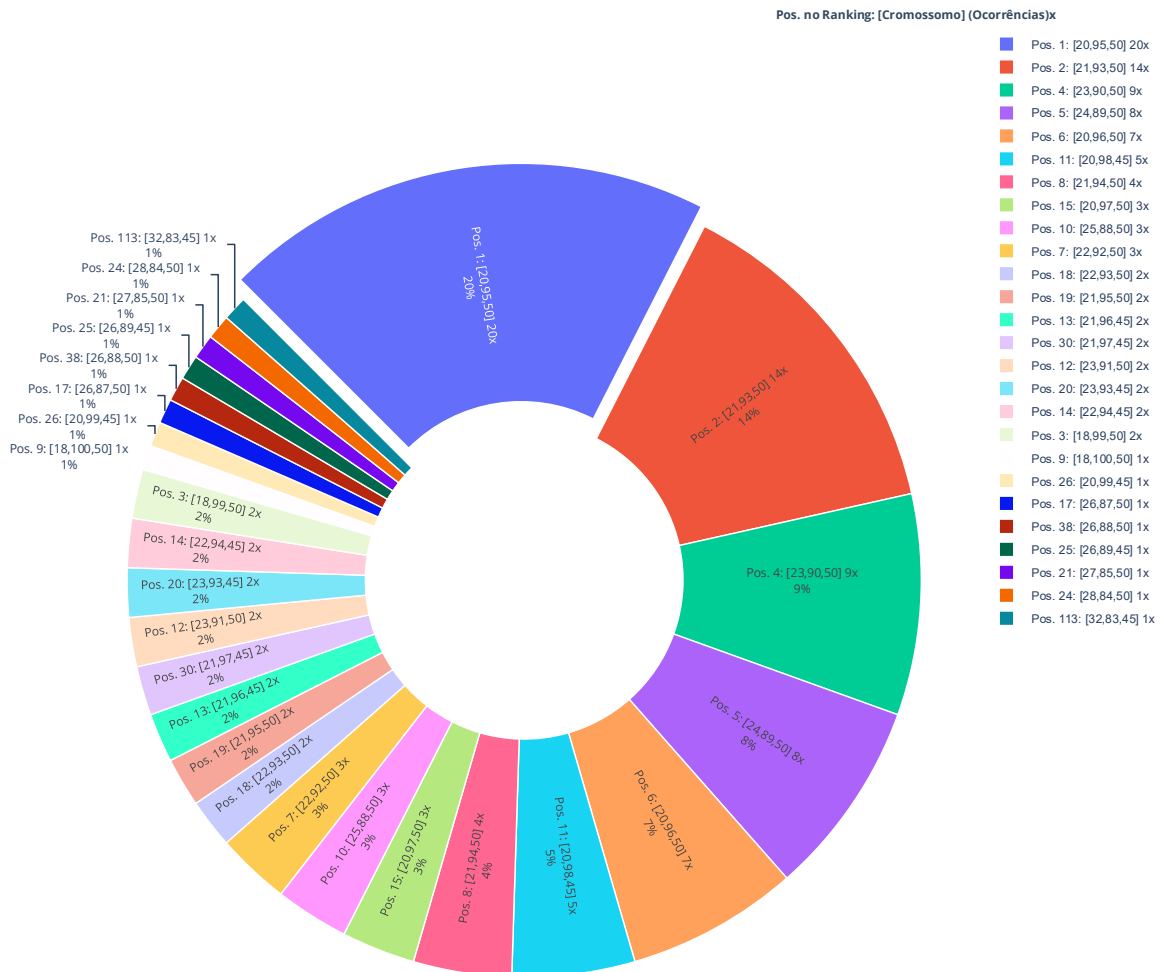


Fonte: O autor (2025)

O cenário de 4 metros apresenta um comportamento similar ao de 3 metros, com a solução mais frequente [18, 75, 50] atingindo 16% das ocorrências. Observa-se aqui uma competição geométrica interessante: o algoritmo começou a aumentar a base (de 15 cm para 18 cm na solução modal) para acompanhar o aumento da altura (75 cm). A fragmentação do gráfico de pizza demonstra que o algoritmo explorou diversas topologias vizinhas, indicando que,

embora o método encontre soluções viáveis, a definição de um "único melhor" torna-se estatisticamente mais difícil sem um refinamento local ou maior número de gerações.

Gráfico 6 - Distribuição em percentual para 5 metros de vão



Fonte: O autor (2025)

Por fim, na análise do vão de 5 metros, a solução mais frequente [20, 95, 50] alcançou 20% de frequência. Um ponto crucial neste cenário é a proximidade com os limites do domínio

de busca: a altura de 95 cm está muito próxima do limite superior estabelecido de 100 cm. O aumento da frequência em relação aos vãos de 3m e 4m pode ser explicado pela restrição do espaço de busca; as limitações físicas (flecha e momento) empurraram a solução para a extremidade das variáveis, reduzindo as opções viáveis e facilitando levemente a convergência para essa região limite.

Abaixo, encontra-se uma tabela resumo com as 5 seções que mais apareceram durante o processo.

Tabela 17 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 1 metro de vão

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 20, 45]	68	59	12	91%	78%
2 °	8º	[15, 21, 25]	9				
3 °	2º	[15, 20, 50]	5				
4 °	3º	[16, 20, 40]	5				
5 °	26º	[15, 22, 20]	4				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 18 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 2 metros de vão

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[17, 35, 50]	20	2	20	71%	53%
2 °	6º	[15, 38, 45]	18				
3 °	2º	[16, 36, 50]	14				
4 °	3º	[15, 37, 50]	12				
5 °	4º	[18, 35, 45]	7				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 19 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 3 metros de vão

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	16	3	24	57%	49%
2 °	4º	[15, 58, 50]	13				
3 °	2º	[19, 53, 50]	12				
4 °	5º	[20, 52, 50]	8				
5 °	8º	[16, 56, 50]	8				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 20 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 4 metros de vão

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	2º	[18, 75, 50]	16	3	25	48%	42%
2 °	5º	[15, 81, 50]	13				
3 °	1º	[21, 71, 50]	7				
4 °	6º	[20, 73, 50]	6				
5 °	4º	[19, 74, 50]	6				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 21 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 5 metros de vão

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[20, 95, 50]	20	6	26	58%	51%
2 °	2º	[21, 93, 50]	14				
3 °	4º	[23, 90, 50]	9				
4 °	5º	[24, 89, 50]	8				
5 °	6º	[20, 96, 50]	7				

Fonte: O autor (2025)

O código desenvolvido demonstrou alta eficácia em gerar resultados consistentes, pois, em todos os vãos analisados, aproximadamente metade das soluções encontradas durante o processo de execução pertencem ao ranking de 5 menores custos. O destaque vai para o vão de 1 metro, onde 78% dos resultados pertencem a esse intervalo, e em 68% dos resultados, foi encontrado a melhor solução possível. Observa-se no Gráfico 5, que o resultado encontrado por meio da otimização via algoritmo genético para o vão de 4 metros é a 2º melhor solução possível, e que a melhor seção ficou na 3º posição do ranking de elementos mais frequentes, com 7 aparições contra 16 aparições da seção resultante. Isso corrobora com a alta capacidade do programa desenvolvido em encontrar resultados suficientemente satisfatórios, com desvio em relação às melhores soluções possíveis quase irrelevante.

Tabela 22 - Quantidade de soluções enquadradas ao variar o vão

Vão	Quantidade de soluções possíveis	Quantidade de soluções enquadradas	Percentual de soluções enquadradas
1	11907	11907	100,00%
2	11907	9824	82,51%
3	11907	6861	57,62%
4	11907	3601	30,24%
5	11907	786	6,60%

Fonte: O autor (2025)

A tabela apresentada detalha a quantidade de seções que atenderam a todas as restrições do estudo, permitindo avaliar a eficiência do algoritmo desenvolvido. É notável que apesar da grande quantidade de soluções enquadradas (respeitando todas restrições), o código demonstrou alta performance, gerando o melhor resultado para quatro das cinco situações analisadas e o segundo melhor resultado na situação restante. Merece destaque novamente o vão de 1 metro. Embora todas as 11.907 soluções tenham sido enquadradas, o algoritmo foi capaz de identificar a melhor solução possível dentro desse vasto universo, e com grande folga (68% de ocorrências).

Tabela 23 - Custos médios e desvio padrão ao variar o vão

Vão (m)	Custo médio (R\$)		Desvio padrão (R\$)		Coef. Variação (%)	Quantidade execuções
1	R\$	263,14	R\$	3,80	1,45	100
2	R\$	821,58	R\$	7,37	0,90	100
3	R\$	1.776,31	R\$	10,64	0,60	100
4	R\$	3.289,67	R\$	25,93	0,79	100
5	R\$	5.230,32	R\$	45,30	0,87	100

Fonte: O autor (2025)

Os dados da Tabela 23 confirmam a competência do algoritmo, visto que em todos os cenários analisados os custos médios das 100 execuções divergem minimamente do melhor custo encontrado apresentado na Tabela 14. Isso garante que cada resultado obtido no processo de 100 execuções não é um resultado isolado, mas sim uma convergência consistente para uma região de mínimo global. O Coeficiente de Variação se manteve em níveis extremamente baixos para todos os vãos (abaixo de 1,5%), com destaque para o vão de 3 metros (0,60%). Este indicador estatístico comprova a alta estabilidade e previsibilidade do AG, demonstrando que a dispersão dos custos em torno da média é quase nula. Os resultados indicam que, apesar do aumento exponencial no Custo Total (de R\$ 261,02 a R\$ 5.230,32), a consistência da otimização é mantida. O Custo Médio e o Desvio Padrão confirmam que o algoritmo explora o espaço de busca de forma controlada, com todas as soluções convergindo para um intervalo financeiro muito próximo do resultado ideal.

5.3 OTIMIZAÇÃO VARIANDO O FCK

Nesta seção, o valor do fck foi fixado e mantido constante ao longo de todo o processo de otimização. A análise concentrou-se no resultado obtido especificamente para esse fck, onde estes irão variar de 20 a 50 MPa com acréscimos de 5 MPa em cada cenário. O procedimento foi executado considerando o tamanho da população de 100 indivíduos, número de gerações igual a 100, mutação de 5%, comprimento do vão igual 3 metros e 100 execuções. O resultado final usado é o valor mais frequente no processo de 100 execuções.

Tabela 24 - Cargas para comprimento de vão de 3 metros

Vão (m)	Combinação última (kN)	Combinação quase permanente (kN)	Carga atuante (kN/m)	Md (kN.m)	Vd (kN)
3	62,63	40,25	20,88	93,96	62,63

Fonte: O autor (2025)

Tabela 25 - Resultados encontrados pelo AG fixando o valor do fck

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
3	27	59	20	R\$ 123,70	R\$ 71,49	R\$ 1.560,82	R\$ 290,72	R\$ 2.046,73
3	24	58	25	R\$ 123,70	R\$ 68,20	R\$ 1.507,00	R\$ 261,55	R\$ 1.960,46
3	21	58	30	R\$ 123,70	R\$ 65,74	R\$ 1.474,71	R\$ 235,43	R\$ 1.899,58
3	22	55	35	R\$ 123,70	R\$ 73,96	R\$ 1.420,89	R\$ 240,42	R\$ 1.858,96
3	22	53	40	R\$ 123,70	R\$ 76,86	R\$ 1.377,83	R\$ 237,97	R\$ 1.816,36
3	17	56	45	R\$ 123,70	R\$ 65,49	R\$ 1.388,59	R\$ 202,48	R\$ 1.780,26
3	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85

Fonte: O autor (2025)

A partir da Tabela 25, é possível extrair informações valiosas. De forma contraintuitiva, o uso de um fck mais elevado (50x20 MPa), resultou em um custo com concreto menor (de R\$

290,72 para R\$ 193,57), apesar do custo unitário maior dos concretos de maior resistência (de 608,32/m³ 20 MPa para 754,64/m³ 50 MPa, com base na Tabela 7). Esse cenário é fruto da redução significativa no perímetro da seção transversal, consequentemente diminuindo a área de formas, com destaque para a redução de 12 cm no valor da base. Essa redução é o fator mais influente na economia final, permitindo uma redução significativa de R\$ 172,23 no custo de fôrmas entre os extremos (de R\$ 1.560,82 para R\$ 1.388,59). O custo com armadura tracionada (R\$ 123,70) permanece constante em todos os fcks avaliados. Esse cenário é explicado pelo fato de a altura da seção ter permanecido quase constante entre os resultados obtidos (variação máxima de apenas 6 cm), sendo a altura o fator preponderante na determinação do momento de inércia e consequentemente o valor mais importante no cálculo da rigidez à flexão. Esse valor constante de custo com armadura tracionada também indica que o ganho econômico entre os extremos é totalmente derivado da otimização do volume de concreto e fôrmas, e não uma redução na necessidade de armadura principal. Em resumo, o aumento em R\$ 146,32 no custo unitário do concreto (de 20 MPa para 50 MPa) foi compensado pela redução significativa de R\$ 280,88 (de R\$ 2.046,73 para R\$ 1.765,85) no custo total do elemento, totalizando uma diminuição considerável de 15,91% entre os valores. Isso comprova que o uso de resistências características mais elevadas representa o maior custo benefício na situação avaliada. Considerando que as vigas são elementos extremamente frequentes nas edificações, reduções desse porte nos custos em toda estrutura de uma construção serão responsáveis por economias significativas com a estrutura da obra, permitindo uso mais eficiente dos insumos e ganho financeiro expressivo.

Tabela 26 - Melhores resultados encontrados no código de busca por força bruta com valor do fck fixo

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
3	27	59	20	R\$ 123,70	R\$ 71,49	R\$ 1.560,82	R\$ 290,72	R\$ 2.046,73
3	24	58	25	R\$ 123,70	R\$ 68,20	R\$ 1.507,00	R\$ 261,55	R\$ 1.960,46
3	21	58	30	R\$ 123,70	R\$ 65,74	R\$ 1.474,71	R\$ 235,43	R\$ 1.899,58
3	22	55	35	R\$ 123,70	R\$ 73,96	R\$ 1.420,89	R\$ 240,42	R\$ 1.858,96
3	22	53	40	R\$ 123,70	R\$ 76,86	R\$ 1.377,83	R\$ 237,97	R\$ 1.816,36
3	17	56	45	R\$ 123,70	R\$ 65,49	R\$ 1.388,59	R\$ 202,48	R\$ 1.780,26
3	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85

Fonte: O autor (2025)

Tabela 27 - Variação percentual no custo entre os resultados gerados pelo AG e os melhores resultados possíveis fixando o valor do fck (busca por força bruta)

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo aço de pele por face (R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: O autor (2025)

A alta performance do código foi reiterada ao gerar o resultado ideal de custo para todos os 7 fcks analisados. Merece destaque o fato de o fck de 50 MPa ser o de menor custo, um resultado que reforça a decisão tomada no processo de otimização anterior, onde o fck não foi

limitado. Além de comprovar a precisão do algoritmo, a geração da mesma seção para o vão de 3 metros evidencia sua coerência na escolha da seção obtida na otimização. Ao aumentar o valor do f_{ck} , foi possível reduzir o custo com quase todos parâmetros analisados, exceto o custo com armadura tracionada, uma vez que o valor da área de aço permaneceu quase constante para todos valores estudados, conforme é possível analisar na tabela a seguir.

Tabela 28 - Dados das vigas otimizadas com valor fixo de f_{ck}

Fck	20	25	30	35	40	45	50
As tracionada (cm ²)	5,37	5,29	5,14	5,41	5,58	5,09	4,92
Bitola tracionada (mm)	16,00	16,00	16,00	16,00	16,00	16,00	16,00
Qtd estribos (un)	13,00	13,00	13,00	15,00	16,00	14,00	13,00
Comprimento unitário estribo (cm)	174,00	166,00	160,00	156,00	152,00	148,00	146,00
Bitola cisalhamento (mm)	6,30	6,30	6,30	6,30	6,30	6,30	6,30
Flecha calculada (cm)	2,37	2,37	2,35	2,33	2,36	2,39	2,37

(Continua)

Tabela 29 - Dados das vigas otimizadas com valor fixo de f_{ck}

(Conclusão)

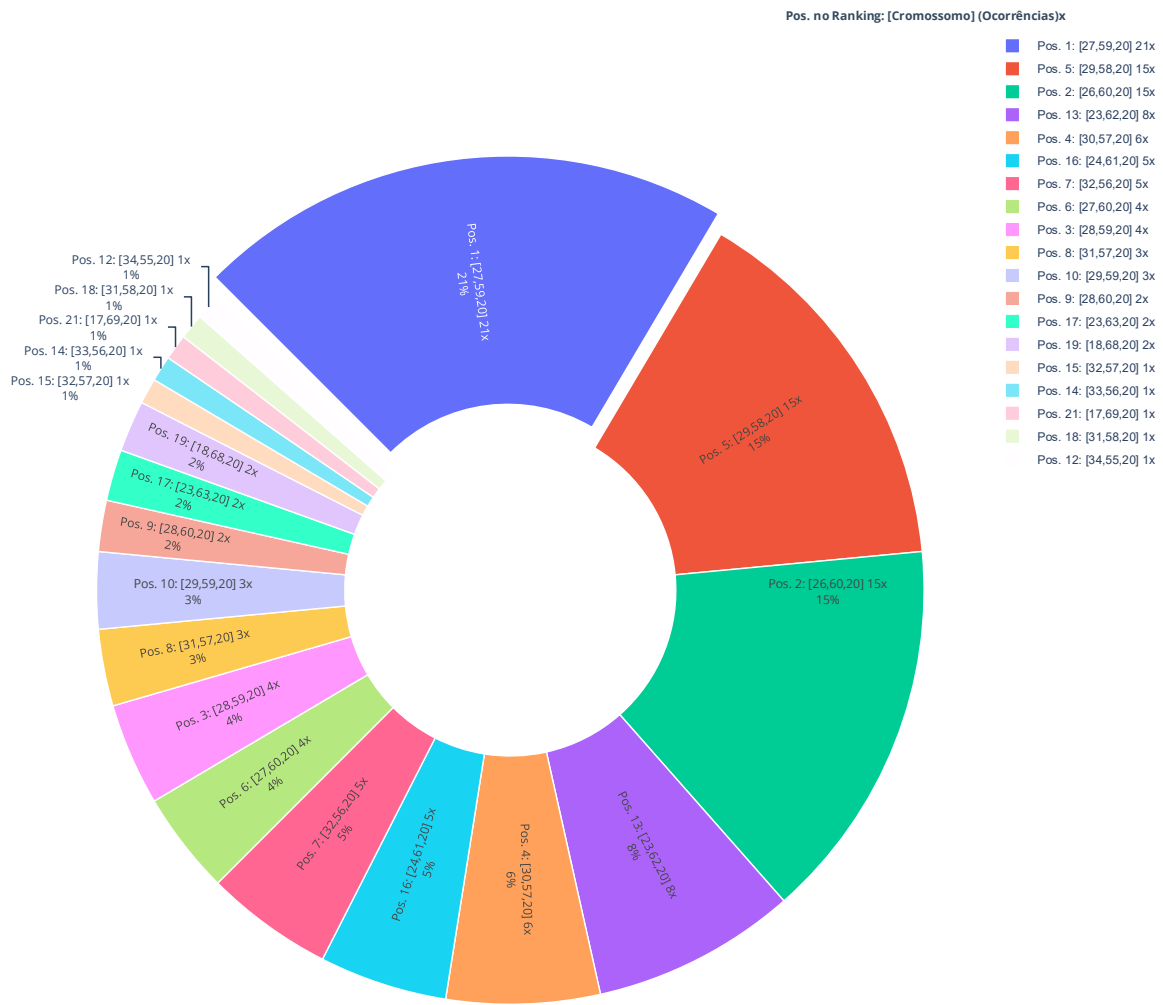
Fck	20	25	30	35	40	45	50
Flecha permitida (cm)	2,40	2,40	2,40	2,40	2,40	2,40	2,40
Qtd de barras permitidas na seção	5,00	4,00	4,00	4,00	4,00	3,00	2,00
Qtd de barras tracionadas	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
Área de fôrmas	4,35	4,20	4,11	3,96	3,84	3,87	3,87
Volume de concreto	0,48	0,42	0,37	0,36	0,35	0,29	0,26

Fonte: O autor (2025)

Os dados e custos referentes à armadura de pele foram suprimidos, devido ao fato de nenhuma viga ter superado 60 cm de altura, logo o valor da área de armadura de pele é zero. Nota-se na tabela exposta acima que o valor calculado de flecha mais distante do valor limite é de 2,33 cm, com divergência quase irrelevante ao valor limite de 2,40 cm. Tal conjuntura demonstra que as vigas não estão superdimensionadas, elas estão praticamente no limite imposto pelo trabalho em relação ao ELS. Isso comprova que o código foi capaz de explorar o

espaço de busca de forma abrangente, encontrando resultados que atendam às restrições mas sem folgas dispensáveis em relação ao limite, o que poderia aumentar o custo do elemento de forma desnecessária.

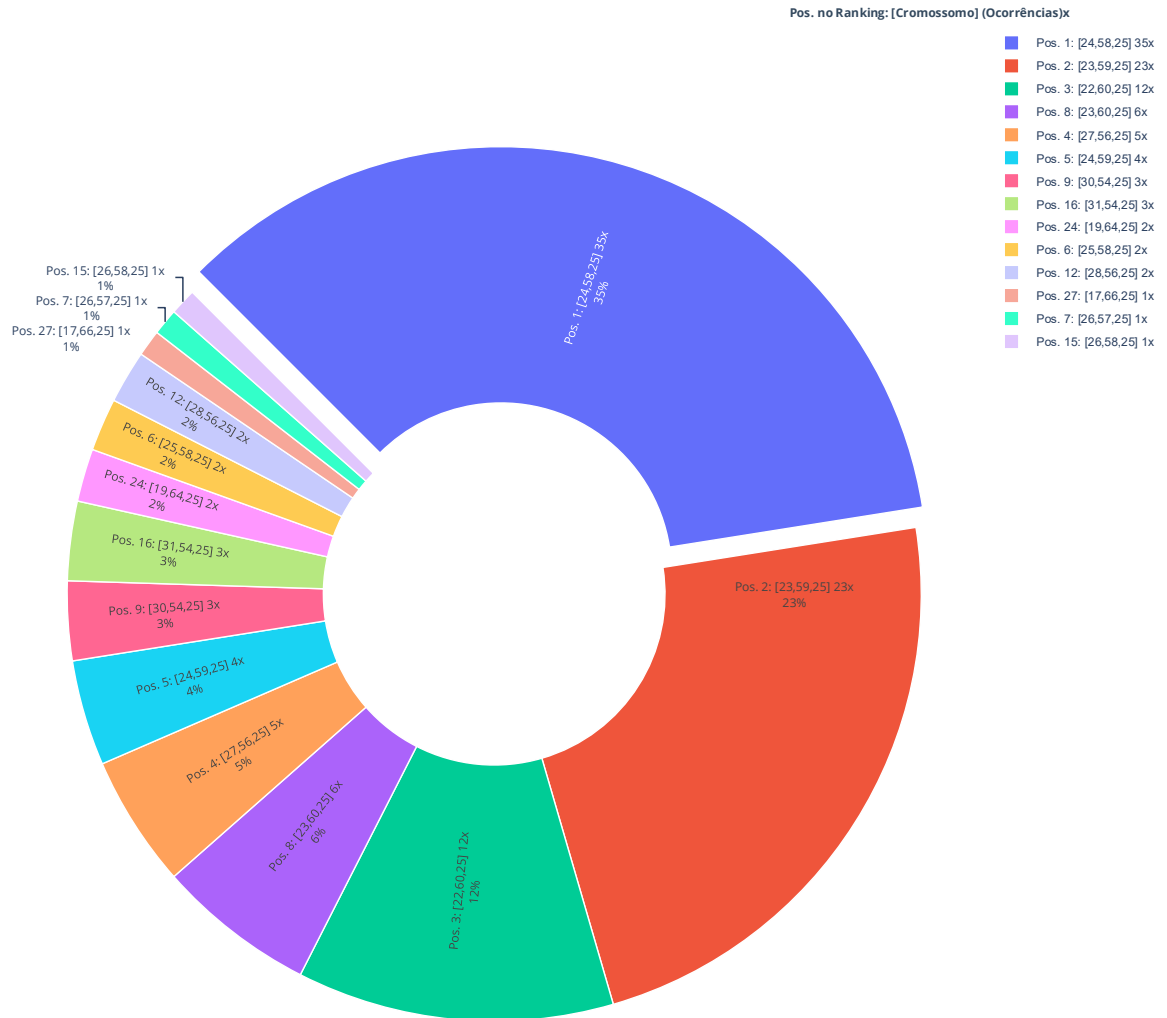
Gráfico 7 - Distribuição percentual para fck de 20 Mpa



Fonte: O autor (2025)

Ao analisar o comportamento do algoritmo para o concreto de 20 MPa, percebe-se que apesar das soluções mais frequentes possuírem geometrias muito próximas, a solução ideal ainda apareceu com certa folga em relação às subsequentes (21 X 15). Tal realidade é explicada pelo fato de que para o cenário avaliado, há uma diferença mais significativa de custo entre geometrias similares. Nesse contexto, a capacidade do algoritmo de convergência a um ótimo global foi potencializada, permitindo que essa proximidade não comprometesse o resultado ótimo encontrado.

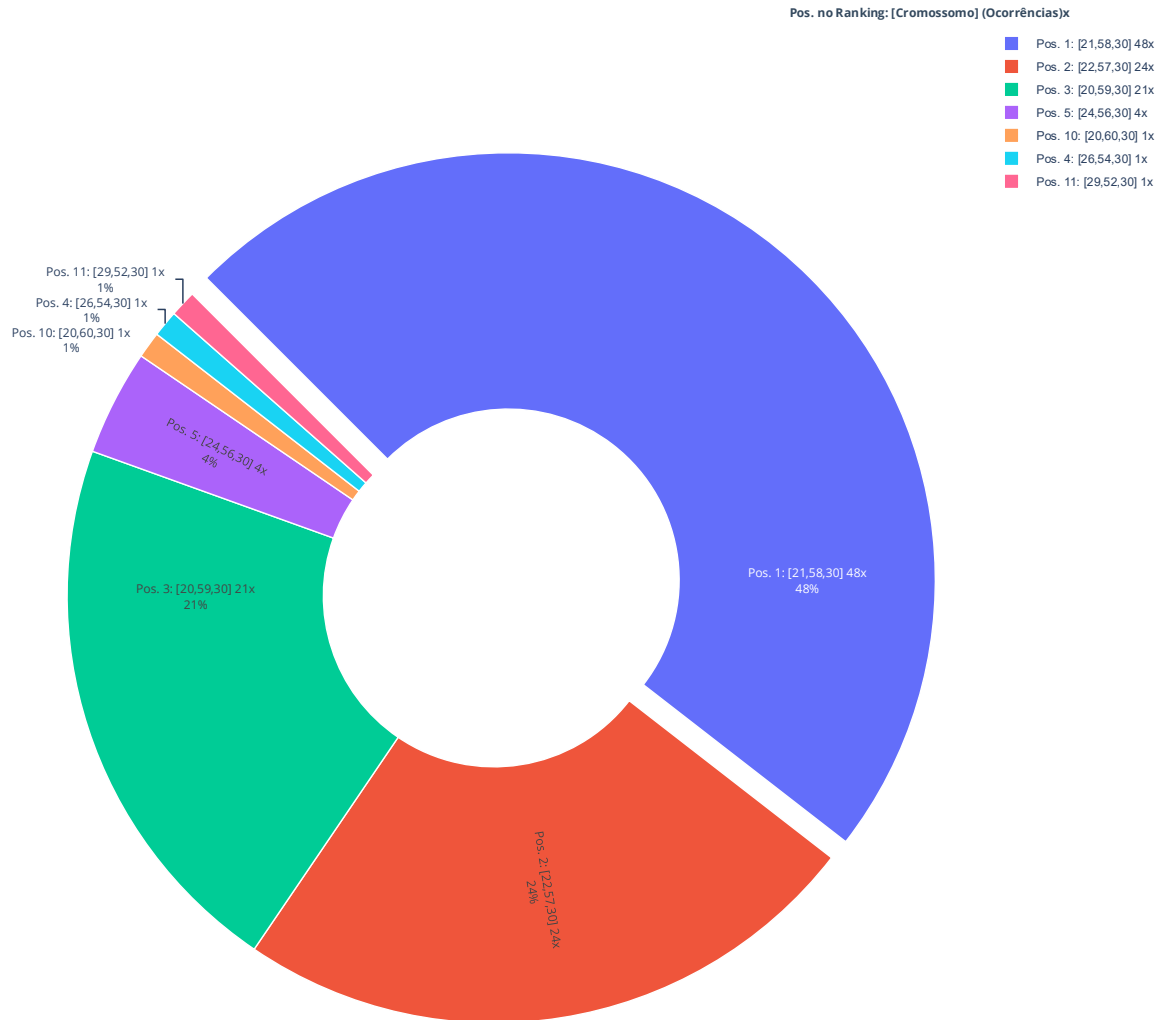
Gráfico 8 - Distribuição percentual para fck de 25 Mpa



Fonte: O autor (2025)

No panorama de 25 MPa, o cenário já começa a clarear. A frequência da melhor solução sobe para 35% e a viga consegue ser um pouco mais esbelta, com base de 24 cm. É interessante notar que as soluções piores (acima da 10ª posição) praticamente somem do gráfico, mostrando que o aumento da resistência ajuda o algoritmo a descartar mais rápido as geometrias ineficientes.

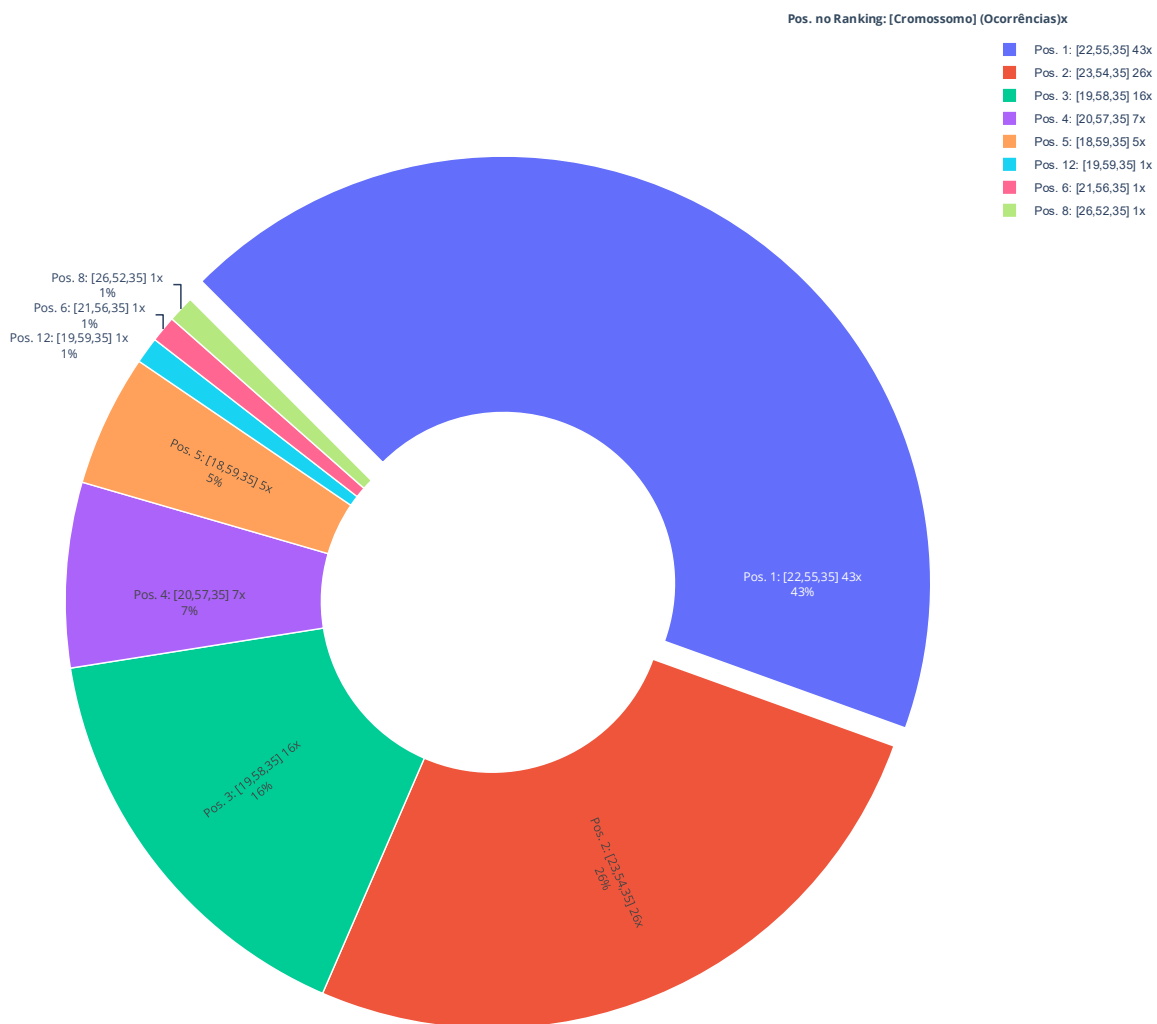
Gráfico 9 - Distribuição percentual para fck de 30 Mpa



Fonte: O autor (2025)

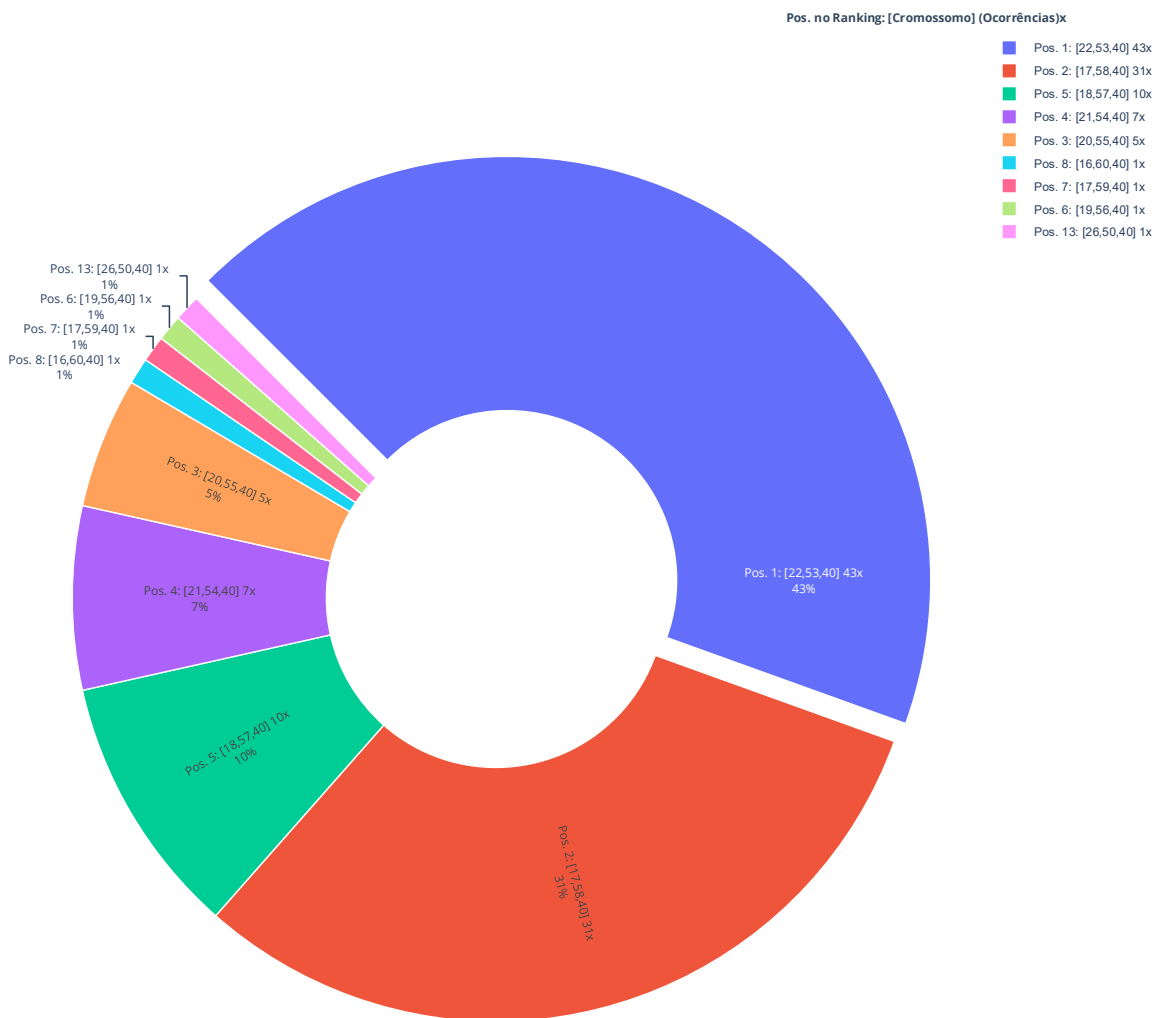
No cenário de 30 MPa, o resultado se mostrou muito consistente. As três primeiras posições do ranking dominaram mais de 90% das execuções. A viga ótima ficou mais esbelta, com base de 21 cm, e o algoritmo identificou com clareza essa vantagem, escolhendo a posição 1 em quase metade das execuções (48%), o dobro da segunda colocada.

Gráfico 10 - Distribuição percentual para fck de 35 Mpa



Fonte: O autor (2025)

Gráfico 11 - Distribuição percentual para fck de 40 Mpa

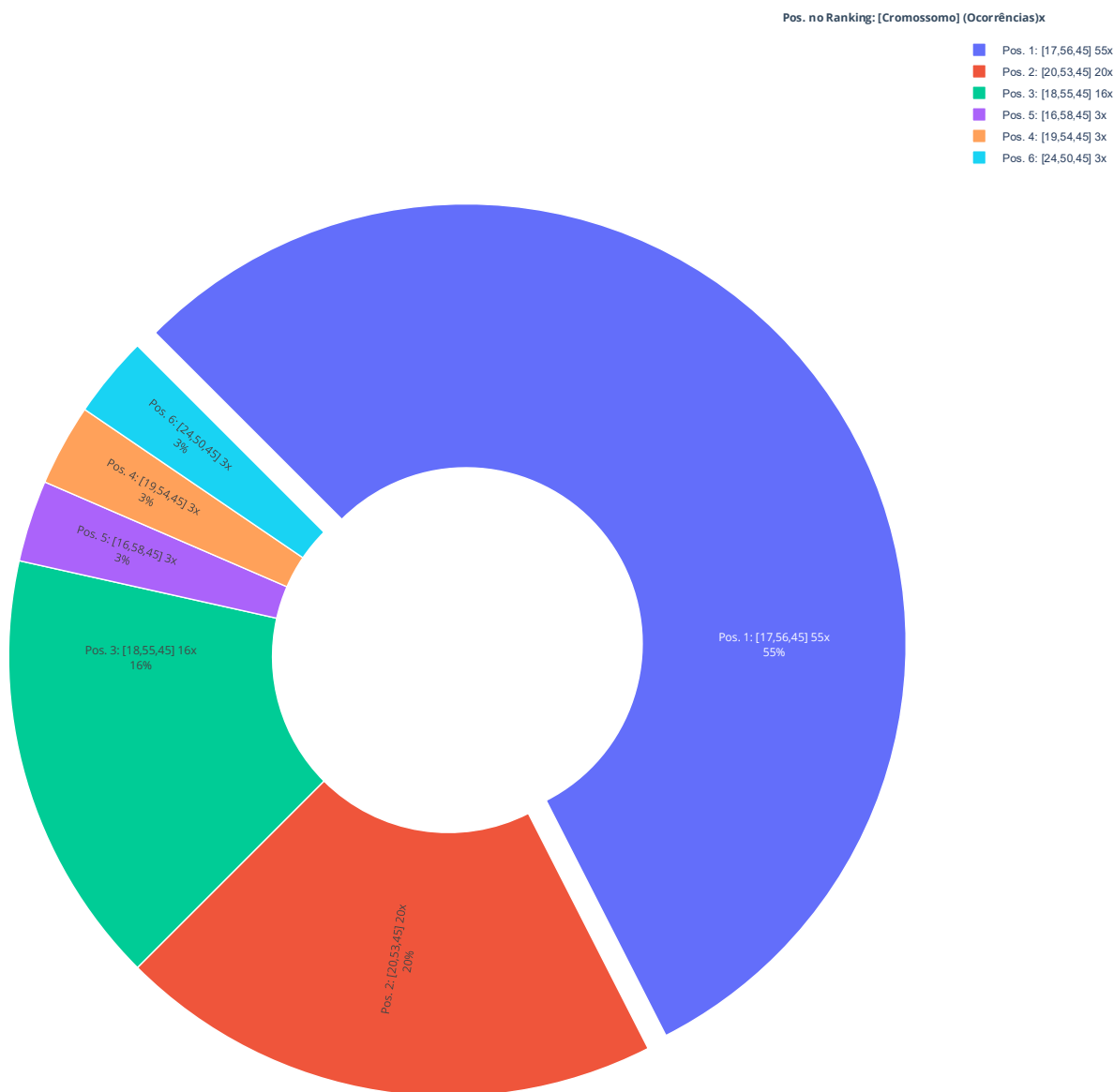


Fonte: O autor (2025)

Para os concretos de 35 e 40 MPa, o comportamento foi de estabilidade. Em ambos os casos, a solução líder se manteve firme, aparecendo em mais de 40% das vezes. Um ponto curioso aqui é a geometria: a base da viga estabilizou-se em 22 cm nesses dois níveis de resistência. A disputa do algoritmo ficou concentrada basicamente entre a primeira e a segunda

melhor opção, indicando que o programa já não perde tempo explorando soluções muito fora da curva.

Gráfico 12 - Distribuição percentual para fck de 45 Mpa

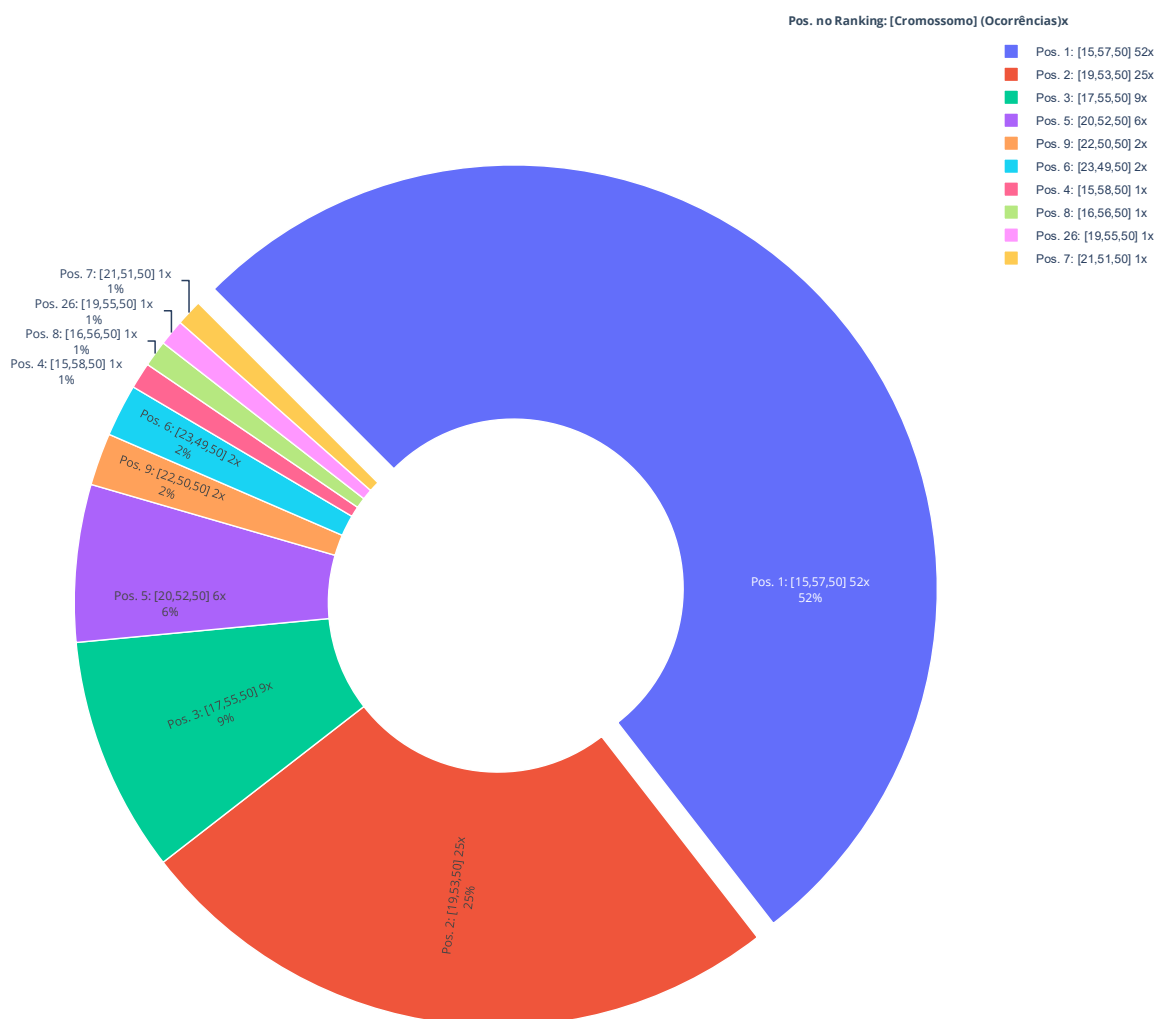


Fonte: O autor (2025)

A mudança mais brusca acontece no fck de 45 MPa. Com essa resistência mais alta, foi possível reduzir significativamente a largura da viga, que caiu para 17 cm na solução vencedora.

Essa economia de material tornou a solução mais frequente muito atrativa financeiramente, fazendo com que o algoritmo convergisse para ela em 55% das vezes. A grande diferença entre os custos das soluções promoveu pressão seletiva suficiente para permitir que o AG convergisse para o resultado ótimo em mais da metade das execuções.

Gráfico 13 - Distribuição percentual para fck de 50 Mpa



Fonte: O autor (2025)

Por fim, com o fck de 50 MPa, atingimos o limite físico da peça. A solução vencedora adotou a base mínima de 15 cm. Como o concreto é muito resistente, a estratégia mais econômica foi reduzir a seção de concreto ao máximo permitido. O algoritmo captou bem essa lógica, mantendo a melhor solução com 52% de frequência e superando a segunda colocada, que tinha uma base maior, com grande folga.

Tabela 29 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para o fck de 20 MPa

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[27, 59, 20]	21	6	19	65%	57%
2 °	2º	[26, 60, 20]	15				
3 °	5º	[29, 58, 20]	15				
4 °	13º	[23, 62, 20]	8				
5 °	4º	[30, 57, 20]	6				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 30 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para o fck de 25 MPa

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[24, 58, 25]	35	12	14	81%	75%
2 °	2º	[23, 59, 25]	23				
3 °	3º	[22, 60, 25]	12				
4 °	8º	[23, 60, 25]	6				
5 °	4º	[27, 56, 25]	5				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 31 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para o fck de 30 MPa

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[21, 58, 30]	48	24	7	98%	97%
2 °	2º	[22, 57, 30]	24				
3 °	3º	[20, 59, 30]	21				
4 °	5º	[24, 56, 30]	4				
5 °	10º	[20, 60, 30]	1				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 32 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para o fck de 35 MPa

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[22, 55, 35]	43	17	8	97%	97%
2 °	2º	[23, 54, 35]	26				
3 °	3º	[19, 58, 35]	16				
4 °	4º	[20, 57, 35]	7				
5 °	5º	[18, 59, 35]	5				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 33 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para o fck de 40 MPa

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[22, 53, 40]	43	12	9	96%	96%
2 °	2º	[17, 58, 40]	31				
3 °	5º	[18, 57, 40]	10				
4 °	4º	[21, 54, 40]	7				
5 °	3º	[20, 55, 40]	5				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 34 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para o fck de 45 MPa

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[17, 56, 45]	55	35	6	97%	97%
2 °	2º	[20, 53, 45]	20				
3 °	3º	[18, 55, 45]	16				
4 °	5º	[16, 58, 45]	3				
5 °	4º	[19, 54, 45]	3				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 35 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para o fck de 50 MPa

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	52	27	10	94%	92%
2 °	2º	[19, 53, 50]	25				
3 °	3º	[17, 55, 50]	9				
4 °	5º	[20, 52, 50]	6				
5 °	9º	[22, 50, 50]	2				

Fonte: O autor (2025)

O cenário de fck fixo durante toda otimização serviu como base para evidenciar a competência do código em gerar resultados suficientemente satisfatórios ao problema estudado. Em todas situações, mais de 50% dos resultados estão entre os 5 melhores resultados possíveis, com destaque para o fck de 35, 40 e 45 Mpa, onde todos os resultados obtidos pertencem a esse universo. Em todos contextos avaliados, o item mais frequente, que foi a solução ótima para todos casos, aparece com certa folga em relação aos itens subsequentes, comprovando o poder do programa elaborado.

Tabela 36 - Quantidade de soluções enquadradas ao variar o fck

Fck	Quantidade de soluções possíveis	Quantidade de soluções enquadradas	Percentual de soluções enquadradas
20	11907	822	6,90%
25	11907	890	7,47%
30	11907	948	7,96%
35	11907	995	8,36%
40	11907	1035	8,69%
45	11907	1069	8,98%
50	11907	1102	9,26%

Fonte: O autor (2025)

A partir da tabela acima, pode-se perceber que a quantidade de soluções válidas aumenta conforme o f_{ck} também aumenta. Essa situação indica que o aumento dessa variável amplia o espaço de busca. Soluções que antes sofreriam esmagamento das bielas por compressão excessiva ou não respeitassem a flecha limite, passam a ser tecnicamente viáveis. Essa situação, quando em conjunto com o custo menor observado na Tabela 25 para f_{cks} maiores, valida ainda mais a utilidade e custo benefício de usar resistências características à compressão mais elevadas.

Tabela 37 - Custos médios e desvio padrão ao variar o f_{ck}

Fck (MPa)	Custo médio (R\$)	Desvio padrão (R\$)	Coef. Variação (%)	Quantidade execuções
20	R\$ 2.074,85	R\$ 25,49	1,23	100
25	R\$ 1.974,75	R\$ 21,29	1,08	100
30	R\$ 1.902,48	R\$ 6,95	0,37	100
35	R\$ 1.860,17	R\$ 3,57	0,19	100
40	R\$ 1.818,69	R\$ 3,38	0,19	100
45	R\$ 1.781,51	R\$ 4,08	0,23	100
50	R\$ 1.769,16	R\$ 6,34	0,36	100

Fonte: O autor (2025)

Ao analisar os dados da Tabela 37, observa-se que o aumento do f_{ck} de 20 MPa para 50 MPa resultou em uma redução considerável tanto no custo encontrado para as soluções mais frequentes (de R\$ 2.046,73 para R\$ 1.765,85, presentes na Tabela 25) quanto no Custo Médio (de R\$ 2.074,85 para R\$ 1.769,16), evidenciando a vantagem econômica de usar concretos de maior resistência. O coeficiente de variação manteve-se em patamares extremamente baixos em todos os cenários, variando de 1,23% (20 MPa) para 0,19% (35 e 40 MPa). Isso evidencia a aptidão do algoritmo, onde o mesmo converge consistentemente para soluções ótimas ou quase ótimas, independente da resistência avaliada. É válido destacar a proximidade entre o melhor custo encontrado e o custo médio obtido durante as 100 execuções, com desvios padrões inferiores a R\$ 26,00 em todos os casos. Esse comportamento confirma que o algoritmo não apenas encontra a solução ideal, como concentra a busca na região de custos mínimos, minimizando a dispersão dos dados.

5.4 OTIMIZAÇÃO VARIANDO A TAXA DE MUTAÇÃO

Nesta seção o objeto manipulado será a taxa de mutação. O objetivo é avaliar o impacto

dessa variável na resposta final do processo de otimização. O procedimento foi executado considerando o tamanho da população de 100 indivíduos, número de gerações igual a 100, valores de f_{ck} entre 20 e 50 Mpa, comprimento do vão igual 3 metros e 100 execuções. O resultado final usado é o valor mais frequente no processo de 100 execuções. As taxas de mutações estudadas serão as de 0%, 15%, 30%, 50% e 80%. O grande *range* entre valores permite uma avaliação mais abrangente da influência dessa variável no resultado obtido.

Tabela 38 - Resultados gerados pelo AG ao variar a taxa de mutação

Mutação (%)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
0	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
15	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
30	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
50	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
80	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85

Fonte: O autor (2025)

Tabela 39 - Melhor resultado encontrado para vão de 3 metros (busca por força bruta)

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
3	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85

Fonte: O autor (2025)

No processo de otimização variando a taxa de mutação, o algoritmo foi capaz de retornar a melhor solução encontrada no código de busca por força bruta para todos cenários. Vale ressaltar que todos os resultados convergiram ao mesmo resultado obtido no processo de otimização variando o vão para o valor de 3 metros da seção 5.2. Esse detalhe evidencia a coerência do algoritmo em retornar os mesmos resultados, mesmo que nesta seção tenha-se manipulado a taxa de mutação.

Tabela 40 - Dados das vigas otimizadas ao manipular a taxa de mutação

Mutação (%)	0%	15%	30%	50%	80%
As tracionada (cm ²)	4,92	4,92	4,92	4,92	4,92
Bitola tracionada (mm)	16,00	16,00	16,00	16,00	16,00
Qtd estribos (un)	13,00	13,00	13,00	13,00	13,00
Comprimento unitário estribo (cm)	146,00	146,00	146,00	146,00	146,00
Bitola cisalhamento (mm)	6,30	6,30	6,30	6,30	6,30
Flecha calculada (cm)	2,37	2,37	2,37	2,37	2,37

(Continua)

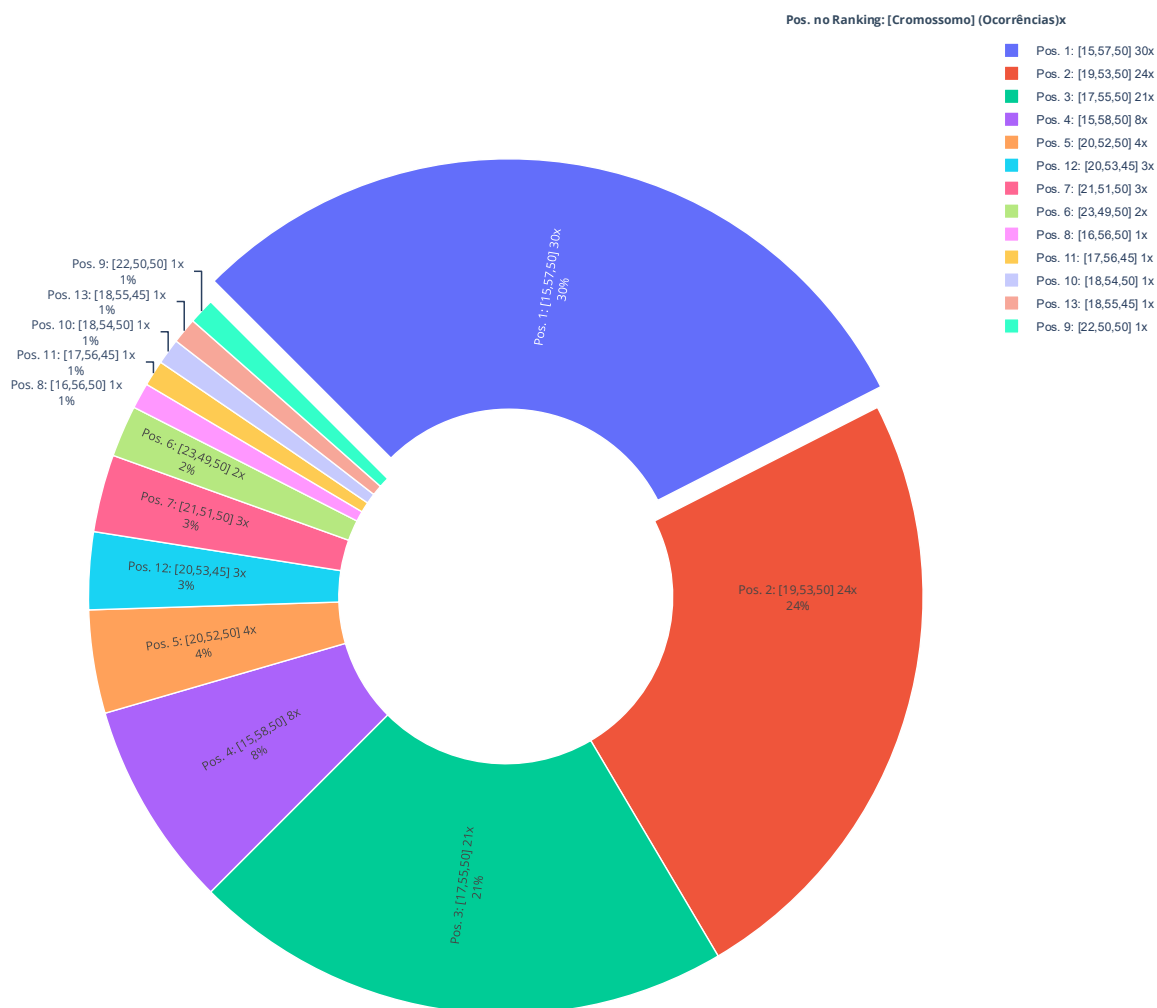
Tabela 41 - Dados das vigas otimizadas ao manipular a taxa de mutação
(Conclusão)

Mutação (%)	0%	15%	30%	50%	80%
Flecha permitida (cm)	2,40	2,40	2,40	2,40	2,40
Qtd de barras permitidas na seção (un)	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Qtd de barras tracionadas (un)	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
Área de fôrmas (m ²)	3,87	3,87	3,87	3,87	3,87
Volume de concreto (m ³)	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26

Fonte: O autor (2025)

visualmente que o algoritmo não convergiu a um valor fixo e ficou preso em vários ótimos locais.

Gráfico 15 - Distribuição percentual para mutação de 15%

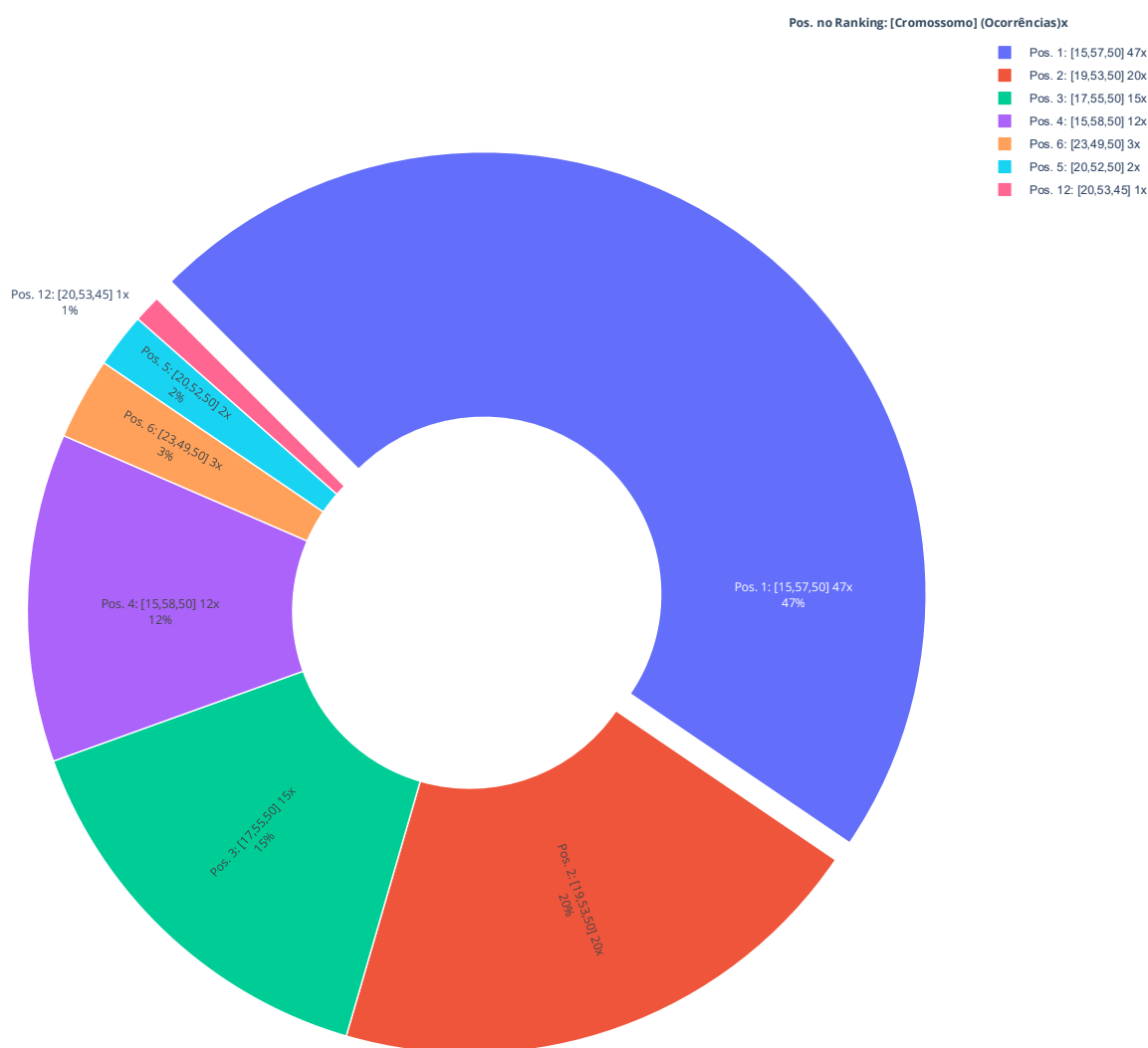


Fonte: O autor (2025)

Para o cenário de 15% de mutação, o comportamento muda drasticamente. As posições 1, 2 e 3 dominam o gráfico, somando 75% das ocorrências. No entanto, percebe-se que ainda

existe um equilíbrio de respostas: a melhor solução (30%) não está muito distante da segunda (24%) e da terceira (21%). O algoritmo demonstra ter localizado a região de mínimo custo, mas ainda oscila entre as três melhores configurações disponíveis.

Gráfico 16 - Distribuição percentual para mutação de 30%

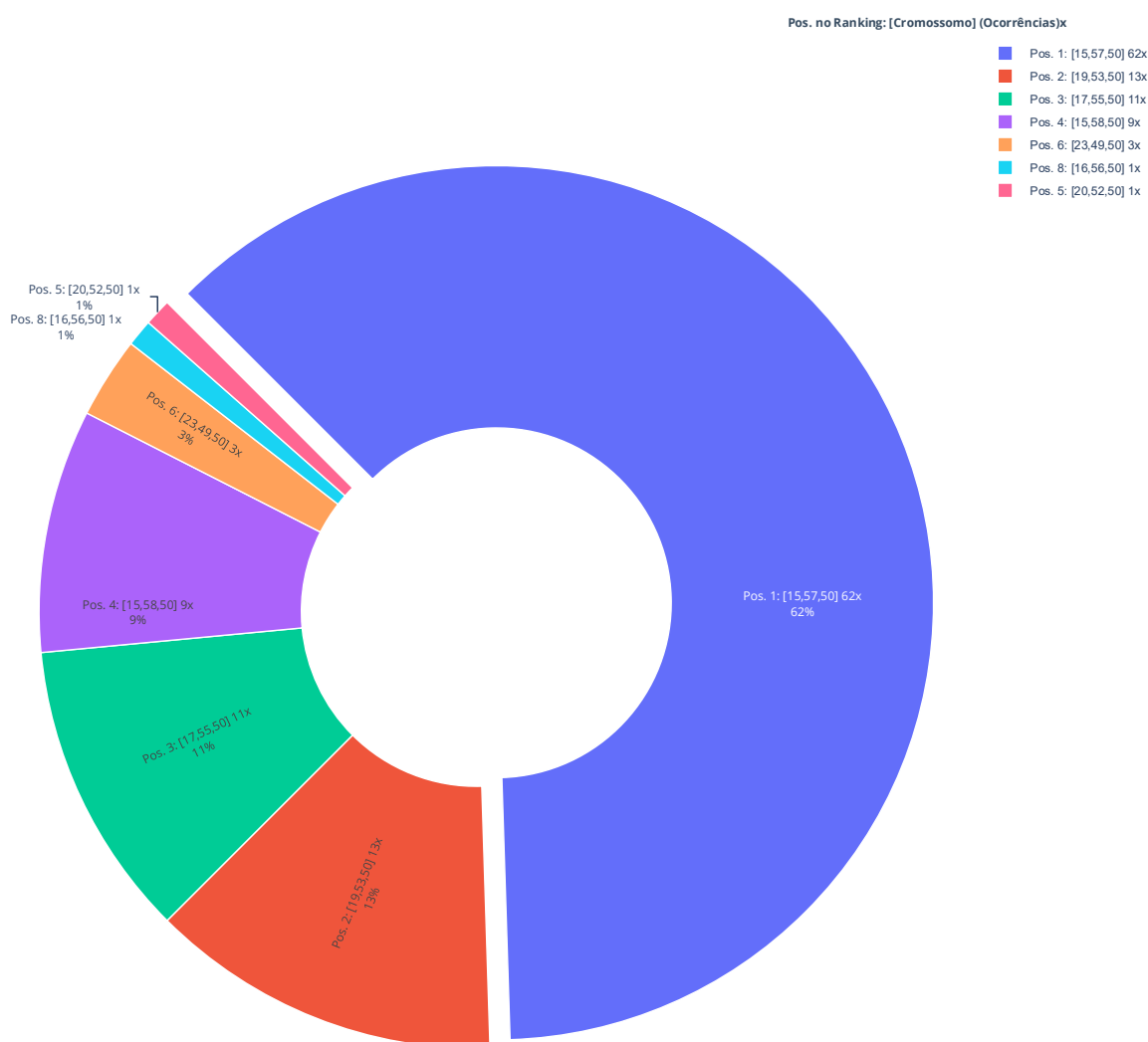


Fonte: O autor (2025)

No cenário de 30% de mutação, a hierarquia de soluções torna-se mais evidente. A

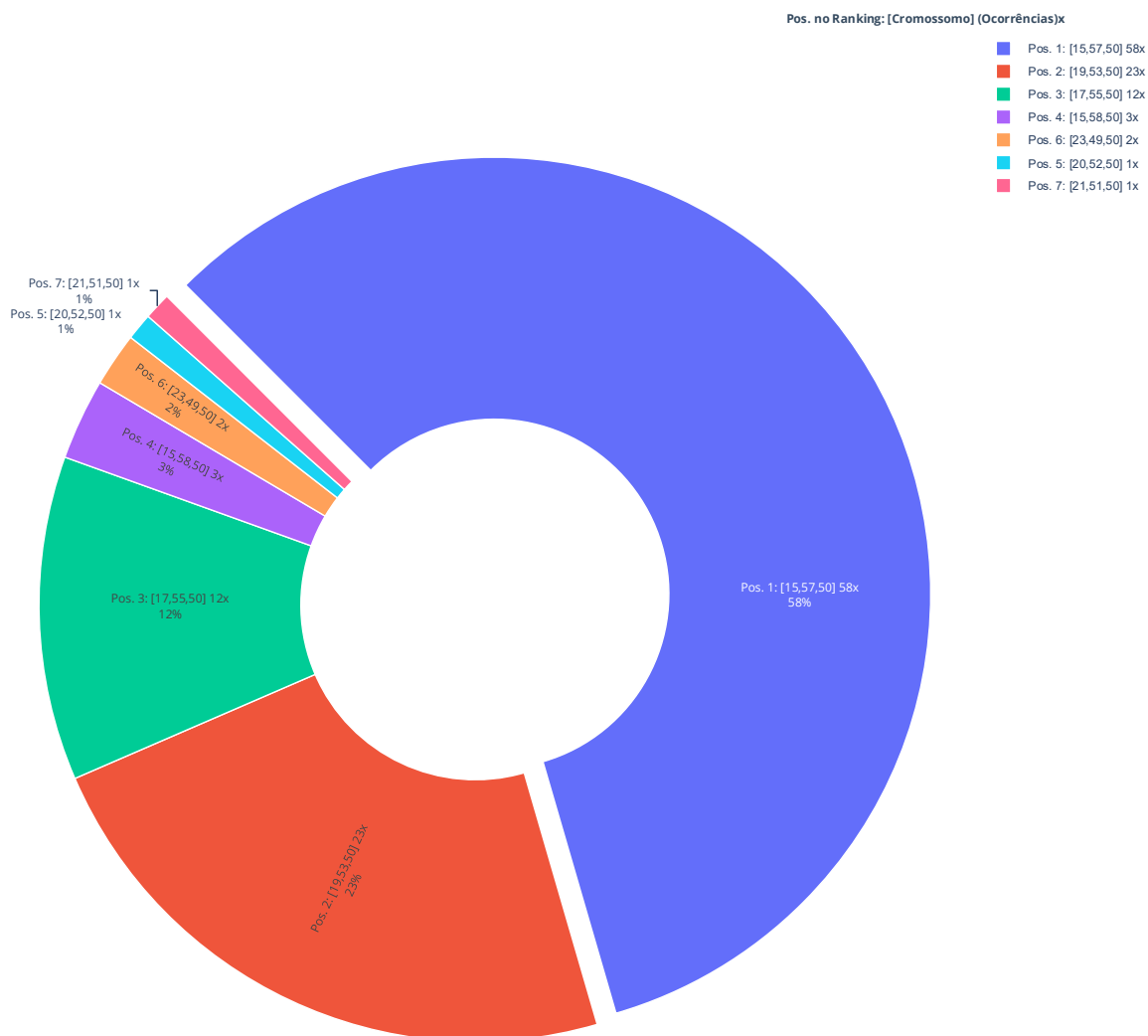
solução ótima (Pos. 1) distancia-se das demais, alcançando quase metade da representatividade total (47%), enquanto a terceira colocada (Pos. 3) perde força, caindo para 15%. O gráfico indica uma transição clara, onde o algoritmo deixa de apenas explorar a vizinhança e passa a priorizar a solução de menor custo global em detrimento das opções secundárias e de ótimos locais.

Gráfico 17 - Distribuição percentual para mutação de 50%



Ao atingir 50% de mutação, observa-se a maior consolidação da convergência. Este cenário apresenta o gráfico mais "limpo" em favor da solução ótima, que domina 62% das execuções. Importante salientar a supressão da segunda melhor solução (Pos. 2), cuja frequência foi reduzida para apenas 13%. Isso sugere que, com essa taxa de mutação, o algoritmo conseguiu superar com eficácia as soluções de ótimos locais, convergindo a maior parte dos resultados para a solução ideal.

Gráfico 18 - Distribuição percentual para mutação de 80%



Fonte: O autor (2025)

Por fim, no gráfico de 80% de mutação, ocorre um fenômeno atípico. Embora a melhor solução ainda seja a mais frequente (58%), a segunda colocada (Pos. 2) recuperou fôlego, subindo para 23%. Isso reforça a ideia de que uma taxa de mutação muito alta impede que o algoritmo se direcione de forma mais consistente à melhor solução. A alta aleatoriedade acabou

jogando o resultado de volta para a segunda melhor opção com mais frequência do que no cenário de 50%, criando uma oscilação constante entre as duas mais recorrentes.

Com base nos dados expostos nos gráficos acima, o algoritmo desenvolvido forneceu *insights* importantes sobre a quantidade e qualidade de cada resultado obtido. Nesse cenário, é possível perceber que houve uma relação intrínseca entre o valor da taxa de mutação e qualidade das respostas geradas. Houve uma tendência em produzir respostas mais aptas a resolver o problema (menor custo final) conforme o valor da taxa de mutação foi aumentado. Essa realidade é facilmente percebida ao examinar dois pontos extremos da análise. Com a taxa de mutação em 0%, houve uma maior variedade de respostas geradas. A solução mais frequente foi a melhor possível, com 7 aparições, porém com pouquíssima vantagem em relação às outras respostas geradas (7% dos resultados apenas). No outro ponto, com valores de mutação de 50% e 80%, as respostas ótimas aparecem com grande diferença em relação às subsequentes, com 62 e 58 aparições respectivamente (62% e 58% das respostas). Como exposto anteriormente, ao trabalhar com algoritmos heurísticos, ótimos locais são uma realidade a tratar. São valores que são os melhores resultados em sua vizinhança (população), porém não são a melhor solução possível (ótimo global). No âmbito de taxa de mutação em 0%, houve uma grande variedade de repostas distintas (43 respostas). Isso comprova que sem o operador de mutação para ajudar o algoritmo a escapar de ótimos locais (permitir a variação de genes entre gerações), o algoritmo se torna altamente sensível à qualidade da população inicial e aleatoriedade. Portanto, conclui-se que esse contexto deve ser evitado ao fazer uso de técnicas de otimização como o algoritmo genético, visto que os resultados se tornarão altamente instáveis e dependentes da população inicial, prejudicando a qualidade das respostas finais em resolver o problema proposto. Por outro lado, com taxas de mutação mais elevadas, (30% a 80%), a quantidade de soluções distintas reduz para apenas 7 em todas situações. Isso mostra a importância da mutação em forçar aleatoriedade entre gerações, o que ajudou os resultados a escaparem de ótimos locais e convergirem de forma mais evidente ao ótimo global. Outro ponto que vale salientar, é que o código atingiu seu pico de quantidade ótimas geradas para mutação de 50%. A partir desse ponto, com a mutação de 80% já foi possível perceber uma redução na quantidade de soluções ideais geradas. Essa realidade pode mostrar que o valores próximo a 50% sejam os valores ótimos de taxa de mutação, permitindo o código a obter a maior quantidade de soluções ótimas.

Em valores próximos a 80% ou maiores, pode acontecer que a aleatoriedade excessiva gerada tenha prejudicado a qualidade do algoritmo desenvolvido, deteriorando os resultados finais. Porém essa relação pode ser ou não verdadeira, considerando o algoritmo genético possui característica estocástica, mesmo que em menor quantidade em relação às outras alternativas de

otimização. Ao gerar um novo processo de execução seguindo as mesmas diretrizes, pode-se chegar a resultados que impliquem em outra relação. Essa avaliação não será objeto desse estudo, cabendo a futuros trabalhos fazer uma análise mais detalhada e assertiva acerca do impacto da taxa de mutação na qualidade dos resultados finais em um processo de otimização.

Tabela 41 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para mutação de 0%

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	7	1	43	27%	13%
2 °	8º	[16, 56, 50]	6				
3 °	5º	[20, 52, 50]	6				
4 °	13º	[18, 55, 45]	4				
5 °	16º	[15, 59, 50]	4				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 42 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para mutação de 15%

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	30	6	13	87%	87%
2 °	2º	[19, 53, 50]	24				
3 °	3º	[17, 55, 50]	21				
4 °	4º	[15, 58, 50]	8				
5 °	5º	[20, 52, 50]	4				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 43 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para mutação de 30%

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	47	27	7	97%	94%
2 °	2º	[19, 53, 50]	20				
3 °	3º	[17, 55, 50]	15				
4 °	4º	[15, 58, 50]	12				
5 °	6º	[23, 49, 50]	3				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 44 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para mutação de 50%

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	62	49	7	98%	95%
2 °	2º	[19, 53, 50]	13				
3 °	3º	[17, 55, 50]	11				
4 °	4º	[15, 58, 50]	9				
5 °	6º	[23, 49, 50]	3				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 45 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para mutação de 80%

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	58	35	7	98%	96%
2 °	2º	[19, 53, 50]	23				
3 °	3º	[17, 55, 50]	12				
4 °	4º	[15, 58, 50]	3				
5 °	6º	[23, 49, 50]	2				

Fonte: O autor (2025)

Observa-se que a Tabela 41 comprova o que já foi retratado. Além da solução ótima aparecer em pequena quantidade frente à quantidade possível de aparições (100 vezes), há uma alta variação na posição do item em relação ao ranking de menores custos, onde elementos que compõem o top5 têm frequência de apenas 13% nos resultados finais. No panorama de mutação entre 30% e 80%, há um grande salto na quantidade dessas soluções. Todas aparecem em mais de 90% dos casos, com valores de 94%, 95% e 96% respectivamente.

Tabela 46 - Quantidade de soluções enquadradas para 3 metros de vão

Vão	Quantidade de soluções possíveis	Quantidade de soluções enquadradas	Percentual de soluções enquadradas
3	11907	6861	57,62%

Fonte: O autor (2025)

Tabela 47 - Custos médios e desvio padrão ao variar a taxa de mutação

Mutação (%)	Custo médio (R\$)	Desvio padrão (R\$)	Coef. Variação (%)	Quantidade execuções
0	R\$ 1.793,31	R\$ 25,01	1,39	100,00
15	R\$ 1.770,42	R\$ 3,63	0,21	100,00
30	R\$ 1.769,00	R\$ 3,14	0,18	100,00
50	R\$ 1.768,08	R\$ 2,90	0,16	100,00
80	R\$ 1.768,21	R\$ 2,82	0,16	100,00

Fonte: O autor (2025)

Analisando a Tabela 47, é perceptível que a ausência de mutação (0%) resultou na maior dispersão de custos, obtendo o maior desvio padrão (R\$ 25,01) e coeficiente de variação (1,39%) no cenário da manipulação da taxa de mutação. Isso evidencia a incapacidade do algoritmo de escapar de ótimos locais sem a variabilidade genética, tornando a solução final muito dependente da qualidade da população inicial. A introdução da mutação (a partir de 15%) estabilizou drasticamente o algoritmo, reduzindo o coeficiente de variação para patamares inferiores a 0,21% (redução de quase 7 vezes). O custo médio convergiu rapidamente para valores próximos de R\$ 1,770,00, demonstrando a importância da mutação em garantir a efetividade e repetibilidade da otimização. Não houve ganho significativo de desempenho ao elevar a taxa de mutação de 30% para 80%. O custo médio e desvio padrão permaneceram praticamente constantes (R\$ 1.768,00 e desvio padrão em torno de R\$ 3,00), indicando que após atingir um certo nível de diversidade genética, o aumento da aleatoriedade não compromete mas também não melhora a convergência.

5.5 OTIMIZAÇÃO VARIANDO O TAMANHO DA POPULAÇÃO

Nesta seção, será avaliado o impacto da quantidade de indivíduos na qualidade dos resultados gerados pelo processo de otimização utilizado. O procedimento foi executado considerando número de gerações igual a 100, valores de fck entre 20 e 50 MPa, comprimento do vão igual 3 metros, taxa de mutação de 5% e 100 execuções. O resultado final usado é o valor mais frequente no processo de 100 execuções. Os tamanhos de população estudados serão iguais a 10, 40, 80 150 e 200 indivíduos. O grande *gap* entre valores permite uma avaliação mais assertiva da influência dessa variável no resultado obtido.

Tabela 48 - Resultados gerados pelo AG para cada quantidade de indivíduos

Qtd indivíduos (un)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
10	18	57	40	R\$ 123,70	R\$ 67,26	R\$ 1.420,89	R\$ 209,40	R\$ 1.821,24
40	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
80	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
150	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
200	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85

Fonte: O autor (2025)

Avaliando os dados da Tabela 48 observa-se uma relação inversamente proporcional entre a resistência do fck e a quantidade consumida de concreto. Ao elevar o fck de 40 MPa para 50 MPa (10 x restante de quantidade de indivíduos), o custo unitário aumenta (de 680,30/m³ para 754,64/m³, com base na Tabela 7). Apesar disso, o custo com concreto foi reduzido de R\$ 209,40 para R\$ 193,57, validando o custo benefício em usar concretos de maior resistência característica devido a possibilidade de fazer uso de geometrias menores sem comprometer o propósito da estrutura e seu custo. Apesar do momento de inércia da peça ter sido reduzido (houve diminuição de 3 cm no valor da base), de forma contraintuitiva, o custo com aço de cisalhamento também pôde ser diminuído (de R\$ 67,26 para R\$ 59,99). Devido a essa redução geométrica, foi possível reduzir o custo com fôrmas (de R\$ 1.420,89 para R\$ 1.388,59), fator determinante no custo final do elemento devido ao seu custo unitário elevado.

Em resumo, o aumento de R\$ 74,34 no custo unitário do concreto (de 40 para 50 MPa) foi compensado pela redução no custo final em R\$ 55,39 (de R\$ 1.821,24 para R\$ 1.765,85), demonstrando que para a situação estudada concretos de maior resistência oferecem a melhor relação custo benefício.

Tabela 42 – Melhor resultado encontrado para vão de 3 metros (busca por força bruta)

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
3	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85

Fonte: O autor (2025)

Tabela 49 - Variação percentual de custos entre resultados gerados pelo AG ao variar a quantidade de indivíduos e o melhor encontrado para 3 metros de vão (busca por força bruta)

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
10	20,0%	0,0%	- 20,00%	0,0%	12,12%	2,33%	8,18%	3,14%
40	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
80	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
150	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
200	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Fonte: O autor (2025)

Tabela 50 - Variação de valores unitários entre resultados gerados ao variar quantidade de

indivíduos e o melhor encontrado para 3 metros de vão

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
10	3	0	10	R\$ -	R\$ 7,27	R\$ 32,30	R\$ 15,83	R\$ 55,39
40	0	0	0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -
80	0	0	0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -
150	0	0	0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -
200	0	0	0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -

Fonte: O autor (2025)

Com base nos dados expostos, verifica-se que o script elaborado entregou em 4 das 5 situações o melhor resultado possível. A exceção se encontra na situação onde o código foi executado com população igual a 10 indivíduos, com o custo final com um acréscimo de 3,14% e R\$ 55,39 em relação à solução ótima, além do aumento nos custos com estribos, fôrmas, volume de concreto em 12,12%, 2,33%, 8,18% respectivamente. Esse cenário apresenta uma relação que já era esperada, onde a quantidade de indivíduos na população e a aptidão da resposta gerada são diretamente proporcionais, dado que quanto maior a quantidade de indivíduos na população inicial gerada, maior a probabilidade de uma solução eficaz ser obtida logo de início.

Tabela 51 - Dados das vigas dimensionadas por este trabalho para otimização variando a quantidade de indivíduos

Qtd indivíduos (un)	10	40	80	150	200
As tracionada (cm ²)	5,06	4,92	4,92	4,92	4,92
Bitola tracionada (mm)	16,00	16,00	16,00	16,00	16,00

(Continua)

Tabela 52 - Dados das vigas dimensionadas por este trabalho para otimização variando a

Qtd indivíduos (un)	quantidade de indivíduos				(Conclusão)
	10	40	80	150	200
Qtd estribos (un)	14,00	13,00	13,00	13,00	13,00
Comprimento unitário estribo (cm)	152,00	146,00	146,00	146,00	146,00
Bitola cisalhamento (mm)	6,30	6,30	6,30	6,30	6,30
Flecha calculada (cm)	2,31	2,37	2,37	2,37	2,37
Flecha permitida (cm)	2,40	2,40	2,40	2,40	2,40
Qtd de barras permitidas na seção (un)	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Qtd de barras tracionadas (un)	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
Área de fôrmas (m ²)	3,96	3,87	3,87	3,87	3,87
Volume de concreto (m ³)	0,31	0,26	0,26	0,26	0,26

Fonte: O autor (2025)

Ao analisar a tabela acima, percebe-se que a variação no custo final observada se explica pelo maior valor de área de fôrmas e volume de concreto necessário para a solução obtida.

Tabela 52 - Quantidade de vezes que cada solução apareceu para tamanho da população de 10

indivíduos		
Cromossomo	Posição	Quantidade de vezes que apareceu
[18, 57, 40]	43	3
[21, 52, 50]	22	2
[17, 56, 45]	11	2
[15, 63, 40]	270	2
[15, 63, 45]	317	2
[30, 46, 45]	130	2
[15, 68, 35]	759	2
[17, 58, 40]	40	2
[16, 59, 45]	35	2
[17, 57, 45]	27	2
[25, 49, 50]	59	1
[25, 48, 50]	39	1
[24, 51, 45]	60	1
[24, 50, 50]	47	1
[24, 50, 45]	26	1
[23, 59, 25]	367	1
[22, 59, 40]	419	1
[23, 56, 35]	222	1
[22, 60, 50]	605	1
[25, 53, 35]	147	1
[22, 58, 30]	261	1
[22, 52, 45]	32	1
[21, 59, 30]	256	1
[21, 57, 45]	231	1
[21, 55, 45]	109	1
[21, 54, 45]	67	1
[21, 54, 40]	42	1
[25, 50, 45]	57	1
[15, 57, 50]	1	1
[25, 57, 30]	424	1
[28, 51, 50]	361	1
[30, 52, 30]	392	1
[30, 51, 35]	352	1
[30, 49, 35]	260	1
[29, 58, 25]	859	1
[29, 52, 30]	296	1

(Continua)

Tabela 53 - Quantidade de vezes que cada solução apareceu para tamanho da população de 10 indivíduos

Cromossomo	Posição	Quantidade de vezes que apareceu
[29, 45, 50]	82	1
[28, 56, 25]	541	1
[27, 52, 35]	195	1
[25, 57, 35]	457	1
[27, 51, 40]	170	1
[27, 49, 50]	191	1
[27, 46, 50]	50	1
[26, 60, 20]	693	1
[26, 50, 40]	76	1
[20, 60, 30]	264	1
[25, 59, 25]	556	1
[26, 49, 45]	80	1
[20, 55, 40]	41	1
[20, 59, 30]	190	1
[20, 58, 50]	275	1
[17, 63, 35]	472	1
[17, 62, 40]	421	1
[17, 61, 45]	376	1
[17, 60, 45]	116	1
[17, 59, 40]	49	1
[17, 57, 50]	46	1
[16, 67, 35]	756	1
[16, 62, 40]	278	1
[16, 62, 35]	240	1
[16, 58, 45]	15	1
[16, 57, 50]	20	1
[16, 56, 50]	8	1
[15, 69, 25]	818	1
[15, 66, 30]	465	1
[15, 64, 40]	350	1
[15, 62, 45]	237	1
[15, 59, 50]	16	1
[17, 64, 30]	527	1
[17, 65, 40]	716	1
[17, 66, 35]	774	1
[19, 58, 35]	105	1
[20, 58, 35]	162	1
[20, 56, 50]	136	1

(Continua)

Tabela 53 - Quantidade de vezes que cada solução apareceu para tamanho da população de 10 indivíduos

(Conclusão)

Cromossomo	Posição	Quantidade de vezes que apareceu
[15, 58, 50]	4	1
[20, 53, 50]	19	1
[20, 53, 45]	12	1
[19, 64, 25]	683	1
[19, 61, 30]	437	1
[19, 53, 50]	2	1
[17, 72, 20]	1372	1
[18, 68, 20]	1005	1
[18, 66, 25]	800	1
[18, 58, 40]	78	1
[18, 56, 50]	53	1
[18, 56, 45]	31	1
[18, 55, 50]	21	1
[18, 55, 45]	13	1
[32, 44, 50]	173	1

Fonte: O autor (2025)

Devido à grande quantidade de valores distintos, para população com tamanho de 10 e 40 indivíduos optou-se por apresentar os valores em formato de tabela, ao passo que apresentar os resultados em formato de gráfico dificultaria bastante a visualização e interpretação dos mesmos.

Ao observar os dados acima, percebe-se claramente por que uma população tão pequena é ineficaz ao trabalhar com algoritmos genéticos. O algoritmo até encontrou a solução ideal (Pos. 1) em uma das rodadas, mas não conseguiu mantê-la nas próximas gerações, perdendo essa solução no meio de várias outras respostas. Isso criou uma elevada variação geométrica: as vigas variam de forma totalmente aleatória (bases variando de 15 para 30 cm), sem nenhum padrão lógico de evolução. A reduzida diversidade genética impediu que o operador de seleção exercesse a pressão necessária para distinguir indivíduos de alta aptidão (como a Pos. 11) de soluções inferiores (como a Pos. 759). Isso prova que, com apenas 10 indivíduos, a seleção natural simplesmente não acontece; o algoritmo não consegue definir com clareza as soluções mais eficientes e acaba funcionando quase aleatoriamente.

Tabela 53 - Quantidade de vezes que cada solução apareceu para tamanho da população de 40

indivíduos		
Cromossomo	Posição	Quantidade de vezes que apareceu
[15, 57, 50]	1	11
[16, 56, 50]	8	9
[17, 56, 45]	11	4
[19, 53, 50]	2	4
[16, 58, 45]	15	4
[15, 58, 50]	4	3
[21, 51, 50]	7	3
[23, 49, 50]	6	3
[24, 50, 45]	26	3
[20, 52, 50]	5	3
[15, 60, 45]	37	3
[15, 59, 50]	16	3
[18, 55, 50]	21	2
[22, 50, 50]	9	2
[20, 53, 45]	12	2
[18, 59, 40]	93	2
[18, 57, 40]	43	2
[18, 56, 45]	31	2
[17, 59, 45]	71	2
[22, 51, 50]	24	2
[17, 56, 50]	18	2
[16, 60, 40]	54	2
[22, 52, 45]	32	1
[23, 52, 45]	64	1
[23, 56, 35]	222	1
[24, 52, 40]	75	1
[21, 59, 35]	307	1
[21, 57, 35]	167	1
[26, 50, 45]	90	1
[26, 51, 40]	117	1
[21, 54, 40]	42	1
[21, 52, 50]	22	1
[19, 54, 45]	14	1
[20, 56, 45]	106	1
[20, 55, 40]	41	1
[20, 54, 45]	29	1
[19, 65, 25]	792	1
[19, 59, 45]	179	1

(Continua)

Tabela 54 - Quantidade de vezes que cada solução apareceu para tamanho da população de 40

indivíduos

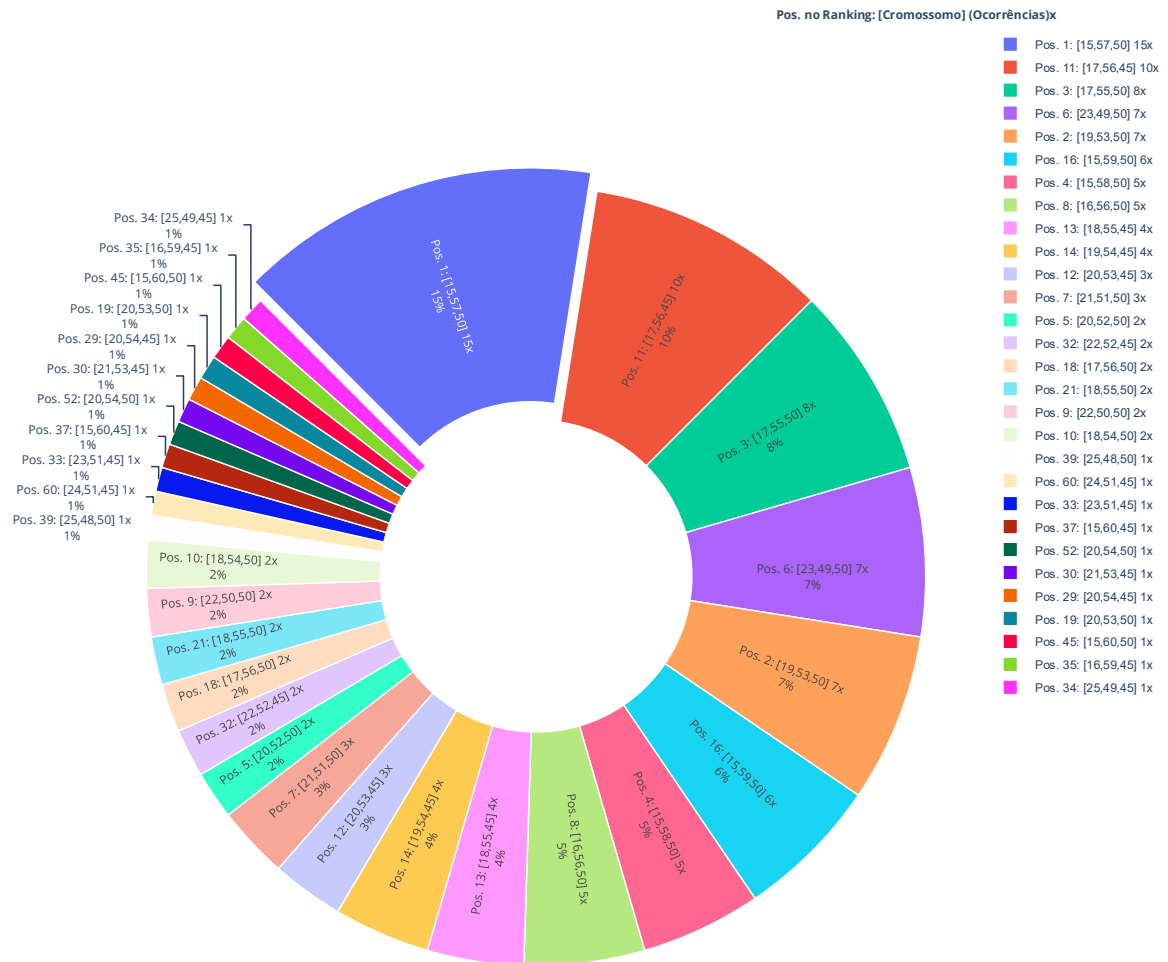
(Conclusão)

Cromossomo	Posição	Quantidade de vezes que apareceu
[19, 55, 45]	36	1
[18, 55, 45]	13	1
[18, 54, 50]	10	1
[17, 58, 40]	40	1
[17, 57, 45]	27	1
[17, 55, 50]	3	1
[16, 59, 45]	35	1
[16, 58, 50]	28	1
[16, 57, 50]	20	1
[15, 60, 50]	45	1
[27, 48, 50]	128	1

Fonte: O autor (2025)

Ao passar para 40 indivíduos, o algoritmo dá um salto de qualidade e coloca a solução ótima (Pos. 1) na liderança, com 11 ocorrências. Isso mostra que o sistema parou de vagar aleatoriamente e começou a convergir para um ótimo global seguindo um critério sólido. No entanto, a tabela revela que essa liderança é frágil. O elemento mais frequente está quase empatado na quantidade de ocorrências com o segundo elemento mais frequente (11x9). É válido apontar que as duas soluções são semelhantes (bases de 15 cm e 16 cm). Isso indica que o algoritmo já identificou o tipo de seção mais eficiente para a situação, com seções esbeltas e concreto de alta resistência, mas a população ainda é muito pequena para que ele consiga distinguir com clareza qual das duas é matematicamente superior, oscilando entre elas.

Gráfico 19 - Distribuição percentual para população de 80 indivíduos

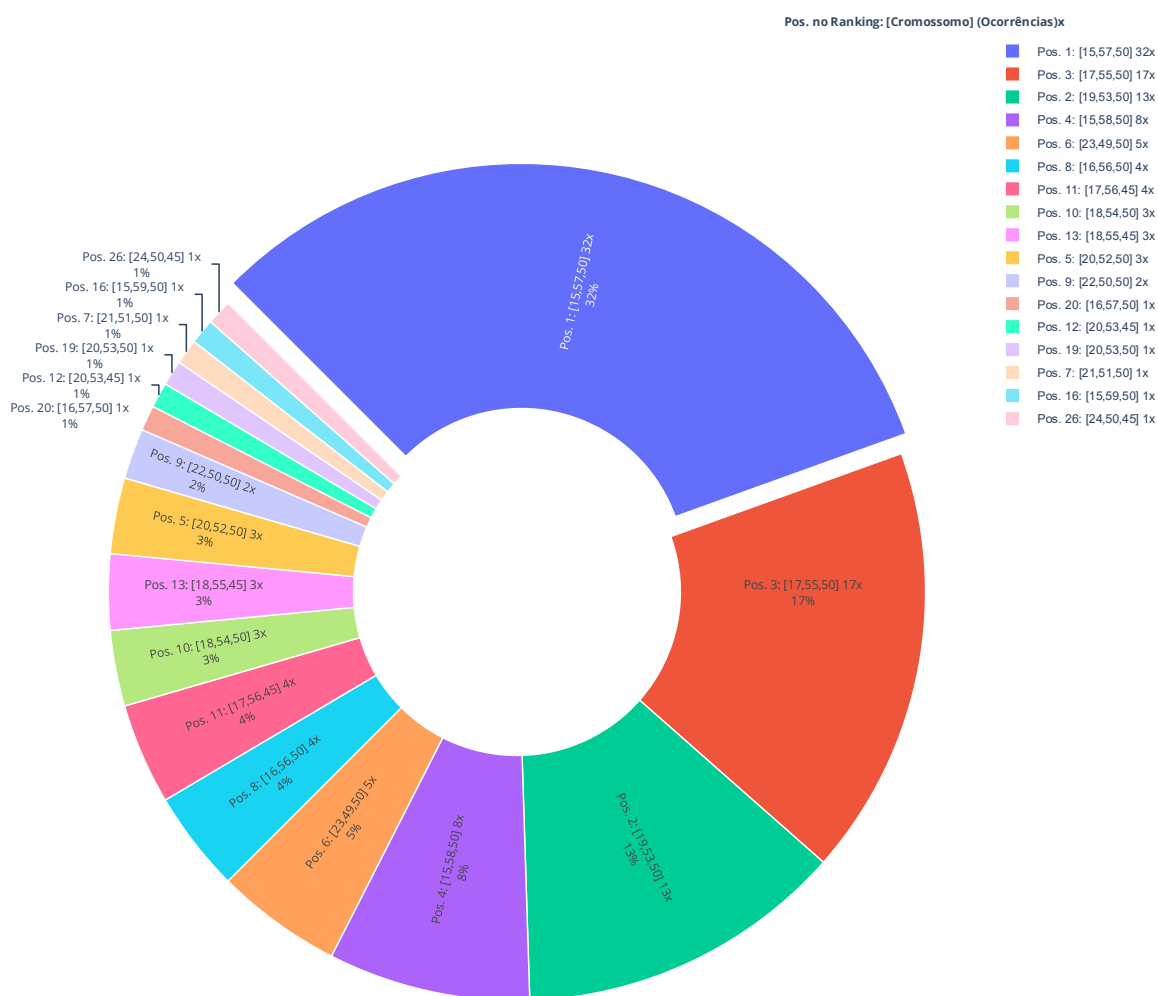


Fonte: O autor (2025)

Para o cenário de 80 indivíduos, o gráfico representa um estágio de transição. Embora a solução ótima (Pos. 1) já ocupe a liderança com 15%, ela ainda não possui dominância clara, sendo seguida de perto pela Pos. 11 (10%) e Pos. 3 (8%). O gráfico ainda se mostra bastante diversificado, indicando que o algoritmo, apesar de ter encontrado o caminho certo, ainda perde tempo explorando soluções secundárias (como a Pos. 11) que competem quase de igual para

igual com a melhor opção.

Gráfico 20 - Distribuição percentual para população de 150 indivíduos

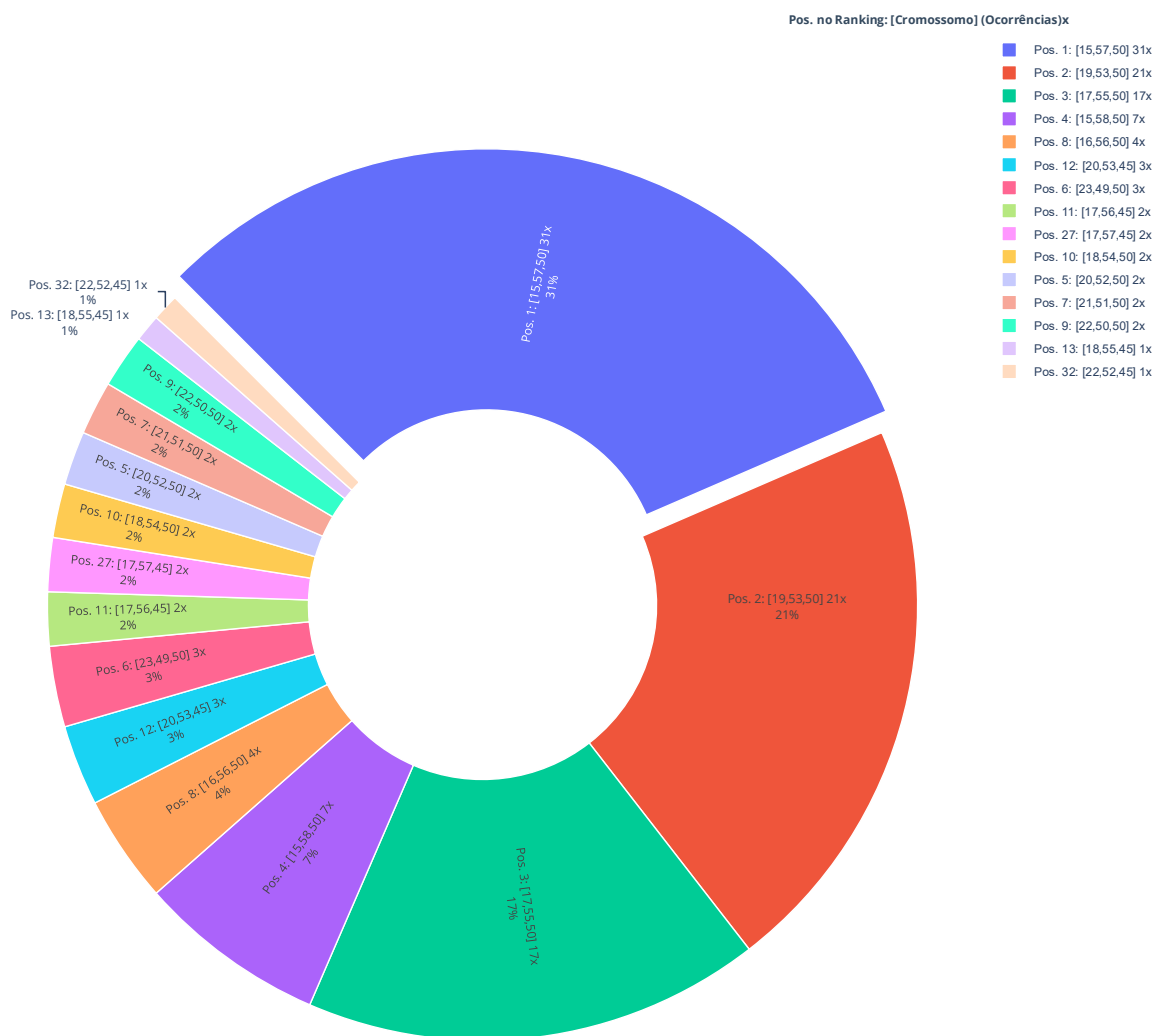


Fonte: O autor (2025)

Para a população de 150 indivíduos ocorre a limpeza definitiva do espaço de busca. A diferença visual é notável: a solução ótima salta para 32% de frequência, mais que o dobro do cenário anterior. Observa-se a formação de uma elite clara: as três melhores soluções (Pos. 1, 2

e 3) somadas passam a dominar a maior parte do gráfico. O algoritmo passou a concentrar a convergência no topo do ranking de melhores soluções.

Gráfico 21 - Distribuição percentual para população de 200 indivíduos



Fonte: O autor (2025)

Já na situação de 200 indivíduos revela-se um fenômeno de saturação. Curiosamente, o aumento da população não ampliou a fatia da solução líder (que oscilou ligeiramente para 31%),

mas sim fortaleceu a segunda colocada (Pos. 2), que subiu para 21%. Isso sugere visualmente que, a partir de 150 indivíduos, o ganho marginal de convergência para o ótimo global se torna nulo. O algoritmo apenas reforça as soluções vizinhas de alta qualidade sem desempatar a liderança de forma mais agressiva.

Para o cenário de população com 10 indivíduos, observou-se uma enorme variação nos resultados gerados, onde para 100 execuções, 89 representa valores distintos. Ademais, o item mais frequente foi o valor de 43ª posição no ranking de melhores custos, o pior valor observado até agora para o valor mais frequente. Apesar disso, o valor apareceu apenas 3 vezes durante as 100 execuções, com diferença muito pequena em relação aos valores subsequentes. Por outro lado, conforme aumentou-se o tamanho da população, observou-se uma grande redução na quantidade de soluções distintas, tendo seu auge na população de 10 indivíduos com 89 soluções, e seu menor valor na população de 200 indivíduos com 15 soluções distintas. Essa situação também proporcionou uma melhora drástica na qualidade das respostas encontradas, evidenciando uma relação diretamente proporcional entre o tamanho da população e a qualidade da resposta final. A população de 150 indivíduos obteve as melhores estatísticas, com a solução ótima aparecendo 32 vezes (32%), com vantagem em relação a 2ª solução mais frequente desse cenário de 15 (quantidade de aparições da 1ª solução mais frequente – quantidade de aparições da 2ª solução mais frequente). Esses dados comprovam que o tamanho da população é uma variável de extrema importância em problemas de otimização dessa natureza, sendo válido o cuidado para que esse tamanho de população não seja muito pequeno e prejudique o objeto final da otimização. Essa situação se torna ainda mais importante ao ter em mente a grande quantidade de soluções possíveis para o presente trabalho (11907 combinações). Populações muito pequenas tornam o processo de otimização preso em ótimos locais de forma muito frequente. Tal situação decorre do fato que maiores populações permitem uma exploração mais efetiva do espaço de busca inicial. Há uma maior probabilidade de a população inicial ser gerada com genes mais adequados para resolver o problema, uma vez que o espaço amostral é mais amplo. Logo, otimizações com populações pequenas sofrem convergência prematura para ótimos locais devido à ausência de material genético variado.

Tabela 54 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para população 10 indivíduos

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	43°	[18, 57, 40]	3	1	89	11%	0%
2 °	22°	[21, 52, 50]	2				
3 °	11°	[17, 56, 45]	2				
4 °	270°	[15, 63, 40]	2				
5 °	317°	[15, 63, 45]	2				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 55 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para população 40 indivíduos

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1°	[15, 57, 50]	11	2	49	32%	15%
2 °	8°	[16, 56, 50]	9				
3 °	11°	[17, 56, 45]	4				
4 °	2°	[19, 53, 50]	4				
5 °	15°	[16, 58, 45]	4				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 56 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para população 80 indivíduos

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	15	5	29	47%	30%
2 °	11º	[17, 56, 45]	10				
3 °	3º	[17, 55, 50]	8				
4 °	6º	[23, 49, 50]	7				
5 °	2º	[19, 53, 50]	7				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 57 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para população 150 indivíduos

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	32	15	17	75%	70%
2 °	3º	[17, 55, 50]	17				
3 °	2º	[19, 53, 50]	13				
4 °	4º	[15, 58, 50]	8				
5 °	6º	[23, 49, 50]	5				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 58 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para população 200 indivíduos

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	31	10	15	80%	76%
2 °	2º	[19, 53, 50]	21				
3 °	3º	[17, 55, 50]	17				
4 °	4º	[15, 58, 50]	7				
5 °	8º	[16, 56, 50]	4				

Fonte: O autor (2025)

Para a população de 10 indivíduos observou-se o pior valor relacionado à proporção da quantidade de aparições das 5 melhores soluções no processo, onde nenhum valor pertence a esse grupo das 5 melhores soluções. O acréscimo do tamanho da população promoveu um grande aumento nesse indicador, obtendo seu maior valor para uma população bem maior, com 200 indivíduos e resultado de 76% das soluções geradas integrando esse universo abordado.

Tabela 59 - Custos médios e desvio padrão ao variar a quantidade de indivíduos

Qtd indivíduos (un)	Custo médio (R\$)	Desvio padrão (R\$)	Coef. Variação (%)	Quantidade execuções
10	R\$ 1.900,05	R\$ 97,25	5,12	100,00
40	R\$ 1.801,40	R\$ 44,71	2,48	100,00
80	R\$ 1.781,21	R\$ 15,59	0,88	100,00
150	R\$ 1.771,94	R\$ 7,19	0,41	100,00
200	R\$ 1.771,61	R\$ 7,35	0,42	100,00

Fonte: O autor (2025)

A partir da Tabela 59, conclui-se que o uso de uma população reduzida (10 indivíduos) resultou na maior dispersão dos resultados até o momento, com um alto desvio padrão (R\$ 97,25) e um coeficiente de variação de 5,12%. Além disso, o custo médio (R\$ 1.900,05) ficou 7,6% acima do resultado ideal para o cenário avaliado (R\$ 1.765,85, presente na Tabela 39), indicando que a falta de diversidade populacional compromete de forma significativa a capacidade do algoritmo em encontrar o ótimo global. Conforme aumentou-se o tamanho da população, houve uma redução drástica na dispersão dos resultados. O coeficiente de variação caiu para valores inferiores a 0,90% e o custo médio aproximou-se do valor ótimo, demonstrando que populações maiores garantem uma exploração mais eficiente do espaço de busca e consequentemente resultados mais consistentes. A partir de 150 indivíduos, o ganho de desempenho tornou-se ínfimo. O custo médio e o desvio padrão estabilizaram-se em patamares mais baixos (coeficiente de variação em torno de 0,41%), sugerindo que esse tamanho de população é suficiente para garantir a convergência sem implicar em exigências computacionais desnecessárias, visto que o custo computacional (tempo de processamento) aumenta linearmente com o tamanho da população.

5.6 OTIMIZAÇÃO VARIANDO A QUANTIDADE DE GERAÇÕES

Nesta seção, será avaliado a influência da quantidade de gerações na aptidão do resultado final encontrado. O processo foi executado considerando o tamanho da população de 100 indivíduos, mutação de 5%, valores de f_{ck} entre 20 e 50 Mpa, comprimento do vão igual 3 metros e 100 execuções. O resultado final usado é o valor mais frequente no processo de 100 execuções. As execuções serão divididas em gerações de: 10, 80, 150, e 200. O grande *gap* entre valores permite analisar de forma mais evidente qual é o impacto de fato dessa variável no final do problema.

Tabela 60 - Resultados gerados pelo AG para cada quantidade de gerações

Qtd gerações (un)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
10	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
40	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
80	19	53	50	R\$ 123,70	R\$ 73,83	R\$ 1.345,54	R\$ 227,98	R\$ 1.771,04
150	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85
200	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85

Fonte: O autor (2025)

A partir da Tabela 60 pode-se extrair informações importantes acerca da relação entre geometria da seção e custos. O custo com o aço tracionado permaneceu constante em todas situações, comprovando que o aumento na base e diminuição na altura em 4 cm compensaram-se, onde esses valores não foram capazes de interferir no valor da área de aço calculada. Apesar de haver uma diminuição de R\$ 43,05 no custo com fôrmas (menor área de seção transversal), essa redução foi contrabalanceada com o aumento em R\$ 13,84 no custo com estribos e R\$ 34,41 no custo com concreto, fazendo a solução com maior base e menor altura superar o custo ótimo em R\$ 5,19. Houve uma variação de apenas 0,29% no custo total da peça entre soluções, indicando que as mudanças entre seções foram irrelevantes no custo total do elemento nessa situação.

Tabela 42 – Melhor resultado encontrado para vão de 3 metros (busca por força bruta)

Vão (m)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
3	15	57	50	R\$ 123,70	R\$ 59,99	R\$ 1.388,59	R\$ 193,57	R\$ 1.765,85

Fonte: O autor (2025)

Tabela 61 - Variação percentual de custos entre resultados gerados pelo AG ao variar a quantidade de gerações e o melhor encontrado para 3 metros de vão (busca por força bruta)

Qtd gerações (un)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
40	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
80	26,70%	7,00%	0,00%	0,00%	23,07%	-3,10%	17,78%	0,29%
150	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
200	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: O autor (2025)

Tabela 62 - Variação de valores unitários entre resultados gerados pelo AG ao variar quantidade de gerações e o melhor encontrado para 3 metros de vão (busca por força bruta)

Qtd gerações (un)	Base (cm)	Altura (cm)	Fck (MPa)	Custo aço tracionado (R\$)	Custo aço cisalhamento(R\$)	Custo fôrmas (R\$)	Custo concreto (R\$)	Custo total (R\$)
10	0	0	0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -
40	0	0	0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -
80	4	4	0	R\$ -	R\$ 13,84	R\$ 43,05	R\$ 34,41	R\$ 5,19
150	0	0	0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -
200	0	0	0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -

Fonte: O autor (2025)

O algoritmo produziu a solução ótima em 4 dos 5 cenários avaliados. De forma contraintuitiva, a exceção se materializou com o número de gerações igual a 80, ao invés de valores mais baixos como 10 e 40 gerações. Esse cenário se explica pela dependência da qualidade da população inicial gerada que o código mostrou nas seções anteriores, quando trabalhando com valores baixos de mutação. Como o valor usado de mutação foi baixo (5%), o processo ficou enviesado em soluções subótimas por conta de ótimos locais presentes na

população inicial. Considerando esse valor de mutação, houve pouca probabilidade de variação de genes após o processo de cruzamento (*crossover*), ocasionando um resultado final do processo de otimização que não possui o melhor desempenho possível. Se tratando da diferença de valores entre a solução gerada para esse cenário e o resultado ideal, há um acréscimo de apenas R\$ 5,19 no custo total (0,29%), um valor quase irrelevante. Essa diferença foi causada pela variação no custo com estribos, fôrmas e volume de concreto. Apesar do resultado possuir um menor custo

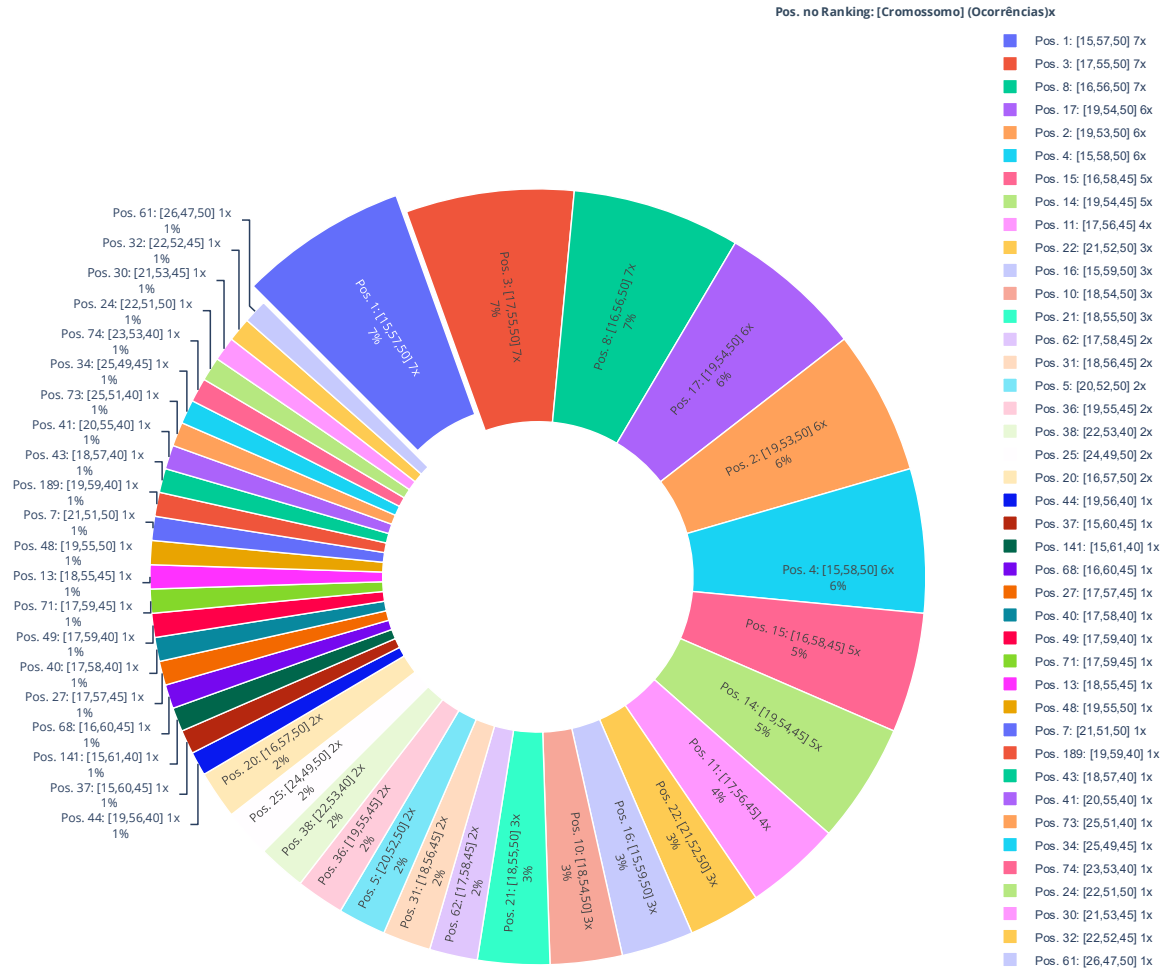
com fôrmas (R\$ 43,05 mais barato e variação de 3,10%), há um aumento no custo com estribos e concreto com acréscimos de R\$ 13,84 e R\$ 34,41 (23,07% e 17,78%) respectivamente.

Tabela 63 - Dados das vigas otimizadas variando a quantidade de gerações

Qtd gerações (un)	10	40	80	150	200
As tracionada (cm ²)	4,92	4,92	5,43	4,92	4,92
Bitola tracionada (mm)	16,00	16,00	16,00	16,00	16,00
Qtd estribos (un)	13,00	13,00	16,00	13,00	13,00
Comprimento unitário estribo (cm)	146,00	146,00	146,00	146,00	146,00
Bitola cisalhamento (mm)	6,30	6,30	6,30	6,30	6,30
Flecha calculada (cm)	2,37	2,37	2,25	2,37	2,37
Flecha permitda (cm)	2,40	2,40	2,40	2,40	2,40
Qtd de barras permitidas na seção (un)	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00
Qtd de barras tracionadas (un)	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
Área de fôrmas (m ²)	3,87	3,87	3,75	3,87	3,87
Volume de concreto (m ³)	0,26	0,26	0,30	0,26	0,26

Fonte: O autor (2025)

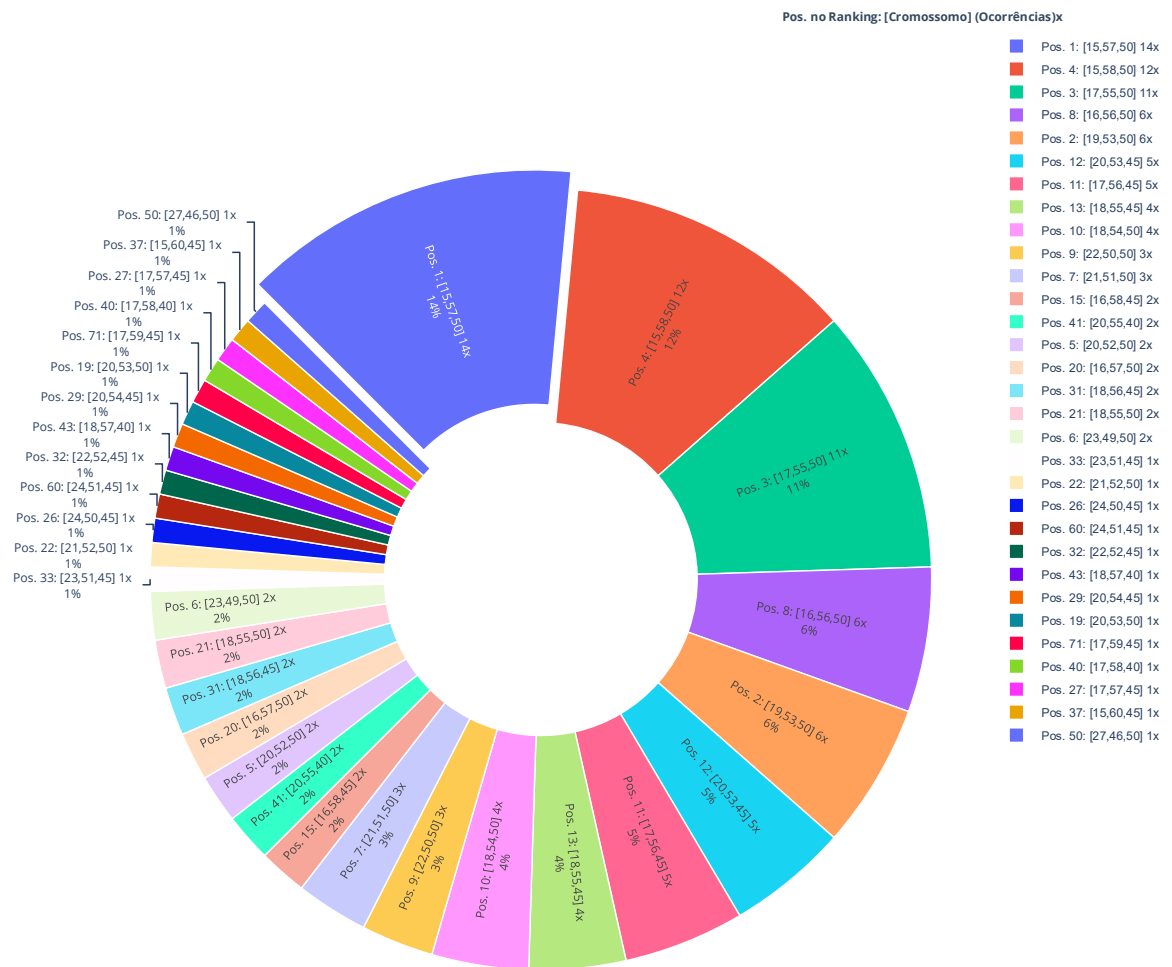
Gráfico 22 - Distribuição percentual para 10 gerações



Fonte: O autor (2025)

O gráfico referente a 10 gerações é a representação visual da incerteza. Não existe uma hierarquia definida; a solução ótima (Pos. 1) está tecnicamente empatada com a Pos. 3 e a Pos. 8, todas com 7% de frequência. O aspecto fragmentado do gráfico mostra que o algoritmo foi interrompido em uma fase exploratória, onde ele ainda estava analisando o espaço de busca para definir uma solução de destaque.

Gráfico 23 - Distribuição percentual para 40 gerações

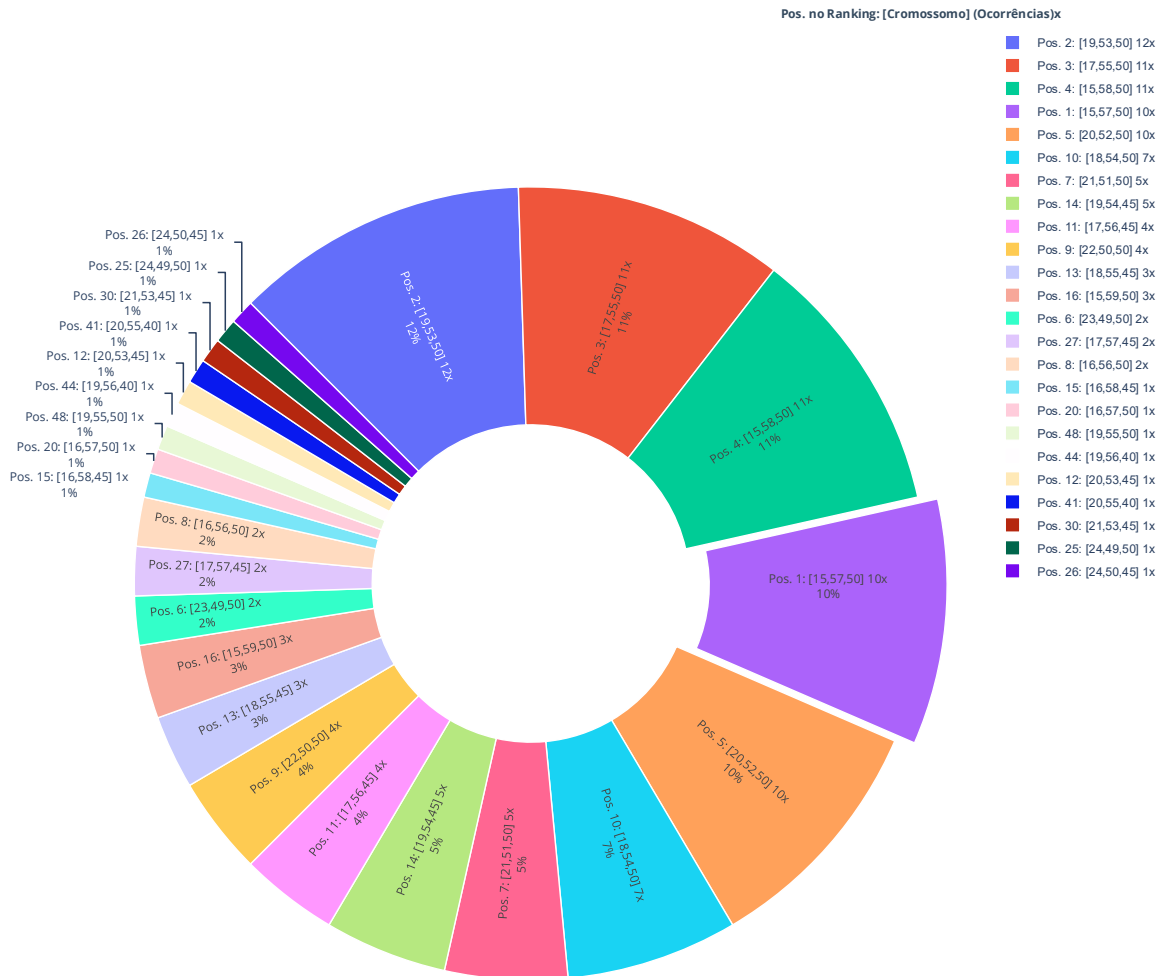


Fonte: O autor (2025)

Ao avançar para 40 gerações, nota-se o início de uma organização. A solução ótima assume a ponta isolada (14%), mas sua liderança é extremamente frágil. As fatias das soluções Pos. 4 (12%) e Pos. 3 (11%) são quase do mesmo tamanho da líder. Isso indica um cenário de

competição acirrada, onde o algoritmo já identificou o grupo de elite, mas ainda não teve tempo de processamento para desempatar a disputa entre elas.

Gráfico 24 - Distribuição percentual para 80 gerações

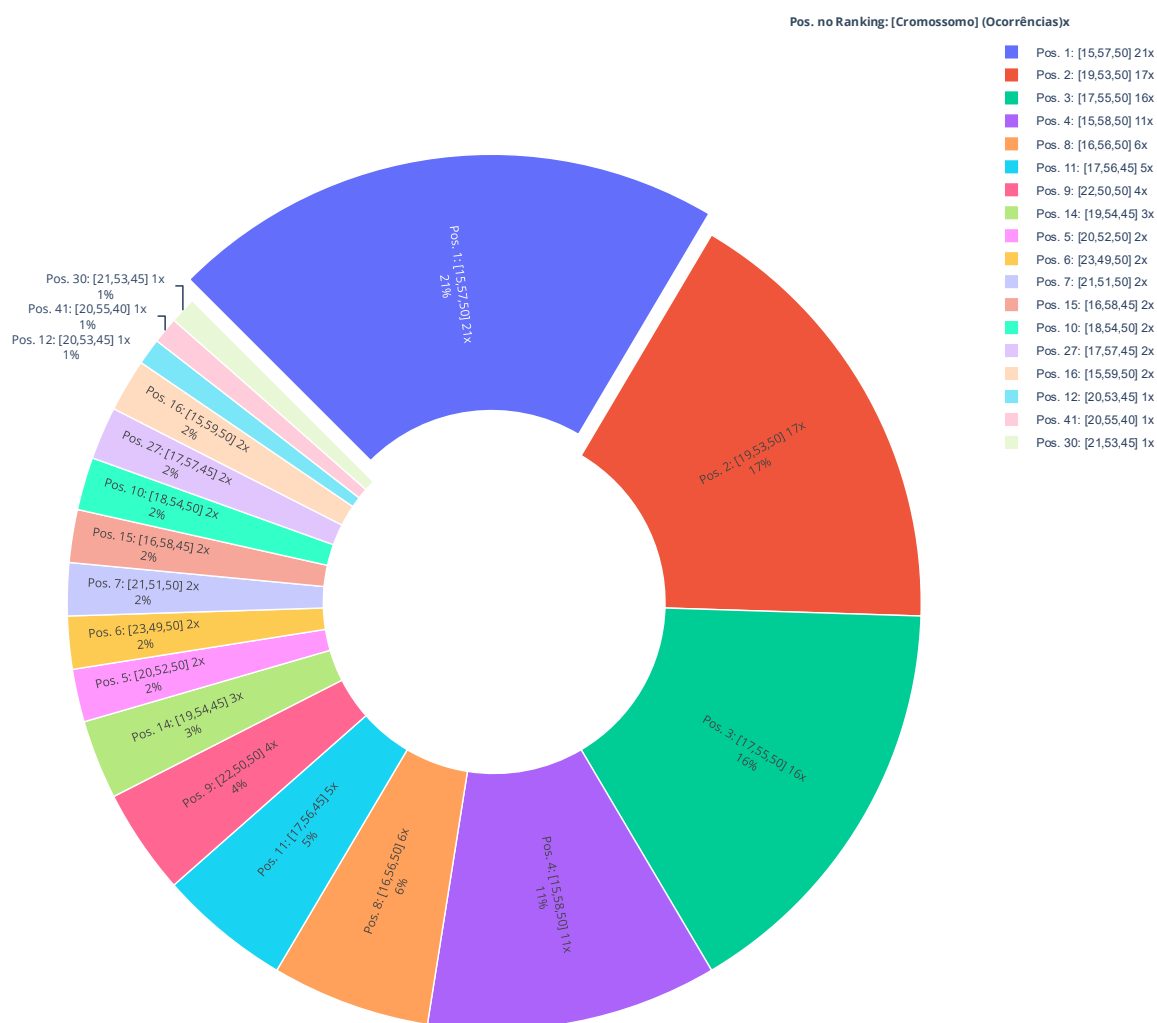


Fonte: O autor (2025)

No cenário de 80 gerações, o gráfico ilustra visualmente uma conversão a um ótimo local. A fatia da solução ótima (Pos. 1) encolheu para 10% e foi ultrapassada pelas soluções

sub-ótimas Pos. 2, Pos. 3 e Pos. 4. O equilíbrio visual entre essas quatro fatias sugere uma estagnação. O algoritmo ficou preso em um ciclo vicioso entre soluções parecidas, sem força para impulsionar a melhor resposta de volta ao topo.

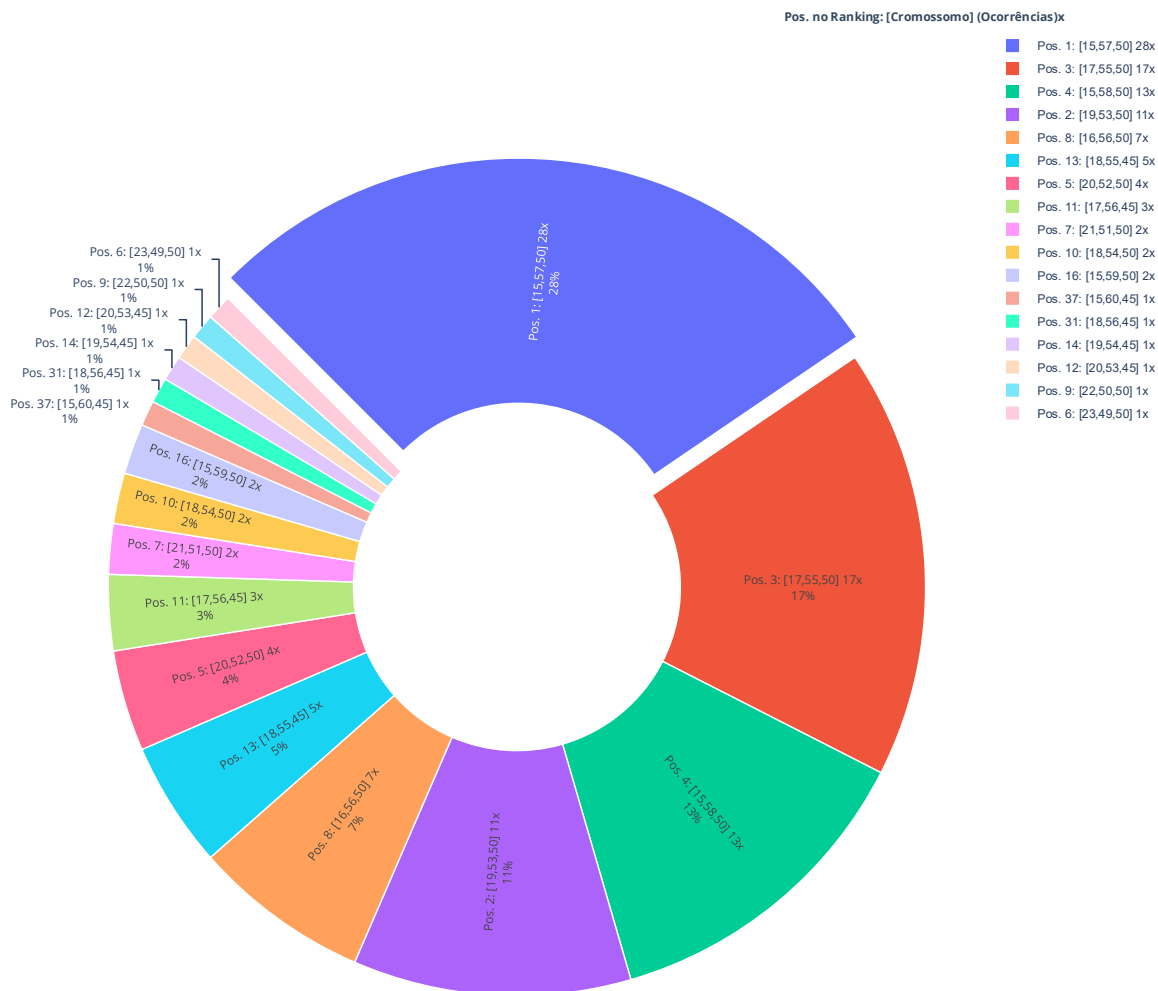
Gráfico 25 - Distribuição percentual para 150 gerações



Fonte: O autor (2025)

Com 150 gerações, o gráfico retoma a tendência de convergência correta. A fatia da solução ótima cresce para 21%, descolando-se do restante do grupo. Percebe-se também uma "limpeza" nas bordas do gráfico: a quantidade de fatias muito finas (soluções ruins) diminui, mostrando que o processo evolutivo voltou a funcionar corretamente, descartando as soluções inferiores e focando no topo do ranking.

Gráfico 26 - Distribuição percentual para 200 gerações



Fonte: O autor (2025)

Por fim, o gráfico de 200 gerações exibe a consolidação do resultado. A solução ótima (Pos. 1) domina quase um terço da área total (28%), estabelecendo uma distância visual clara para a segunda colocada (Pos. 3). A estrutura do gráfico é a mais sólida de todas, comprovando que o algoritmo atingiu a maturidade necessária para distinguir, sem dúvidas, qual é a melhor configuração para a viga no cenário analisado.

Tabela 64 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 10 gerações

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	7	0	41	33%	20%
2 °	8º	[16, 56, 50]	7				
3 °	3º	[17, 55, 50]	7				
4 °	17º	[19, 54, 50]	6				
5 °	2º	[19, 53, 50]	6				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 65 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 40 gerações

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	14	2	31	49%	43%
2 °	4º	[15, 58, 50]	12				
3 °	3º	[17, 55, 50]	11				
4 °	8º	[16, 56, 50]	6				
5 °	2º	[19, 53, 50]	6				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 66 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 80 gerações

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	2º	[19, 53, 50]	12	1	24	54%	54%
2 °	4º	[15, 58, 50]	11				
3 °	3º	[17, 55, 50]	11				
4 °	1º	[15, 57, 50]	10				
5 °	5º	[20, 52, 50]	10				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 67 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 150 gerações

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	21	4	18	71%	65%
2 °	2º	[19, 53, 50]	17				
3 °	3º	[17, 55, 50]	16				
4 °	4º	[15, 58, 50]	11				
5 °	8º	[16, 56, 50]	6				

Fonte: O autor (2025)

Tabela 68 - As 5 soluções mais frequentes no processo de 100 execuções para 200 gerações

Ranking (Quantidade de aparições)	Posição (Posição no ranking de custos)	Cromossomo	Ocorrências	Diferença de aparições entre o valor mais frequente e o 2º mais frequente	Quantidade de soluções distintas	Percentual do top5 do ranking de aparições em relação ao todo	Percentual do top5 do ranking de custos em relação ao todo
1 °	1º	[15, 57, 50]	28	11	17	76%	69%
2 °	3º	[17, 55, 50]	17				
3 °	4º	[15, 58, 50]	13				
4 °	2º	[19, 53, 50]	11				
5 °	8º	[16, 56, 50]	7				

Fonte: O autor (2025)

Diante dessa conjuntura, constata-se uma relação diretamente proporcional entre a qualidade dos resultados gerados e a quantidade de gerações usadas, e inversamente proporcional entre a quantidade de gerações e número de elementos distintos. Essas relações já eram esperadas, e corroboram com o que foi exposto na seção anterior, onde verificou-se as mesmas relações entre a quantidade de indivíduos na população e a qualidade e número de respostas distintas. Quanto maior o número de gerações, maior a probabilidade de uma resposta ótima ser produzida. Em relação ao valor de geração igual 80, mesmo que o resultado encontrado não tenha sido o ótimo, esse valor é o segundo melhor encontrado no código auxiliar de busca por força bruta, com variação no custo total ínfima (de R\$ 1.765,85 para R\$ 1.771,04, com variação de apenas R\$ 5,19 e 0,29%). Para a geração de tamanho igual a 10, apesar da resposta gerada ter sido a ótima, essa resposta tem frequência igual aos itens de posição 8º e 3º no ranking de melhores custos, com frequência dos itens presentes na vanguarda dos 5 melhores resultados de apenas 20 aparições (20%), além de ter sido encontrado um grande número de soluções distintas, com 41 soluções nesse universo. Em contrapartida, atingiu-se o melhor desempenho para gerações de tamanho igual a 200. A solução ideal apareceu 28 vezes (28%), com vantagem em relação ao segundo valor mais frequente de 11 aparições. A proporção de valores presentes nos 5 melhores custos foi de 69%, o maior valor observado nesta seção. Apenas 17 soluções distintas foram encontradas, o que mostra que esses valores foram escolhidos com embasamento, e não resultados frutos da aleatoriedade. Nesse sentido, os resultados comprovaram novamente a importância da quantidade de gerações em processos de otimização desse tipo, sendo uma variável chave para obter resultados satisfatórios ao final do processo.

Tabela 69 - Custos médios e desvio padrão ao variar a quantidade de gerações

Qtd gerações (un)	Custo médio (R\$)	Desvio padrão (R\$)	Coef. Variação (%)	Quantidade execuções
10	R\$ 1.792,99	R\$ 25,26	1,41	100,00
40	R\$ 1.781,10	R\$ 17,07	0,96	100,00
80	R\$ 1.777,27	R\$ 12,39	0,70	100,00
150	R\$ 1.773,89	R\$ 9,47	0,53	100,00
200	R\$ 1.772,58	R\$ 7,93	0,45	100,00

Fonte: O autor (2025)

Com base na Tabela 69, observa-se que apesar do valor baixo de quantidade de gerações (10 gerações) o custo médio ficou apenas 1,54% acima do ótimo global (R\$ 1.765,85), com dispersão de resultados nas 100 execuções de apenas 1,41%. À medida que o número de gerações aumenta, o custo médio converge de forma mais perceptível para regiões próximas do custo ótimo (de R\$ 1.792,99 para R\$ 1.772,58), indicando que o tempo adicional de processamento refina a qualidade da solução obtida. O aumento do número de gerações resultou em uma redução significativa na dispersão dos resultados. O Desvio padrão caiu de R\$ 25,26 em 10 gerações para R\$ 7,93 em 200 gerações, e o coeficiente de variação foi reduzido a um terço do valor original (de 1,41% para 0,45%), comprovando que as gerações adicionais garantem maior confiabilidade e repetibilidade dos resultados. A estabilidade alcançada a partir de 150 gerações (coeficiente de variação em torno de 0,50%) indica um ponto de saturação onde o ganho de desempenho se torna mínimo. Isso demonstra a eficiência do algoritmo em encontrar e consolidar a melhor solução dentro de um número entre 100 e 150 gerações, onde esse intervalo representa o ponto ótimo de eficiência computacional para o problema analisado, dispensando a necessidade de prolongar o processo para obter mais precisão.

5.7 RESUMO ESTATÍSTICO DOS VALORES ENCONTRADOS

Considerando que todas análises executadas avaliaram ao menos uma vez o comportamento do AG com o vão de 3 metros de comprimento, é possível extrair *insights* poderosos sobre o comportamento do código nesse cenário, visto que os valores de carregamento serão iguais, consequentemente é válida a comparação entre resultados obtidos de base, altura e fck em todos contextos estudados.

Tabela 70 - Resumo estatístico sobre o comportamento do AG para o vão de 3 metros

Elemento	Valor médio	Desvio Padrão	Coef. Variação (%)	Qtd de ocorrências avaliadas
Base	17,56 cm	2,76 cm	15,73	1600
Altura	55,30 cm	2,86 cm	5,18	1600
Fck	48,48 MPa	3,82 MPa	7,9	1600

Fonte: O autor (2025)

Na análise efetuada acima, foi consolidado em uma tabela os seguintes resultados encontrados:

- Resultados encontrados na análise da variação do vão para o vão de **3 metros**.

- Todos resultados obtidos na análise da manipulação da taxa de mutação
- Todos resultados obtidos na análise da manipulação do tamanho da população
- Todos resultados obtidos na análise da manipulação da quantidade de gerações

Como em todos os cenários expostos (exceto o primeiro ponto, onde são apenas 100 execuções avaliadas) foram examinadas 500 execuções para cada ponto avaliado (em cada manipulação feita foram examinados 5 cenários, com 100 execuções cada), chega-se no valor de 1600 execuções totais estudadas ($100 + 500 + 500 + 500$). O cenário da variação do fck foi descartado dessa análise devido ao fato do valor do fck ter sido fixado ao longo de todos cenários estudados, o que poderia distorcer os resultados médios que foram calculados sem fixação de parâmetros. Com base nos dados da Tabela 70, é possível perceber que os resultados médios para as dimensões e fck encontrados no trabalho estão muito próximos dos valores da seção ótima que entrega menor custo para o vão de 3 metros (17,56 x 15 para a base, 55,30 x 57 para altura e 48,48 x 50 para o fck).

Considerando o grande universo avaliado (1600 execuções), essa proximidade serve para ressaltar a performance do algoritmo, que mesmo quando não foi capaz de encontrar o resultado ideal, ficou muito próximo dele. Esse cenário é assegurado pelos dados do desvio padrão, onde o maior desvio encontrado foi de apenas 3,8222 em relação ao valor médio encontrado, e de apenas 1,52 em relação ao valor ótimo. Dessa forma, é possível afirmar que o algoritmo foi capaz de concentrar sua busca no espaço que entrega melhor relação custo benefício, encontrando de forma consistente seções de inércia ideal para respeitar todas restrições impostas pelo trabalho além de oferecer gasto financeiro menor. A baixa variância destacada pelos dados estatísticos apontados confere ao AG desenvolvido uma importante característica: a previsibilidade. Como os resultados variam pouco entre execuções, mesmo que em cenários completamente distintos, é possível ter a certeza que novos processos de otimização não irão alterar a qualidade do elemento obtido de forma drástica, permitindo que um processo estocástico e heurístico de otimização se torne uma ferramenta determinística de análise de engenharia estrutural.

6 CONCLUSÃO

O desenvolvimento deste trabalho permitiu o cumprimento integral dos objetivos propostos. Em concordância com os objetivos específicos ‘b’, ‘c’ e ‘d’, foi implementada uma ferramenta computacional capaz de dimensionar, verificar e otimizar vigas de concreto armado segundo a ABNT NBR 6118 (2023). Tratando-se do objetivo específico ‘g’, a validação executada via método de busca por força bruta demonstrou que o AG desenvolvido é robusto, atingindo a solução ótima global na maioria dos cenários com desvios de custos desprezíveis.

Em relação à análise econômica proposta no objetivo específico ‘e’, conclui-se que o custo de fôrmas exerce influência significativa no custo total do elemento, consequentemente influenciando na função objetivo. Observou-se uma relação inversamente proporcional entre o valor da resistência característica (f_{ck}) e o custo final do elemento, apesar de f_{cks} maiores possuírem custo unitário maior. Esse custo mais elevado é compensado pela redução na seção transversal e, consequentemente, área de formas e volume de concreto que o uso de maiores resistência permite.

Tratando da questão central da pesquisa sobre a geometria ideal, a análise estatística consolidada de 1600 execuções com valores de vão igual a 3 metros indica uma combinação média ótima encontrada de **17,56 cm** de base, **55,30 cm** de altura e **48,48 MPa** de f_{ck} , com base nos dados da Tabela 70. Esses dados comprovam quantitativamente que seções mais esbeltas em conjunto com concretos de maior resistência característica oferecem o caminho mais poderoso para a minimização de custos de vigas de concreto armado segundo os custos da tabela SINAPI para a cidade de Teresina/PI.

A manipulação dos parâmetros do algoritmo (taxa de mutação, tamanho da população e quantidade de gerações), almejada nos objetivos específicos ‘f’ e ‘h’ forneceu informações de extremo valor ao trabalhar com métodos de otimização dessa natureza:

- Taxa de mutação: Aumentar a taxa de mutação (quando dentro do intervalo de 0% a

50%) aumentou drasticamente a capacidade do código de escapar de ótimos locais, fazendo a solução ótima aparecer com maior frequência (pico de 62% dos resultados sendo ideais em 50% de mutação). A taxa de 0% gerou alta instabilidade e grande variabilidade dos resultados obtidos, prejudicando uma análise mais precisa e assertiva dos resultados obtidos. Taxas de mutação maiores que 50% (80% no caso deste trabalho), evidenciaram uma deterioração na qualidade das respostas devido à alta aleatoriedade implementada no algoritmo nessas situações.

- Tamanho da população: Esta seção comprovou algo já esperado. Observou-se uma relação diretamente proporcional entre a quantidade de indivíduos na população e a qualidade das respostas finais, sendo que populações muito pequenas (10 indivíduos) resultaram na pior solução observada em todo trabalho para o elemento mais frequente (resultado final utilizado). Em contrapartida, o maior tamanho de população analisado (200 indivíduos) obteve maior proporção de resultados ótimos, menor quantidade de resultados distintos e maior relação de elementos presentes no ranking dos 5 melhores resultados, com 31%, 15 e 76% respectivamente.
- Quantidade de gerações: A análise deste parâmetro seguiu a lógica observada para o tamanho da população. Constatou-se a mesma relação diretamente proporcional entre a quantidade de gerações e a qualidade final da resposta, tendo seu melhor desempenho na maior quantidade de gerações estudada (200 gerações). Nesse cenário averiguou-se a maior proporção de soluções ótimas (28% dos resultados), menor quantidade de resultados distintos (apenas 17) e maior frequência de soluções pertencentes às 5 melhores, com 69% dos resultados dentro desse universo.

Em suma, os resultados demonstraram alta capacidade, robustez e aplicabilidade do algoritmo desenvolvido no campo da engenharia estrutural. Nesse sentido, comprovou-se que o mesmo é uma ferramenta de extrema utilidade e importância nesse ramo, tornando um processo que antes era feito por tentativa e erro, mais dinâmico e veloz.

6.1 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

Apesar dos resultados satisfatórios, é necessário destacar as limitações do algoritmo desenvolvido, que restringem sua aplicação direta a casos mais complexos:

- Geometria: O código restringe-se a seções retangulares, não abrangendo seções T, I, L etc.

- Carregamento: O programa calcula as cargas últimas e de serviço, mas apenas para o modelo apresentado na seção 5.4.1 da metodologia, com uso cargas pontuais e uniformemente distribuídas. Não é considerado cargas móveis ou acidentais além das expostas na seção.
- Esforços: O dimensionamento limita-se à flexão normal simples e cisalhamento segundo o modelo I da norma ABNT NBR 6118. Não foi considerado o uso do modelo II para cisalhamento, ou verificação a torção, punção etc.
- Elementos: O código tem seu dimensionamento inteiramente voltado para vigas.
- Verificações de serviço: O código verifica os elementos apenas segundo o estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF), sem considerar estados de limite como o de fissuração (ELS-F) e de abertura de fissuras (ELS-W).
- Material: O código é voltado inteiramente para estruturas de concreto armado
- Vinculação: A análise estrutural embutida no algoritmo limita-se a vigas engastadas (isostáticas), não sendo aplicável diretamente a vigas contínuas, pórticos hiperestáticos, grelhas etc.
- Risco de ótimos locais: O algoritmo elaborado não implementa métodos como taxa de mutação adaptável ou Geração de descendência aleatória (ROG) para tratar a possibilidade do AG de convergir prematuramente para valores subótimos

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Geometrias variadas: Utilizar geometrias além da retangular, como seções circulares, em T, em I, etc.
- Materiais variados: Utilizar materiais além do concreto armado, como materiais metálicos, concreto pré-moldado, concreto protendido, madeira, etc.
- Vinculações: Analisar outros tipos de vinculação para vigas, como vigas contínuas, bi apoiadas, etc.
- Verificações normativas: Incluir outras verificações normativas como o ELS de fissuração (ELS-F), abertura de fissuras (ELS-W), etc.
- Elementos estruturais: Desenvolver uma aplicação que otimize outros elementos como: pilares, lajes, pórticos, etc.
- Integração com *softwares* BIM: Desenvolver uma aplicação que integre *softwares Building Information Modeling (BIM)* com o algoritmo, permitindo a geração automática de desenhos e detalhamento do elemento analisado.

- Estudo detalhado de parâmetros: Realizar uma análise mais aprofundada dos parâmetros do AG (taxa de mutação, tamanho da população, quantidade de gerações) em busca de encontrar valores que resultem em uma maior consistência e proporção de resultados ótimos.
- Utilizar um critério de parada para economizar custo computacional (tempo de processamento). Por exemplo: caso a solução encontrada não mude durante 20 gerações seguidas, o algoritmo automaticamente finaliza a otimização.

REFERÊNCIAS

AFZAL, M.; LIU, Y.; CHENG, J. C. P.; GAN, V. J. L. **Reinforced concrete structural design optimization: a critical review**. Journal of Cleaner Production, v. 260, artigo 120623, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.120623>. Acesso em: 25 mai. 2025

ALGORITMOS GENÉTICOS. São Carlos: ICMC-USP, [s.d.]. Disponível em: <https://sites.icmc.usp.br/andre/research/genetic/>. Acesso em: 06 dez. 2025

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 5. ed. Rio Grande, RS: Editora Dunas, 2023. 4 v.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. 2. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

ARCELORMITTAL. **Vergalhão ArcelorMittal CA-50 S Soldável**. [S.l.]: ArcelorMittal Brasil, [2025]. Disponível em: <https://brasil.arcelormittal.com/produtos-solucoes/construcao-civil/vergalhao-arcelormittal-ca-50-s-soldavel>. Acesso em: 16 nov. 2025.

BASTOS, P. S. S. **Flexão normal simples – vigas**. Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2015.

BEZERRA, Lays Aguiar. **Emprego de algoritmos genéticos para otimização de vigas de concreto armado**. 2017. Trabalho de conclusão de curso (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Caruaru, 2017.

BHANDARI, Dinabandhu; MURTHY, C. A.; PAL, Sankar K. **Genetic algorithm with elitist model and its convergence**. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Singapore, v. 10, n. 6, p. 731-747, 1996. Disponível em: <https://www.worldscientific.com/doi/10.1142/S0218001496000438>. Acesso em: 6 dez. 2025.

CAMACHO, Jefferson S. **CONCRETO ARMADO I ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO: FISSURAÇÃO - DEFORMAÇÃO**. Ilha Solteira: UNESP, 2009. Disponível em: https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariacivil/jsc_apostila_estados_limite_servico_alunos_2009.pdf. Acesso em: 27 ago. 2025.

CAMACHO, Jefferson S. **Introdução ao estudo do concreto armado**. Ilha Solteira: UNESP, 2008. 40 p. Disponível em: https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariacivil/jeffcam_introducao_estudo_do_concreto_armado.pdf. Acesso em: 30 abr. 2025.

Carvalho, R. C., & Figueiredo Filho, J. R. (2014). **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014 .4ª ed.**. São Carlos: EDUFSCar

Clímaco, J. C. T. S. (2016). **Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. 2. ed. revisada. Brasília: Editora Universidade de Brasília.

De Jong, K. A. (1975). **An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems**. Doctoral dissertation, University of Michigan, Ann Arbor. (UniversityMicrofilms No. 76-9381)

DE SOUZA, Otávio A. P.; MIGUEL, Letícia F. F. **Comparison of the performance of different metaheuristic optimization algorithms**. Proceedings of the XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2020), Foz do Iguaçu, 2020.

FGV (Fundação Getúlio Vargas). **INCC-M: resultados 2024**. Portal FGV, 2024. Disponível em: <https://portal.fgv.br/noticias/incc-m-resultados-2024>. Acesso em: 26 abr. 2025.

FREITAS, D.; LOPES, L. G.; MORGADO-DIAS, F. **Particle Swarm Optimisation: A Historical Review Up to the Current Developments**. Entropy, [S. l.], v. 22, n. 3, p. 362, 2020. Disponível em: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC7516836/>. Acesso em: 6 dez. 2025.

GONÇALVES, André Ricardo. **Algoritmos Genéticos**. [S. l.]: [s. n.], [entre 1996 e 2006]. Disponível em: <https://andrerico.github.io/files/pdfs/geneticos.pdf>. Acesso em: 6 dez. 2025.

INSTITUTO AÇO BRASIL. **Mercado Brasileiro do Aço: Análise Setorial e Regional – Séries Históricas até 2023**. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil, 2024. Disponível em: https://www.acobrasil.org.br/site/wp-content/uploads/2024/08/MBA_Edicao-2024.pdf. Acesso em: 26 abr. 2025

JASSADAPAKORN, Chaiwat; CHONGSTITVATANA, Prabhas. **Self-adaptation mechanism to control the diversity of the population in genetic algorithm**. International Journal of Computer Science & Information Technology (IJCSIT), Bangkok, v. 3, n. 4, Aug. 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.5121/ijcsit.2011.3409>. Acesso em: 6 dez. 2025

KALLEL, Leila; NAUDTS, Bart; ROGERS, Alex (Eds.). **Theoretical Aspects of Evolutionary Computing**. Berlin: Springer, 2001.

LACERDA, E. G. M.; CARVALHO, A. C. **Sistemas inteligentes: aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais**. Porto Alegre, RS: Universidade/UFRGS, 1999. cap. Introdução aos Algoritmos Genéticos, p. 99–150

LEE, K. Y.; EL-SHARKAWI, M. A. (Eds.). **Modern Heuristic Optimization Techniques: Theory and Applications to Power Systems**. [S. l.]: IEEE Press; Wiley-Interscience, 2008. Chapter 5: Fundamentals of Particle Swarm Optimization Techniques

LEPAUSS, Rodrigo. **Aprimoramento do Método de Evolução Diferencial (DE) para Problemas de Otimização no Domínio Contínuo e Aplicação no Controle Adaptativo de Sistemas Dinâmicos**. 2009. 98 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2009. Disponível em: https://www2.ufjf.br/pgmc/files/2009/08/Dissertacao_Rodrigo_Lepauss.pdf. Acesso em: 6 dez. 2025.

LORDSLEEM JUNIOR, A. C.; SAMPAIO, G. M. **Technologies innovations for the Brazilian construction companies digital transformation**. In: CIB WORLD BUILDING CONGRESS, 23., 2025, West Lafayette. Proceedings [...]. West Lafayette: Purdue University, 2025. v. 1, artigo 143. Disponível em: <https://doi.org/10.7771/3067-4883.1983>. Acesso em: 6 dez. 2025.

MIRJALILI, S. **Genetic algorithm**. In: _____. Evolutionary algorithms and neural networks: theory and applications. 1. ed. Berlin: Springer, 2019. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-319-93025-1_4. Acesso em: 25 mai. 2025

MITCHELL, Melanie. **An introduction to genetic algorithms**. 5. reimpr. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1999

MONTEIRO, João Matheus Alves. **Dimensionamento otimizado de vigas em pórticos planos de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Caruaru, 2019

MUSSO JUNIOR, Fernando. **Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2012-2. Disponível em: <https://ecivilufes.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/02/1a5-informac3a7c3b5es-bc3a1sicas-2012-2.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2025.

OLIVETO, Pietro S. et al. **How to Escape Local Optima in Black Box Optimisation: When Non-elitism Outperforms Elitism**. Algorithmica, [s.l.], v. 80, n. 5, p. 1604–1633, set. 2017. Disponível em: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC6438649/>. Acesso em: 06 dez. 2025.

PANDEY, Hari Mohan; CHAUDHARY, Ankit; MEHROTRA, Deepti. **A comparative review of approaches to prevent premature convergence in GA**. Applied Soft Computing, [s.l.], v. 24, p. 1047-1077, nov. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.08.025>. Acesso em: 6 dez. 2025

RELATÓRIO ANUAL – ANNUAL REPORT 2023. São Paulo: SNIC, 2023. Disponível em: http://snic.org.br/assets/pdf/relatorio_anual/1732731328.pdf. Acesso em: 26 abr. 2025.

RIBEIRO, Marcos Guilherme. **Comparação de desempenho de variantes de mutação diferencial no algoritmo NSGA-III-DE em problemas de otimização com muitos objetivos**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Computação) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Timóteo, 2018. Disponível em: https://www.eng-computacao.timoteo.cefetmg.br/wp-content/uploads/sites/197/2025/01/TCC_058.pdf. Acesso em: 26 abr. 2025.

ROCHA, Honovan P.; CASTRO, Cristiano L.; BRAGA, Antônio P. **Seleção de modelos neurais utilizando evolução diferencial através do controle de erro e norma do vetor de pesos**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL (CBIC'2011), 10., 2011, Fortaleza. Anais [...]. Fortaleza: [s. n.], 2011. Disponível em: https://sbia.org.br/wp-content/uploads/2016/03/st_32.1.pdf. Acesso em: 6 dez. 2025

ROEVA, Olympia; FIDANOVA, Stefka; PAPRZYCKI, Marcin. **Influence of the Population Size on the Genetic Algorithm Performance in Case of Cultivation Process Modelling**. In: FEDERATED CONFERENCE ON COMPUTER SCIENCE AND INFORMATION SYSTEMS (FedCSIS), 2013, Kraków. Proceedings [...]. [S. l.]: IEEE, 2013. p. 371-376. Disponível em: https://annals-csis.org/Volume_1/pliks/167.pdf. Acesso em: 7 dez. 2025.

ROSA FILHO, Wilson Tadeu. **Otimização de pórtico plano de concreto armado utilizando algoritmo genético e processo iterativo**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015

SPALL, J. C. **Stochastic Optimization**. In: GENTLE, J. E.; HÄRDLE, W. K.; MORI, Y. (ed.). Handbook of Computational Statistics: concepts and methods. 2. ed. Berlin: Springer, 2012. cap. 7, p. 173-201. (Springer Handbooks of Computational Statistics). Disponível em: https://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-21551-3_7. Acesso em: 29 dez. 2025

TANOMARU, J. **Motivação, fundamentos e aplicações de algoritmos genéticos**. Anais do II Congresso Brasileiro de Redes Neurais, 1995.

ODUGUWA, V.; TIWARI, A.; ROY, R. **Evolutionary computing in manufacturing industry: an overview of recent applications**. Applied Soft Computing, v. 5, n. 3, p. 281-299, 2005. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1568494604000766>. Acesso em: 29 dez. 2025.

WRIGHT, Stephen J. **Continuous Optimization (Nonlinear and Linear Programming)**. Encyclopedia of Optimization, [S. l.], p. 1-14, 2005