



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS SÃO RAIMUNDO NONATO - PIAUÍ
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

LUCAS GABRIEL FERREIRA BENEVIDES

**DEMONSTRAÇÕES DINÂMICAS DO TEOREMA DE PITÁGORAS COM O
GEOGEBRA**

SÃO RAIMUNDO NONATO - PIAUÍ

2025

LUCAS GABRIEL FERREIRA BENEVIDES

DEMONSTRAÇÕES DINÂMICAS DO TEOREMA DE PITÁGORAS COM O
GEOGEBRA

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus São Raimundo Nonato.

Orientador: Prof. Me. Valdeci Nunes Costa

SÃO RAIMUNDO NONATO

2025

DEMONSTRAÇÕES DINÂMICAS DO TEOREMA DE PITÁGORAS COM O GEOGEBRA

Lucas Gabriel Ferreira Benevides¹
Valdemi Nunes Costa²

RESUMO

O presente artigo apresenta os resultados de uma pesquisa bibliográfica sobre o Teorema de Pitágoras e algumas de suas demonstrações, com o objetivo de identificar e selecionar aquelas que podem ser desenvolvidas de forma estritamente geométrica, por meio da comparação de áreas. A partir dessa análise, o trabalho assume um caráter propositivo ao realizar construções geométricas das demonstrações selecionadas com o auxílio do software GeoGebra. Em seguida, discute-se a importância da utilização de recursos pedagógicos facilitadores, bem como o potencial didático dessas construções e sua relevância para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. As atividades desenvolvidas são apresentadas como sugestões pedagógicas passíveis de aplicação nos anos finais do Ensino Fundamental, no contexto do estudo do Teorema de Pitágoras.

Palavras-chave: ensino de matemática; teorema de pitágoras; geoGebra.

ABSTRACT

This article presents the results of a bibliographic study on the Pythagorean Theorem and some of its proofs, with the aim of identifying and selecting those that can be developed in a strictly geometric manner through the comparison of areas. Based on this analysis, the study adopts a propositional approach by carrying out geometric constructions of the selected proofs with the aid of the GeoGebra software. Subsequently, the importance of using facilitating pedagogical resources is discussed, as well as the didactic potential of these constructions and their relevance to the teaching and learning process of Mathematics. The developed activities are presented as pedagogical suggestions that can be applied in the final years of Elementary School within the context of studying the Pythagorean Theorem.

Keywords: mathematics education; pythagorean theorem; geoGebra.

Data de aprovação: 14/01/2025

¹ Graduando Lucas Gabriel Ferreira Benevides em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí Campus São Raimundo Nonato – PI.
lucasgabrielferreirabenevides@gmail.com.

² Prof. Orientador Valdemi Nunes Costa, Mestre em Modelagem Matemática e Computacional. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí campus São Raimundo Nonato. E-mail.
valdemi.nunes@ifpi.edu.br.

1. INTRODUÇÃO

O Ensino de Matemática apresenta-se, de forma recorrente, como um desafio no que se refere à elaboração de estratégias pedagógicas capazes de promover uma aprendizagem efetivamente significativa. Ao longo das últimas décadas, diferentes tendências no campo da Educação Matemática têm emergido com o intuito de responder a esse desafio; entretanto, poucas se mostram tão abrangentes e impactantes, tanto na Matemática quanto na educação de modo geral, quanto a incorporação das tecnologias digitais aos processos de ensino e aprendizagem. Nessa perspectiva, Passos (2007, p. 4) destaca que “pensar em tecnologia como um recurso pedagógico é pensá-la como uma ferramenta que pode propiciar um aumento na eficiência e na qualidade da aprendizagem”, evidenciando o potencial desses recursos para qualificar as práticas pedagógicas no ensino e na aprendizagem.

Borba e Penteado (2016), ao discutirem a informática na educação, analisam, entre outros aspectos, experiências desenvolvidas em sala de aula e suas implicações para a prática docente. Desde então, observa-se uma presença cada vez mais expressiva de recursos tecnológicos no cotidiano escolar, intensificada de maneira significativa durante o período pandêmico iniciado em 2020, quando tais tecnologias passaram a desempenhar um papel central na mediação das práticas pedagógicas. Esse cenário evidencia a necessidade de repensar metodologias de ensino que integrem, de forma crítica e pedagógica, as tecnologias digitais disponíveis.

Nesse contexto, o ensino de Matemática já vinha sendo impactado pela utilização do software GeoGebra, o qual apresenta elevado potencial para a elaboração de atividades que contemplam diversas áreas e abordagens matemáticas.

Ao pensar em softwares disponíveis para apoiar o ensino e a aprendizagem de matemática, duas formas proeminentes são os sistemas de álgebra computacionais e os softwares de geometria dinâmica (SGD). No caso, o GeoGebra combina essas duas formas, ou seja, é um software que pode ser usado para explorar álgebra e geometria com a vantagem de ser totalmente gratuito. (Mathias 2023, p. 46)

Suas características dinâmicas e interativas possibilitam a visualização, a manipulação e a experimentação de objetos matemáticos, aspectos que têm motivado a realização de numerosos trabalhos investigativos no campo da Educação

Matemática, especialmente no que se refere à construção de significados e à compreensão conceitual.

O Teorema de Pitágoras, tradicionalmente abordado com ênfase na manipulação algébrica, constitui um dos conteúdos fundamentais do currículo da Educação Básica. Contudo, essa abordagem pode, em muitos casos, relegar a segundo plano a compreensão geométrica do teorema, especialmente no que diz respeito à relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos e sobre a hipotenusa. Tal lacuna conceitual pode comprometer a aprendizagem significativa desse conteúdo e refletir em dificuldades na resolução de problemas mais complexos que envolvem sua aplicação.

Dessa forma, uma abordagem fundamentada na geometria dinâmica, que enfatize a relação entre áreas por meio de construções interativas, mostra-se potencialmente significativa para a compreensão do Teorema de Pitágoras. Ao permitir que o estudante manipule, explore e valide visualmente as relações geométricas envolvidas, essa abordagem contribui para a construção de significados mais estáveis e integrados, em consonância com os pressupostos da aprendizagem significativa, além de favorecer uma postura mais ativa do aluno no processo de aprendizagem matemática. Nesse sentido Silveira (2013) argumenta que:

O GeoGebra, software de cariz predominantemente construtivista, constitui, assim, um excelente recurso para o estudo da Geometria, pois possibilita ao aluno visualizar, explorar, conjecturar, validar, compreender e comunicar os conceitos geométricos de forma interativa e atrativa". (Silveira 2013, p. 156).

Diante do exposto, emerge o seguinte problema de pesquisa: "quais atividades dinâmicas alternativas, desenvolvidas no ambiente de geometria dinâmica do software GeoGebra, podem ser propostas para a visualização e a compreensão geométrica da demonstração do Teorema de Pitágoras no ensino de Matemática"?

Em busca de responder ao problema de pesquisa, o trabalho tem como objetivo geral investigar e propor atividades, desenvolvidas no ambiente de geometria dinâmica do *software* GeoGebra, buscando favorecer a visualização e compreensão da demonstração do Teorema de Pitágoras. Procurou-se ampliar as possibilidades de abordagem por meio de atividades propostas de construção, visualizando a exploração visual prioritariamente ao invés da algébrica.

especificamente, foi realizado um levantamento histórico acerca do Teorema de Pitágoras e suas aparições ao longo do passar dos séculos, em seguida foi realizada uma análise de diferentes abordagens geométricas para sua demonstração. Por fim foram desenvolvidas atividades dinâmicas alternativas no GeoGebra, fundamentadas nessas diferentes demonstrações geométricas, explorando as potencialidades do ambiente de geometria dinâmica para a manipulação, a visualização e a validação do teorema.

Além disso, busca-se organizar e apresentar as atividades elaboradas de modo sistematizado, de forma que possam subsidiar práticas pedagógicas voltadas ao ensino do Teorema de Pitágoras. Por fim, pretende-se analisar as contribuições e as limitações das atividades propostas enquanto recursos didáticos, considerando seu potencial para favorecer a compreensão geométrica do teorema e sua aplicabilidade no contexto do ensino de Matemática.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A compreensão do Teorema de Pitágoras perpassa tanto por sua origem histórica quanto as práticas pedagógicas adotadas em sala de aula. Embora as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC's) estejam amplamente presentes na sociedade, sua utilização no ensino de Matemática ainda enfrenta desafios. Nesse contexto, o uso de softwares educacionais, como o GeoGebra, mostra-se relevante ao possibilitar a exploração dinâmica de construções geométricas, favorecendo a aprendizagem significativa e a compreensão conceitual do teorema.

2.1. BREVE HISTÓRIA SOBRE A ORIGEM DO TEOREMA DE PITÁGORAS

A história não traz muitas informações sobre a vida de Pitágoras. Segundo Oliveira (2020, p. 2) “Conjectura-se que Pitágoras de Samos tenha nascido aproximadamente no século VI a. C., algo em torno do ano 569 a. C., em uma das ilhas do litoral grego, chamada Samos, perto de Mileto”.

Apesar da importância de Pitágoras nas mais diversas áreas de conhecimento, ainda são poucos os registros históricos confiáveis que esboçam fatos sobre sua vida. Isso termina levando muitos estudiosos a considerarem que parte de sua biografia se

confunde com elementos míticos e tradições posteriores à sua possível existência. Ainda assim, a escola pitagórica e as ideias a ela atribuídas exercera profundo impacto no pensamento filosófico e matemático ocidental.

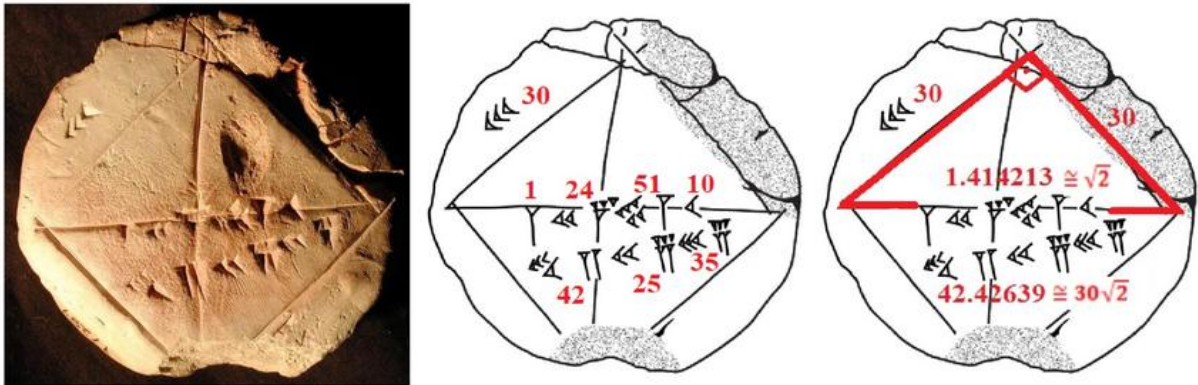
O estudo da figura de Pitágoras de Samos é dificultado pela falta de fontes primárias, o que impede a atribuição precisa de descobertas a ele como indivíduo. Por essa razão, a maior parte das realizações matemáticas e filosóficas, incluindo a própria demonstração do Teorema que leva seu nome, deve ser corretamente referida à sua Escola Pitagórica, uma fraternidade místico-religiosa que se estabeleceu como uma das maiores forças intelectuais da Antiguidade (BOYER, 2010).

Dentre as contribuições matemáticas atribuídas à figura de Pitágoras e à escola pitagóricas, aparecem frequentemente a relação entre os números e a harmonia musical. Por meio de frações, estabelece uma relação de escala que traz a luz a relação entre matemática e música. Outra relação a ele atribuída, advém do próprio Teorema de Pitágoras que é a incomensurabilidade entre medidas e os números inteiros, hoje representada por números irracionais. Ao observar o quadrado de lado unitário, a medida de sua diagonal não pode ser escrita como razão entre dois números inteiros. Para a época, este fato não podia ser compreendido, dada a concepção vigente de que os números inteiros eram suficientes para expressar qualquer medida.

O Teorema que leva o nome de Pitágoras, tem seu registro histórico bem mais antigo. Sua formulação e utilização são anteriores ao próprio Pitágoras, sendo já conhecida por civilizações antigas, como é o caso dos babilônios e chineses, que já o utilizavam antes mesmo de sua sistematização no contexto da matemática na Grécia.

A anterioridade do conhecimento do Teorema atribuído a Pitágoras é comprovada por achados históricos, como sugere Souza (2012, p. 20) ao afirmar que "temos provas de que a civilização babilônica já conhecia o Teorema de Pitágoras, foram encontrados muitos tabletes de barro com data de 1800 a 1600 a.C." destacando-se entre esses achados, a tábua de Yale que ilustra uma imagem muito semelhante ao que conhecemos como triângulo retângulo, com marcações escritas no seu sistema sexagesimal, como mostra a Figura 1.

Figura 1. Referência ao Teorema na babilônia



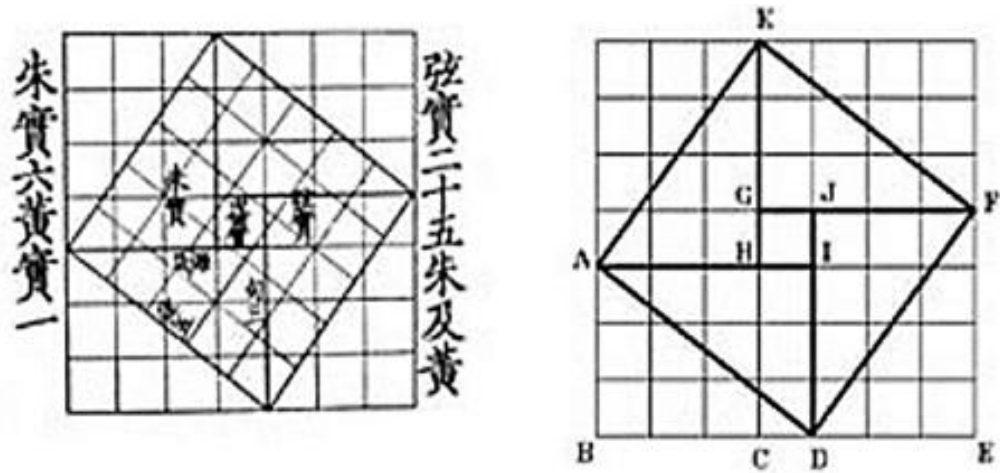
Fonte: researchgate, 2026.

Além dos babilônios, os chineses também já traziam conceitos sobre os triângulos retângulos, que mais adiante seriam comprovadas como demonstrações do Teorema.

No livro “Was Pythagoras Chinese?”, nos conta que a demonstração do Teorema já era conhecida pelos chineses muito antes do nascimento de Pitágoras. Isso é verdade, pois no livro Chou Pei Suan Ching, na dinastia Han, contém algumas explicações sobre triângulos retângulos que mais tarde foram reconhecidos como demonstrações do Teorema de Pitágoras na antiga China (SHIN YI, 2010, p.22).

Tais escritos, além de evidenciar que a origem do Teorema precede o próprio Pitágoras e a escola pitagórica, ainda indica que demonstrações já vinham sendo elaboradas pelos chineses, como afirma (SÁNCHEZ, 2022) “logo em destinos, mas do mundo oriental como a China, há conhecimento de uma demonstração do Teorema de Pitágoras e vários problemas, está se registra nos tempos da dinastia Han (206 a. E. C.-221 E.C.” como pode ser observado na Figura 2.

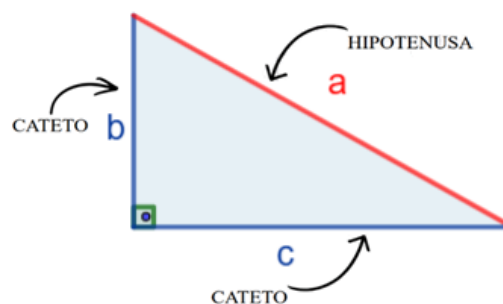
Figura 2. Quadriculação de Chau-Pei



Fonte: Urbaneja, 2008

O Teorema de Pitágoras, cuja demonstração dedutiva é tradicionalmente atribuída à Escola Pitagórica, estabelece uma relação fundamental entre os lados de um triângulo retângulo. Em um triângulo desse tipo, como mostra a Figura 3, o lado oposto ao ângulo reto (com medida de 90°) é denominado hipotenusa, termo derivado do grego *hypotenusa*, que significa “lado oposto ao ângulo reto”. Os outros dois lados, que formam o ângulo reto, são chamados catetos, do grego *káthetos*, associado à ideia de “descido” ou “lado que forma o ângulo reto”.

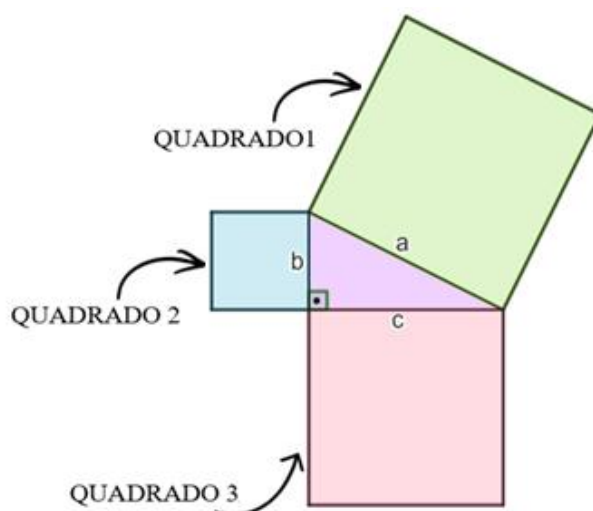
Figura 3. Triângulo Retângulo.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

De acordo com esse Teorema, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos, como pode ser observado na Figura 4.

Figura 4. Visualização da relação entre áreas e Teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Em termos algébricos, essa relação pode ser expressa afirmando-se que o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos. Assim, se a hipotenusa possui medida a e os catetos possuem medidas b e c , tem-se a igualdade

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (\text{Eq.1})$$

Embora o Teorema de Pitágoras estabeleça uma relação direta entre as áreas de quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo, é comum enunciá-lo de forma puramente algébrica: 'a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa'. Essa formulação pode gerar lacunas na compreensão conceitual se não houver clareza sobre os elementos geométricos envolvidos. Para evitar interpretações ambíguas, o enunciado deve explicitar a natureza dessas grandezas. Nesse contexto, o uso de materiais manipuláveis e softwares de geometria dinâmica justifica-se como ferramenta essencial para promover a visualização e a associação precisa desses elementos.

2.2. AS TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO TDIC`S NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Em pleno século XXI, o ensino de Matemática ainda preserva fortes traços tradicionalistas. Isso se evidencia na resistência de parte dos docentes em adotar

metodologias ativas e tecnologias educacionais que diversificam as formas de visualizar, compreender e construir o conhecimento. Superar esse modelo é essencial para transitar de uma aprendizagem mecânica para uma aprendizagem de fato significativa.

Essa postura contribui para um processo de ensino e aprendizagem que pouco lança mão de aplicativos dinâmicos, dificultando a compreensão efetiva de conceitos fundamentais, principalmente os que envolvem visualização geométrica. Diante desse cenário, torna-se necessária a implementação de metodologias inovadoras em sala de aula, como a utilização de *softwares* de geometria dinâmica. Tornando o ambiente de sala de aula dinamizado e mais atrativo para os estudantes.

Com os equipamentos (computador/software), os alunos podem manusear os desenhos virtuais em suas construções geométricas e isso facilita a compreensão de diversos conteúdos matemáticos. Uma vez entendendo o assunto, é comum que as aulas sejam tidas pelo aluno como mais motivadoras e ricas em espaços de aprendizagem (Da Silva, 2022 p. 5).

Nessa perspectiva, considerando a importância da utilização de softwares de geometria dinâmica, destaca-se o GeoGebra, um *software* de matemática dinâmica voltado para todos os níveis de ensino. A ferramenta integra, em um único ambiente, recursos de geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo, configurando-se como uma proposta metodológica relevante para o ensino de Matemática em sala de aula.

A utilização do Geogebra pode tornar as aulas mais dinâmicas, o que implica numa participação ativa do aluno e, de fato, auxiliar na promoção de um ensino centralizado no educando, o que é fundamental para facilitar a aprendizagem significativa (Ribeiro; Souza, 2016, p.43).

A implementação do Geogebra nas aulas de matemática possibilita a superação do formato tradicionalista das aulas, transformando-as em um ambiente semelhante a um laboratório virtual de ensino de Matemática, no qual a interação entre professor e alunos torna-se mais dinâmica. Nesse modelo de aula, tanto o docente quanto os discentes podem formular conjecturas e explorar diferentes resoluções, a partir de exemplos construídos pelos próprios participantes. É importante ressaltar que este modelo de aula somente é possível se a escola dispor de recursos para tal atividade, o que nem sempre é a realidade.

Assim, a partir dessa perspectiva, o estudo de conceitos geométricos, como áreas e volumes de figuras planas e espaciais, torna-se mais acessível. Desse modo, a utilização do GeoGebra auxilia os alunos a visualizar e compreenderem, de forma mais clara, conceitos matemáticos por meio da exploração visual, como a demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras. Essa abordagem se mostra especialmente relevante, uma vez que tal demonstração é frequentemente apresentada apenas de maneira algébrica, o que dificulta a compreensão efetiva por parte de muitos estudantes.

2.3. O ENSINO DE MATEMÁTICA UMA ABORDAGEM AO TEOREMA DE PITÁGORAS

No âmbito do ensino de Matemática, os conceitos não se apresentam de forma isolada, mas articulam-se de maneira interdependente, constituindo uma rede de significados que sustenta a aprendizagem matemática. Entretanto, muitos profissionais ainda permanecem presos a práticas tradicionais de ensino, caracterizadas por aulas excessivamente conteudistas e centradas na memorização, o que acaba por tornar o processo de ensino e aprendizagem, pouco dinâmico e, em certa medida, obsoleto. Neste sentido Oliveira Settimy (2020) afirma que:

As aulas de matemática focadas em uma metodologia tradicional são pautadas em exercícios que estimulam a mecanização e a aplicação de fórmulas em contextos que não fazem sentido para o estudante, que aprende a fazer cálculos e não a pensar matematicamente". De Oliveira Settimy (2020, p.1)

No entanto, novas práticas pedagógicas têm emergido com o objetivo de qualificar o processo de ensino e aprendizagem e promover uma compreensão mais significativa dos conceitos matemáticos. Moura (2025) argumenta que:

Enfatiza que "o ensino enfrenta constantes desafios como a diversidade de alunos, há a necessidade de adaptação às necessidades da sociedade e a incorporação de novas tecnologias educacionais. Moura (2025, p. 15)

Nesse contexto, destaca-se a utilização de softwares educacionais nas aulas de Matemática, especialmente o GeoGebra, que possibilita a visualização dinâmica das relações geométricas envolvidas em diversos conteúdos matemáticos, como o

Teorema de Pitágoras, o que favorece a experimentação, a investigação e a participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento matemático.

Desse modo, o aluno passa a assumir um papel ativo no processo de construção do conhecimento, deixando de ser apenas um receptor de informações e tornando-se sujeito de sua própria aprendizagem. Ao atribuir significado aos conteúdos estudados, relacionando-os com seus conhecimentos prévios e experiências anteriores, cria-se um ambiente favorável à aprendizagem significativa, como afirma Da silva (2020, p. 2) “A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) descreve o comportamento teórico do processo de aprendizagem cognitiva, a partir do raciocínio dedutivo do sujeito, baseado em seu conhecimento prévio.”.

Para que a aprendizagem significativa ocorra, é necessário que sejam atendidas duas etapas fundamentais, conforme descreve Pelizzari (2002):

Para haver aprendizagem significativa são necessárias duas condições. Em primeiro lugar, o aluno precisa ter uma disposição para aprender: se o indivíduo quiser memorizar o conteúdo arbitrariamente e literalmente, então a aprendizagem será mecânica. Em segundo, o conteúdo escolar a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, ele tem que ser lógico e psicologicamente significativo: o significado lógico depende somente da natureza do conteúdo, e o significado psicológico é uma experiência que cada indivíduo tem. Cada aprendiz faz uma filtragem dos conteúdos que têm significado ou não para si próprio (Pelizzari 2002, p. 38):

Os conceitos geométricos são introduzidos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e se estendem até o Ensino Médio. À medida que o aluno avança nas séries, esses conceitos tornam-se progressivamente mais complexos, incorporando novos conhecimentos àqueles já previamente construídos. No estudo dos triângulos, diversas são as suas classificações e propriedades. No que se refere à classificação quanto aos ângulos, os triângulos podem ser acutângulos, obtusângulos e retângulos.

Conforme a definição, um triângulo é dito retângulo quando possui um de seus ângulos internos igual a 90° (ângulo reto). O lado oposto a esse ângulo denomina-se hipotenusa, enquanto os dois lados que formam o ângulo reto são chamados de catetos. Nesse contexto, aplica-se o Teorema de Pitágoras, o qual estabelece que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Uma das formas de comprovar a veracidade do Teorema de Pitágoras é por meio de demonstrações algébricas, as quais, muitas vezes, são percebidas pelos

estudantes como excessivamente complexas. Essa percepção acaba gerando um bloqueio inicial, comprometendo o processo de ensino e aprendizagem e dificultando a construção do conhecimento matemático.

Um dos princípios fundamentais empregado nas demonstrações geométricas do Teorema baseia-se no conceito de área de polígonos regulares, em especial do quadrado e do triângulo. (Gravina, 2001. p.64) afirma que “O processo de aprendizagem da geometria é o entendimento do sentido de demonstração ao perceber a diferença entre argumento de natureza empírica e argumento de natureza dedutiva”. A compreensão das relações entre essas áreas é essencial para que o aluno atribua significado ao Teorema, ultrapassando a simples memorização de uma fórmula algébrica e alcançando uma compreensão conceitual mais clara e significativa de seu sentido geométrico

3. DEMONSTRAÇÕES GEOMÉTRICAS DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Nesta seção são apresentadas três demonstrações geométricas do Teorema de Pitágoras, desenvolvidas de forma dinâmica por meio do software GeoGebra. As construções propostas permitem a visualização e a manipulação dos elementos geométricos envolvidos, favorecendo a compreensão da relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos e sobre a hipotenusa. Essa abordagem busca potencializar o entendimento conceitual do teorema, indo além da mera formalização algébrica.

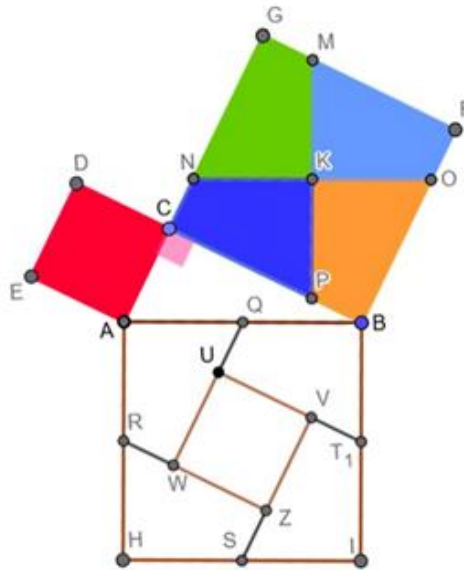
3.1. PROVA 1: DEMONSTRAÇÃO DE HERRY PERIGAL

A primeira demonstração que será construída é a equicomposição proposta por Henry Perigal (1801 - 1898), uma das representações geométricas mais difundidas para a prova do Teorema de Pitágoras, dada a sua beleza e simplicidade. Essa demonstração baseia-se na divisão dos quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo em partes congruentes, cuidadosamente organizadas para evidenciar a relação entre suas áreas.

Esse procedimento consiste em seccionar o quadrado construído sob o maior cateto, por duas retas passando pelo seu centro, uma sendo uma paralela à hipotenusa e outra perpendicular, subdividindo esse quadrado em quatro

quadriláteros menores e congruentes. A união das áreas desses quatro quadriláteros e do quadrado construído sob o cateto menor, é equivalente a área do quadrado construído sob a hipotenusa. Esse procedimento revela, de maneira visual e rigorosa, a equivalência entre as áreas envolvidas, sustentando a validade do Teorema de Pitágoras:

Figura 5. Equidecomposição de Perigal para o Teorema de Pitágoras



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Sejam o triângulo ABC reto em $\hat{C}$ e os lados $\overline{AB} = b$ é o cateto oposto, $\overline{AC} = c$ é o cateto adjacente e $\overline{BC} = a$ é a hipotenusa. Os quadrados ABIH, ACDE e BCGF construídos sob a hipotenusa e os catetos respectivamente; dados os pontos Q, R, S e T_1 , são pontos médios dos lados $\overline{AB}$, $\overline{AH}$, $\overline{HI}$ e $\overline{IB}$ do quadrado ABIH; os pontos U, V, W e Z são interiores ao quadrado ABIH, tal que $\overline{QW} \parallel \overline{SV} \parallel \overline{AC}$ e $\overline{RZ} \parallel \overline{T_1U} \parallel \overline{BC}$; Dado o quadrado BCGF, seja K a intersecção das diagonais do quadrado BCGF e centro do mesmo, temos os pontos M, N, O e P pertencentes aos lados do quadrado BCGF, de modo que $\overline{NO} \parallel \overline{BC}$ e $\overline{MP} \perp \overline{NO}$, como mostramos na Figura 5.

Assim temos que o quadrado $UVWZ \equiv ACDE$, $\overline{MP} \parallel \overline{BI}$; $\overline{MK} \equiv \overline{KP} \equiv \overline{BT_1}$; $\overline{AN} \equiv \overline{BO} \equiv \overline{QW} \equiv \overline{VS} \equiv \overline{RZ} \equiv \overline{T_1U} \equiv \overline{MF} \equiv \overline{GN} \equiv \overline{CP}$. Ainda como $\overline{NO} \parallel \overline{AB}$ e $\overline{AQ} \equiv \overline{QB} \equiv \overline{NK} \equiv \overline{KO} \equiv \overline{AR}$. Assim concluímos que os quadriláteros GMNK, OFMK, KOBP, PKNC, ARWQ, QUT₁B, VSIT₁ e RZSH são congruentes, logo temos que:

$$A(ABIH) = A(UVZW) + 4A(ARWQ)$$

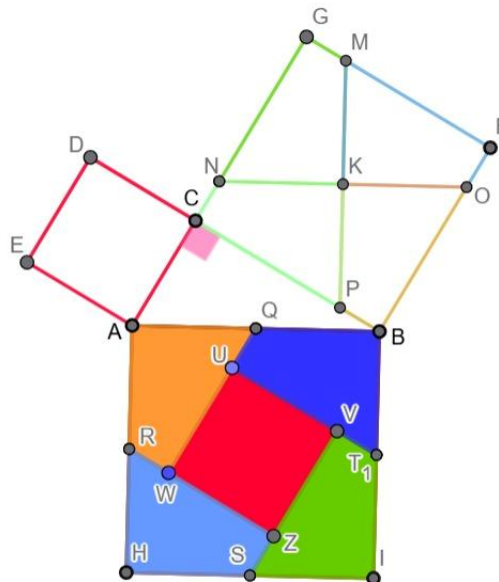
$$\therefore A(ABIH) = A(ACDE) + 4A(OFMK)$$

$$\therefore A(\text{ABIH}) = A(\text{ACDE}) + A(\text{BCGF})$$

Como os lados dos quadriláteros ABIH, ACDE e BCGF medem, respectivamente a , b e c , conclui-se que $a^2 = b^2 + c^2$. Assim, é possível comprovar geometricamente o Teorema de Pitágoras, por meio da equicomposição de Perigal. Esta construção pode ser vista de forma mais detalhada, como em Fernandes (2018).

A construção da demonstração de Perigal feita com o Geogebra para este trabalho, é uma experiência dinamizada da equicomposição de Perigal para o Teorema de Pitágoras e está disponibilizada no link <https://www.geogebra.org/calculator/pf4pw2bd>.

Figura 6. Construção dinâmica da demonstração de Perigal.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Na construção, os vértices do triângulo ABC podem ser manipulados dinamicamente, permitindo a visualização das variações em sua forma e medidas. Além disso, por meio de um controle deslizante, é possível mover os quadriláteros associados à construção, tornando a exploração geométrica mais interativa e favorecendo a compreensão das relações envolvidas.

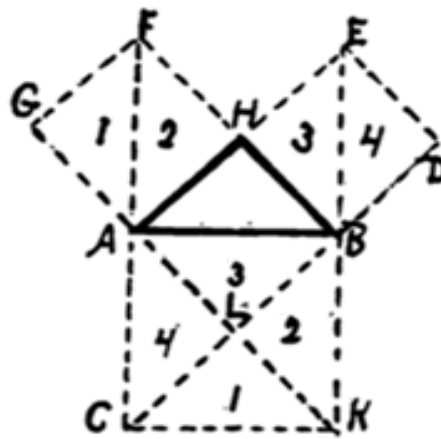
3.2. PROVA 2: DEMONSTRAÇÃO POR SÓCRATES

A segunda demonstração que abordaremos é atribuída ao filósofo grego Sócrates (470 a.C. – 399 a.C.) e foi catalogada e publicada na obra *The Pythagorean Proposition*, lançada em 1927. Nessa obra, Loomis (1968) apresenta uma compilação

exaustiva de diversas demonstrações do Teorema de Pitágoras elaboradas ao longo da história, entre as quais se encontra a demonstração atribuída a Sócrates.

O chamado Teorema de Pitágoras, em sua forma mais simples, é aquele em que os dois catetos são iguais. O grande Sócrates (por volta de 500 a. E. C), ao tirar respostas de um escravo, usando seu bastão como ponteiro e figura no pavimento (fig. 93) como modelo, fez com que ele (o escravo) visse que os triângulos iguais nos quadrados em HB e HA eram tantos quanto trios iguais na seq. em AB, como é evidente pela inspeção. (SÁNCHEZ p. 6, apud Loomis 1968, p. 86)

Figura 7. Teorema de Pitágoras na forma mais simples apresentado por Loomis.

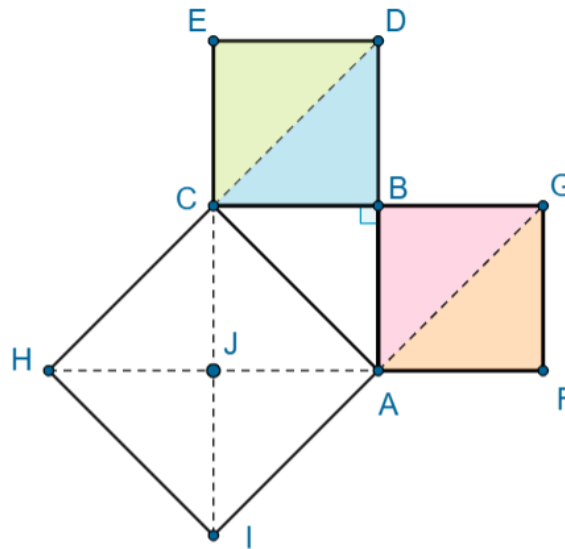


Fonte: Loomis (1968, p. 86).

Fazendo uma análise podemos perceber que Sócrates, fez uso de relações já conhecidas como, a congruência de triângulos, áreas dos triângulos e várias outras definições foram utilizadas nesta demonstração.

Considerando a Figura 8, seja um triângulo ABC isósceles e reto em $\hat{B}$ de catetos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, cuja hipotenusa é $\overline{AC}$; considere ainda os quadrados ACHI, BCED e ABGF, construídos sob a hipotenusa e os catetos respectivamente; dado o ponto J interior ao quadrado ACHI determinado pela intersecção das diagonais do quadrado ACHI; $\overline{CD}$ e $\overline{AG}$ são as diagonais dos quadrados BCED e ABGF nesta ordem.

Figura 8. Construção da demonstração de Sócrates.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

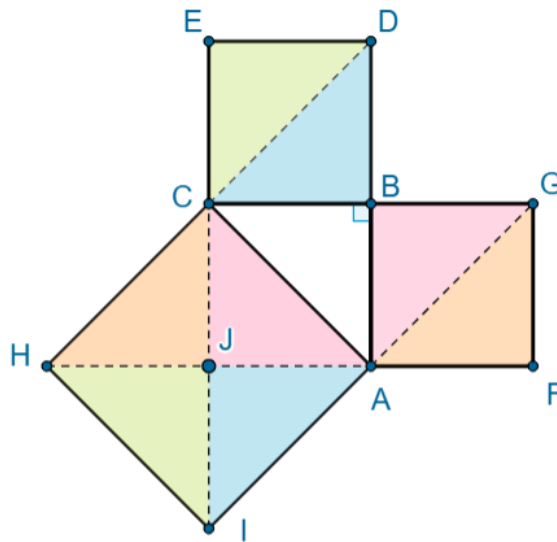
Note que os quadrados construídos sob os catetos são congruentes, ao determinarmos as diagonais $\overline{CD}$ e $\overline{AG}$, construímos os triângulos CDE, BCD, ABG, AFG todos congruentes pelo caso de congruência lado ângulo lado (LAL). Perceba que esses triângulos são comparados àqueles triângulos, construídos sob o quadrado da hipotenusa de acordo com a ideia de Sócrates, como visto na Figura 7. Para que possamos sobrepor os triângulos formados sobre os quadrados construídos sobre os catetos vamos nos apoiar em transformações geométricas para que possamos comparar as áreas.

Os triângulos foram organizados na mesma ordem idealizada por Sócrates, como pode ser visto na construção ilustrada na Figura 9. O primeiro triângulo a ser sobreposto foi o CDE e para que ele chegue na posição desejada ela passa por duas transformações isométricas: a primeira é a rotação de 90° no triângulo CDE em torno do ponto C no sentido horário, o triângulo resultante passa por uma nova por uma nova transformação, uma translação por vetor (origem ponto B e final o ponto J).

O segundo triângulo a ser sobreposto será BCD ele também passará por duas transformações isométricas: a primeira será uma rotação de 180° BCD em torno do ponto C no sentido anti-horário. O triângulo resultante $B'C'D'$ passará por mais uma transformação, uma translação por vetor (origem no ponto B' e chegada no ponto J). O triângulo ABG passará por uma transformação isométrica, ABG será rotacionado de 90° em torno do ponto A, no sentido anti-horário. O triângulo AFG passará por duas

transformações, uma translação por vetor (origem no ponto A e chegada no ponto I) o triângulo resultante passará por mais uma translação por vetor (origem no ponto F e chegada no ponto J).

Figura 9. Demonstração de Sócrates para o Teorema de Pitágoras

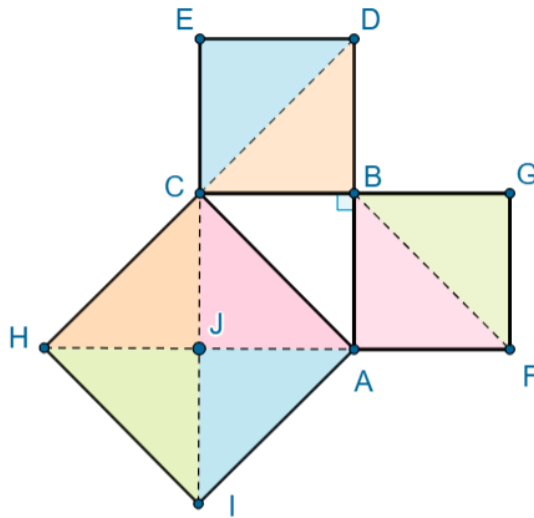


Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A construção executada no Geogebra da experiência dinamizada da demonstração de Sócrates para o Teorema de Pitágoras feita para este trabalho e está disponível no link <https://www.geogebra.org/calculator/w8euj8gg>.

Com uma pequena modificação na construção atribuída a Sócrates, ao considerar a diagonal $\overline{BF}$ em lugar da diagonal $\overline{AG}$ e invertendo a ordem de consideração dos triângulos gerados ao traçar a diagonal $\overline{CD}$, torna-se possível simplificar ainda mais o processo demonstrativo, dispensando o uso de rotações dos triângulos e recorrendo exclusivamente à translação das figuras. A alteração na construção pode ser observada na Figura 10.

Figura 10. Adequação do método de Sócrates para simplificação da demonstração.

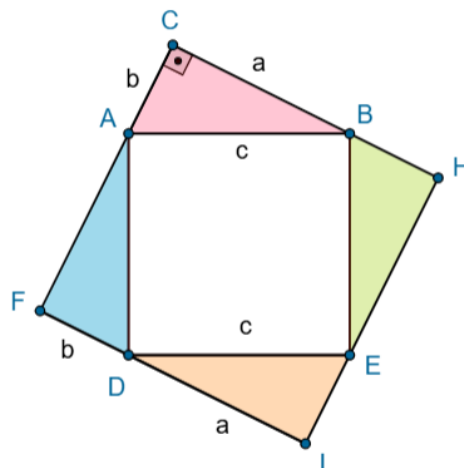


Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

3.3. PROVA 3: CENTÉSIMA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS APRESENTADA POR LOOMIS (1968)

A centésima demonstração trazida por Loomis (1968), faz uso de uma estratégia algébrica-geométrica que compara as áreas dos polígonos em questão, como visto na Figura 11. Seja o triângulo ABC reto em $\hat{C}$ de lados $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ e hipotenusa $\overline{AB}$; o quadrado ABED, construído sob a hipotenusa; o quadrado FCHI, cujos vértices F, C, H, I são intersecções das paralelas que passam por B e D com as retas perpendiculares que passam pelos pontos A e E e lados que medem $(a + b)$.

Figura 11. Centésima demonstração do Teorema de Pitágoras por Loomis (1968).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Note que o quadrado FGHI é formado pela união do quadrado ABED e pelos triângulos retângulos ABC, ADF, DEI e BEH, como esses triângulos são congruentes ao triângulo ABC, considerando S_i como a área do polígono i , pode-se concluir que:

$$\begin{aligned} S_{FGHI} &= S_{ABED} + 4 \cdot S_{ABC} \\ \therefore (a + b)^2 &= c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2} \\ \therefore a^2 + 2ab + b^2 &= c^2 + 2ab \\ \therefore c^2 &= a^2 + b^2. \end{aligned}$$

Para a construção apresentada na Figura 11 executada no GeoGebra, para ilustrar a centésima demonstração algébrico-geométrica do Teorema de Pitágoras, catalogada por Loomis (1968), está disponível no link <https://www.geogebra.org/calculator/>.

4. METODOLOGIA DA PESQUISA

Para o desenvolvimento da pesquisa, adotou-se uma abordagem qualitativa, de natureza bibliográfica e propositiva. De início, foi realizada uma pesquisa bibliográfica objetivando identificar e analisar as diferentes formas de demonstração do Teorema de Pitágoras, buscando identificar, prioritariamente, aquelas cujas demonstrações apresentam cunho geométrico e, cujas construções dinâmicas apresentam um fator facilitador para a visualização na comparação de áreas a fim de demonstrar o Teorema.

Após o levantamento bibliográfico, foram selecionadas três demonstrações que serviram como base para a elaboração das construções apresentadas no texto, executadas por meio da utilização do *software* GeoGebra. Por meio das construções, é possível enfatizar os elementos geométricos que tem relevância na demonstração do Teorema de Pitágoras e explorar conceitos elementares envolvidos no processo de construção.

Por fim, as construções de demonstração são apresentadas como sugestão de atividades a serem desenvolvidas inicialmente no 8º ano, quando os alunos tem o primeiro contato com o Teorema de Pitágoras. A pesquisa não envolveu aplicação e nem coleta de dados, configurando-se como uma proposta didática puramente teórica.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O cenário da educação atual apresenta uma forte ascensão dos recursos tecnológicos digitais, bem como sua crescente presença em diversos contextos sociais, evidenciando-se a necessidade de implementação de ferramentas tecnológicas digitais, de modo a dinamizar e qualificar o processo de ensino e aprendizagem, tornando-o o ambiente mais interativo, trazendo significado aos conteúdos trabalhados em sala de aula.

A partir do uso de recursos tecnológicos, são proporcionadas aulas mais contextualizadas e dinâmicas, em que os educandos participam realmente do processo coletivo e contínuo de ensino-aprendizagem, contribuindo para a formação de alunos conscientizados, protagonistas, capazes de refletir, participar, transformar e intervir em seus contextos, valorizando o potencial crítico e criativo de cada indivíduo – finalidade da educação Felício (2020, p. 109).

O desenvolvimento de atividades didáticas dinâmicas mediadas pelo software GeoGebra tem sido objeto de recorrentes investigações no campo da Educação Matemática, uma vez que se mostra potencialmente capaz de minimizar lacunas presentes no ensino tradicional. As atividades de demonstração apresentadas neste trabalho podem contribuir para que os alunos compreendam de maneira mais consistente a relação entre áreas e o Teorema de Pitágoras. Ademais, construções análogas podem ser reproduzidas com a finalidade de resolver problemas de natureza aplicada relacionados ao referido teorema, favorecendo a visualização dinâmica e a compreensão dos procedimentos resolutivos.

Outra vantagem da abordagem do Teorema de Pitágoras por meio da geometria dinâmica, com o uso de softwares educacionais, manifesta-se ao colocar o aluno no centro das construções matemáticas, tornando-o protagonista do processo de aprendizagem e possibilitando a formulação e a testagem de suas próprias conjecturas. Nesse contexto, ocorre um rompimento parcial com o modelo tradicional de ensino, no qual o professor é concebido como o principal detentor do conhecimento, passando a assumir um papel de mediador do processo educativo.

Outro aspecto relevante a ser considerado refere-se à preparação dos alunos para a atividade de construção, com ênfase na contextualização histórica do Teorema de Pitágoras e na própria figura histórica de Pitágoras, bem como nos mitos que o circundam. Essa contextualização inicial pode contribuir para o despertar do interesse

e da curiosidade dos estudantes, não apenas em relação ao tema central, mas também às suas ramificações históricas e epistemológicas, como o fato de existirem registros do teorema anteriores ao período em que viveu Pitágoras.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A evolução tecnológica ocorre de forma contínua e tem impactado diretamente o cotidiano escolar. Computadores, smartphones e tablets estão cada vez mais presentes na vida dos alunos, os quais fazem uso frequente de dispositivos tecnologicamente avançados. Nesse contexto, destaca-se o fato de que o software GeoGebra encontra-se disponível para diferentes plataformas, o que amplia significativamente suas possibilidades de uso no ambiente educacional.

A elaboração de atividades de construção e visualização não se limita ao estudo do Teorema de Pitágoras, podendo ser estendida a uma ampla gama de conceitos geométricos e algébricos. Tal possibilidade é favorecida pela facilidade de acesso a dispositivos, sejam eles computadores pessoais ou dispositivos móveis.

Diante desse cenário, emergem questões relevantes que se configuram como perspectivas para pesquisas futuras, tais como: qual é o real impacto do uso de tecnologias digitais no cotidiano escolar atual? É viável ao professor desenvolver atividades pedagógicas mediadas por tecnologia em contextos escolares que não dispõem de computadores para todos os alunos? De que forma o docente pode acompanhar e orientar atividades de construção geométrica realizadas por meio de aplicativos, garantindo que o uso dos dispositivos móveis permaneça alinhado aos objetivos pedagógicos?

Essas e outras reflexões vêm à luz quando se analisam as inúmeras possibilidades de utilização das tecnologias digitais para fins didáticos. Assim, este trabalho se apresenta como um ponto de partida na proposição de atividades que utilizam a geometria dinâmica como um recurso de apoio à compreensão e validação de demonstrações matemáticas, contribuindo para o fortalecimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. 3. ed. rev. por Uta C. Merzbach. São Paulo: Blucher, 2010. Disponível em <https://books.google.com/books?hl=pt-BR&lr=&id=sK-tDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA1&dq=+BOYER,+Carl+Benjamin.+Hist%C3%B3ria+da+Matem%C3%A1tica.+3.+ed.+rev.+por+Uta+C.+Merzbach.+S%C3%A3o+Paulo:+Blucher,+2010.&ots=QLeMK1uAw3&sig=zjtVAL9MTWHHOMcgqj8bVQOg1rk> acessado em 10/10/2025

DA SILVA, Leticia Ferreira; DE SOUSA, Edicarlos Pereira; CARVALHO, Rodrigo Lacerda. A Geometria Dinâmica na sala de aula: possibilidades para o ensino. **Revista Cearense de Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 01-15, 2022. Disponível em <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/rceem/article/view/3192> acessado em 03/11/2025

DE OLIVEIRA SETTIMY, Thaís Fernanda; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial. *Vidya*, v. 40, n. 1, p. 177-195, 2020. Disponível em <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3219> acessado em 15/10/2025

DA SILVA, João Batista. A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel: uma análise das condições necessárias. *Research, Society and Development*, v. 9, n. 4, p. e09932803-e09932803, 2020. DOI: <https://doi.org/10.33448/rsd-v9i4.2803>. Disponível em <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/2803> acessado em 20/10/2025

FERNANDES, Flavia Mescko. Polígonos e poliedros equidecomponíveis. 2018. 116 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018. Disponível em <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2972> acessado em 29/11/2025

Felício, C. D., Valentim, C. C., Souza, M. L. M. de, Souza, M. L. M. de S. M. de, & Barros, M. D. M. de. (2020). Recursos tecnológicos como possibilidades para a prática pedagógica. *SCIAS - Educação, Comunicação E Tecnologia*, 2(1), 99–116. <https://doi.org/10.36704/sciaseducomtec.v2i1.4690>. Disponível em <https://revista.uemg.br/index.php/SCIASEdcomtec/article/view/4690> acessado em 27/12/2025

GRAVINA, M. A. Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo. 2001. 277 f. Tese (Curso de Pós-Graduação em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. UFRGS, Porto Alegre/RS. 2001. Disponível em <http://hdl.handle.net/10183/2545> acessado em 21/10/2025

LOOMIS, Elisha Scott. The Pythagorean Proposition, Classics in Mathematics Education Series. 1968. Disponível em <https://eric.ed.gov/?id=ED037335> acessado em 01/01/2026

MOURA, Marilene da Silva. Coordenação pedagógica: uma luz para a qualidade do ensino. 2025. Disponível em <http://hdl.handle.net/11612/7683> acessado em 22/10/2025

MATHIAS, Carmen Vieira. O potencial do GeoGebra como ferramenta de auxílio às habilidades de visualização. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 12, n. 2, p. 044-066, 2023. DOI: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2023.v12i2p044-066>. Disponível em <https://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/59283> acessado em 09/01/2026

OLIVEIRA, Ana Maria Libório; DA SILVA NASCIMENTO, Edinaldo. A trajetória de vida de Pitágoras e suas principais contribuições à matemática. *Itinerarius Reflectionis*, v. 16, n. 2, p. 01-13, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5216/rir.v16i2.62848>. Disponível em <https://revistas.ufj.edu.br/rir/article/view/62848> acessado em 21/11/2025

PASSOS, M. Desafios e Perspectivas para a utilização da informática na educação Matemática. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/408-4.pdf>

PELIZZARI, Adriana et al. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **revista PEC**, v. 2, n. 1, p. 37-42, 2002. Disponível em https://www.academia.edu/download/35098174/teoria_da_aprendizagem_signifi._Ausubel_1_.pdf acessado em 03/11/2025

RIBEIRO, Tiago Nery; DO NASCIMENTO SOUZA, Divanízia. A utilização do software GeoGebra como ferramenta pedagógica na construção de uma unidade de ensino potencialmente significativa (UEPS). **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 36-51, 2016. DOI: <https://doi.org/10.34179/revsem.v1i1.4507>. Disponível em <https://periodicos.ufs.br/ReviSe/article/view/4507> acessado em 19/10/2025

SOUZA, Jordão Nascimento de. Como surgiu o Teorema de Pitágoras?. 2012. Disponível em <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/14> acessado em 14/11/2025

SHIN YI, Huang. **A História da Matemática da Civilização Chinesa**. 2010. Tese de Doutorado. Universidade Federal de São Carlos. Disponível em <https://www.dm.ufscar.br/~sampaio/tccs/TCCB-HuangShinYi.pdf> acessado em 14/11/2025

SILVEIRA, Astrigilda; CABRITA, Isabel. O GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das Transformações Geométricas Isométricas. **Indagatio Didactica**, v. 5, n. 1, p. 149-170, 2013. Disponível em https://www.researchgate.net/profile/Isabel-Cabrita/publication/306057075_O_GeoGebra_como_ferramenta_de_apoio_a_aprendizagem_significativa_das_Transformacoes_Geometricas_Isometricas/links/57aca34008ae42ba52b24dd8/O-GeoGebra-como-ferramenta-de-apoio-a-aprendizagem-significativa-das-Transformacoes-Geometricas-Isometricas.pdf acessado em 02/01/2026

SÁNCHEZ, Ivonne C.; CASTILLO, Luis Andrés. Uma antiga demonstração do Teorema de Pitágoras desde a perspectiva da geometria dinâmica. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 9, n. 26, p. 214-226, 2022. DOI: <https://doi.org/10.30938/bocehm.v9i26.8030>. Disponível em <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/8030> acessado em 10/12/2025.

URBANEJA, Pedro Miguel González. 32 EL TEOREMA LLAMADO DE PITÁGORAS. UNA HISTORIA GEOMÉTRICA DE 4.000 AÑOS. 2008. Disponível em https://www.academia.edu/download/40764990/8_pitagoras.pdf acessado em 23/11/2025.