



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PIRIPIRI
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ELLEN CRISTYNA VIEIRA DE BRITO

**GEOMETRIA DINÂMICA: uma visualização de problemas olímpicos sob o viés
das situações didáticas olímpicas**

ELLEN CRISTYNA VIEIRA DE BRITO

GEOMETRIA DINÂMICA: uma visualização de problemas olímpicos sob o viés das
situações didáticas olímpicas

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico) apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Piripiri.

Orientador: Prof. Dr. Atécio Alves.

GEOMETRIA DINÂMICA: uma visualização de problemas olímpicos sob o viés das situações didáticas olímpicas

Ellen Cristyna Vieira de Brito¹
Atécio Alves²

RESUMO

A utilização de tecnologias digitais como o Geogebra na resolução de problemas dinâmicos, sob a perspectiva das Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) desperta uma curiosidade epistemológica e suscita discussões em torno do “aprender”. Sob esse viés, este trabalho parte do seguinte problema de pesquisa: “Quais são as potencialidades e fragilidades dos alunos do 1º ano do Ensino Médio integrado ao Curso Técnico de Informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Piripiri, em relação ao uso da Geometria Dinâmica associada às Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) na exploração da inter-relação entre o campo algébrico e geométrico em sala de aula?”. Trata-se de uma pesquisa de campo e descritiva, com abordagem qualitativa e, fundamentada na Análise de Conteúdo Categorical, defendida por Bardin (1977). Os resultados demonstraram que os alunos tiveram dificuldades, principalmente, nas fases de formulação e validação, apresentando lacunas em conceitos matemáticos de Geometria Plana. Por outro lado, em relação ao Geogebra, verificou-se que este tem como principal potencialidade a visualização. Enquanto o maior desafio dos estudantes no que se refere à Geometria Dinâmica é relacionar os conceitos matemáticos ao problema. Além do mais, a Oficina Pedagógica se mostrou produtiva, uma vez que os alunos obtiveram melhores resultados no pós-teste do que no pré-teste, principalmente em áreas de figuras planas e funções com dependência geométrica.

Palavras-chave: geogebra; geometria dinâmica; funções; situações didáticas olímpicas; problemas olímpicos.

ABSTRACT

The use of digital technologies such as Geogebra to solve dynamic problems - viewed through the lens of “Olympiad Didactic Situations” (SDOs) - awakens epistemological curiosity and sparks discussion about the nature of learning. In this context, this study addresses the following research question: What are the strengths and weaknesses of first-year high school students-enrolled in the Integrated Technical Course in Informatics at the Federal Institute of Education, Science, and Technology of Piauí (Piripiri Campus)-regarding the use of dynamic geometry combined with SDOs to explore the interrelationship between the algebraic and geometric domains? This is a descriptive field study employing a qualitative approach, grounded in the categorical content analysis method advocated by Bardin (1977). The results indicate that students faced difficulties primarily during the

¹ Graduanda em Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - Campus Piripiri. Email: vieiradebritoellencristyna@gmail.com

² Doutor em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - Campus Piripiri.
E-mail: atecio.alves@ifpi.edu.br

formulation and validation phases, revealing gaps in their understanding of plane geometry concepts. Regarding GeoGebra, the study highlights visualization as its primary strength. Conversely, the students' greatest challenge-unrelated to dynamic geometry itself-was linking mathematical concepts to the problem at hand. Furthermore, the pedagogical workshop proved productive, as students achieved better results on the post-test than on the pre-test, particularly regarding the areas of plane figures and functions involving geometric dependency

Keywords: geogebra; dynamic geometry; functions; olympiad didactic situations; olympiad problems.

Data da aprovação: 16/07/2026

1 INTRODUÇÃO

A Educação Matemática é uma área que viabiliza diversas discussões que envolvem os processos de ensino e aprendizagem, desde a formação de professores até o surgimento de novas práticas pedagógicas. A partir desse panorama, nota-se, então, que as Olimpíadas de Matemática se constituem como um campo frutífero para a investigação científica, haja vista que estas transformam o ambiente escolar em um ambiente saudável de competição que estimula o estudante a aprender através dos problemas matemáticos desenvolvendo, desse modo, habilidades relevantes, a exemplo disso, o raciocínio lógico e a argumentação.

Nesse sentido, torna-se interessante focar na integração de conteúdos matemáticos como Geometria e Funções, visto que esse tipo de interação não costuma ser estudada no habitual contexto da sala de aula, ou seja, é vista principalmente em Problemas Olímpicos. Partindo dessa premissa, esse tema também se caracteriza como algo pouco explorado no campo acadêmico, o que desperta uma curiosidade epistemológica em compreender aspectos relacionados a ele, principalmente, no que diz respeito a visualização e formação do pensamento geométrico do aluno ao estudar ou resolver questões que abordem os aspectos geométrico-funcionais.

Sob essa ótica, a Geometria Dinâmica surge como uma ferramenta necessária que facilita o processo de visualização dessa interdependência, uma vez que permite “[...] a construção/reprodução gráfica dos objetos, possibilitando a abstração de propriedades e conceitos geométricos envolvidos durante a resolução de situações-problema [...]” (Molon *et al*, 2021, p. 121). Assim, Bifano e Lupinacci

(2012) enfatizam que trabalhar com problemas dinâmicos suscita um aprofundamento nos conhecimentos matemáticos tanto para o docente quanto para o discente que, por sua vez, desenvolve outras maneiras de pensar e resolver uma determinada questão.

Contudo, é necessário ressaltar que este estudo terá como principal base os Problemas Olímpicos sob a perspectiva das Situações Didáticas Olímpicas (SDOs), as compreendendo como uma metodologia de ensino que se fundamenta na Teoria das Situações Didáticas (TSD), na qual se considera a evolução da aprendizagem e a criatividade por intermédio do meio em que essas situações são desenvolvidas.

Desse modo, o objetivo geral deste trabalho é analisar tanto os talentos quanto às vulnerabilidades dos estudantes no que diz respeito a esse contexto da integração geométrica-funcional em ambientes de Geometria Dinâmica. Tendo em vista os seguintes objetivos específicos: a) Compreender a concepção dos alunos sobre as SDOs que abordem a inter-relação entre os aspectos algébricos e geométricos; b) Reconhecer as potencialidades dos alunos em relação à aplicação do *Geogebra*; ; c) Verificar as fragilidades dos discentes, considerando a integração entre o campo geométrico e algébrico; d) Identificar os conhecimentos matemáticos dos alunos em relação ao conteúdo anteriormente e posteriormente a oficina.

Dessa maneira, o fazer matemático não se reduz à mera memorização de fórmulas e conceitos matemáticos para a resolução de problemas. Ao contrário, torna-se cada vez mais necessário que esse fazer promova a formação de um indivíduo crítico que possa desenvolver o raciocínio lógico, a argumentação, a análise de estratégias e a construção de conjecturas (Brasil, 2017; 2018), uma vez que a Matemática trata-se de uma área composta por um grupo de ideias fundamentais que se articulam, sendo essas: “equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (Brasil, 2018, p. 268).

Nos últimos anos, as Olimpíadas de Matemática têm se destacado fortemente por abordar tal articulação em seus problemas olímpicos (POs), despertando, inclusive, maior interesse e participação ativa dos estudantes pela área. Contudo, esses POs nem sempre são trabalhados no contexto diário da sala de aula, ou seja, muitos alunos desconhecem essas questões e consequentemente não detêm acesso às soluções e estratégias resolutivas, o que por consequência os limita em relação ao desenvolvimento e aperfeiçoamento de habilidades inerentes

ao componente curricular (Matemática).

Conforme Oliveira, Alves e Silva (2017, p. 252) por mais que “[...] o estudo da Matemática não seja considerado fácil, é necessário que a escola oportunize ao estudante a possibilidade de aprendê-la, a partir da construção do raciocínio [...]”. Logo, as Olimpíadas de Matemática são vistas como uma oportunidade para potencializar os saberes matemáticos dos discentes e motivá-los, visto que elas permitem benefícios, tais quais, avaliar o desempenho dos alunos, criar um ambiente de competição saudável e até o estabelecimento de uma relação colaborativa entre alunos e professores ao se trabalhar com Problemas Olímpicos (Alves, 2020).

Assim, vale ressaltar que Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas (OBMEP) tem sido uma grande referência em questões que abordem a inter-relação entre Funções e Geometria, o que contribui para o surgimento de uma nova perspectiva em torno da integração destes conteúdos ao se trabalhar a interdependência entre ambos. Sob esse viés, a OBMEP foi utilizada como banco de questões, tendo em vista que esta olimpíada se propõe a promover estímulos e incentivos ao estudo da Matemática, o que permite, por sua vez, ter um amplo panorama sobre o tema.

Diante de tal cenário, enfatiza-se a importância deste trabalho para a pesquisadora, uma vez que esta foi medalhista em Olimpíadas de Matemática, durante sua Educação Básica, o que lhe foi proveitoso e a encaminhou para a escolha da Licenciatura Plena em Matemática como curso superior. A partir dessa concepção, o tema foi escolhido ao levar em consideração as vivências da autora e o surgimento de uma inquietação pertinente acerca do uso de tecnologias na exploração da relação entre Geometria e Funções. Mediante o exposto, suscita-se o seguinte problema de pesquisa: Quais são as potencialidades e fragilidades dos alunos do 1º ano do Ensino Médio Integrado ao Curso Técnico de Informática do IFPI, Campus Piripiri, em relação ao uso da Geometria Dinâmica associada às Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) na exploração da inter-relação entre o campo algébrico e geométrico em sala de aula?

Dessa maneira, vale salientar que esta pesquisa é relevante para a comunidade científica ao considerar que esse tema é pouco discutido em pesquisas científicas, o que desencadeia o fomento de outros olhares em torno dos processos de aprendizado da Matemática. Acredita-se, portanto, que esse trabalho tenha seu destaque social por discutir um tema que relaciona o uso de tecnologias digitais na

resolução de Problemas Olímpicos, emergindo assim, na aquisição de novos conhecimentos que gerem o enriquecimento da formação acadêmica da pesquisadora, bem como venha servir de inspiração para o surgimento de outros projetos e pesquisas em torno dessa temática.

Destarte, buscou-se organizar a estrutura desse projeto, apresentando inicialmente o Referencial Teórico fundamentado em uma Revisão Sistemática de Literatura que foi realizada, a fim de delimitar os contornos teóricos e metodológicos que seriam escolhidos para a aplicação da pesquisa. A *posteriori*, a Metodologia com as especificidades dos procedimentos metodológicos utilizados no trabalho. Por conseguinte, os Resultados e Discussões e as Considerações Finais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O Referencial Teórico aborda sobre as perspectivas em torno das Situações Didáticas Olímpicas, da Geometria Dinâmica e dos problemas geométrico-funcionais, com ênfase na utilização do Geogebra em sala de aula. A partir desse viés, foram delimitadas três subseções, são elas: 2.1 O contexto das SDOs no estudo de aspectos geométrico-funcionais em Problemas Olímpicos; 2.2 A Matemática Dinâmica: O pensamento geométrico alinhado ao estudo de Funções; 2.3 A Geometria Dinâmica em sala de aula na resolução de Problemas Olímpicos: Considerações sobre os desafios dos estudantes.

2.1 O CONTEXTO DAS SDOs NO ESTUDO DE ASPECTOS GEOMÉTRICOS-FUNCIONAIS EM PROBLEMAS OLÍMPICOS

As Situações Didáticas Olímpicas se configuram como uma metodologia de ensino em que o professor se torna um “construtor de situações problema” (Alves, 2020, p. 328), no qual o conhecimento matemático passa alternar entre os papéis de instrumento e objeto de estudo durante as diferentes etapas metodológicas, assumindo uma dualidade interessante.

Nessa concepção, o espaço de aprendizado dos alunos se amplia, quando estes passam a ter contato com Problemas Olímpicos, sob uma nova perspectiva, uma vez que a escola se transforma em um ambiente de competição saudável que permite a aquisição de outros conhecimentos matemáticos, contribuindo para a

formação dos discentes, dado que esse ensino busca desenvolver “[...] o lado intuitivo, investigativo e cognitivo no processo de ensino e aprendizagem em matemática” (Silva *et al*, 2022, p. 90).

Assim, as Olimpíadas de Matemática são uma clara oportunidade para os professores desenvolverem a habilidade de argumentação e raciocínio lógico dos alunos ao trabalharem essas questões, de forma diferenciada, fazendo com que estes desenvolvam distintos modos de resolução para uma determinada situação problema. Aliada a essa percepção, a BNCC reforça a relevância, inclusive da interligação dos diferentes campos da Matemática ao salientar que:

[...] inter-relações devem ser destacadas, por exemplo, entre a Estatística e a Probabilidade, a Álgebra e a Geometria. A própria ideia de medida pode ser definida como uma função que associa um número real positivo (correspondente a certa quantidade de unidades) a um comprimento, área ou volume (Brasil, 2017, p. 521).

Contudo, vale ressaltar que essas integrações entre diferentes conteúdos são pouco exploradas no contexto sala de aula, principalmente, no que se refere ao estudo de funções sob um aspecto de dependência geométrica, o que por sua vez, limita a aprendizagem dos estudantes, haja vista que a maioria deles desconhecem a existência dessa interação geométrica-funcional. Logo, a Geometria Dinâmica se apresenta como uma ferramenta que possibilita a mudança dessa realidade ao permitir que o aluno em ambientes computacionais observe essa integração entre os conteúdos de Funções e Geometria, desenvolvendo o raciocínio hipotético-dedutivo.

Em contrapartida, esse tipo de abordagem se mantém presente na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) que conforme Machado (2015, p. 92) tem seu papel relevante no ensino da Matemática ao trabalhar questões que estimulam e motivam os alunos a aprender, integrando diferentes conhecimentos matemáticos, a exemplo disso, os algébricos e geométricos, tendo em vista a elaboração de conjecturas e a visualização de distintas formas de resolução para um determinado problema. Dessa maneira, é nítido elencar que:

[...] ainda no âmbito do processo ensino-aprendizagem de Funções, entendemos que esta questão é bastante oportuna para o trabalho com o Geogebra. No Ensino Médio, como os alunos têm maior domínio e maior maturidade para o trabalho com *softwares*, entendemos que é interessante propor aulas para soluções de problemas utilizando o Geogebra. Este trabalho permite duas coisas importantes: a verificação das soluções e possibilidade de verificar caminhos que os levem à solução formal (Machado, 2015, p. 92-93).

Isso ocorre devido ao fato de que os ambientes de Geometria Dinâmica

também proporcionam “[...] a sensação de realismo e de existência material pela possibilidade de manipular os objetos matemáticos [...]” (Notare; Basso, 2016, p. 2). Partindo dessa premissa, há várias contribuições para a aprendizagem do educando, dentre elas, a assimilação de representações mentais no que diz respeito ao processamento visual de informações e como estas são interpretadas, colaborando para aquisição desses novos conhecimentos e o surgimento de uma percepção mais “concreta” em torno dos problemas gráfico-geométricos.

Logo, as Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) ao serem desenvolvidas, sob o uso do *software GeoGebra*, explorando e manipulando de forma dinâmica os Problemas Olímpicos propostos, constroem um cenário de aprendizagem efetiva em que os alunos (participantes) aprendem potencializando os seus saberes matemáticos, compreendendo os significados em torno da inter-relação entre Funções e Geometria, de acordo com os seus conhecimentos prévios.

2.2 A MATEMÁTICA DINÂMICA: o pensamento geométrico alinhado ao estudo de funções

A Matemática Dinâmica se configura em um processo de ensino-aprendizagem vinculado às Tecnologias Digitais de Comunicação e Informação (TDICs) como *softwares* de Geometria Dinâmica ao se basear “na proposição de atividades que visam a utilização do dinamismo oferecido pelo recurso tecnológico utilizado, a partir da manipulação, da observação de invariantes, da elaboração de conjecturas e da argumentação lógico-matemática” (Molon *et al*, 2021, p. 118).

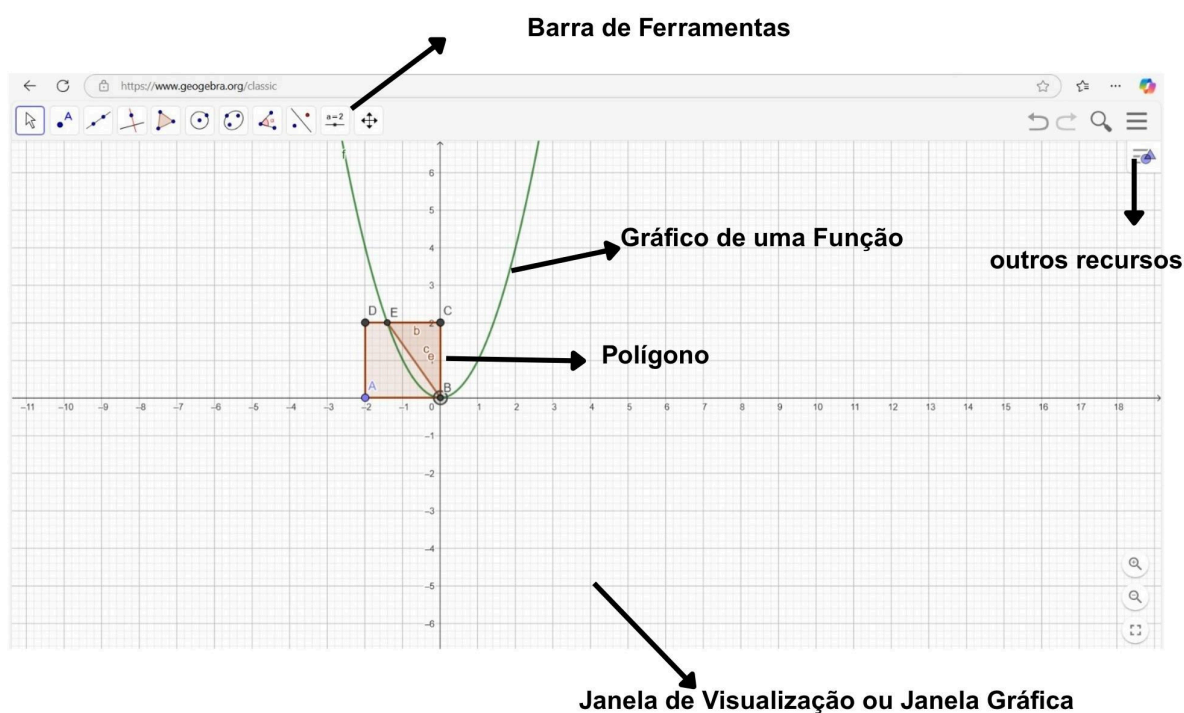
Nesse sentido, cabe destacar que a interligação de conteúdos distintos dentro da Matemática como a Geometria e Funções demonstram a necessidade de dinamizar as formas de ensinar e aprender, aperfeiçoando-as por meio do uso do Geogebra em virtude das ferramentas que este dispõe que se empregadas de forma adequada oportunizam a apreensão de conceitos algébricos, geométricos e aritméticos ao estudar, por exemplo, a variação de uma função que, por sua vez, depende de grandezas geométricas (Giraldo, 2012).

Dessa maneira, o pensamento geométrico se desenvolve alinhado aos conhecimentos prévios relacionados não somente a geometria, mas também ao estudo de Funções. Outrossim, é válido pontuar que:

[...] a Geometria é um excelente apoio às outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida, sem idéias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental que a Geometria (que é carregada de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos. A imagem desempenha importante papel na aprendizagem e é por isso que a representação de tabelas, fórmulas, enunciados, etc, sempre recebe uma interpretação mais fácil com o apoio geométrico (Lorenzato, 1995, p. 6).

Essa visualização das imagens através da exploração dinâmica evidencia as potencialidades da Informática vinculada às práticas pedagógicas uma vez que essa área “[...] tem sido fonte de muitas pesquisas, tanto pelo significado que ela tem para o aluno em relação à cobrança do mercado de trabalho, como pelas mudanças no comportamento intelectual que ela provoca [...]” (Baldini, 2004, p. 27). Sob essa ótica, o *software* Geogebra (Geometria Dinâmica) gera o surgimento de novas maneiras de ensinar, tornando-se uma importante aliada do professor de Matemática. Para isso, é fundamental que o profissional conheça e saiba manusear esse recurso tecnológico, a seguir a Figura 01 apresenta a interface do Geogebra com uma construção meramente ilustrativa:

Figura 01: Interface do *software* Geogebra



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

A Figura 01 então ilustra como o *software* Geogebra é propício para o

manuseio tanto de aspectos geométricos quanto funcionais, dado que esses conceitos podem ser articulados sobre uma malha quadriculada, considerando evidentemente a aprendizagem dos discentes ao observarem e manipularem diferentes tipos de construções, utilizando variados recursos disponíveis. Entretanto, ao fazer uso dessa tecnologia, é de suma importância perceber que “o envolvimento do aluno dependerá de como as diversas atividades de aprendizagem são estruturadas por meio de uma situação didática” (Baldini, 2004, p. 34).

2.3 A GEOMETRIA DINÂMICA EM SALA DE AULA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS OLÍMPICOS: considerações sobre os desafios dos estudantes

A Geometria Dinâmica é uma área que tem se destacado na Educação Matemática por possibilitar, de forma acessível, a manipulação de “objetos matemáticos que até então precisavam ser tratados de maneira estática e abstrata” (Notare; Basso, 2016, p. 2). Nesse viés, a tecnologia digital contribui significativamente no desenvolvimento da argumentação e raciocínio hipotético-dedutivo, a partir do momento que o aluno passa a visualizar e construir representações mentais do conteúdo abordado, desenvolvendo o pensamento geométrico fundamentado em significados.

Assim, o Geogebra é um recurso útil para transformação do ambiente educacional em um ambiente dinâmico que atraia o interesse dos discentes pelas situações didáticas apresentadas pelo professor. Corroborando desse pensamento, Molon *et al.* (2021, p. 121) afirma que:

[...] o Geogebra é uma tecnologia multiplataforma, disponível para *Windows*, *Linux*, *Mac OS X*, *Android*, *iOS* e *Windows RT*, com versões para *desktop*, *smartphones*, *tablets*, etc., e sua interface tem se tornado mais clara, intuitiva e prática. Dessa forma esse recurso - que vai muito além da GD - aproxima-se cada vez mais do ambiente escolar, facilitando a diversificação das práticas didático-pedagógicas, auxiliando no contexto da compreensão dos conceitos e do estímulo ao pensamento hipotético-dedutivo, favorecendo e diversificando o processo de aprendizagem dos estudantes. Além disso, contribui também para o desenvolvimento profissional dos professores que, nesse cenário, colocam-se muito mais como tutores do que expositores de conhecimento, auxiliando no desenvolvimento de práticas didático-pedagógicas pautadas pelo construtivismo, distanciando-se da ênfase a transmissão de conteúdos.

Partindo dessa concepção, a matemática passa a ser ensinada como algo vivo e dinâmico que permite uma aprendizagem reflexiva sobre os conceitos e

propriedades abstratas em torno da problematização e seu processo resolutivo, na qual considera-se os conhecimentos prévios do aluno e o desenvolvimento de sua argumentação como uma habilidade preciosa para o desenvolvimento cognitivo do indivíduo.

No entanto, Baldini (2004) elenca algumas dificuldades atreladas a assimilação e construção dos conceitos geométricos como lacunas formativas do docente, práticas pedagógicas desinteressantes e ausência de metodologias de ensino apropriadas que, em outras palavras, provocam nos educandos a falta de habilidade em manipular, visualizar, interpretar e compreender as representações gráfico-geométricas. Nesse sentido, a Matemática, sob o viés dos programas computacionais, ganha espaço e notoriedade, uma vez que supera as limitações impostas pelo desenho geométrico estático ao se trabalhar com as figuras em movimento, gerando uma melhor compreensão dos conceitos envolvidos.

De acordo com Bifano e Lupinacci (2012) a integração de aspectos geométricos e funcionais resultam geralmente em um problema dinâmico que ao ser solucionado por meio de uma ferramenta tecnológica tipo o Geogebra viabiliza outras maneiras de pensar e resolver a situação didática proposta. Tendo em vista, que esta ocorre a partir da tríade composta por professor, aluno e saber matemático, considerando evidentemente a aprendizagem dos discentes como algo basilar.

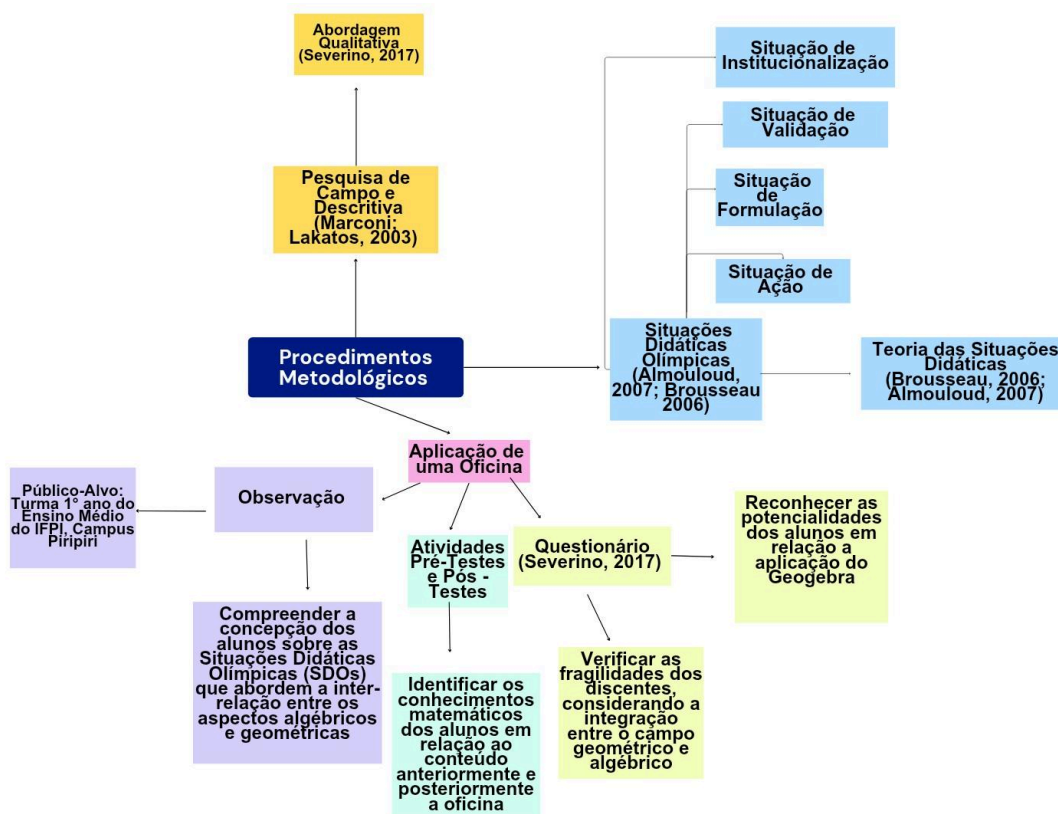
Logo, os Problemas Dinâmicos se apresentam como um meio que potencializa os saberes matemáticos e possibilita o aluno enxergar a Matemática com outros olhos e perceber a importância dessa área para o fomento de sua formação, principalmente, ao manipulá-los em um ambiente de Geometria Dinâmica como o Geogebra, uma vez que tais perspectivas se ampliam e o aluno consegue visualizar e compreender melhor determinadas questões.

3 METODOLOGIA

A *priori*, realizou-se uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL), com a finalidade de delinear os referenciais teóricos e os procedimentos metodológicos que nortearam o desenvolvimento deste trabalho, visto que esse tipo de revisão se apresenta como uma metodologia científica rigorosa que possibilita a credibilidade do estudo ao “[...] estruturar todos os procedimentos de forma a garantir a qualidade

das fontes [...]” (Ramos; Faria; Faria, 2014, p. 22). Partindo dessa premissa, o seguinte desenho metodológico foi traçado para essa pesquisa:

Figura 02: Desenho Metodológico da Pesquisa



Fonte: Elaborado pela autora, através da RSL

O presente trabalho consistiu em uma pesquisa de campo e descritiva, uma vez que a pesquisadora abordou o objeto de estudo em seu ambiente natural, ou seja, o Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Piripiri, descrevendo os fenômenos, conforme os dados coletados (Severino, 2017). Para isso, foi basilar “[...] a realização de uma pesquisa bibliográfica sobre o tema em questão [...]” (Marconi; Lakatos, 2003, p. 186), em outras palavras, a execução da Revisão Sistemática de Literatura foi primordial para tomada de decisões como base teórica e metodológica.

Ademais, a abordagem escolhida é de cunho qualitativo com uma descrição quantitativa, tendo em vista que são enfatizados os fundamentos epistemológicos em torno da temática (Severino, 2017) para obtenção de resultados relevantes que forneçam a aquisição de novos conhecimentos científicos que contribuam para a sociedade. Nesse sentido, é importante pontuar que a abordagem qualitativa tem como foco compreender “[...] a natureza do problema por meio da interpretação de

crenças e práticas de sujeitos, grupos ou instituições, desde o seu contexto” (Sehn; Schmidt; Lopes; Piccinini, 2022, p. 105).

Conforme Marconi e Lakatos (2003) os instrumentos de pesquisa condizem à escolha das técnicas para geração de dados. Corroborando desse pensamento, optou-se pela aplicação de pré-testes e pós-testes relacionados aos conteúdos de Geometria, Funções e a inter-relação entre ambos (aspectos geométricos-funcionais), bem como a realização de uma oficina que tenha como foco a interligação entre esses dois campos da Matemática e que venha apresentar aos alunos, a resolução de dois problemas olímpicos, sob a perspectiva, das Situações Didáticas Olímpicas (SDOs), uma metodologia de ensino francesa.

No que se refere às Situações Didáticas Olímpicas, é necessário esclarecer que esta metodologia se alicerça tanto na Engenharia Didática, quanto na Teoria das Situações Didáticas (TSD), defendida por Guy Brousseau. Sob essa ótica, o autor francês trouxe reflexões importantes em torno dos processos de ensino e aprendizagem matemática que, inclusive, convergem para a transformação de problema em situação didática, haja vista que as “[...] situações descrevem as relações de um sujeito ou de uma instituição com seu ‘meio’. Elas se limitam às condições específicas da produção ou do uso de um saber ou de um conhecimento preciso” (Brousseau, 2006, p. 273).

Nessa concepção, o professor passa a carregar consigo o papel de “[...] elaborador e construtor de situações problema, cujo conhecimento matemático adquire e assume um caráter duplo [...]” (Alves, 2020, p. 328), tendo em vista que ora se manifesta como instrumento e ora se encontra como objeto de estudo. Isso ocorre pelo fato de que as Situações Didáticas Olímpicas se desenvolverem, a partir de etapas que se completam, sendo estas:

a) **Ação:** É a primeira etapa, marcada pela tomada de decisões do discente, dado que a situação possibilita “ao aluno julgar o resultado de sua ação e ajudá-lo se necessário, sem a intervenção do mestre, graças à retroação do *milieu*” (Almouloud, 2007, p. 37).

b) **Formulação:** É a segunda etapa, na qual “o aluno troca informações com uma ou várias pessoas, que serão os emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais” (Almouloud, 2007, p. 38). Sob esse viés, o discente começa a dominar a linguagem compreensível, construindo a comunicação.

c) **Validação:** É a terceira etapa que, por sua vez, “busca o debate sobre a

certeza das asserções, o que permite organizar as interações com o *milieu*” (Almouloud, 2007, p. 40).

d) **Institucionalização:** É a quarta e última etapa, onde ocorre o processo de fixação do conhecimento nas estruturas cognitivas, no qual “o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para utilização na resolução de problemas matemáticos” (Almouloud, 2007, p. 40).

Outrossim, essas situações matemáticas foram trabalhadas em sala de aula, através do uso do Geogebra, um software de Geometria Dinâmica, que permitiu a visualização geométrica dos problemas abordados, evidenciando a relação entre áreas distintas da Matemática. Nessa perspectiva, após a realização da oficina, foi aplicado um questionário, com questões abertas, para identificar as potencialidades e fragilidades relacionadas a utilização dessa ferramenta educacional no processo de solução das Situações Didáticas Olímpicas, uma vez que esse tipo de instrumento permite a pesquisadora levantar dados relacionados a opinião dos sujeitos pesquisados em torno do objeto de estudo (Severino, 2017).

Logo, acredita-se que este trabalho suscitou discussões relevantes em torno dos processos de aprendizagem, com ênfase no uso de ferramentas tecnológicas como um meio potencializador, bem como na relevância do papel do docente, enquanto mediador do conhecimento, seja este matemático ou não.

Como a pesquisa se desenvolveu no final de período e os estudantes tinham muitas demandas como provas e trabalhos escolares, a amostra consistiu em apenas 6 alunos do 1º ano do Ensino Médio integrado ao Curso Técnico de Informática do IFPI, Campus Piripiri que participaram de uma oficina que teve como ponto principal questões da 1ª fase da OBMEP. Isso se deve ao fato de que geralmente a inter-relação entre Geometria e Funções é abordada em Problemas Olímpicos, ou seja, é uma temática pouco explorada no cotidiano escolar, por esse motivo, optou-se por restringir o público-alvo, uma vez que estes já tiveram contato com o conteúdo trabalhado, o que possibilita o desenvolvimento da pesquisa, considerando os conhecimentos prévios do estudante acerca do tema.

Além do mais, por se tratar de uma pesquisa que envolve seres humanos, é de suma importância “[...] cumprir as exigências éticas gerais de toda atividade científica e aquelas ligadas à ética profissional da área de atuação profissional do pesquisador, devem atender ainda a aspectos éticos específicos [...]” (Severino,

2017, p. 217). Logo, como os participantes da pesquisa são menores de idade, estes somente participaram depois da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), destinado aos responsáveis legais, para que a pesquisa fosse realizada, garantindo a integridade dos partícipes.

Outrossim, a pesquisa tem como enfoque as funções e a geometria sob o viés da exploração de suas formas, características e interações em meio ao contexto bidimensional (Rodrigues *et al*, 2024). Desse modo, a Oficina Pedagógica ocorreu levando em consideração dois momentos principais, são estes: 1. O conjunto de aulas sob a perspectiva expositiva-dialógica; 2. A resolução das duas questões da OBMEP construídas no Geogebra por Neto (2019) e que foram utilizadas considerando os aspectos éticos da pesquisa.

A análise, por sua vez, se desenvolveu pela Análise de Conteúdo Categorical, defendida por Bardin (1977), tendo em vista as seguintes etapas: a) pré análise; b) exploração do material; c) tratamento e interpretação de dados, dentre as quais, a pré análise consistiu na fabricação dos instrumentos de coleta de dados, a exploração, por sua vez, ocorreu através dos questionários, pré-testes e pós-testes que se deu pela codificação e, por conseguinte, o tratamento e a interpretação de dados possibilitou o surgimento de duas categorias.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Análise de Conteúdo Categorical é a mais utilizada e a mais antiga funcionando “[...] por operações de desmembramento do texto em unidades, em categorias segundo reagrupamentos analógicos” (Bardin, 1977, p. 153). Sob essa ótica, as duas categorias definidas a seguir focam no desenvolvimentos das Situações Didáticas Olímpicas durante a Oficina, tendo em vista as quatro etapas que a constituem, assim como as fragilidades e potencialidades do uso do Geogebra na articulação de problemas que englobam o campo algébrico e geométrico.

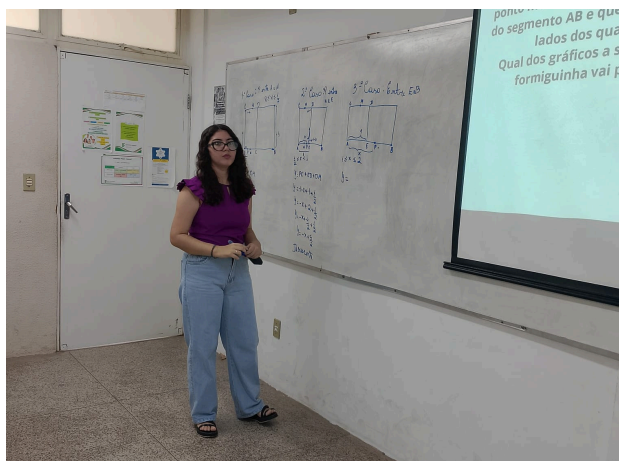
4.1 OFICINA: resolução de POs sob o viés das SDOs.

Essa categoria procurou focar no desenvolvimento da Oficina Pedagógica e na Resolução de Problema Olímpicos que envolvem aspectos geométrico-funcionais sob a perspectiva das Situações Didáticas Olímpicas (SDOs). Tendo em vista que a

situação didática se configura a partir do meio e das variáveis didáticas que, por sua vez, “provoca modificações nas estratégias ótimas, o que a torna um ponto importante no estudo de modelos de aprendizagem segundo a teoria das situações” (Almouloud, 2007, p. 36).

O primeiro momento da Oficina Pedagógica foi marcado por uma aula expositiva, na perspectiva dialógica, sobre Geometria e Funções, na qual os alunos demonstraram forte interesse participando em muitos momentos e dialogando sobre as fórmulas e o raciocínio envolvido nos problemas abordados no quadro branco. O segundo momento se desenvolveu na manipulação e visualização de duas Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) no Geogebra, considerando as interações entre o saber, o aluno e a professora.

Imagem 01: Pesquisadora ministrando o conjunto de aulas expositiva-dialogadas



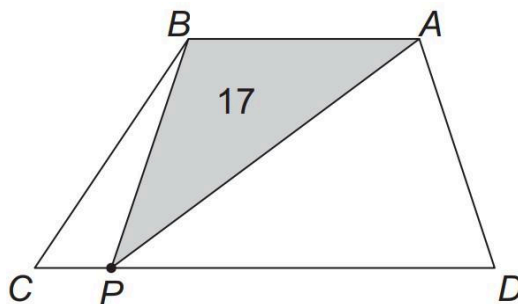
Fonte: Elaborado pela autora (2026)

As duas Situações Didáticas Olímpicas são questões da 1ª fase da OBMEP que foram construídas por Neto (2019) no Geogebra. Sob essa ótica, o primeiro Problema Olímpico teve como foco apenas a manipulação de área de polígonos, sem envolver o contexto das funções tendo em vista o pensamento geométrico dos alunos. Enquanto o segundo envolveu a inter-relação entre área de polígonos e função quadrática. A seguir as descrições das 4 fases das SDOs no desenvolvimento da Oficina: a) Dialética de Ação; b) Dialética de Formulação; c) Dialética de Validação; d) Dialética de Institucionalização:

4.1.1 Problema Olímpico I

(Prova OBMEP 2018 – 1ª fase – Nível 2 – questão 11) No trapézio $ABCD$ da figura, os lados AB e CD são paralelos e o comprimento de CD é o dobro do comprimento de AB . O ponto P está sobre o lado CD e determina um triângulo ABP com área igual a 17. Qual é a área do trapézio $ABCD$?

Figura 03: 1º Problema da OBMEP



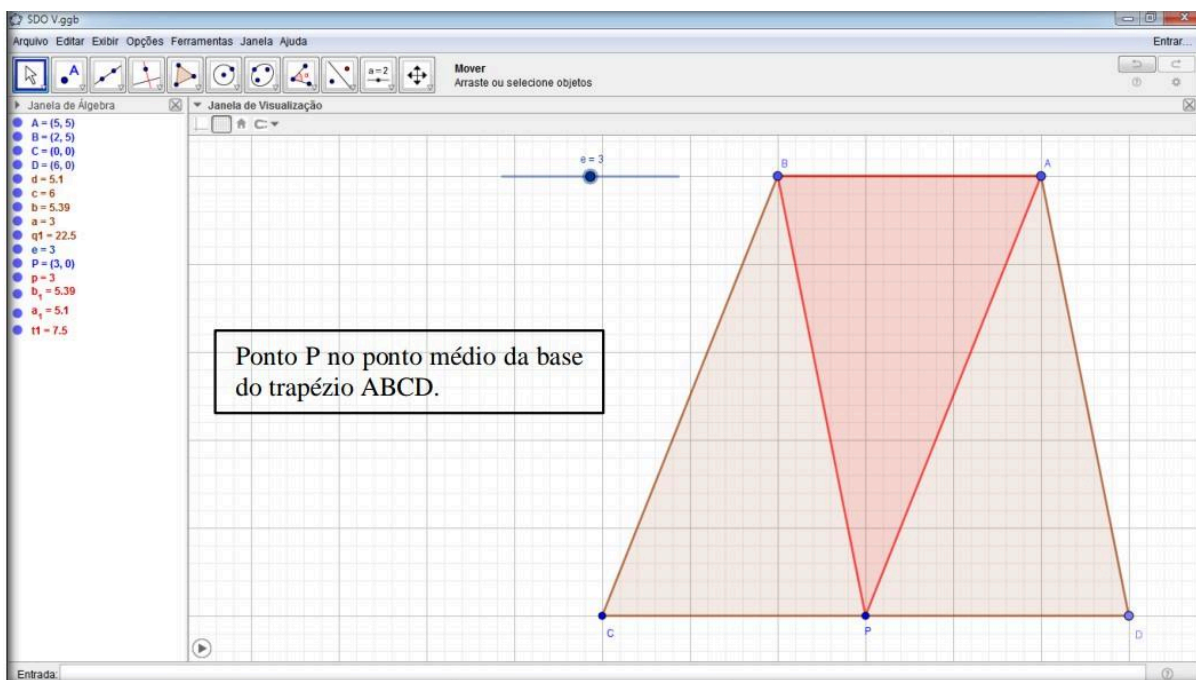
Fonte: OBMEP (2018)

4.1.2 Situação Didática Olímpica I

Dialética de Ação: Nessa etapa o ponto principal é a tomada de decisões dos alunos para resolver a questão. Desse modo, foi necessário observar que estes identificaram que as variáveis envolvidas para resolver o problema eram a área do triângulo, comprimento da base, base e altura. Além disso, com o auxílio do Geogebra ao utilizar o controle deslizante, os alunos perceberam que a área do triângulo ABP não se altera.

Dialética de Formulação: Nas palavras de Almouloud (2007, p. 38) , nessa fase “[...] o aluno troca informações com uma ou várias pessoas que serão emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais”. Sob esse viés, os alunos formaram duplas e discutiram intensamente hipóteses e possíveis soluções. Com o auxílio do controle deslizante do Geogebra, alguns estudantes notaram que ao posicionar o ponto P na metade do segmento CD formam-se três triângulos de mesma área.

Figura 04: Modelagem Geogebra do Problema Olímpico I



Fonte: Neto (2019, p. 28)

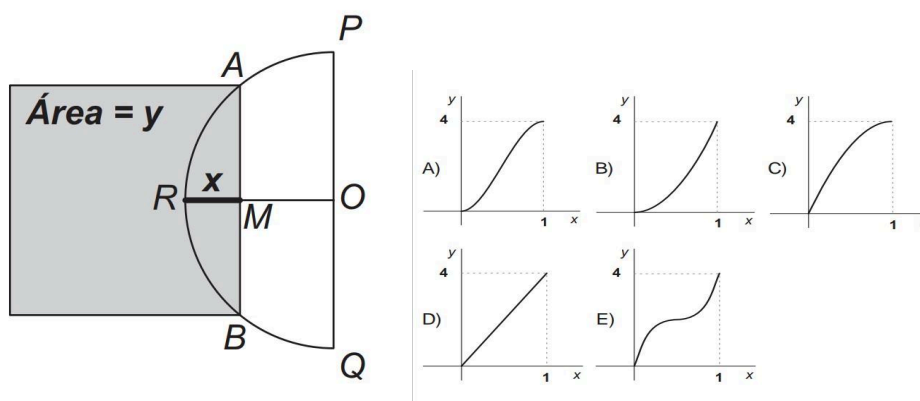
Dialética de Validação: Nessa etapa, os estudantes apresentam as estratégias e argumentações, uma vez que “o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática” (Almouloud, 2007, p. 39). Nesse momento, os alunos apresentaram a solução de que a área do trapézio $ABCD$ é o triplo do área do triângulo ABP , ou seja, $3 \times 17 = 51$.

Dialética de Institucionalização: Nessa etapa, a professora retomou a atividade e formalizou o resultado encontrado pelos estudantes, pois conforme Almouloud (2007, p. 40) “o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, argumentou e confrontou o modelo matemático ao modelo computacional, concluindo as ideias e incorporando estas ao esquema mental do aluno.

4.1.3 Problema Olímpico II:

(Prova OBMEP 2009 – 1ª fase – Nível 3 – questão 19) O semicírculo da figura tem centro O e diâmetro $PQ = 2$ cm. O raio OR é perpendicular a PQ . Por um ponto qualquer M de OR traça-se a corda AB perpendicular a OR . Sejam x o comprimento de RM , em cm, e y a área do quadrado de lado AB , em cm^2 . Qual dos gráficos abaixo expressa a relação entre x e y ?

Figura 05: 2º Problema da OBMEP

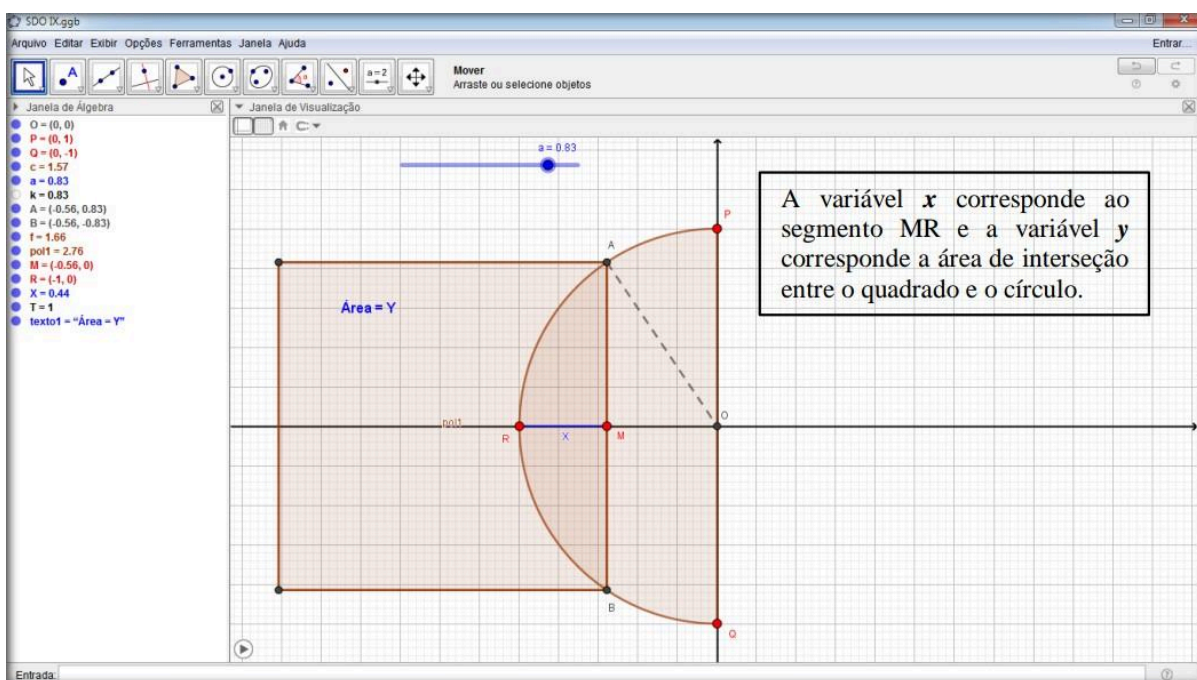


Fonte: OBMEP (2009)

4.1.4 Situação Didática Olímpica II

Dialética de Ação: Nessa etapa o ponto principal é a tomada de decisões dos alunos para resolver a questão. Desse modo, foi necessário observar que estes identificaram que as variáveis envolvidas para resolver o problema eram a área do quadrado (variável y) e o comprimento MR (variável x). Além disso, com o auxílio do Geogebra, os alunos perceberam que a área do quadrado varia conforme o tamanho do comprimento MR , ou seja, foi possível notar que há uma relação de dependência entre x e y .

Figura 06: Modelagem Geogebra do Problema Olímpico II



Fonte: Neto (2019, p. 47)

Dialética de Formulação: Nas palavras de Almouloud (2007, p. 38) , nessa fase “[...] o aluno troca informações com uma ou várias pessoas que serão emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais”. Sob esse viés, os alunos formaram duplas e discutiram intensamente hipóteses e possíveis soluções. Com o auxílio do controle deslizante do Geogebra, alguns estudantes notaram os seguintes intervalos: $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 4$. A partir daí os alunos formularam hipóteses. Contudo, vale ressaltar que eles apresentaram dificuldades nessa fase, fazendo com que estes não encontrassem resultados precisos.

Dialética de Validação: Nessa etapa, os estudantes apresentam as estratégias e argumentações, uma vez que “o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática” (Almouloud, 2007, p. 39). Nesse momento, os alunos não conseguiram apresentar uma solução, pois não conseguiram visualizar a necessidade de aplicar o teorema de Pitágoras no triângulo AMO . Embora tenham notado que $OM = 1 - x$ e também que $AB = 2AM$.

Dialética de Institucionalização: Nessa etapa, a professora retomou a atividade e formalizou a solução, mostrando a interdependência entre funções e geometria, tendo em vista que conforme Almouloud (2007, p. 40) “o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, argumentou e confrontou o modelo matemático ao modelo computacional, concluindo as ideias e incorporando estas ao esquema mental do aluno.

4.2 GEOGEBRA: potencialidades e fragilidades na resolução de POs sob a perspectiva dos aspectos algébricos e geométricos

Essa categoria buscou discutir o potencial do Geogebra como ferramenta que auxilia na aprendizagem de questões que abordam a integração entre Geometria e Funções, levando em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes. Tendo em vista que a Geometria Dinâmica permite “novas formas de tratamento para problemas, pela possibilidade de tornar acessíveis e manipuláveis objetos matemáticos que até então precisavam ser tratados de maneira estática e abstrata” (Notare; Basso, 2016, p. 2).

Outrossim, a resolução de questões parte do entendimento de que existem

incontáveis “caminhos na solução dos problemas, os quais são difíceis do estudante trilhar sozinho, porém com o auxílio do professor, tal percurso pode tornar-se menos obscuro” (Oliveira; Alves; Silva, 2017, p. 256). Dessa forma, ao resolver um problema, o aluno confronta ideias e fortalece o processo argumentativo, adquirindo e incorporando saberes que podem ser utilizados *a posteriori*.

Sob esse viés, o pré-teste e pós teste eram iguais e continham 5 questões que abordavam os seguintes conhecimentos nessa respectiva ordem: 1) Ângulos e Teorema do Ângulo Externo; 2) Triângulos Isósceles e distância; 3) Área de polígonos; 4) Função com dependência geométrica; 5) Função Afim. O Quadro 01 a seguir mostra a quantidade de acertos em cada questão.

Quadro 01: Quantidade de acertos nas questões do pré-teste e pós-teste

Questões	Pré-teste	Pós-teste
Questão 01	-	-
Questão 02	-	3
Questão 03	1	4
Questão 04	3	4
Questão 05	2	1

Fonte: Elaborado pela autora (2026)

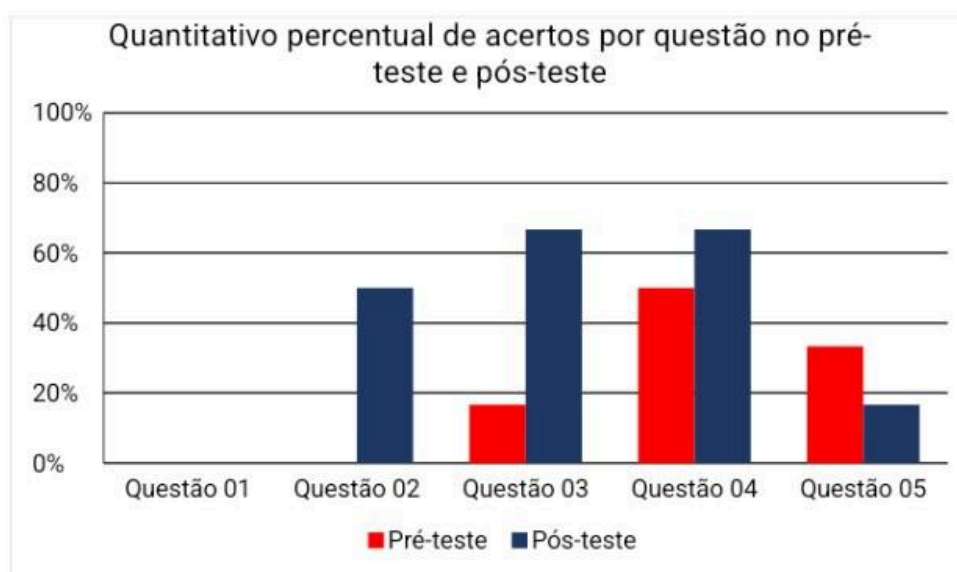
É nítido que os alunos, *a priori*, apresentaram dificuldades em relação ao conteúdo de Ângulos e Teorema do Ângulo Externo, bem como de triângulos isósceles e distância, demonstrando lacunas no que diz respeito aos conhecimentos de geometria plana. Em contrapartida, no que se refere a funções com dependência geométrica no pré-teste, 3 dos 6 alunos demonstraram bons resultados alcançando, desse modo, o maior número de acertos em relação às cinco questões.

Segundo Giraldo (2012) os ambientes computacionais viabilizam muitas possibilidades às representações algébricas e gráficas, principalmente ao empregá-las no Ensino Médio. Contudo, a potencialidade de ambientes de geometria no ensino e estudo de Funções supera a abordagem tradicional, dispondo de novas formas de relacionar as representações algébricas e gráficas, a partir de construções geométricas. Assim, tal desempenho no pré-teste é um indicativo potencial para o estudo de problemas geométrico-funcionais.

Partindo desse pensamento, torna-se interessante explorar os percentuais de acertos por questão tanto no pré-teste quanto no pós-teste para fins comparativos. A

seguir, Gráfico 01 aponta tais percentuais:

Gráfico 01: Quantitativo percentual de acertos por questão no pré-teste e pós-teste



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Nessa perspectiva, é necessário elencar que a Oficina Pedagógica teve resultados positivos no que tange o ensino de Áreas de Polígonos e Funções Afim e Quadrática com dependência geométrica. Tendo em vista que as questões 03 e 04, tiveram um aumento percentual considerável, uma vez que 66,66% dos alunos acertaram ambos os problemas no pós-teste. Contudo, é importante se atentar ao fato de que a questão 05 apresentou uma redução de acertos, o que evidencia que os alunos apresentam dificuldades em relacionar funções envolvendo grandezas como o tempo.

Os problemas olímpicos discutidos durante a Oficina Pedagógica sem e com o uso do Geogebra abordavam a interdependência entre Funções e Geometria, com ênfase no deslocamento de distâncias e na manipulação de áreas, o que contribuiu para o desenvolvimento de um pensamento geométrico a partir da abstração e de objetos matemáticos em movimento. Corroborando dessa prática, é importante salientar que:

[...] ao dar oportunidade para que os alunos trabalhem em diferentes contextos nos quais exista o aspecto funcional, em particular nos ambientes de geometria dinâmica, é possível contribuir significativamente na construção de suas concepções sobre funções reais de forma mais ampla (Machado; Machado, 2019, p. 46)

O software Geogebra se constitui como um ambiente de geometria dinâmica que permite “[...] a interação a partir da possibilidade de extrapolar a manipulação e experimentação aliada a movimentos, que sem o auxílio dos artefatos tecnológicos digitais ficaria muito restrito[...]” (Molon *et al*, 2021, p. 121). Sob esse viés, o questionário aplicado buscou reconhecer as potencialidades em relação ao uso do Geogebra e as fragilidades que envolvem a abordagem de questões que englobam o campo algébrico e geométrico. A seguir, o Quadro 02 aponta os desafios e potenciais do uso dessa ferramenta na integração geométrica-funcional.

Quadro 02: dificuldades e facilidades do uso do Geogebra na abordagem de problemas dinâmicos

FACILIDADES	DIFICULDADES
Visualização do movimento das figuras geométricas	Compreensão dos cálculos envolvidos
Facilita a visualização dos pontos no plano	Compreensão dos conceitos geométricos implícitos na questão
Visualização das funções	Identificar a relação das variáveis envolvidas

Fonte: Elaborado pela autora (2026)

Um ponto a ser considerado dentre as dificuldades é que a compreensão dos conceitos implícitos na questão está intimamente ligada à abstração, ou seja, alguns alunos encontraram como desafio a ausência e/ou falhas do pensamento abstrato. Conforme Notare e Basso (2016, p. 3) “[...] a abstração desses elementos não se dá segundo um processo análogo ao da abstração de qualidades físicas, como o peso ou a cor de um objeto.”

Dentre o total de alunos, apenas aproximadamente 33% conheciam o Geogebra e já tiveram contato em sala de aula com o mesmo. Embora tenham assumido que não compreendiam a importância da ferramenta. Em relação ao software, todos os alunos afirmaram que a maior vantagem dele é a visualização dos problemas dinâmicos e a manipulação das figuras geométricas, de forma não estática. Enquanto, as dificuldades focaram majoritariamente na compreensão dos conceitos matemáticos e cálculos.

Portanto, os resultados obtidos explicitaram que a integração entre a resolução dos Problemas Olímpicos e o uso de tecnologias digitais potencializa o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ao incentivar a participação ativa dos estudantes e promover a construção do conhecimento de forma

significativa. No que concerne ao Geogebra como recurso didático, este atua como ferramenta complementar ao raciocínio lógico, não substituindo a demonstração formal, mas oferecendo suporte para a formulação, visualização e validação de ideias para a resolução. Além disso, acredita-se que este trabalho possa inspirar futuras pesquisas em torno da formação inicial de professores.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Educação Matemática é um campo frutífero para discussões que fomentam novas percepções em torno da aprendizagem matemática ao viabilizar práticas pedagógicas inovadoras. A partir desse contexto, o uso do Geogebra potencializa tanto o ensino quanto a aprendizagem ao permitir a visualização do movimento de figuras geométricas em problemas dinâmicos sob o viés das Situações Didáticas Olímpicas (SDOs), tendo em vista as potencialidades e fragilidades da utilização dessa ferramenta digital.

Corroborando desse pensamento, é importante mencionar que foi crucial para este trabalho o desenvolvimento de uma Oficina Pedagógica com foco na inter-relação do campo algébrico e geométrico e na resolução de problemas geométrico-funcionais sob o viés das SDOs no Geogebra, levando em consideração que os problemas dinâmicos consistiram em questões da OBMEP que abordavam primordialmente a ideia de função com dependência geométrica e áreas de figuras planas.

A Oficina Pedagógica se mostrou produtiva no que tange a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, uma vez que *a priori* os alunos demonstraram dificuldades em conteúdos de Geometria Plana como ângulos e triângulos. *A posteriori*, no final da oficina, os estudantes mostraram melhores resultados em 60% das questões, com ênfase a área de figuras planas e função com dependência geométrica.

Nessa concepção, vale ressaltar que as Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) se configuram como uma metodologia de ensino que busca incorporar um viés de transposição didática para os problemas olímpicos trabalhados em sala de aula. Partindo desse pensamento, os alunos demonstraram certas dificuldades na fase de formulação e validação do segundo problema olímpico devido a lacunas no conteúdo de Geometria Plana e visualização geométrica abstrata.

Já no que diz respeito ao Geogebra, este se mostrou uma ferramenta que facilita a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, tendo como principais potencialidades a visualização e manipulação de figuras geométricas e funções. No que se refere à integração do campo algébrico e geométrico, as fragilidades se resumem a dificuldades na compreensão dos cálculos e conceitos matemáticos provenientes da Geometria e a organização das variáveis envolvidas nas questões.

Portanto, evidenciou-se que a utilização de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) como o Geogebra é fundamental no entendimento de problemas dinâmicos ao se configurar um facilitador da aprendizagem matemática, o que contribui para a formação crítica dos estudantes, tendo em vista o desenvolvimento do raciocínio lógico e a argumentação.

Em síntese, sob o aspecto das SDOs, esta metodologia de ensino se mostrou eficaz e interessante ao abordar problemas que inter-relacionavam conceitos algébricos e geométricos, algo pouco explorado em trabalhos científicos, o que por sua vez, desperta uma curiosidade epistemológica em torno do tema e suscita novas percepções e indagações sobre os contextos que envolvem não somente a aprendizagem, mas também o processo de ensino de problemas dinâmicos na perspectiva das SDOs e a formação inicial de professores de Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, Ag Saddo. **Fundamentos da Didática da Matemática**. São Paulo: Editora UFPR, 2007.

ALVES, Francisco Regis Vieira. Situações didáticas olímpicas (SDOs): ensino de olimpíadas de matemática com arrimo no software Geogebra como recurso na visualização. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 319-349, 2020. DOI: 10.5007/1982-5153.2020v13n1p319. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2020v13n1p319>. Acesso em: 16 fev. 2025.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Construção do conceito de Área e Perímetro: uma Sequência Didática com auxílio de software de Geometria Dinâmica**. 2004. 179f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Portugal: Edições 70, 1977. 225p.

BIFANO, Fernando Jorge; LUPINACCI, Leonardo José. Um binômio dinâmico: geometria e funções. *In*: La Conferência Latino-americana de GeoGebra, 2012, Montevideu. **Actas [...]**. p. 94-101, 2012. Disponível em: <https://www.geogebra.org/uy/2012/actas/originales/20.pdf>. Acesso em: 04 mar. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BROUSSEAU, Guy. A etnomatemática e a teoria das situações didáticas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 2, p. 267-281, 2006. Disponível em: <https://share.google/v0JyT8eCC9Th0VNR5>. Acesso em: 16 fev. 2025.

GIRALDO, Victor. Integrando Geometria e Funções: Gráficos Dinâmicos. **Revista do Professor de Matemática**, v. 79, n. 3, p. 39-46, 2012.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 3, n. 4, p. 3-13, 1995. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1311/721>. Acesso em: 4 mar, 2025.

MACHADO, Aline de Lima Guedes; MACHADO, Leandro da Silva. Geometria e funções: uma abordagem computacional a partir de problemas da OBMEP. **REMAT**, Bento Gonçalves, v. 1, p. 41-57, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/3216m> Acesso em: 04 mar. 2025.

MACHADO, Leandro da Silva. **Uma Análise Crítica das Provas da 2ª fase da OBMEP 2014**. 2015. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática na Rede Nacional) - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2015.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, 2003. 310p.

MOLON, Jaqueline. *et al.* Matemática Dinâmica e Raciocínio Hipotético-Dedutivo: estudo envolvendo quadriláteros com o Geogebra. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 27, n. 71, p. 114-131, 2021. Disponível em: <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1184506/Molon2021Matem25C325A1tica.pdf>. Acesso em: 4 mar. 2025.

NETO, João Evangelista de Oliveira. **Produto educacional**: situações didáticas olímpicas aplicadas a problemas de geometria plana da olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas (OBMEP). 2019. 59p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

NOTARE, Márcia; BASSO, Marcus. Geometria Dinâmica 3D - novas perspectivas para o pensamento espacial. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, [S. l.], v. 14, n. 2, p. 1-10, 2016. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/70683/40119>. Acesso em: 4 mar. 2025.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP). In: INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA (IMPA). Rio de Janeiro. Disponível em: <https://www.obmep.org.br/>. Acesso em: 20 Jun. 2026.

OLIVEIRA, Cícera Carla do Nascimento; ALVES, Francisco Régis Vieira; SILVA, Rodrigo Sychocki. Concepção e descrição de situações olímpicas com auxílio do Geogebra. **Revista Thema**, [S.l.], v. 14, n. 3, p. 250-263, 2017. DOI: 10.15536/thema.14.2017.250-263.532. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/532/574>. Acesso em: 4 mar. 2025.

RAMOS, Altina; M. FARIA, Paulo; FARIA, Ádila. Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, [S. l.], v. 14, n. 41, p. 17-36, 2014. DOI: 10.7213/dialogo.educ.14.041.DS01. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/2269>. Acesso em: 16 fev. 2025.

RODRIGUES, Gabriel Angelo de Paula *et al.* Oficina de geometria espacial: estratégias para o ensino eficaz da matemática. **Revista de Gestão e Secretariado**, [S. l.], v. 15, n. 6, p. e3763, 2024. DOI: 10.7769/gesec.v15i6.3763. Disponível em: <https://ojs.revistagesec.org.br/secretariado/article/view/3763>. Acesso em: 4 mar. 2025.

SEHN, A. S.; SCHMIDT, B.; LOPES, R. de C. S.; PICCININI, C. A. Artigos originais que relatam estudos de caso. In: SAMPAIO, Maria Imaculada Cardoso; SABADINI, A. A. Z. P.; KOLLER, S. H. (Orgs.). **Produção Científica: um Guia Prático**. Universidade de São Paulo. Instituto de Psicologia, 2022. cap. 5, p. 101-129. DOI: <https://doi.org/10.11606/9786587596280>. Disponível em: www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/925. Acesso em: 16 fev. 2025.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico**. 24^a ed. São Paulo: Editora Cortez, 2017.

SILVA, José Gleison Alves da. *et al.* Engenharia Didática (ED): o uso de Situações Didáticas Olímpicas para o ensino do Teorema da base média do triângulo a partir de problemas da OBMEP. **Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología**, [S. l.], n. 31, p. 88-100, 2022. DOI: 10.24215/18509959.31.e9. Disponível em: <https://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/TEyET/article/view/1461/1501>. Acesso em: 4 mar. 2025.

APÊNDICE A: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para os pais e/ou responsáveis legais dos participantes menores de idade

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ (IFPI)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE

Prezado Sr(a) está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) da pesquisa, do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), intitulado **“GEOMETRIA DINÂMICA: UMA VISUALIZAÇÃO DE PROBLEMAS OLÍMPICOS SOB O VIÉS DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS”** sob a responsabilidade da pesquisadora Ellen Cristyna Vieira de Brito do Curso Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI), Campus Piripiri, sob orientação do professor Dr. Atécio Alves. A pesquisa tem como objetivo analisar as potencialidades e fragilidades dos alunos, em relação ao uso da Geometria Dinâmica, através do contexto das Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) na exploração da inter-relação entre os aspectos geométricos e algébricos.

Este estudo justifica-se por se tratar de um tema pouco explorado no meio acadêmico e por possibilitar novas perspectivas em torno da Geometria Dinâmica, com ênfase às tecnologias. Além disso, a pesquisadora já foi medalhista em olimpíadas de Matemática, demonstrando um grande interesse pelo tema em questão.

Para a realização dessa pesquisa, solicitamos sua colaboração mediante a assinatura desse documento que visa assegurar seus direitos como participante. Sua participação é voluntária, sem custos ao senhor(a), e se dará por meio de uma Oficina Pedagógica, onde inicialmente os alunos responderão um pré-teste e ao final da oficina responderão tanto um pós-teste quanto um questionário sobre o Geogebra e a resolução dos problemas olímpicos, visando alcançar o objetivo estabelecido para este estudo. O (A) participante tem a liberdade de escolher responder, ou não, às perguntas, sendo asseguradas a confidencialidade e a privacidade, a proteção à imagem e a não estigmatização, garantindo, também, a não utilização das informações em prejuízo das pessoas envolvidas nesta pesquisa.

Ademais, a pesquisa possibilitará a retirada do consentimento prévio, ou simplesmente interrupção do preenchimento das respostas, caso o participante desista da pesquisa. Nos questionários, pré-testes e pós-testes não serão identificados com o nome dos participantes para que seja mantido o anonimato. Os participantes serão referidos na pesquisa apenas como P1, P2, P3 e assim respectivamente, sem nenhuma ligação desse código com seus nomes. O sigilo da identidade dos participantes da pesquisa será informado logo no início da abordagem, garantindo assim, o respeito aos sentimentos de autopreservação que favorecem a liberdade de expressão necessária para a veracidade das respostas apresentadas.

Se o(a) senhor(a) aceitar participar, contribuirá para as práticas de ensino envolvendo a Geometria Dinâmica, especialmente no âmbito do uso da tecnologia e na Educação Matemática. Sua participação ajudará a compreender as Situações Didáticas Olímpicas permitindo novos olhares em torno da temática. Além disso, os

resultados desta pesquisa poderão subsidiar melhorias institucionais e fomentar a valorização da Matemática no IFPI. Como participante, o(a) senhor(a) terá a oportunidade de refletir sobre sua experiência acadêmica e profissional, ampliando seu engajamento com ações que promovem o desenvolvimento de competências sociais e emocionais. Contudo, pode se recusar a responder (ou participar de qualquer procedimento), podendo desistir de participar em qualquer momento, sem nenhum prejuízo para o(a) senhor(a).

Todos os resultados dessa pesquisa serão utilizados apenas para a sua execução, cuja finalidade é acadêmico-científica (divulgação em revistas e eventos científicos), e seus dados ficarão sob sigilo e guarda da pesquisadora responsável Ellen Cristyna Vieira de Brito e o orientador professor Dr. Atécio Alves

Esse Termo será elaborado em duas VIAS, assinado ao seu término pelo(a) senhor(a)/representante legal e pela pesquisadora responsável, ficando uma via com o responsável legal e a outra com a pesquisadora.

CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO

Ciente e de acordo com o que foi anteriormente exposto, eu, _____, estou de acordo com a participação do(a) estudante _____ nesta pesquisa, assinando este consentimento em duas vias, e ficando com a posse de uma delas.

Piripiri, PI, _____ de _____ de 2026.

Assinatura por extenso do Pai ou Representante Legal

Ellen Cristyna Vieira de Brito

Assinatura:

Telefone: (86) 98119-1937

E-mail: vieiradebritoellencristyna@gmail.com

Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI)

Área: Ensino

Atécio Alves

Telefone: (86) 98101-9988

E-mail: atecio.alves@ifpi.edu.br

Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI)

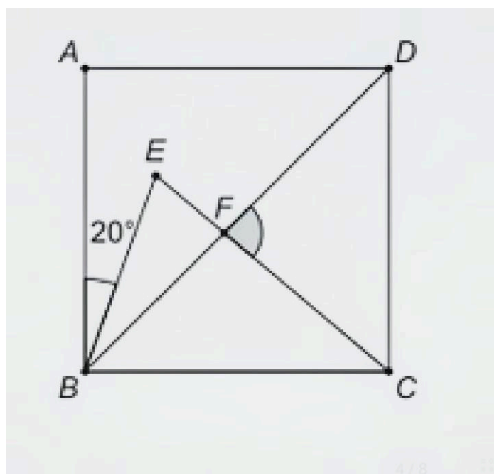
Área: Ensino

APÊNDICE B: Pré- teste

Pré-teste

Questão 01 (Prova OBMEP 2019 – 1ª fase – Nível 2 – Questão 14)

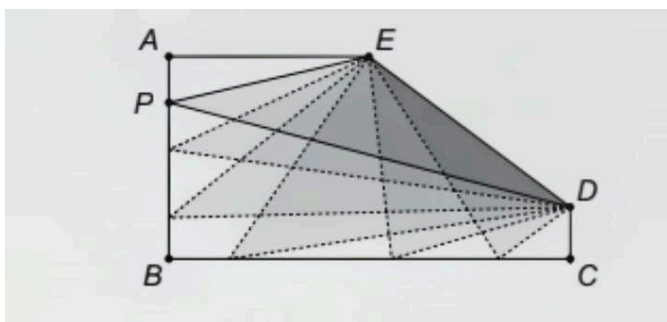
Na figura, $ABCD$ é um quadrado, a medida do ângulo ABE é 20° e $EC = BC$. Qual é a medida do ângulo DFC ?



- A) 80°
- B) 85°
- C) 90°
- D) 95°
- E) 100°

Questão 02 (Prova OBMEP 2019 – 1ª fase – Nível 3 – Questão 11)

A figura mostra um pentágono $ABCDE$ tal que $AB = 4$, $BC = 8$, $CD = 1$, $AE = 4$, e os ângulos ABC , BCD e EAB são retos. O ponto P se move sobre os lados AB e BC . Quantas posições o ponto P pode ocupar sobre os lados AB e BC de modo que o triângulo PDE seja isósceles?



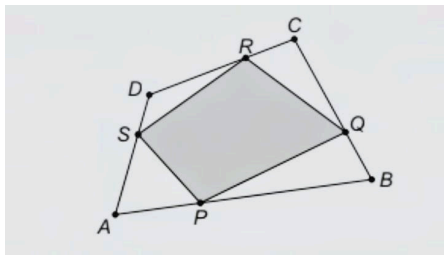
- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

Questão 03 (Prova OBMEP 2018 – 1ª fase – Nível 3 – Questão 12)

A figura mostra um quadrilátero convexo $ABCD$ de área 1 e pontos P , Q , R e S tais que

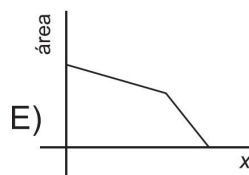
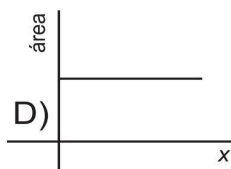
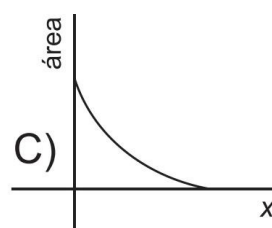
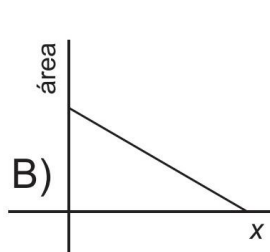
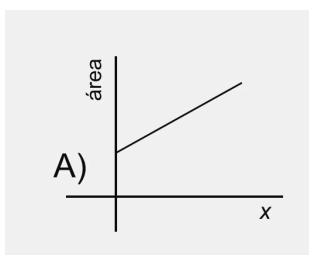
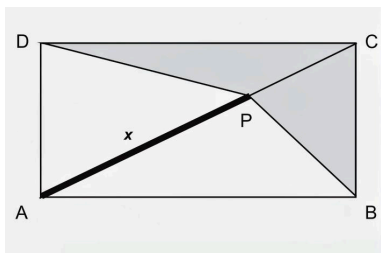
$$AP = \frac{AB}{3}, BQ = \frac{BC}{3}, CR = \frac{CD}{3} \text{ e } DS = \frac{DA}{3}$$

Qual é a área do quadrilátero $PQRS$?



- A) $1/3$
- B) $5/9$
- C) $2/3$
- D) $7/9$
- E) $6/7$

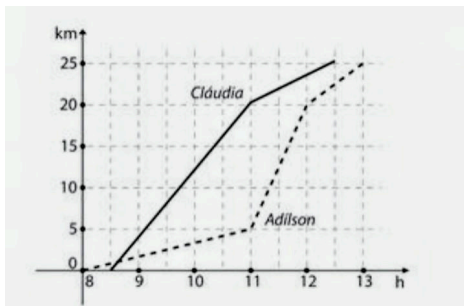
Questão 04 (OBMEP 2007 – 1ª fase – Nível 3 – Questão 18) Qual dos gráficos abaixo descreve a variação da área do polígono $BCDP$ em função da distância $x = AP$?



Questão 05 (OBMEP 2013 – 1ª fase – Nível 3 – Questão 15)

Em um mesmo dia, Cláudia partiu de Quixajuba para Pirajuba, enquanto Adílson partiu de Pirajuba para Quixajuba. O gráfico mostra a distância de cada um deles ao

respectivo ponto de partida durante todo o trajeto, em função do tempo. A que horas eles se encontraram na estrada?



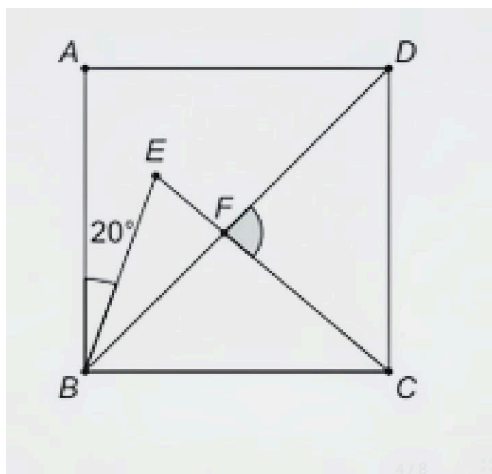
- A) 8h45min
- B) 10h15min
- C) 10h30min
- D) 11h00min
- E) 11h45min

APÊNDICE C: Pós-teste

Pós-teste

Questão 01 (Prova OBMEP 2019 – 1ª fase – Nível 2 – Questão 14)

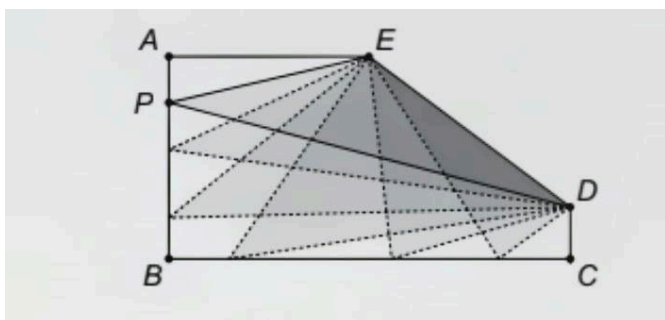
Na figura, $ABCD$ é um quadrado, a medida do ângulo ABE é 20° e $EC = BC$. Qual é a medida do ângulo DFC ?



- A) 80°
- B) 85°
- C) 90°
- D) 95°
- E) 100°

Questão 02 (Prova OBMEP 2019 – 1ª fase – Nível 3 – Questão 11)

A figura mostra um pentágono $ABCDE$ tal que $AB = 4$, $BC = 8$, $CD = 1$, $AE = 4$, e os ângulos ABC , BCD e EAB são retos. O ponto P se move sobre os lados AB e BC . Quantas posições o ponto P pode ocupar sobre os lados AB e BC de modo que o triângulo PDE seja isósceles?



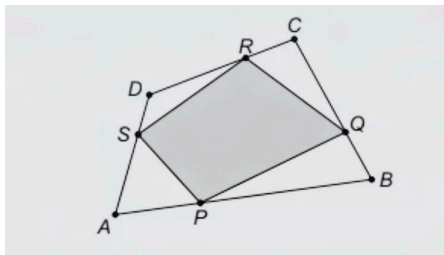
- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

Questão 03 (Prova OBMEP 2018 – 1ª fase – Nível 3 – Questão 12)

A figura mostra um quadrilátero convexo $ABCD$ de área 1 e pontos P , Q , R e S tais que

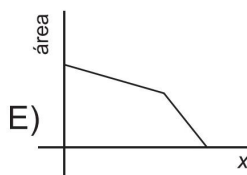
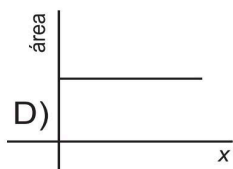
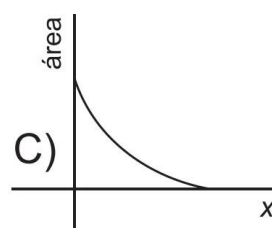
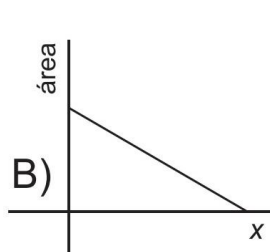
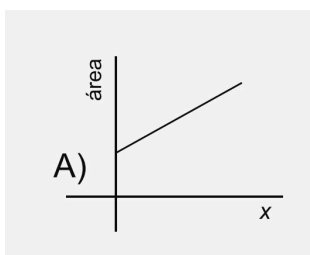
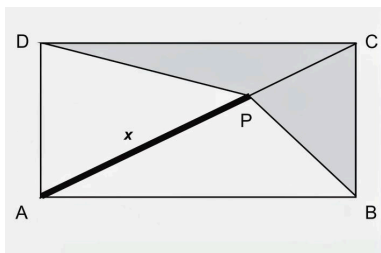
$$AP = \frac{AB}{3}, BQ = \frac{BC}{3}, CR = \frac{CD}{3} \text{ e } DS = \frac{DA}{3}$$

Qual é a área do quadrilátero $PQRS$?



- A) $1/3$
- B) $5/9$
- C) $2/3$
- D) $7/9$
- E) $6/7$

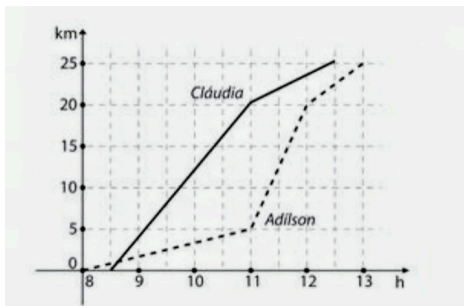
Questão 04 (OBMEP 2007 – 1ª fase – Nível 3 – Questão 18) Qual dos gráficos abaixo descreve a variação da área do polígono BCDP em função da distância $x = AP$?



Questão 05 (OBMEP 2013 – 1ª fase – Nível 3 – Questão 15)

Em um mesmo dia, Cláudia partiu de Quixajuba para Pirajuba, enquanto Adílson partiu de Pirajuba para Quixajuba. O gráfico mostra a distância de cada um deles ao

respectivo ponto de partida durante todo o trajeto, em função do tempo. A que horas eles se encontraram na estrada?



- A) 8h45min
- B) 10h15min
- C) 10h30min
- D) 11h00min
- E) 11h45min

APÊNDICE D: Questionário

1. Você já conhecia o Geogebra?

2. Você já utilizou o Geogebra em sala de aula? Se sim, como foi?

3. Quais dificuldades você teve na visualização dos problemas trabalhados na oficina?

4. O Geogebra auxiliou bem na resolução das questões? Se sim, quais pontos você achou mais interessante na resolução dos problemas matemáticos apresentados?

5. Quais potencialidades você identifica no Geogebra para com a Geometria Dinâmica?

6. Na sua opinião, quais os pontos positivos do Geogebra?

7. Na sua opinião, quais os pontos negativos do Geogebra?

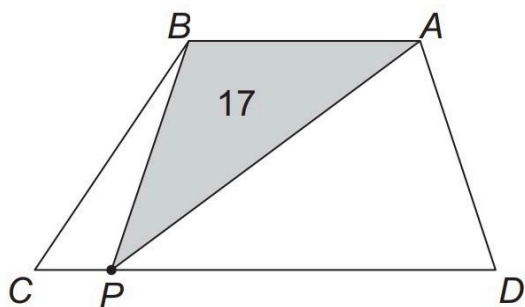
8. Quais dificuldades você teve na resolução das questões trabalhadas no Geogebra?

-
-
-
9. Qual o maior desafio ao se trabalhar com os aspectos geométrico-funcionais em uma questão ?

-
10. Qual a maior vantagem do Geogebra no entendimento de questões que abordem a Geometria Dinâmica ?
-

APÊNDICE E: Problema Olímpico I**Problema Olímpico I**

1º) (Prova OBMEP 2018 – 1ª fase – Nível 2 – questão 11) No trapézio $ABCD$ da figura, os lados AB e CD são paralelos e o comprimento de CD é o dobro do comprimento de AB . O ponto P está sobre o lado CD e determina um triângulo ABP com área igual a 17. Qual é a área do trapézio $ABCD$?

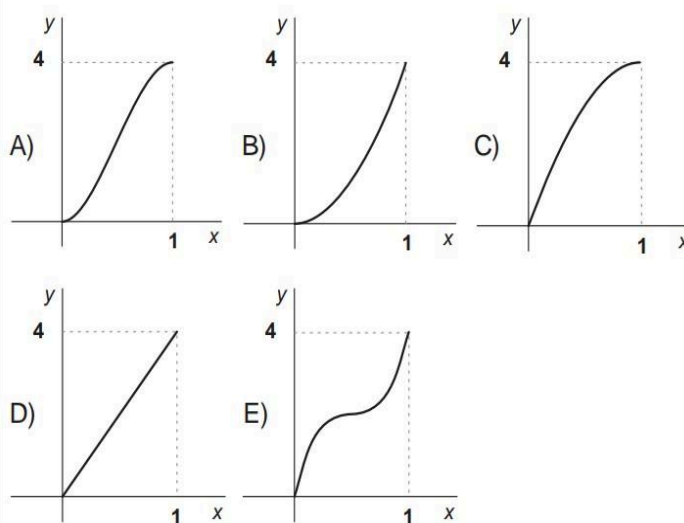
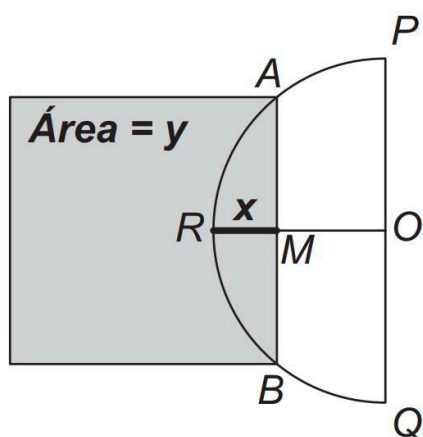


- A) 32
- B) 34
- C) 45
- D) 51
- E) 68

APÊNDICE F: Problema Olímpico II

Problema Olímpico II

2ª) (Prova OBMEP 2009 – 1ª fase – Nível 3 – questão 19) O semicírculo da figura tem centro O e diâmetro $PQ = 2$ cm. O raio OR é perpendicular a PQ . Por um ponto qualquer M de OR traça-se a corda AB perpendicular a OR . Sejam x o comprimento de RM , em cm, e y a área do quadrado de lado AB , em cm^2 . Qual dos gráficos abaixo expressa a relação entre x e y ?



APÊNDICE G: Roteiro da Oficina Pedagógica

Roteiro da Oficina Pedagógica

1. DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

- **TEMA DA OFICINA:**

Geometria Dinâmica: Geometria e funções, uma integração a partir da visualização de problemas olímpicos sob o viés das Situações Didáticas Olímpicas (SDOs).

- **PÚBLICO-ALVO:**

Estudantes do 1º ano do Ensino Médio do IFPI, Campus Piripiri.

- **NÚMERO DE PARTICIPANTES::**

6 alunos

- **RESPONSÁVEIS:**

Ellen Cristyna Vieira de Brito
Prof. Dr. Atécio Alves

- **MODALIDADE:**

Presencial

2. OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL

- Analisar as potencialidades e fragilidades dos alunos, em relação ao uso da Geometria Dinâmica, através do contexto das Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) na exploração da inter-relação entre os aspectos geométricos e algébricos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Compreender a concepção dos alunos sobre as SDOs que abordem a inter-relação entre os aspectos algébricos e geométricos;
- Reconhecer as potencialidades dos alunos em relação a aplicação do Geogebra; ;
- Verificar as fragilidades dos discentes, considerando a integração entre o campo geométrico e algébrico;
- Identificar os conhecimentos matemáticos dos alunos em relação ao conteúdo anteriormente e posteriormente à oficina.

3. CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

- Áreas de figuras planas (Geometria);
- Funções (Afim e quadrática)
- Problemas da OBMEP

4. METODOLOGIA

O método é expositivo-dialógico, com foco na resolução de questões sob o contexto das Situações Didáticas Olímpicas (SDOs).

5. MOMENTOS DA OFICINA

5.1 AQUECIMENTO

APRESENTAÇÃO E AVALIAÇÃO INICIAL			
Tempo de duração: 30min			
OBJETIVOS	ESTRATÉGIAS	RECURSOS	ORGANIZAÇÃO DA ATIVIDADE
Apresentação pessoal dos participantes da Oficina	Exposição oral	–	Apresentação individual
Apresentar os objetivos da Oficina e da pesquisa	Exposição oral	–	Apresentação individual
Preenchimento do Termo de Assentamento Livre e Esclarecido (TALE)	Termo impresso	material impresso	Preenchimento individual
Aplicação do pré-teste	Atividade impressa	Material impresso	Preenchimento individual

5.2 DESENVOLVIMENTO

PONTOS CHAVES			
Tempo de duração: 1h			
OBJETIVOS	ESTRATÉGIAS	RECURSOS	ORGANIZAÇÃO DA ATIVIDADE
Aula expositiva e dialogada sobre Área de Figuras Planas e Funções	Exibição de slides e exposição oral	Slides Notebook Quadro Pincel	Apresentação de mídia

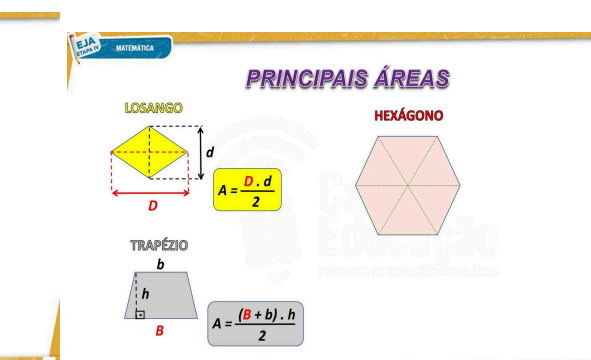
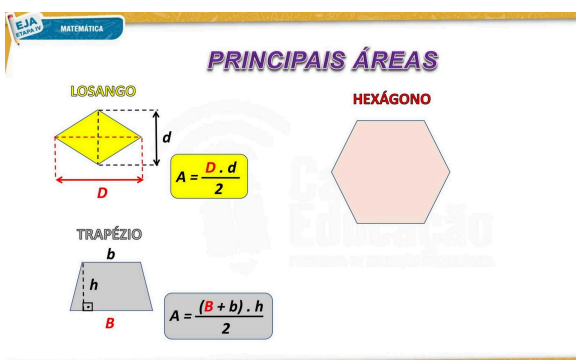
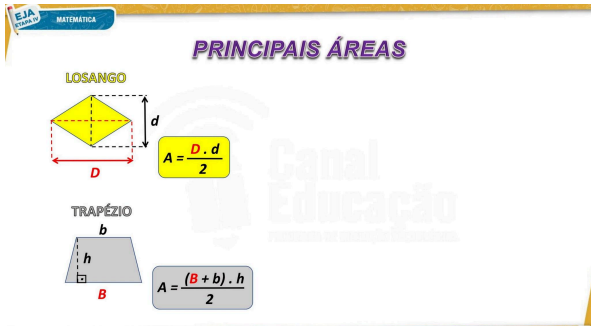
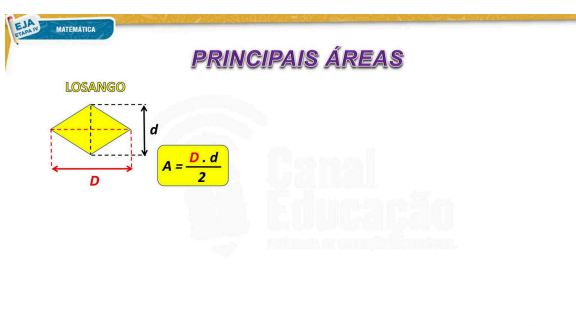
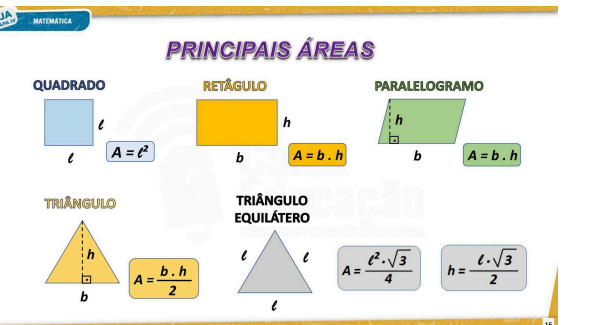
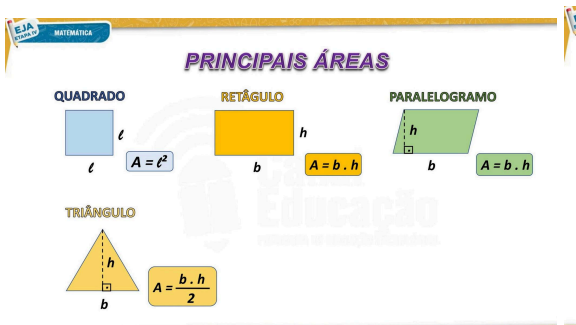
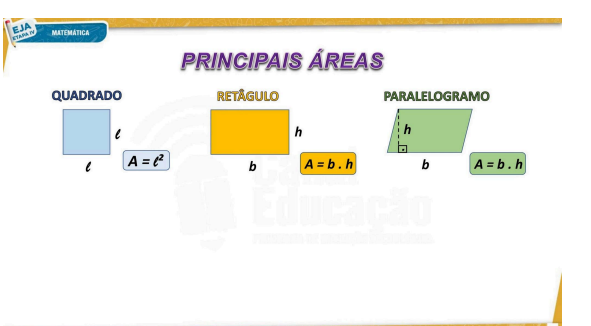
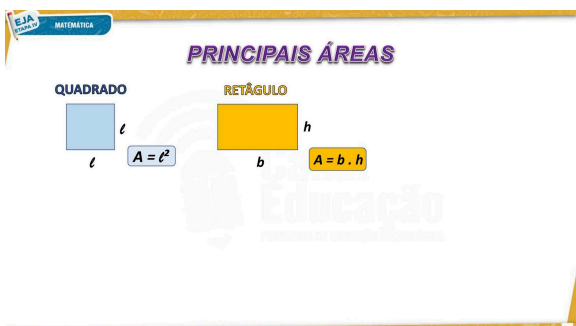
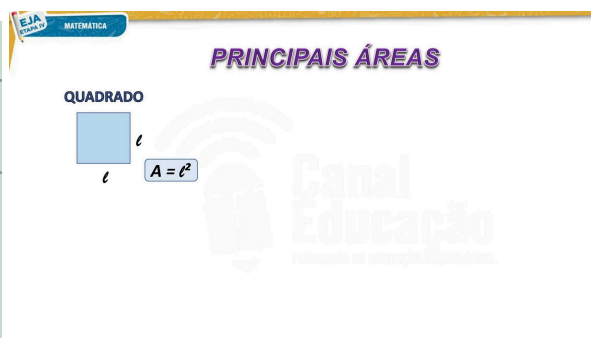
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS OLÍMPICOS			
Tempo de duração: 30 min			
OBJETIVOS	ESTRATÉGIAS	RECURSOS	ORGANIZAÇÃO DA ATIVIDADE

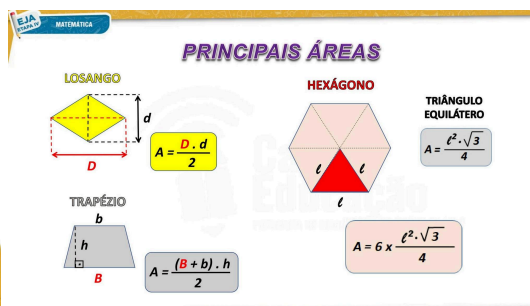
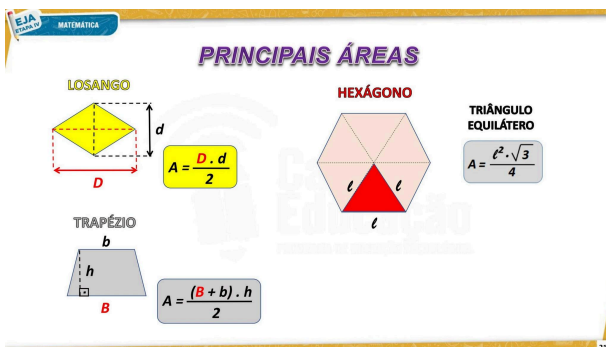
Resolução de dois problemas da OBMEP por meio das SDOs	Utilização do Geogebra como auxílio visual	Geogebra Quadro Pincel	Apresentação de mídia
--	--	------------------------------	-----------------------

5.3 CONCLUSÃO E AVALIAÇÃO

ENCERRAMENTO E AVALIAÇÃO			
Tempo de duração: 30 min			
OBJETIVOS	ESTRATÉGIAS	RECURSOS	ORGANIZAÇÃO DA ATIVIDADE
Aplicação do pós-teste	Atividade impressa	Material impresso	Preenchimento individual
Aplicação do questionário	Atividade impressa	Material impresso	Preenchimento individual

APÊNDICE H: Slides utilizados na Oficina





II. Definição de função

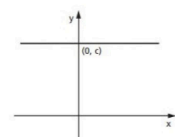
71. Dados dois conjuntos A e B(*), não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de **aplicação de A em B** ou **função definida em A com imagens em B** se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.

$$f \text{ é aplicação de A em B} \Leftrightarrow (\forall x \in A, \exists! y \in B \mid (x, y) \in f)$$

I. Função constante

80. Uma aplicação f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função constante** quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $c \in \mathbb{R}$.

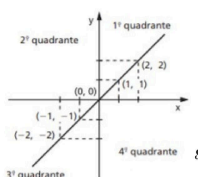
$$f(x) = c$$



II. Função identidade

81. Uma aplicação f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função identidade** quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa o próprio x, isto é:

$$f(x) = x$$



O gráfico da função identidade é uma reta que contém as bissetrizes do 1º e 3º quadrantes.

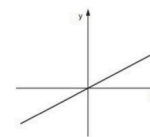
III. Função linear

82. Uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função linear** quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $ax \in \mathbb{R}$ em que $a \neq 0$ é um número real dado, isto é:

$$f(x) = ax \quad (a \neq 0)(*)$$

Demonstra-se que o gráfico da função linear é uma reta que passa pela origem. (**)

A imagem é o conjunto $\text{Im} = \mathbb{R}$.



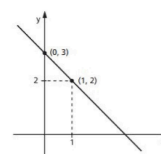
IV. Função afim

83. Uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função afim** quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$, em que $a \neq 0$ e b são números reais dados.

$$f(x) = ax + b \quad (a \neq 0)$$

Exemplo de Função Afim

x	y = -x + 3
0	3
1	2



Funções Quadráticas

I. Definição

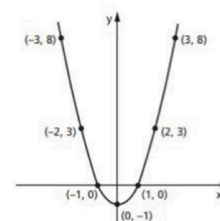
107. Uma aplicação f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função quadrática** ou do **2º grau** quando associa a cada $x \in \mathbb{R}$ o elemento $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$, em que a, b e c são números reais dados e $a \neq 0$.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

Exemplos:

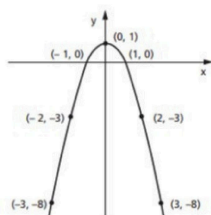
1º) Construir o gráfico de $y = x^2 - 1$.

x	y = x^2 - 1
-3	8
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3
3	8



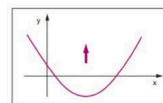
2º) Construir o gráfico de $y = -x^2 + 1$.

x	$y = -x^2 + 1$
-3	-8
-2	-3
-1	0
0	1
1	0
2	-3
3	-8

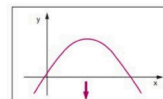


III. Concavidade

109. A parábola representativa da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ pode ter a concavidade voltada para "cima" ou voltada para "baixo".



Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima.



Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo.

V. Zeros

111. Os **zeros** ou **raízes** da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais tais que $f(x) = 0$ e, portanto, as soluções da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Resumo

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ou } x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{não existem raízes reais.} \end{cases}$$

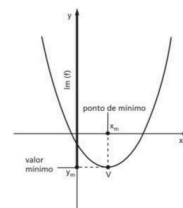
VI. Máximo e mínimo

114. Definições

Dizemos que o número $y_M \in \text{Im}(f)$ é o **valor máximo** da função $y = f(x)$ se, e somente se, $y_M \geq y$ para qualquer $y \in \text{Im}(f)$. O número $x_M \in \text{D}(f)$ tal que $y_M = f(x_M)$ é chamado **ponto de máximo** da função.



Dizemos que o número $y_m \in \text{Im}(f)$ é o **valor mínimo** da função $y = f(x)$ se, e somente se, $y_m \leq y$ para qualquer $y \in \text{Im}(f)$. O número $x_m \in \text{D}(f)$ tal que $y_m = f(x_m)$ é chamado **ponto de mínimo** da função.



VII. Vértice da parábola

117. O ponto $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ é chamado **vértice** da parábola representativa da função quadrática.

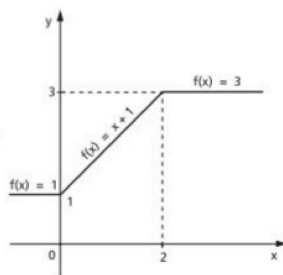
I. Função definida por várias sentenças abertas

Uma função f pode ser definida por várias sentenças abertas, cada uma das quais está ligada a um domínio D_i contido no domínio da f .

129. Exemplos preliminares

1º) Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$\begin{cases} f(x) = 1 & \text{para } x < 0 \\ f(x) = x + 1 & \text{para } 0 \leq x < 2 \\ f(x) = 3 & \text{para } x \geq 2 \end{cases}$$



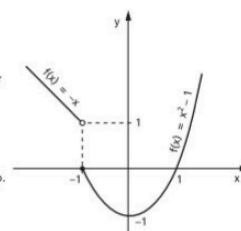
2º) Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{para } x < -1 \\ x^2 - 1 & \text{para } x \geq -1 \end{cases}$$

que também pode ser indicada por

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x < -1 \\ x^2 - 1 & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$$

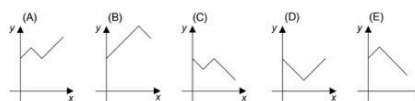
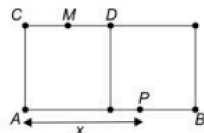
O seu gráfico está representado ao lado.



(OBMEP 2008 - 1ª fase - Nível 3 - questão 16)

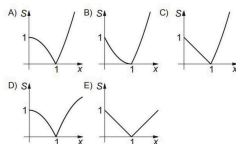
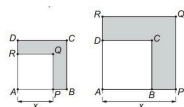
Na figura vemos dois quadrados, sendo M o ponto médio de CD . Uma formiguinha parte de um ponto qualquer P do segmento AB e quer chegar ao ponto M andando apenas sobre os lados dos quadrados pelo menor caminho possível.

Qual dos gráficos a seguir melhor representa a distância y que a formiguinha vai percorrer em função da distância $x = AP$?

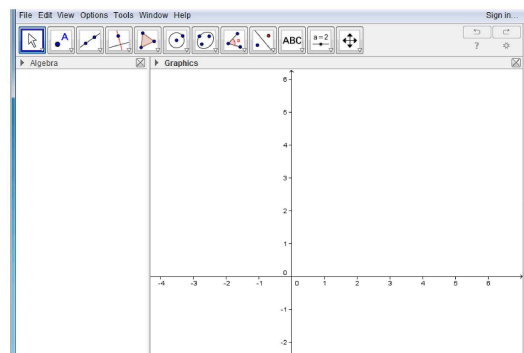


(OBMEP - 2015 - Nível 3 - questão 13)

Um quadrado $ABCD$ tem área 1. Um ponto P desloca-se ao longo da semirreta AB , partindo do ponto A para a direita, conforme mostra a figura. Se S é a área da região compreendida entre os quadrados $ABCD$ e $APQR$ destacada em cinza, qual é o gráfico que melhor representa a variação de S em função de x ?



Geogebra



Referências

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar:** conjuntos; funções. 9 ed. São Paulo: Atual, 2013.

KESLLER, Alessandro. **Matemática: geometria plana.** Teresina: Canal Educação, 2020. Disponível em: https://www.canaleducacao.tv/images/slides/42950_b464f30739cf3af95bde2f53c5473d6b.pdf

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP). In: INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA (IMPA). Rio de Janeiro. Disponível em: <https://www.obmep.org.br/>. Acesso em: 20 Jun. 2026.

