



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS URUÇUÍ
COORDENAÇÃO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA

RONALDO RODRIGUES DE SOUSA

Números complexos: uma reflexão sobre a abordagem
desse conteúdo no ensino médio através de análise de livro
didático.

URUÇUÍ (PI)

2016

Ronaldo Rodrigues De Sousa

Números complexos: uma reflexão sobre a abordagem desse conteúdo no ensino médio através de análise de livro didático.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma de Especialização em Matemática do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Campus Uruçuí. Professor Orientador: Esp. Valdeci Nunes Costa.

URUÇUÍ (PI)

2016

Ronaldo Rodrigues De Sousa

Números complexos: uma reflexão sobre a aplicação desse conteúdo no ensino médio através de análise de livro didático.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma de Especialização em Matemática do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Campus Uruçuí. Professor Orientador: Esp. Valdeci Nunes Costa.

Aprovado pela banca examinadora em 21 de dezembro de 2016.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Esp. Valdeci Nunes Costa

Prof. Ms. Nilmar Almeida da Fonseca Filho

Prof. Esp. Francisco Nordman Costa Santos

Aos pais, amigos e professores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas aquelas pessoas que de alguma forma contribuíram na caminhada até a conclusão desse trabalho. Primeiramente a Deus por me dar essa oportunidade, a meus pais José Alves e Iraci Rodrigues pelo apoio, a meus irmãos Nivaldo e Luceni pelo incentivo, aos professores do curso, em especial o professor Valdemir pelas orientações, sugestões e os esclarecimentos, aos colegas de classe pelos muitos momentos de descontração.

Se A é o sucesso, então A é igual a X mais Y mais Z. O trabalho é X; Y é o lazer; e Z é manter a boca fechada.

Albert Einstein

RESUMO

Esse trabalho discutir a abordagem de números complexos no ensino médio através de uma análise de livros didáticos utilizados pelas escolas públicas, destacando a abordagem de conteúdo, o nível de contextualização dos exemplos e exercícios aplicados, bem como o contexto histórico do desenvolvimento dos números complexos. O trabalho ainda apresenta uma reflexão sobre a manipulação desse conteúdo por parte de seus autores, a explanação de tópicos como a fórmula de Euler e a de Moivre, analisando o rigor matemático feito pelo autor nas principais definições acerca dos números complexos. Nessa pesquisa também foram levantados questionamentos sobre os motivos da possível retirada dos números complexos do currículo nacional do ensino médio e os possíveis impactos que isso possa causar em conteúdo dos cursos de exatas que necessitam deste conhecimento.

Palavra-chave: Números complexos; livros didáticos; ensino médio.

ABSTRACT

That job discuss the approach in complexes numbers at the high school through a book analysis didactics used by schools public, highlighting the approach to content, the level from contextualization two examples and exercises applied, good as the context historic of development two complex numbers. The work it still presents a reflection about manipulation of this content by part from its authors, the explanation of topics as the formula from Euler and the Moivre, analyzing the rigor math matical made by author in the main about settings two complex numbers. In this research were also raised inquiries about the reasons possible withdrawal two complex numbers from the national curriculum from high school and the possible may this cause in content two courses of exact what they need from this knowledge.

Key words: Complex Numbers; Didactic books; High School.

LISTA DE LIVROS

BARRETO, B.; SILVA, C. X. **Matemática aula por aula**. 3. ed. Editora FTD. São Paulo, 2000.

BEZERRA, M. J. **Matemática para o ensino Médio**. 2 ed. São Paulo: scipione, 2001.

DANTE, L. R. **Matemática**. 2 ed. São Paulo: Ática, 2005.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNIO, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **Matemática fundamental**: 2o grau. São Paulo, 1994.

IEZZI, Gelson, **Fundamentos de Matemática Elementar**, vol. 06. Atual Editora.

PAIVA, Manoel Rodrigues, **Conceitos, Linguagem e Aplicações**. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2009.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	CONTEXTO HISTÓRICO E DEFINIÇÕES	12
2.1	Contexto Histórico	12
2.2	Principais Definições.....	14
3	OBJETIVOS	18
3.1	Objetivo Geral	18
3.2	Objetivos Específicos.....	18
4	METODOLOGIA.....	18
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	18
6	CONCLUSÃO	22
	REFERÊNCIAS	24

1 INTRODUÇÃO

A história da matemática nos mostra que a caminhada entre a descoberta dos números complexos até a tão sonhada definição foi rodeada de muitas discursões e resistência por parte de muitos matemáticos na admissão de sua existência, no ensino médio esses números se encontram atualmente em uma situação paradoxal devido a sua pouca utilização em vestibulares aplicados pelo país.

No Brasil exames nacionais como, Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), apontam que o conhecimento matemático entre alunos do ensino médio está pior em relação há vinte anos. Esses dados vêm causando polemicas levando o governo a fazer mudanças no currículo nacional do ensino médio, nessas propostas alguns conteúdos que atualmente fazem parte da matriz curricular dessa modalidade poderão vir a não fazer mais parte nos próximos anos. Entre esses conteúdos estão os números complexos que há muitos anos vem sendo trabalhados e discutidos por professores e alunos do ensino médio. Nessa perspectiva foram levantados pressupostos sobre a ocorrência desse fato uma vez que os números complexos desde a sua descoberta a te a sua fase de definição, foi alvo de muita discussão, situação essas que nos leva a pensar até hoje sobre a sua importância de ensino dentro dessa modalidade.

Nestes aspectos esse trabalho buscou discutir a abordagem de números complexos no ensino médio através de uma análise de livros didáticos trabalhados nas escolas da rede pública de ensino. Essa proposta de análise visou verificar a contextualização dos conteúdos abordados, trazendo algumas discussões sobre abordagem de conteúdo, formato e apresentação de exemplos e o nível dos exercícios, se os mesmos apresentam aplicação e sobre possíveis relações desse conteúdo com problemas da realidade.

Para o procedimento da pesquisa elaborou se as seguintes questões norteadoras: Atualmente qual a principal relevância dos números complexos para o ensino médio? Por que este conteúdo pode ser retirado do currículo nacional do ensino médio? Como esse conteúdo vem sendo trabalhado e discutido no ensino médio? Como os livros didáticos abordam esse conteúdo?

Essas perguntas foram formuladas no intuito de servir como um roteiro para o andamento da pesquisa.

2 CONTEXTO HISTÓRICO E DEFINIÇÕES

2.1 Contexto Histórico

Para satisfazer as necessidades do homem conceitos matemáticos foram surgindo, e com o passar dos anos foi se evoluindo, com a descoberta dos números naturais e dos reais houve uma grande mudança em diversas áreas da matemática, em sequência veio à descoberta dos números complexos, isso aconteceu quando o médico e matemático italiano Gerônimo Cardano(1501-1576), por volta do século XVI no período Renascentista na Itália, ao tentar resolver um problema que envolvia uma equação cúbica, encontrou insuficiência na resolução dentro do conjunto dos números reais, uma vez que não existe raiz de um número negativo. De acordo com (NEVES, 2014, p.4) “Para que esses métodos fornecessem algumas raízes conhecidas a priori, Cardano precisou operar com raízes quadradas de números negativos segundo as regras usuais da álgebra de então”. A partir desse problema começaram se a pensar na criação de um novo conjunto numérico que satisfazer se o problema imposto, nessa lógica surgiu os primeiros estudos a respeito dos números complexos.

Dentre tais descobertas, um problema da época se destacava os métodos utilizados para a resolução de equações quadráticas eram os de Scipione Del Ferro (1465-1526) e Nicolo Tartaglia (1500-1557), e neles não traziam soluções para o problema imposto por Cardano. Segundo (CERRI E MONTEIRO, 2001, p. 4) “Rafael Bombelli, engenheiro hidráulico nascido em Bolonha, Itália, em 1530, quem conseguiu atravessar a barreira e chegar aos novos números”. Este matemático direcionou parte de seus estudos sobre a implementação de técnicas para a resolução desses números. A partir das teorias de Bombelli, matemáticos da época passaram a operar segundo sua pratica, mais sempre desconfiados da eficiência de seu método, mesmo que alguns matemáticos da época conseguissem alcançar resultados favoráveis a

seu favor demorou se muitos anos, até que Leonhard Euler conseguisse alcançar a extração das raízes de um numero complexo.

Como todos os números concebíveis são maiores ou menores do que zero ou iguais a zero, fica então claro que as raízes quadradas de números negativos não podem ser incluídas entre os números possíveis. E esta circunstância nos conduz ao conceito de tais números, os quais, por sua própria natureza, são impossíveis, e que são geralmente chamados de números imaginários, pois existem somente na imaginação. (EULER, 1749, apud, NEVES, p.4).

Analisando o comentário, nota se que a insegurança dos matemáticos da época no cálculo desses números, estava ligada diretamente a falta de uma forma consistente dos números complexos, ou seja, uma forma geométrica que se pudesse representa esses novos números.

Os anos foram se passando e os estudos sobre os números complexos foram se evoluindo, na caminhados pela forma perfeita de representação desses números, muitos matemáticos fracassaram, mais da forma como o fracasso aparecia surgia uma nova esperança. De acordo com (NEVES, 2014, p.4) os números complexos só foram realmente definidos quando só foi concebido pela comunidade matemática a partir dos trabalhos publicados por Carl Friedrich Gauss (1777-1855), o maior matemático do século XIX.

Gauss (1777-1855) foi o primeiro matemático a utilizar números imaginários em projetos de pesquisa, só a partir do reconhecimento geométrico desses números imaginários por esse matemático que a aritmética dos números complexos começou a evoluir e a ser compreendida dentro dos contextos matemáticos.

Outro importante matemático que contribuiu para o desenvolvimento da teoria dos números complexos foi o matemático Abraham de Moivre (1667-1754) responsável por publicações na área de geometria e probabilidade, uma de suas criações mais famosas foi a seguinte formula $(\cos x + i \sin x)^n$ que faz a relação entre a trigonometria e os números complexos.

Segundo alguns matemáticos essa expressão tem fortes ligações com a fórmula de Euler. Segundo (CERRI E MONTEIRO, 2001.p.8) “Repare que esta é uma propriedade de funções exponenciais: $((a)^x = a^{nx})$ e não escapou

a Euler: ele então conjecturou a existência de uma função exponencial com variáveis complexas”.

A seguir, serão apresentados os conceitos básicos acerca dos números complexos, afim de que os mesmos sirvam como norte para a análise proposta por este trabalho. A relevância de alguns conceitos apresentados a seguir, não garante que os mesmos serão abordados pelos livros didáticos, mas sua apresentação, mesmo que de modo superficial, pode ser um atrativo a mais para o estudo dos números complexos.

2.2 Principais Definições

Para definir um número complexo, faz-se necessário tomar $i = \sqrt{-1}$ e como $\sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$, considere o conjunto $\mathbb{C}$ o conjunto tal que $\mathbb{C} = \mathbb{R} \cup \{a + b\sqrt{-n}\}$ com $a, b \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$. O número complexo, normalmente representado por z , é qualquer número da forma $a + bi$, em que a é chamado de parte real e b de parte imaginária. O número complexo será chamado de real quando $b = 0$; e será chamado de imaginário puro quando $a = 0$.

Para as operações sobre os números complexos z_1 e z_2 , tais que $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$, as mesmas são efetuadas como acontece com vetores de duas entradas, ou seja:

Para a adição têm-se

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$$

Para o produto têm-se

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = ac + adi + cbi + bdi^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Na operação com o produto dos números complexos, pode-se observar o surgimento da potência de base i . Esta potência tem uma característica especial: seu resultado se repete em um ciclo de 4 em 4, de tal modo que dado i^n , com $n \in \mathbb{N}$, e sendo r o resto da divisão de n por 4, então $r \in \{0, 1, 2, 3\}$. Se $r = 0$, então $i^n = 1$, se $r = 1$, $i^n = i$, se $r = 2$, $i^n = -1$ e por fim, se $r = 3$, $i^n = -i$.

Para efetuar a operação $\frac{z_1}{z_2}$, deve-se definir o conjugado do número complexo $z = a + bi$ como sendo $\bar{z} = a - bi$ e assim fazer.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_2} = \frac{(a + bi)}{(c + di)} \cdot \frac{(c - di)}{(c - di)}$$

Geometricamente, pode-se representar um número complexo no sistema de coordenadas conhecido por sistema Argand¹-Gauss, o mesmo consiste em um par de eixos perpendiculares entre si (como o plano cartesiano), em que o eixo disposto na horizontal é chamado de eixo real e o eixo vertical de eixo imaginário. O ponto $P(a, b)$ representa o número complexo $z = a + bi$ e a distância da origem ao ponto P é chamada de argumento do número complexo z e é representado por $\rho = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

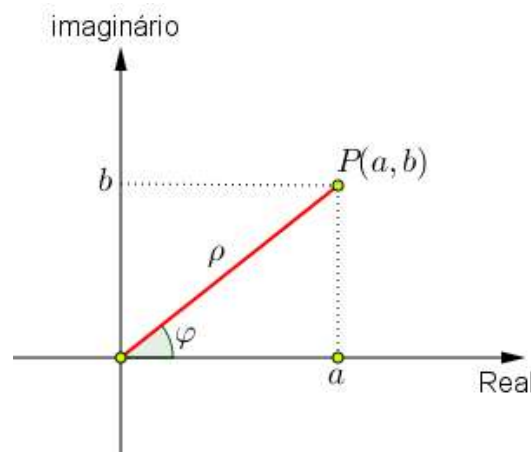


Figura 1: Representação Geométrica do número complexo z .
Fonte: do autor

É fácil notar que o argumento do número complexo nada mais é do que o cálculo da distância do ponto que representa este número ao ponto de origem do sistema complexo, tal como se calcula a distância entre dois pontos na geometria analítica.

Assim, tomando φ como sendo o ângulo formado pelo segmento $\overline{OP}$ e o eixo real, então $a = \rho \cdot \cos \varphi$ e $b = \rho \cdot \sin \varphi$. Substituindo os valores obtidos no número complexo $z = a + bi$, obtém-se

¹ Jean-Robert Argand foi um matemático Suíço (1763-1822) que publicou a representação geométrica anteriormente a Gauss que também dá nome ao plano complexo.

$$z = \rho \cdot \cos \varphi + \rho \cdot i \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

$$\Rightarrow Z = \rho \cdot (\cos \varphi + i \cdot \operatorname{sen} \varphi)$$

A equação acima é chamada de forma trigonométrica do número complexo. Uma manifestação interessante da forma trigonométrica se dá através da conhecida Fórmula de Euler. Para melhor compreender o desenvolvimento desta fórmula, recorre-se às séries de Taylor. Segundo GARBI (2009, p. 252), “Desde os tempos de Newton já se sabia que a função $\operatorname{sen} x$ pode ser desdobrada na série infinita $\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots$ ”, além disso, sabe-se que $\cos x = \frac{d}{dx} \operatorname{sen} x$, daí tem-se:

$$\cos x = \frac{d}{dx} \operatorname{sen} x = \frac{d}{dx} \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \right) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$$

Da expansão de e^x pela série de Taylor, tem-se que

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

Fazendo $x = \varphi i$, tem-se

$$e^{\varphi i} = 1 + \varphi i + \frac{(\varphi i)^2}{2!} + \frac{(\varphi i)^3}{3!} + \frac{(\varphi i)^4}{4!} + \frac{(\varphi i)^5}{5!} + \dots + \frac{(\varphi i)^n}{n!} + \dots$$

$$\Rightarrow e^{\varphi i} = 1 + \varphi i + \frac{\varphi^2 i^2}{2!} + \frac{\varphi^3 i^3}{3!} + \frac{\varphi^4 i^4}{4!} + \frac{\varphi^5 i^5}{5!} + \dots + \frac{\varphi^n i^n}{n!} + \dots$$

Pelo ciclo das potências de i , obtém-se

$$e^{\varphi i} = 1 + i\varphi - \frac{\varphi^2}{2!} - \frac{\varphi^3 i}{3!} + \frac{\varphi^4}{4!} + \frac{\varphi^5 i}{5!} - \frac{\varphi^6}{6!} - \frac{\varphi^7 i}{7!} + \dots$$

$$\Rightarrow e^{\varphi i} = \left(1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \dots \right) + i \left(\varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} + \dots \right)$$

$$\Rightarrow e^{\varphi i} = \cos \varphi + i \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

A equação $e^{\varphi i} = \cos \varphi + i \cdot \operatorname{sen} \varphi$ é conhecida como fórmula de Euler. Um caso particular bastante interessante é quando $\varphi = \pi$, pois como $\operatorname{sen} \pi = 0$ e $\cos \pi = -1$, tem-se que

$$e^{\pi i} = \cos \pi + i \cdot \operatorname{sen} \pi = -1 + i \cdot (0) = -1$$

$$\Rightarrow e^{i\pi} + 1 = 0$$

A equação acima é considerada por muitos matemáticos como a mais bela equação. A beleza da equação está em observar que a relação entre dois irracionais e um imaginário resulta em um número inteiro.

Outra expressão importante como supracitado é a fórmula de Moivre que trabalha potência de números complexos.

Dado os números complexos z_1 e z_2 na forma trigonométrica, em que

$$z_1 = \rho_1(\cos \varphi_1 + i \operatorname{sen} \varphi_1) \text{ e } z_2 = \rho_2(\cos \varphi_2 + i \operatorname{sen} \varphi_2)$$

Fazendo $z_1 \cdot z_2$, temos:

$$z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \cdot \rho_2 (\cos \varphi_1 + i \operatorname{sen} \varphi_1) \cdot (\cos \varphi_2 + i \operatorname{sen} \varphi_2)$$

$$z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \cdot \rho_2 (\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 - \operatorname{sen} \varphi_1 \cdot \operatorname{sen} \varphi_2 + i(\operatorname{sen} \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \operatorname{sen} \varphi_2))$$

(Eq 1.)

Do cosseno e do seno da soma de arcos, tem-se que:

$$\text{i)} \quad (\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 - \operatorname{sen} \varphi_1 \cdot \operatorname{sen} \varphi_2) = \cos(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$\text{ii)} \quad (\operatorname{sen} \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \operatorname{sen} \varphi_2) = \operatorname{sen}(\varphi_1 + \varphi_2)$$

Substituindo i) e ii) em Eq 1., obtemos:

$$z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \cdot \rho_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \operatorname{sen}(\varphi_1 + \varphi_2))$$

Consequência dessa operação.

$$z^n = \rho^n [\cos(n \varphi) + i \operatorname{sen}(n \varphi)]$$

Obtém-se a seguinte expressão conhecida como fórmula de De Moivre:

$$(\cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi)^n = (\cos(n \varphi) + i \cdot \operatorname{sen}(n \varphi))$$

Sabendo-se que n é um número inteiro positivo. Segundo (CARMO, et al., 2005.p.113) “Geometricamente, a fórmula acima significa que multiplicar o complexo unitário $\cos x + i \operatorname{sen} x$ por si próprio n vezes equivale a dar-lhe n rotações sucessivas de ângulo x ”.

Ou seja, essa expressão conhecida como uma interpretação geométrica do produto de um número complexo, através dela pode se determinar as raízes de um número complexo.

Para saber mais sobre o desenvolvimento histórico e as definições acerca dos números complexo, é indicada a leitura das referências deste texto.

3 OBJETIVOS

3.1 Objetivo Geral

Discutir a importância da abordagem dos números complexos no ensino médio apresentada por livros didáticos adotados nas escolas da rede pública de ensino.

3.2 Objetivos Específicos

- Analisar a abordagem de conteúdos e sua relação com problemas do cotidiano.
- Reconhecer dentro dos exemplos abordados pelos livros didáticos, situações de aplicação à realidade.
- Verificar o nível de contextualização dos exercícios e problemas apresentados pelos livros pesquisados.

4 METODOLOGIA

A natureza da pesquisa caráter bibliográfico, por se enquadrar nos critérios da mesma como sugere (FILHO, apud BARROS 2003, p. 11), “a pesquisa bibliográfica como o próprio nome indica, trabalha com textos de livros, artigos de jornais, revistas, artigos de internet e outros”. Nessa proposta procurou-se analisar a relevância dos números complexos para o ensino médio. Foram analisados 6 livros didáticos seguindo os critérios estabelecidos pelo roteiro de análise em apêndices.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As ideias e discussões trazidas nesse texto têm como principal objetivo a análise dos conteúdos abordados sobre os números complexos em livros didáticos trabalhados no ensino médio, sabendo que os mesmos passam por um processo de seleção feita entre as escolas pública do ensino médio, obedecendo alguns critérios de avaliações, no Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio (PNLDEM). Como argumenta (NETO, 2013), na reforma atual do ensino médio algumas disciplinas ficaram de fora do currículo obrigatório, os conteúdos de algumas disciplinas também estão sendo reformulados, no caso da matemática a indícios de que os números complexos assim como outros conteúdos não façam mais parte do ensino médio a partir de 2017.

Este conteúdo vem sendo deixado de lado no ensino de matemática dentro dessa modalidade devido a sua pouca aplicação em provas de grande relevância no país como: (ENEM) Exame Nacional do Ensino Médio, (SAEB) Sistema de Avaliação da Educação Básica e alguns vestibulares aplicados pelo Brasil. Um questionamento pertinente é sobre a importância deste conteúdo e sua possível retirada do currículo do ensino médio. Os cursos da área de exatas, em sua maioria, necessitam que o aluno tenha um conhecimento prévio acerca de números complexos, mas parece que isso é deixado de lado ou mesmo nem é analisado por aqueles que defendem a retirada deste conteúdo do currículo de ensino médio.

Os números complexos estão em uma situação, um tanto paradoxal: de um lado não são estudados adequadamente no Ensino Superior por serem considerados conhecimento básico e de outro são evitados no Ensino Médio por serem considerados pouco necessários e inúteis. Talvez esta situação aconteça pela abordagem pouco significativa e contextualizada. Por exemplo, os números complexos, normalmente são utilizados para dar solução imaginária a uma equação que já sabemos não possuir solução. (NETO, 2013, p. 13)

Ou seja, uma vez que não cobrado em provas de grande importância em rede nacional, esse conteúdo vem se tornando inútil para os olhos de algumas instituições de ensino médio, já que os seus principais objetivos são preparar seus alunos para que assim venham a obter resultados expressivos frente a essas avaliações. A partir dessas informações surgiu a ideia de análise de alguns livros didáticos de matemática trabalhados nas

escolas do ensino médio, observando como eles abordam os conteúdos de números complexos.

O livro didático é o instrumento essencial utilizado pelo professor para realizar o seu trabalho. Dele são tiradas as listas de exercícios, é nele que estão as definições, os exemplos, as observações, as demonstrações e a linguagem a ser usada na comunicação com a classe. Muitas vezes (quase sempre) o livro didático é onde o professor aprende aquilo que vai transmitir a seus alunos, pois em geral não estudou na faculdade (se é que frequentou alguma) um número considerável de assuntos que fazem parte do currículo escolar (LIMA, 2001, p.462).

Os seis livros didáticos analisados apresentam características semelhantes sobre a aplicação dos números complexos, alguns são mais completos e trazem em si conteúdos mais extensos e detalhados mais não vão muito longe em relação a alguns conteúdos trabalhados no ensino superior, a maioria dos autores optam por demonstrar a álgebra deixando de lado alguns aspectos geométricos que seriam interessantes se utilizados.

Quanto à metodologia aplicada, os autores expõem os conteúdos de forma direta e resumida, são divididos em tópicos cada parte diferente que faz parte do assunto, nesses tópicos são apontados apenas a definição em seguida exemplos que possam ajudar na compreensão do conteúdo determinado, em seguida são aplicados exercícios relacionados ao tópico exposto sempre da forma tradicional, apresentam uma atividade já resolvida e em seguida outra semelhante a anterior.

Ainda sobre a metodologia, foi constatado em alguns livros didáticos a falta do contexto histórico sobre a origem desses números, alguns dos exemplares apontam apenas o motivo da necessidade desse conjunto numérico, relacionando as equações quadráticas e não as cúbicas como diz a história.

Nos livros didáticos analisados, notou-se a presença de tópicos importantes sobre a manipulação desses números, como um breve histórico sobre a sua origem, a definição, forma algébrica, operações elementares, conjugado, potenciação, representação geométrica, forma trigonométrica, entre outros contextos importantes.

Sobre a história dos números complexos todos os livros analisados abordam a sua origem de forma resumida, apontando apenas a necessidade de um novo conjunto numérico devido à insuficiência dos números reais para apresentar solução a determinados tipos de equação. Deixando de lado algumas informações que seria importante ser repassadas para os alunos dessa modalidade, como por exemplo, a participação fundamental de Euler na definição desses números e a importância de Gauss no reconhecimento da forma geométrica dos números complexos.

Quanto a sua definição, nem todos os livros dão como destaque um tópico exclusivo para tratar esse contexto, aproveitam o prévio histórico sobre o surgimento desse conjunto numérico, e logo em seguida os definem de acordo com as notas de Gauss, através da utilização de pares ordenados relacionando com a insuficiência do conjunto dos números reais na resolução de equações que apresentam entre suas soluções, raízes de números negativos. Outros definem de forma mais simples e clara atribuindo apenas i como sendo igual a $\sqrt{-1}$, apontando como forma algébrica $z = a + bi$, identificando a como a parte real e bi como sua parte imaginária.

Em relação às operações elementares envolvendo os números complexos, alguns autores defendem a preservação das propriedades atribuídas aos reais, dando conceitos e noções sobre associativa, comutativa, elemento neutro e elemento oposto, outros apontam apenas exemplos de forma simples sobre a multiplicação, divisão, adição e subtração entre dois números complexos em sua forma algébrica e trigonométrica. Quanto a sua representação geométrica alguns livros representam a soma de dois números complexos através de vetores em planos cartesianos, porém não trazem anteriormente a noção do que um vetor, não dão explicações sobre os processos de adição e subtração de vetores.

Sobre o conjugado e sua forma trigonométrica todos os livros analisados abordam de forma clara e de fácil dedução principalmente quando atribuídos à geometria. Outra análise importante percebida foi sobre os exercícios abordados, os livros trazem em si, exemplos claros e de fácil interpretação, seguem sempre a mesma linha de padrão apresentam

primeiramente um exercício resolvido sobre o conteúdo e depois propõe uma ou outra atividade com questões parecidas e de mesmo nível, em poucos casos os autores tentam testar o raciocínio lógico dos alunos, alguns livros até apontam algumas questões presente em concursos públicos mais sem fugir do contexto imposto.

Sobre a contextualização dos livros didáticos, todos apresentam entre si, abordagens parecidas, textos resumidos com exemplos simples em cada tópico em sua maioria, puramente mecânico, apresentam também carência quanto à relação de conteúdos abordados com o cotidiano. Alguns livros tentam fazer essa relação, mas de uma forma simples e tímida. É nessa ideia que (NETO, 2013, p. 11) afirma que “O livro didático deve se adequar à realidade atual, propiciar discussões importantes à formação do aluno, situações que sejam importantes na vida moderna e em sociedade”, ou seja, para o autor, quando há essa conexão entre conteúdos e a vida cotidiana fica mais fácil a compreensão dos assuntos abordados.

Sobre a identidade de Euler não foram encontrados nenhuma manifestação nos livros didáticos a seu respeito. Quanto à fórmula de Moivre em todos os livros analisados apresentam um breve comentário a seu respeito. Em alguns livros essa fórmula é mostrada apenas com um teorema e em seguida exemplos de sua aplicação, sem nenhum tipo de demonstração, outros optam por demonstrar essa fórmula pelo método intuitivo, mais de uma maneira não adequada, pois não são demonstradas para o caso geral e sim para um caso particular sobre o produto entre dois números, já que o caso formal é por indução finita sobre n .

6 CONCLUSÃO

Durante o andamento da pesquisa, buscou-se analisar dentro dos livros didáticos os procedimentos metodológicos abordados pelos autores sobre a aplicação dos números complexos no ensino médio, nesse processo foram observados a contextualização dos conteúdos e o nível dos exercícios aplicados.

Quanto à metodologia aplicada, alguns livros optaram por expor os conteúdos de forma simples e direta sem contextualizações, deixando os assuntos de uma forma abstrata sem despertar curiosidade ao leitor sobre determinadas partes do conteúdo. Foram constatados também algumas inconsistências quanto a manipulação desse conteúdo por parte de alguns autores como o fato de relacionarem a origem dos números complexos com as equações de grau 2 e não as de grau 3 como apontam a maioria dos textos de história da matemática.

Outro fato interessante é que alguns livros abordam a representação geométrica dos números complexos através da utilização de vetores em planos cartesianos, mas os mesmos não trazem nenhuma definição anterior de vetor e suas propriedades. Pode-se observar que todos os livros apresentam uma quantidade considerável de questões relacionadas para cada tópico destacado, porém sem contextualizações. Seria viável um bloco de exercícios no final do capítulo com questões contextualizadas com o cotidiano, ou seja, questões formuladas de acordo com as cobradas no Enem seria uma boa ferramenta de estudo, entretanto, sabe-se que as aplicações dos complexos são abstratas, dificultando a contextualização a nível médio.

O que é um fato a ser lamentado, apesar da sua pouca utilização no ensino médio o ensino de números complexos se faz bastante presente em cursos superiores que envolvem exatas, e a não aplicação no ensino médio pode acarretar na dificuldade de aprendizagem por parte dos alunos em algumas áreas do ensino superior, se não tiverem um contato básico com esse conteúdo no ensino médio.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Salomão Pereira de. **Números Complexos Para o Ensino Médio: uma abordagem com história, conceitos básicos e aplicações.** Campina Grande, 2013.

BRASIL. MEC. SEF. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.** 2 ed. Rio de Janeiro:DP&A, 2000.

BRASIL. MEC. SEF. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental.** Brasília: MEC, SEB, 1998.

BARRETO, B.; SILVA, C. X. **Matemática aula por aula.** 3. ed. Editora FTD. São Paulo, 2000.

BEZERRA, M. J. **Matemática para o ensino Médio.** São Paulo: scipione, 2001.

BARROS, Diego Dias, **Jogos no Ensino da Matemática: Uma Análise de Trabalhos Publicados na Revemat.** Uruçuí- pi, 2014.

CERRI, Cristina e MONTEIRO, Martha S, **Historia dos Números Complexos.** USP, campinas, 2001.

CARMO, Manfredo Perdigão do. **Trigonometria e Números Complexos** Manfredo Perdigão do Carmo, Augusto Cérsea Morgado, Eduardo Wagner. 3.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

DANTE, L. R. **Matemática.** 2 ed. São Paulo: Ática, 2005.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **Matemática fundamental:** 2o grau. São Paulo, 1994.

GARBI, G. G.; **A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática.** 3 ed. rev. e ampl. Editora Livraria da Física – São Paulo, 2009.

IEZZI, Gelson, **Fundamentos de Matemática Elementar**, vol. 06. Atual Editora.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C.; **A matemática do ensino médio – volume 3.** 6 ed. Editora SBM. Rio de Janeiro, 2006.

LIMA, Elon Lages. Et al. **Exame de Textos: Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio.** IMPA/SBM. Rio de Janeiro, 2001.

NEVES, Robson Coelho, **Aplicações de Números Complexos em Geometria.** Rio de janeiro, 2014.

NETO, Rafael Vassalo, **A Utilização de Material Manipulativo na Construção do Conceito de Números Complexos.** Vassouras, 2010.

NETO, Rafael Vassalo, **O Ensino de Números Complexos**. Rio de Janeiro, 2013.

PAIVA, Manoel Rodrigues, **Conceitos, Linguagem e Aplicações**. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2009.