



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS URUÇUÍ
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUCAS MARTINS SILVA

**POTENCIALIDADES DO GEOGEBRA ASSOCIADO À TEORIA DAS
REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS PARA O ENSINO DE ELIPSE**

URUÇUÍ/PI

2022

LUCAS MARTINS SILVA

POTENCIALIDADES DO GEOGEBRA ASSOCIADO À TEORIA DAS
REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS PARA O ENSINO DE ELIPSE

Trabalho de Conclusão de Curso (artigo científico)
apresentado como exigência parcial para obtenção do
diploma do Curso de Licenciatura em Matemática do
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Piauí, *Campus Uruçuí*.

Orientador: Prof. Me. César Marcos do Nascimento
Lucas

Coorientadora: Profa. Ma. Italândia Ferreira de
Azevedo

URUÇUÍ/PI

2022

POTENCIALIDADES DO GEOGEBRA ASSOCIADO À TEORIA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS PARA O ENSINO DE ELIPSE

Lucas Martins Silva¹

César Marcos do Nascimento Lucas²

Italândia Ferreira de Azevedo³

RESUMO

Tendo em vista as potencialidades que a inserção de tecnologias em sala de aula pode oferecer aos alunos, objetivando minimizar dificuldades de aprendizagem na matemática. O problema de pesquisa direcionou-se em analisar de que forma o uso do *software* Geogebra, associado à Teoria das Representações Semióticas, pode beneficiar no ensino-aprendizagem do conteúdo de elipse. Nesse sentido, a pesquisa teve como objetivo geral, investigar se o Geogebra, associado à Teoria das Representações Semióticas, de Raymond Duval, pode contribuir para o ensino de Elipse. A proposta metodológica foi mediada pelo *software* Geogebra, tendo como base a Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval. A fim de alcançar o objetivo, a pesquisa foi dividida em duas etapas, sendo a primeira uma aula sobre o conteúdo de elipse, concomitante à utilização do *software* Geogebra; e a segunda, abordou o manuseio do *software* associado a um roteiro de atividades, sendo essa realizada em um laboratório de informática, aplicada com alunos do 1º módulo de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior localizada no Sul do estado do Piauí. Foi possível observar que, pelos instrumentos utilizados na pesquisa, houve grandes contribuições para a aprendizagem, tendo em vista o êxito na resolução das questões e atividades propostas. Nota-se, portanto, a relevância dos Registros de Representações Semióticas por meio do Geogebra, configurando-o como uma ferramenta de apoio que trouxe resultados satisfatórios e, ainda, foi possível observar seu potencial de atratividade e dinamização.

Palavras-chave: ensino-aprendizagem; elipse; *software* geogebra; representações semióticas.

ABSTRACT

Given the potential that the insertion of technologies in the classroom can offer students, aiming to minimize learning difficulties in mathematics. The research problem was aimed at analyzing how the use of Geogebra software, associated with the Theory of Semiotic Representations, can benefit the teaching-learning of ellipse content. In this sense, the research aimed to investigate whether Geogebra, associated with the Theory of Semiotic Representations, by Raymond Duval, can contribute to the teaching of Ellipse. The methodological proposal was mediated by the Geogebra software, based on the Theory of Semiotic Representations by Raymond Duval. In order to reach the objective, the research was divided into two stages, the first being a class on the ellipse content, concomitant with the use of the Geogebra software; and the second, addressed the handling of the software associated with a script of activities, which was carried out in a computer laboratory, applied with students of the 1st module of a Licentiate in Mathematics course of a Higher Education Institution located in the south of the state of Piauí.

¹ Discente do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI *Campus* Uruçuí. E-mail: olucasmartins@gmail.com.

² Docente. Me do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI *Campus* Uruçuí. E-mail: cesar.lucas@ifpi.edu.br.

³ Docente Ma. da Secretaria de Educação do Ceará – SEDUC-CE. E-mail: italandiag@gmail.com.

It was possible to observe that, through the instruments used in the research, there were great contributions to learning, in view of the success in solving the proposed questions and activities. Therefore, the relevance of the Registers of Semiotic Representations through Geogebra is noticed, configuring it as a support tool that brought satisfactory results and, still, it was possible to observe its potential for attractiveness and dynamism.

Keywords: teaching-learning; ellipse; geogebra software; semiotic representations.

Data de aprovação: 12/7/2022

1 INTRODUÇÃO

A proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz que, com o advento das tecnologias, ocorreram mudanças intensas no ensino de Matemática. O que antes era baseado em uma aprendizagem tradicional e mecânica, tornou-se uma aprendizagem inovadora e significativa, uma vez que, no contexto de sala de aula, um tema só é relevante para o aluno quando sua abordagem não é esvaziada de significado social, mas suas características socioculturais reais permanecem (BRASIL, 2018).

Tendo em vista esse contexto, Pacheco (2019) reflete que a utilização de tecnologias, em específico *softwares* educacionais, tem ganhado destaque e despertado interesse pelos educadores da área de matemática, pois o consideram como ferramenta auxiliadora na construção do conhecimento. A exemplo, tem-se o Geogebra, que permite a dinamização de conteúdos algébricos e geométricos, que podem ser trabalhados de forma livre. Dessa forma, Souza (2012, p. 91) afirma que o Geogebra “[...] facilita e dinamiza o processo de aprendizagem dos alunos de forma que, ao passarem informações para o *software*, recebem instantaneamente respostas que correlacionam expressões algébricas com as suas respectivas representações gráficas”.

Por oferecer essa facilidade de dinamização, surge a curiosidade de verificar as potencialidades que este *software* pode proporcionar aos professores da área da matemática no estudo de elipse, conteúdo que foi escolhido para dar ênfase neste trabalho. Esta matéria pertence à geometria analítica, na temática de cônicas, que podem ser determinadas por hipérbolas, parábolas e/ou elipses. Nesse sentido, é pertinente estudá-las, devido à sua importância para o cotidiano, haja vista sua vasta aplicabilidade. Segundo Santos (2014, p. 18), elipses “[...] têm aplicações em Astronomia, Engenharia, Arquitetura, Tecnologia da Comunicação, etc. É muito comum andarmos pelas ruas e depararmos com monumentos que lembram estas curvas.”.

Em virtude de tais apontamentos, esta pesquisa fundamenta-se na Teoria das Representações Semióticas, de Raymond Duval, que se apoia no modelo cognitivo do pensamento, tendo em vista as dificuldades na aprendizagem da matemática que, de acordo com Duval (2016, p. 17), “são unicamente acessíveis por meio da produção de representações semióticas”. A escolha pela temática da pesquisa surgiu ao cursar a disciplina de Geometria Analítica, no quarto período do curso de Licenciatura em Matemática pelo IFPI – *Campus* Uruçuí, despertado pela curiosidade e observação do referido tema – elipse, bem como por ter sido esse um primeiro contato com esse conteúdo.

Achamos necessário, na abordagem do referido tema, repensar sobre como os professores podem inserir ferramentas tecnológicas nas aulas, de modo que elas possam colaborar para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem dos alunos. Com base nisso, surge o seguinte problema de pesquisa: “De que forma o uso do *software* Geogebra pode beneficiar na aprendizagem do conteúdo de elipse?”. Na busca por respostas a este questionamento, o *lôcus* de pesquisa foi uma Instituição de Ensino Superior localizada no Sul do Piauí, e teve como público-alvo alunos do primeiro módulo do curso de Licenciatura em Matemática.

Quanto ao percurso metodológico, foi adotado o método de pesquisa-ação, que segundo Engel (2000), trata-se de uma pesquisa que visa desenvolver conhecimentos e a compreensão de conceitos através da prática. Além disso, é uma pesquisa participante engajada, que se opõe à pesquisa tradicional, vista como “independente”, “não-reativa” e “objetiva”. Nessa perspectiva, a pesquisa direcionou a realização de um estudo com a utilização do *software* Geogebra, especificamente em conjunto com o conteúdo elipse, de maneira que se traçou o objetivo geral de investigar se o Geogebra, associado à Teoria das Representações Semióticas, pode contribuir para o ensino de Elipse.

A fim de contemplar o objetivo geral desta pesquisa, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos, a saber: 1. Descrever Elipse, Geogebra e Representações Semióticas; 2. Realizar construções da Elipse com o Geogebra, explorando suas Representações Semióticas; 3. Elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática (SD) para o Ensino de Elipse, fundamentada na Teoria das Representações Semióticas, utilizando o recurso Geogebra, e; 4. Conhecer a percepção dos alunos acerca do conteúdo e da abordagem com o Geogebra.

Esse trabalho estruturou-se do seguinte modo: primeiramente, foi feito um breve levantamento histórico sobre a elipse; em seguida, mostra-se algumas discussões a respeito dos recursos tecnológicos, com foco no *software* Geogebra, de maneira a evidenciar suas possíveis potencialidades para o ensino de matemática. Além disso, tem-se as representações semióticas de Duval e suas influências na aprendizagem de conceitos matemáticos. Por fim, traz-se as discussões frente à sequência didática aplicada com a utilização do Geogebra, mostrando um levantamento sobre as suas contribuições.

2 DESENVOLVIMENTO

De acordo com Silva e Oliveira (2019), os primeiros estudos relacionados às secções cônicas foram desenvolvidos por Johannes Kleper, na Grécia Antiga, por volta de 600 - 300 a.C. Seus estudos e observações giraram em torno do movimento planetário, e através de suas observações, formalizou três leis que descrevem esse movimento ao redor do sol, que são:

- I. Lei das Órbitas: a órbita de cada planeta é uma elipse, com o Sol em um dos focos;
- II. Lei das Áreas: a reta unindo o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais;
- III. Lei Harmônica: o quadrado do período orbital dos planetas é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol.

Com isso, evidencia-se o estudo da elipse na sua primeira lei, isto é, os planetas possuem órbitas elípticas ao redor do sol. Até então, segundo Canalle (2003), acreditava-se que estas órbitas eram circulares, mas Kepler, com seus estudos, por meio de dados apenas observacionais feitos por Tycho Brahe, um astrônomo dinamarquês, concluiu que elas tinham baixa excentricidade, isto é, elas têm praticamente o formato de uma circunferência.

Nessa perspectiva, Azevedo e Maltempi (2019, p. 249) definem elipse como um “[...] conjunto de pontos de um plano que dão a mesma medida quando adicionada a sua distância a dois pontos fixos. Dois pontos (focos, F1 e F2) e uma medida (d). Lugar geométrico: conjunto dos P tais que $PF1 + PF2 = d$ ”. Sabendo disso, pode-se entender um pouco mais de suas características, assim como todos os seus elementos.

É notória a importância desse estudo para a sociedade, no qual é possível observar que ele se faz presente, por exemplo, nas construções civis, em estruturas arquitetônicas, e até mesmo na Arte. No entanto, é possível observar que os estudos voltados para cônicas é bastante sucinto, assim como reforçam Quaranta Neto e Guimarães (2008, p. 2), “o ensino das cônicas no ensino médio no Brasil, provavelmente, não acontece para a maioria dos alunos. E, quando acontece, se restringe normalmente a um curto período (uma a duas semanas) no terceiro ano

do ensino médio”. Anjos (2019) corrobora esse pensamento, quando afirma que muitos alunos têm contato com as cônicas apenas no Ensino Superior, e que nesse momento, são cobrados conhecimentos prévios acerca desse conteúdo.

Nesse sentido, tendo em vista a importância desse conteúdo, é possível inferir que a preparação de uma aula mais atrativa, com a utilização do Geogebra, por exemplo, poderá servir como um apoio na transição entre a escola e a universidade, de forma a possibilitar que os alunos adquiram conhecimentos prévios desse conteúdo, e, assim, sintam-se mais familiarizados, agregando, dessa forma, um leque de oportunidades para o desenvolvimento dos mesmos.

2.1 Tecnologias no ensino

Cada vez mais, discute-se sobre a inserção de tecnologias no âmbito escolar, visto ser uma possibilidade de potencializar o ensino-aprendizagem, e, ainda, trazer “características que os professores, gostariam de ver transpostas para sua sala de aula, vendo os alunos com prazer de estudar, persistindo nos desafios encontrados e superando seus limites” (LEFFA, 2020, p. 12).

Deste modo, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) surgiram com o objetivo de modificar as práticas educativas, vistas comumente como algo monótono, à luz de uma educação tradicional, isto é, sem a utilização de recursos ou metodologias, em direção a uma forma mais inovadora de abordar os conteúdos. Contudo, é importante destacar que, segundo a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura – Unesco (2020), a utilização das tecnologias deve estar de acordo com o contexto em que estudantes e professores estão inseridos.

Nesse sentido, Barroso *et al.* (2014) afirmam que as ferramentas tecnológicas tiveram um importante papel nas últimas décadas, no que se refere ao ensino-aprendizagem, visto que estiveram bem presentes no ensino a distância (EaD). Nessa ótica, considera-se também que elas permitiram que o processo educativo não se estagnasse, e, sim, continuasse adiante, tendo em vista o contexto pandêmico que ainda se faz presente.

É importante salientar que os recursos tecnológicos constituem um grande marco para o âmbito educacional, pois trouxeram consigo novas perspectivas frente aos desafios, bem como novas possibilidades para o ensino-aprendizagem da matemática. Neste acentuado uso das TICs, observa-se o “aumento na quantidade de aparatos tecnológicos adquiridos para as escolas e pela diversidade de possibilidades de seus usos para fins didáticos, que têm sido objetos de debates e pesquisas” (SANTOS; ALMEIDA; ZANOTELLO, 2018, p. 332). Nesse sentido, ainda complementam esse pensamento, salientando alguns objetivos que as tecnologias podem permitir nesse processo, que seria de:

[...] desenvolver no aluno a capacidade de analisar, avaliar e decidir sobre os problemas que lhe são propostos; utilizar as tecnologias digitais para buscar informações, selecionando-as em função de critérios previamente estabelecidos; refletir sobre o que aprende e como aprende exercitando sua autonomia intelectual; comunicar-se, interagir e colaborar com os colegas; expressar-se, imaginar e criar empregando as diferentes formas de representações e combinações viabilizadas pelas tecnologias digitais. (SANTOS; ALMEIDA; ZANOTELLO, 2018, p. 336).

Pensando nessas representações e na utilização de recursos tecnológicos, um forte aliado pode ser os *softwares*, por meio do uso de celulares, computadores ou *notebooks*. Diante dessa análise, para a área de matemática há o *software* Geogebra, objeto de investigação deste estudo. Trata-se de um *software* de geometria dinâmica que possui versão para *download*, sendo tanto

para computador como para celular. Nele, o indivíduo pode movimentar e manipular funções, figuras planas e espaciais, fórmulas, dentre outros.

O Geogebra foi criado no ano de 2001, por Markus Hohenwarter, e sua utilização é de maneira gratuita. Ele permite uma dinâmica mais rápida dos conceitos matemáticos, podendo realizar cálculos, representações gráficas, entre outras, através de comandos bem simples de serem feitos, pela caixa de entrada (SANTOS; OLIVEIRA, 2017). Observa-se um pouco de sua interface na Figura 1 abaixo:

Figura 1 – Janelas de visualização do Geogebra



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

Cada janela possui uma função. A de ferramentas mostra vários objetos relacionados à área da matemática, desde funções básicas como ponto, reta e plano, a objetos mais amplos, como sólidos geométricos. A janela de álgebra permite a inserção de fórmulas ou equações, por meio de diversos comandos. Na janela de visualização tem-se o plano cartesiano, que permite observar geometricamente o objeto matemático inserido na janela de álgebra ou pela barra de ferramentas.

Neste trabalho, o Geogebra foi utilizado em computadores do laboratório de informática da instituição na qual foi aplicado. A versão instalada do Geogebra foi a 5.0, pelo fato de oferecer uma instabilidade satisfatória. Nele, as principais ferramentas utilizadas foram: ponto, segmento de reta, controle deslizante e função elipse (localizadas na barra de ferramentas), janela de álgebra e janela de visualização, as quais foram necessárias na construção e manipulação das elipses.

2.2 Teoria dos registros das representações semióticas

A Teoria dos Registros das Representações Semióticas, desenvolvida por Raymond Duval, um renomado filósofo e psicólogo, permite, na aprendizagem, que o indivíduo tenha a propriedade de convertibilidade, isto é, observar um objeto matemático como os números, as funções, as retas etc, e realizar distintas representações do mesmo, ou seja, as escritas decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos etc.

Para que haja compreensão em matemática, Duval (2009) enfatiza que é essencial distinguir um objeto matemático de sua representação. Não havendo esta distinção, ocorrerá uma perda de compreensão dos conteúdos com o decorrer do tempo.

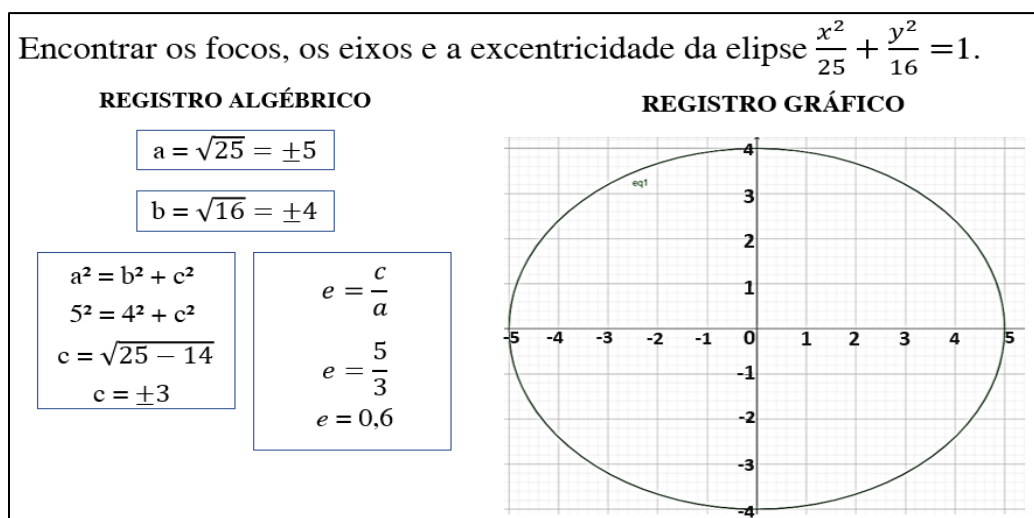
As contribuições da Teoria das Representações Semióticas são de suma importância no campo da matemática, especificamente no que se refere ao ensino-aprendizagem. Mas afinal, o que são as representações semióticas? Para responder a tal questionamento, leva-se em conta o que nos diz Denardi (2017), quando afirma que:

Tal teoria é uma abordagem cognitiva que analisa as dificuldades encontradas na aprendizagem da Matemática e o funcionamento cognitivo peculiar dessa ciência, levando em consideração o modo de acesso aos seus objetos, a variedade de sistemas semióticos que permitem representá-los e a necessária distinção entre o objeto matemático e a sua representação (DENARDI, 2017, p. 5).

É nesse sentido que se pode notar a importância destas representações quando se pensa em ensino-aprendizagem de matemática, uma vez que quando se atribui diferentes formas para um mesmo objeto matemático, de uma forma que seja diferente do habitual, torna-se possível uma melhor compreensão conceitual do mesmo. De acordo com Duval (2006), com essas representações, é possível estabelecer dois tipos de atividades cognitivas: o tratamento e a conversão, sendo totalmente diferentes, o primeiro consiste em transformações de um determinado objeto dentro de um mesmo registro, enquanto o segundo parte da ideia da transformação desse objeto para outro, mas sem modificar os objetos matemáticos que estão sendo utilizados.

Pode-se, então, visualizar a diferença entre esses dois tipos de registros, utilizando o Geogebra, como mostra a Figura 2 a seguir:

Figura 2 – Exemplo de tratamento e conversão



Fonte: Construído pelos autores (2022).

Tal imagem nos mostra que é possível, através de um dado problema, reproduzir diferentes representações. No exemplo, é apresentada uma elipse no registro algébrico e solicitado alguns elementos dessa elipse. Para determinar os elementos solicitados, é possível realizar tratamentos, permanecendo no registro algébrico, ou realizar conversões, recorrendo a uma mudança do registro algébrico para o registro gráfico. Dessa forma, as representações semióticas contribuem para o aprendizado dos alunos, visto que permitem identificar e

reproduzir diferentes visões de um determinado objeto matemático, desencadeando diversas possibilidades na apreensão de conceitos e trazendo um novo olhar para a aprendizagem matemática.

Essa teoria desempenha um papel importante. Santana (2018) destaca que tanto a linguagem quanto as formas simbólicas influenciam no ensino, o que está ligado diretamente às atividades cognitivas de conversão do aluno. No entanto, torna-se necessário repensar sobre as dificuldades relacionadas às representações matemáticas que se apresentam no processo de escolarização.

Para que isso seja colocado em prática, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sinaliza ser importante que:

[...] os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática – verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas – e, ao mesmo tempo, promover o desenvolvimento de seu próprio raciocínio (BRASIL, 2018, p. 529).

Tais registros, associados à utilização do *software* Geogebra, possibilitam homogeneizar essas duas ferramentas a favor do ensino, e direcionar ao que se busca, isto é, para uma aprendizagem eficaz, pois “[...] é essencial, na atividade matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural etc.) no decorrer de um mesmo passo, poder escolher um registro no lugar de outro” (DUVAL, 2012, p. 270). Então, ao mesmo tempo que se utiliza esse recurso tecnológico, pode-se trabalhar diferentes registros matemáticos.

Pensando nessa linha de raciocínio, utilizou-se uma metodologia na qual fosse possível associar a utilização do *software* com a teoria das representações semióticas. A próxima seção apresenta como se dividiram as sequências didáticas para o desenvolvimento da pesquisa, tendo em vista a percepção geométrica através da visualização de elipses por meio do *software* Geogebra.

3 METODOLOGIA

De maneira a observar, através do material escolhido para a aplicação, como os alunos constroem suas perspectivas com relação ao estudo de elipse, foi utilizado o procedimento da pesquisa-ação, que segundo Engel (2000), trata-se de uma pesquisa que visa uni-la à ação ou prática, ou seja, desenvolver o conhecimento e a compreensão como parte da prática, podendo ser aplicada em qualquer ambiente em que se tenha um problema a resolver. Na pesquisa-ação pode-se envolver pessoas, procedimentos e tarefas.

Pinto (1989) ressalta que esse tipo de pesquisa segue uma sequência lógica e ordenada de passos, que são intencionados por meio de instrumentos e técnicas. Nessa perspectiva, é importante ainda destacar o pensamento de Baldissera (2001, p. 7), quando afirma que:

A pesquisa-ação como método agrega várias técnicas de pesquisa social. Utiliza-se de técnicas de coleta e interpretação dos dados, de intervenção na solução de problemas e organização de ações, bem como de técnicas e dinâmicas de grupo para trabalhar com a dimensão coletiva e interativa na produção do conhecimento e programação da ação coletiva (BALDISSERA, 2001, p. 7).

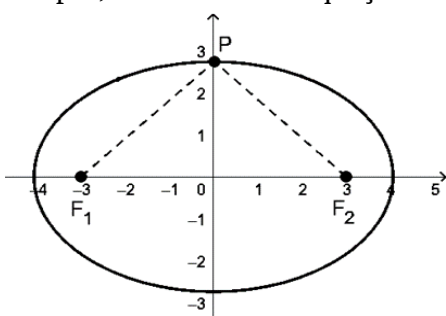
Diante disso, foram pensadas duas Sequências Didáticas (SD) para a aplicação da pesquisa. Peretti e Costa (2013, p. 6) definem sequência didática como “[...] um conjunto de

atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos [...]”. Nesta pesquisa, as SD foram elaboradas tendo como público-alvo alunos do 1º período de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior localizada no Sul do Piauí.

A pesquisa foi aplicada no mês de maio de 2022 e contou com 8 alunos participantes, tendo sido realizada em dois momentos: o primeiro, no dia 6/5/2022; e o segundo, no dia 13/5/2022. O primeiro momento consistiu em uma aula sobre o conteúdo de elipse, ministrada de maneira expositiva e dialogada, recorrendo à utilização de materiais como quadro branco, pincel, *Datashow*, *notebook* e folha A4 etc. Nesse sentido, focou-se na apresentação do conteúdo de elipse, isto é, conceito, seus elementos, fórmula reduzida, entre outros.

Além disso, com o intuito de favorecer uma melhor compreensão do conteúdo aos alunos, atrelou-se o uso do *software* Geogebra, visto como uma forma atrativa e dinâmica de verificar a veracidade dos objetos matemáticos em estudo. E para finalizar, foi proposto um pequeno bloco de questões, a fim de observar se os alunos conseguem ou não realizar tratamentos e/ou conversões. As questões propostas estão no Quadro 1 a seguir:

Quadro 1 – Descrição das questões

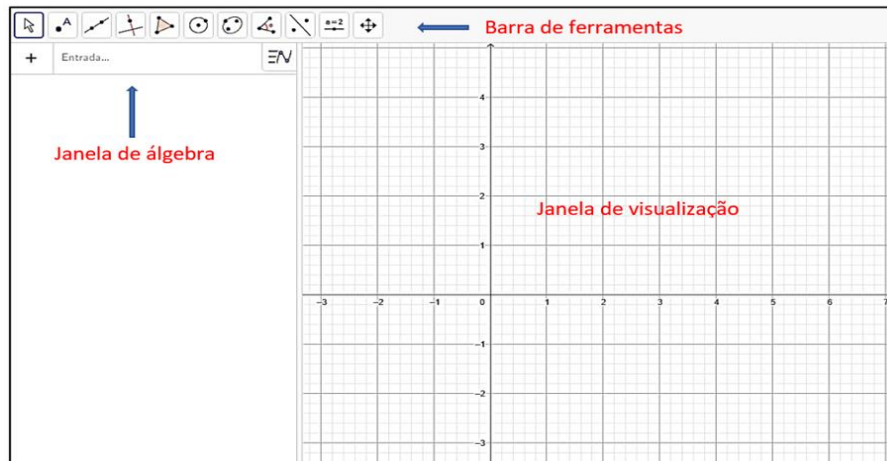
Questão 1	Encontre os focos e os vértices da elipse $x^2/25 + y^2/16 = 1$.
Questão 2	Determine uma equação para a elipse com focos (0,2) e (0,-2) e vértices (0,3) (0,-3).
Questão 3	Dada a seguinte elipse, determine sua equação e a excentricidade. 

Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

No segundo momento, direcionou-se aos alunos uma aula prática com a utilização do *software* Geogebra, que aconteceu no Laboratório de Informática da Instituição de Ensino Superior. Nesta aula foram utilizados recursos como computador, lousa, *Datashow*, quadro e pincel etc. Para a realização da aula foi elaborado um roteiro, tendo em vista a construção de elipses, focando em cada um de seus elementos e na utilização do Geogebra. Nele, foram abordados questionamentos que tinham prosseguimento à medida que os alunos fossem realizando suas construções. Esse instrumento serviu para observar a percepção dos alunos, que construíram e visualizaram cada passo. Desse modo, naturalmente, foi possível explorar as representações semióticas das elipses. A seguir, tem-se o Quadro 2, com o roteiro utilizado na pesquisa:

Quadro 2 – Roteiro para manuseio do Geogebra

Vamos conhecer um pouco do Software Geogebra. Ao acessá-lo, você terá a seguinte interface:



Fonte: Construído pelos autores (2022).

Janela de ferramentas: É possível escolher diversas opções de conceitos geométricos.

Janela de álgebra: É possível digitar um determinado objeto matemático e, em seguida, observar sua representação na janela de visualização.

Tendo em vista isso, represente, na janela de álgebra, a seguinte equação canônica das elipses: $x^2/16 + y^2/64 = 1$ e observe. Após isso, digite $x^2/64 + y^2/16 = 1$.

O que aconteceu? Por que você acha que as elipses ficaram dessa forma?

Agora vamos construir elipses utilizando o controle deslizante, a fim de observarmos o comportamento de diversas elipses:

1. Na janela de ferramentas, selecione o **controle deslizante**. Clique na janela de visualização e determine o controle **a**, no qual seu valor mínimo seja 1 e o máximo 100, e seu incremento de 1 em 1. Faça o mesmo procedimento para obter o controle **b**.
2. Feito isso, vá para a janela de álgebra e digite a fórmula da equação canônica da elipse, isto é: $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

O que acontece quando você digita a fórmula acima?

Então, o que podemos dizer quando os valores de a e b são iguais?

Coloque $a = 2$, e $b = -8$. Faça o mesmo procedimento, colocando $a = 7$, e $b = -1$. O que acontece com a elipse?

Vamos encontrar os focos:

Para essa realização, digitaremos na janela de álgebra o seguinte comando: **$\text{sqrt}=(a^2-b^2)$** , que representa a fórmula $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Feito isso, vamos determinar os focos, digitando também na janela de álgebra:

$F1 = (-c, 0)$

$F2 = (c, 0)$

E, por último, temos a excentricidade: digite na janela de álgebra, **excentricidade(c)**.

Agora, vá na barra de ferramentas, clique na opção de **segmento de reta**, em seguida, clique no foco $F1$ e ligue a uma extremidade da elipse. Faça isso com o foco dois, ligando ao mesmo ponto construído. Clique com o lado direito do mouse e selecione **animação**. O que você observa?

OBSERVAÇÃO: Note que, à medida que você desloca a ou b no controle deslizante, é dada a equação da nova elipse na janela de álgebra, seus focos mudam, a excentricidade. Isso porque à medida que vai deslizando, teremos uma nova elipse, com novas coordenadas.

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Por fim, foi aplicado um questionário contendo cinco questões sobre a percepção do conteúdo abordado e a utilização do *software*, objetivando analisar quais foram as perspectivas dos alunos frente ao que foi trabalhado durante todo o processo de aplicação da pesquisa. Verifica-se o questionário no Quadro 3, a seguir:

Quadro 3 – Questionário referente à aula e ao manuseio do Geogebra

Questão 1	Você conhecia o <i>software</i> Geogebra? () Sim () Não
Questão 2	Na sua opinião, uma aula com a utilização desse <i>software</i> contribui para sua aprendizagem? Por quê?

Questão 3	Foi possível ter uma melhor visualização quando as elipses foram construídas no <i>software</i> Geogebra? () Sim () Não
Questão 4	Para você, tendo em vista a utilização do Geogebra, visualizar ao mesmo tempo as equações da elipse (algebricamente) na janela de álgebra, e as elipses (geometricamente) na janela de visualização, trouxe uma melhor compreensão do conteúdo? Por quê?
Questão 5	Você teve contato com o conteúdo de elipse no Ensino Médio ou foi algo novo para você? O que chamou sua atenção?

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Diante do percurso metodológico adotado para a pesquisa, tem-se a análise dos resultados, que foram divididos em três partes: as duas primeiras terão relação diretamente com a Teoria das Representações Semióticas de Duval, e a última será a análise de um roteiro com a construção de elipses e de um questionário referente à percepção dos alunos com relação à aula ministrada e à utilização do *software* Geogebra por eles.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesse momento, tem-se a discussão das duas etapas da pesquisa, a qual foi feita por meio de imagens e tabelas. Pode-se observar as atividades realizadas no Quadro 4 a seguir:

Quadro 4 – Descrição das atividades realizadas

Data	Tarefa desenvolvida	Objetivos
6/5/2022	Aula com a utilização do <i>software</i> Geogebra, em conjunto com questões propostas.	Apresentar o conteúdo de elipse e o <i>software</i> Geogebra.
13/5/2022	Manuseio do <i>software</i> Geogebra com a utilização de um roteiro pelos alunos no laboratório de informática. Bem como a utilização de um questionário referente à percepção dos alunos no que se refere ao que foi abordado na pesquisa.	Estimular a percepção e compreensão do conteúdo de elipse, com enfoque aos tratamentos e conversões, tendo em vista as representações algébrica e gráfica.

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

No primeiro dia de aplicação, através de uma aula expositiva e dialogada, foi exposto o conteúdo de elipse de uma maneira superficial, trazendo os elementos mais essenciais e propondo a resolução de alguns exemplos. Além disso, juntamente com essa etapa, utilizou-se

o *software* em questão para explorar as representações gráficas e algébricas das elipses exemplificadas.

De início, pautou-se na apresentação da elipse, um pouco de sua história, seus elementos e sua fórmula canônica, mostrando que se pode obter essa figura geométrica através de uma secção cônica por um plano transversal, e ainda foram apresentados alguns objetos que possuem similaridade com a elipse, quais sejam, um ovo, bola de futebol americano, espelho com formato oval, dentre outros.

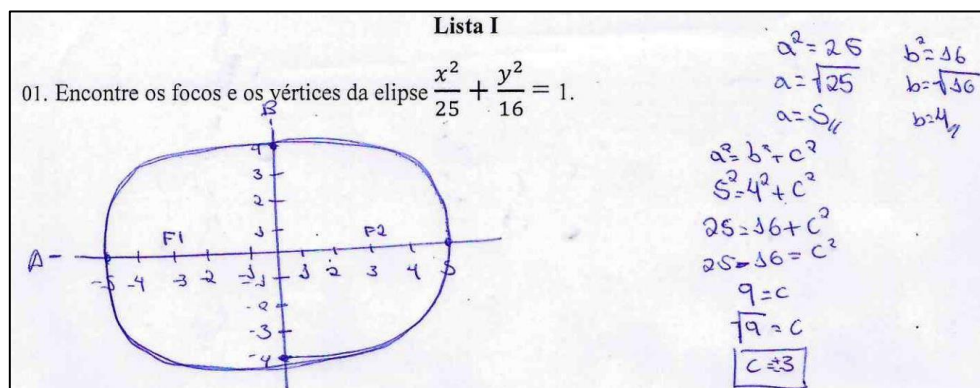
Momento 1 – Discussão do questionário aplicado na aula 1

O questionário continha um total de três questões sobre o conteúdo de elipse, cada uma com um objetivo diferente, com o intuito de observar se os alunos conseguiam ou não realizar tratamentos e/ou conversões, a partir da aula com a utilização do Geogebra.

A primeira questão pautava-se em encontrar os focos e os vértices da elipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. A questão é enunciada recorrendo à língua materna e ao registro algébrico, e a solução deve ser dada no registro das representações numéricas. Para tanto, o aluno poderá realizar um tratamento, permanecendo no registro algébrico, ou realizar conversões, recorrendo ao registro gráfico, e depois retornando ao registro algébrico.

Constatou-se que houve apreensão significativa deste objeto matemático, pois todos os alunos conseguiram resolver a questão, recorrendo a tratamentos e conversões. De acordo com Damm (2012, p. 168): “Essa apreensão é significativa a partir do momento que o aluno consegue realizar tratamentos em diferentes registros de representação e “passar” de um registro a outro o mais naturalmente possível”. Na Figura 3, apresenta-se a resolução da questão 1, em que o aluno A, além de encontrar os focos, realiza a representação gráfica da elipse.

Figura 3 – Tratamento e conversão feitos pelo aluno A, na questão 1



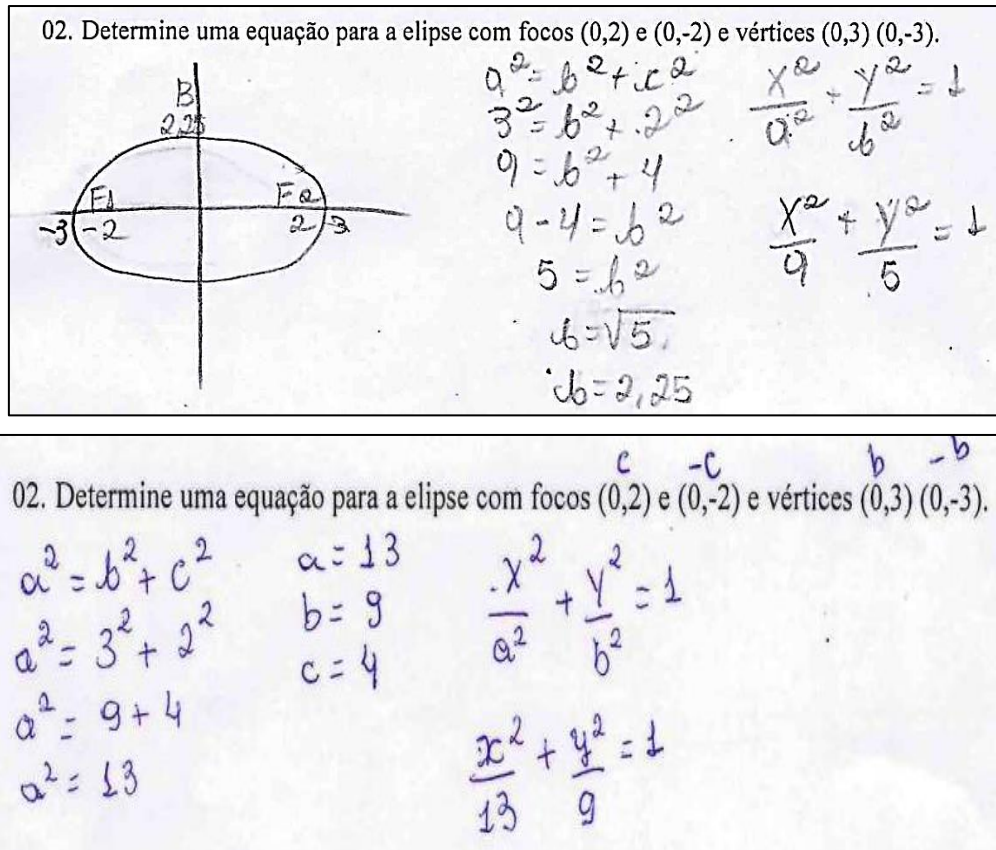
Fonte: Registro da pesquisa (2022).

A segunda questão pedia o seguinte: Determine uma equação para a elipse com focos (2,0) e (-2,0) e vértices (0,3) e (0,-3). Sua solução deveria ser apresentada utilizando-se do registro algébrico. Para tanto, o aluno poderia realizar um tratamento, permanecendo no registro algébrico, ou realizar conversões, recorrendo ao registro gráfico, e depois retornando ao registro algébrico.

Na Figura 4, apresenta-se as soluções realizadas pelos alunos C e D, respectivamente. O aluno C identificou os valores de b e c , aplicou o Teorema de Pitágoras, determinou o valor de a e, em seguida, substituiu os valores na equação canônica da elipse. Destaca-se que, mesmo não tendo sido solicitada a realização do registro geométrico, o aluno C verifica sua resposta por meio da atividade de conversão.

O aluno D, ao converter os dados do registro algébrico para o registro gráfico, confundiu-se e, ao invés de representar os pontos (0, 3) e (0, -3), representou (3, 0) e (-3, 0) e, em seguida, aplicou o Teorema de Pitágoras e determinou o valor de b. Para Duval (1988), as dificuldades em relação a ler e interpretar representações gráficas associa-se à ausência do conhecimento no que diz respeito à equivalência entre a escrita algébrica e seus registros gráficos, ou vice-versa.

Figura 4 – Soluções apresentadas pelos alunos C e D, respectivamente, na questão 2

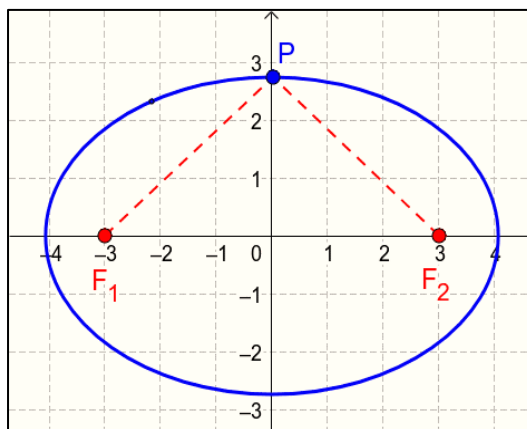


Fonte: Registro da pesquisa (2022).

Nesta questão 2, mesmo intervindo para que os alunos tivessem uma melhor compreensão, alguns conseguiram realizar atividades de tratamentos, mas não de conversão. De certo modo, este resultado era esperado, pois segundo Duval (2009), a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e a mais difícil de ser adquirida pela grande maioria dos alunos.

A terceira questão pedia o seguinte: Dada a seguinte elipse, determine a equação e sua excentricidade. A seguir, mostra-se a Figura 5, utilizada na questão.

Figura 5 – Elipse construída no Geogebra pelo pesquisador, utilizada no questionário



Fonte: Construída pelos autores (2022).

A questão 3 é enunciada recorrendo à língua materna e ao registro da representação gráfica, e a solução da questão deverá ser apresentada utilizando-se o registro algébrico e o registro das representações numéricas. Para tanto, os alunos poderiam realizar uma conversão do registro gráfico para o registro algébrico, e depois realizar tratamentos.

De modo prático, o aluno precisava retirar informações apresentadas no gráfico, e utilizando o teorema de Pitágoras, extrair os valores solicitados e, conseqüentemente, encontrar a equação que determina a elipse e sua excentricidade. Todos os participantes conseguiram realizar essa questão com êxito. Importante ressaltar que, conforme Duval (2009, p. 34): “As regras de conversão não são as mesmas segundo o sentido no qual a mudança de registro é efetuada”. Dessa forma, atividades de conversão podem apresentar dificuldades diferentes, dependendo do registro de partida e do registro de chegada.

De acordo com Kummer (2018), observa-se que os alunos apresentam, muitas vezes, uma dificuldade de realizar a transformação dos símbolos para uma forma conceitual e, nesse sentido, torna-se necessária uma sistematização desses símbolos, sendo preciso que os alunos compreendam essa transformação com a representação escrita (algébrica). Desse modo, Duval (2005) ressalta que as dificuldades que os alunos encontram, muitas vezes, são associadas a conversões, isto é, nas mudanças de um registro para outro.

De maneira geral, no questionário 1, observou-se um bom *feedback* dos alunos quanto à resolução das questões propostas. Além disso, notou-se nos alunos, o ânimo e desejo de aprender mais sobre o *software* Geogebra, e, também acerca do conteúdo de elipse.

2º momento: Análise do roteiro para a construção das elipses com a utilização do Geogebra.

Esse momento foi realizado no laboratório de informática disponibilizado pelo IFPI, e se deu em 3 horas/aula. Pode-se observar, na Figura 6, os participantes da pesquisa no referido laboratório de informática.

Figura 6 – Alunos manuseando os computadores e respondendo ao roteiro

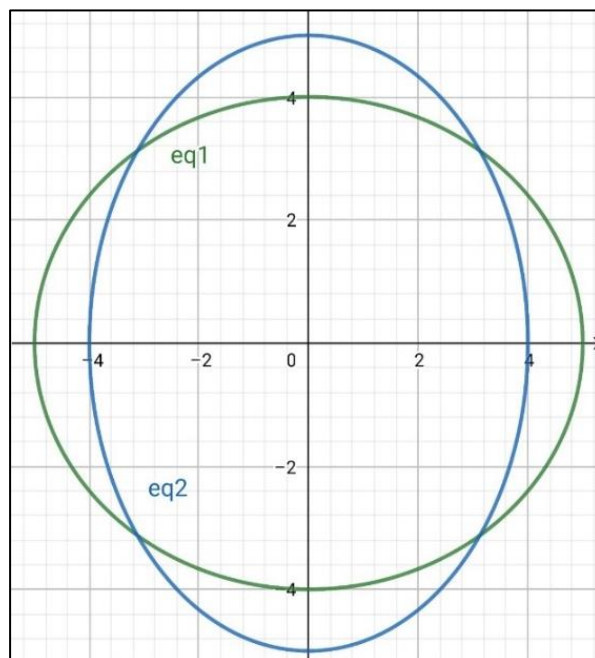


Fonte: Registro da pesquisa (2022).

Segundo Kirnew *et al.* (2020), em escolas onde há laboratório de informática, é possível que os professores utilizem os computadores e desenvolvam atividades inerentes ao currículo, inovando assim a prática pedagógica.

Antes de dar início à utilização dos computadores, cada aluno recebeu uma cópia do roteiro com as atividades que deveriam ser realizadas durante a etapa em questão. Inicialmente, foram apresentadas as janelas de visualização do Geogebra, e quais as funções delas, de modo a frisar como seriam utilizadas nas construções das elipses. Após tal explicação, partiu-se para a utilização do *software*. O primeiro exemplo consistiu na construção de duas elipses, a primeira sendo representada $x^2/16 + y^2/25 = 1$, e a segunda por $x^2/25 + y^2/16 = 1$, as quais foram introduzidas na janela de álgebra. Observa-se a representação dessa elipse na Figura 7 a seguir:

Figura 7 – Representação das elipses no *software* Geogebra



Fonte: Construído pelos autores (2022).

Diante disso, surgiu o primeiro questionamento: “Por que o eixo focal da elipse 1 ficou sobre o eixo x , e o da elipse 2 ficou sobre o eixo y ?” Após a observação dos alunos, o questionamento teve como respostas, algo semelhante em todos os participantes, por exemplo, quando o aluno A afirmou que: “Quando o valor de a for maior que b será achatado no eixo x , e assim vice-versa”, e o aluno B ao dizer que: “Por conta dos valores de A e B . Quando o valor de a for maior que o de b , a elipse vai ser achatada no eixo x ”.

O intuito de tal questionamento era observar a percepção dos alunos, tendo em vista a mudança dos eixos, quando os valores de a e b fossem invertidos. E que essa mudança de valores no referido registro ocasionaria uma dinamização na representação gráfica, isto é, na conversão. Nesse sentido, Duval (2008, p. 22) afirma que “passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou aspectos diferentes de um mesmo registro”.

Em seguida, partiu-se para a construção de elipses utilizando-se do controle deslizante. Para isso, necessitou-se seguir os passos 1 e 2 do roteiro, que continha as informações necessárias para essa etapa, à qual, depois de ativar o controle em questão, foi introduzido a equação canônica da elipse, qual seja: $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$. Surge então o segundo questionamento, tendo em vista o que aconteceu quando a fórmula foi digitada na janela de álgebra. Observam-se algumas respostas, no Quadro 5 a seguir:

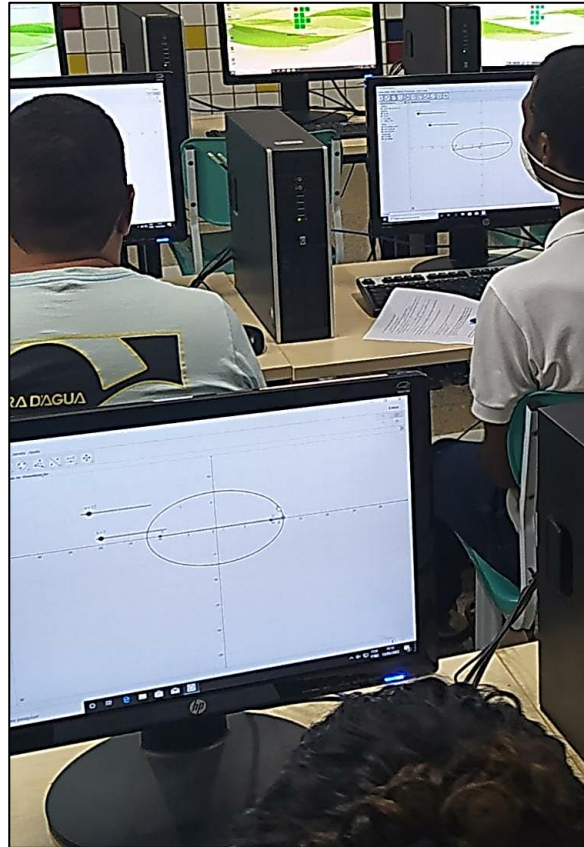
Quadro 5 – Respostas da questão 2 do roteiro

02. O que aconteceu quando você digitou a fórmula?	
ALUNO A	“Os dois eixos ficaram iguais.”
ALUNO B	“Quando a fórmula foi digitada, observamos a presença de um círculo, pois os eixos são iguais. ”
ALUNO C	“Quando a e b são iguais. ”
ALUNO D	“Os dois eixos ficaram iguais. Em forma de círculo. ”
ALUNO E	“Os eixos ficaram com o mesmo valor/iguais. ”
ALUNO F	“Obtivemos uma circunferência de mesmo raio. ”

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

As respostas obtidas tiveram bastante eficiência, visto que se pode perceber que os participantes estavam compreendendo as particularidades da elipse com êxito. O questionamento seguinte teve por base o que foi visto no anterior, no qual se relacionavam os valores de a e b quando fossem iguais, tendo em vista que ao acontecer tal situação, a elipse seria representada graficamente por uma circunferência. Feito isso, foi explorado um pouco mais do controle deslizante, de maneira que os alunos arrastassem o controle para quaisquer pontos e verificassem o que acontecia com esse movimento de arrasto, ou seja, à medida que fossem deslizando sobre o controle, uma nova elipse seria observada, conseqüentemente, uma nova fórmula seria dada. Pode-se visualizar a construção dos alunos na Figura 8 a seguir:

Figura 8 – Elipse e função de controle deslizante ativada



Fonte: Registro da pesquisa (2022).

Posteriormente, no questionamento 4, especificou-se a construção de duas elipses: a primeira, com o valor de a igual a 6 e b igual a 1; e a segunda, com o valor de a igual a 2 e b igual a 8. A partir disso, necessitou-se da observação dos alunos de como eram suas representações, respectivamente, bem como suas fórmulas. Todos os alunos conseguiram concluir que os valores de a e b influenciam na representação gráfica das mesmas, isto é, quando a é maior que b , o achatamento da elipse fica sobre o eixo x , e quando b é maior que a , o achatamento fica sobre o eixo y .

Feito isso, partiu-se para a representação dos focos da elipse, por meio do comando $\text{sqrt}=(a^2-b^2)$ e, em seguida, digitando também na janela de álgebra, os comandos $F1 = (-c,0)$ e $F2 = (c,0)$. Após esse momento, foi proposto aos alunos que determinassem a excentricidade da elipse construída, por meio do comando *excentricidade*, que poderia ser utilizado pela janela de álgebra. A partir dessa construção, fez-se o seguinte questionamento, “O que podemos observar com a excentricidade da elipse?” O aluno D afirmou que: “Quanto menor o (e), mais parecido a uma circunferência, quanto maior o (e), mais achatada ela fica.” Enquanto que o aluno A disse que: “Quando o valor ‘ b ’ é maior que ‘ a ’, os valores de ‘ c ’ e ‘ e ’, e os pontos $F1$ e $F2$ são indefinidos”. Tal resposta deu-se porque houve ausência de algum comando feito anteriormente.

Como última tarefa a ser realizada, pediu-se para que os participantes selecionassem o comando ‘segmento de reta’, no qual deveriam clicar em um dos focos e ligar a qualquer ponto contido na elipse, e da mesma forma, ligar o outro foco ao mesmo ponto selecionado, podendo fazer isso com diversos pontos. Logo após, utilizou-se o comando ‘animação’, em cada ponto escolhido da elipse. Daí surgiu o último questionamento: “O que você observa?”. Verifica-se o que concluíram, pelas respostas apresentadas no Quadro 6 a seguir:

Quadro 6 – Respostas referentes ao questionamento 7 do roteiro

07. Agora, vá na barra de ferramentas, clique na opção de segmento de reta , em seguida, clique no foco F1 e ligue a uma extremidade da elipse, faça isso com o foco dois, ligando ao mesmo ponto construído. Clique com o lado direito do mouse e selecione animação . O que você observa?	
ALUNO A	<i>“Observa-se que em qualquer ponto que colocar a distância sempre vai ser a mesma.”</i>
ALUNO B	<i>“Na animação é observado que a distância F1 até o ponto escolhido e a F2 continua constante na movimentação, neste caso a distância não muda.”</i>
ALUNO C	<i>“A distância dos pontos do foco é sempre constante.”</i>
ALUNO D	<i>“A distância sempre será constante.”</i>
ALUNO E	<i>“A distância do ponto até o foco 1 e do ponto até o foco 2 é sempre constante.”</i>
ALUNO F	<i>“A distância dos pontos vai sempre constante.”</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Percebe-se um bom grau de entendimento, visto que as respostas tiveram rumos parecidos, de modo que conseguiram observar o conceito de elipse na prática. Pontes (2019, p. 17) ressalta que: “[...] ensinar e aprender matemática deve contemplar ações que visem minimizar os espaços entre a teoria e a prática, entre o que se espera e o que realmente se observa [...]”. Nesse sentido, Zanella, Franco e Canavarro (2018) corroboram, ao afirmarem que a utilização do *software* Geogebra possibilita uma relação entre a teoria e a prática nas demonstrações, de modo que, assim, o objeto de estudo seja trabalhado com mais agilidade.

Ao final da aula com a utilização do Geogebra, foi aplicado um questionário a fim de verificar a percepção e a opinião dos participantes acerca das aulas e atividades realizadas durante a aplicação, tendo em vista o conteúdo abordado e o recurso didático escolhido.

3º momento: Análise do questionário sobre a percepção dos alunos quanto às atividades realizadas com o Geogebra e, também, do conteúdo de elipse.

A primeira pergunta foi se os participantes já conheciam o *software* Geogebra. Dos oito participantes, apenas um respondeu que sim. Ou seja, para a maior parte deles, foi uma ferramenta nova aplicada a uma aula.

Tendo em vista a utilização do *software*, o próximo questionamento foi se esta ferramenta contribuiu ou não para a aprendizagem, de forma que os participantes tinham de justificar a resposta. Todos afirmaram que sim, e suas justificativas são mostradas, no Quadro 7 a seguir:

Quadro 7 – Respostas da questão 2 do roteiro

02. Na sua opinião, a aula com a utilização desse <i>software</i> contribuiu para a sua aprendizagem?	
ALUNO A	<i>“Sim. Porque consegui compreender mais sobre a matéria (assunto) em questão.”</i>
ALUNO B	<i>“Sim, pela facilidade que o app nos traz.”</i>
ALUNO C	<i>“Sim. É um software que ajuda muito os alunos no desenvolvimento.”</i>
ALUNO D	<i>“Sim, pois com o Software Geogebra aprendemos a fazer elipse e ligar pontos para formar círculos.”</i>
ALUNO E	<i>“Sim, foram passadas muitas informações precisas que poderão me ajudar no futuro.”</i>
ALUNO F	<i>“Sim, porque consegui compreender o assunto apresentado.”</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A próxima questão foi em relação às construções das elipses no Geogebra, isto é, se foi possível ter uma melhor visualização delas ao manuseá-lo. Todos responderam positivamente. Nesse sentido, nota-se um *feedback* positivo, tendo em vista que a utilização de uma tecnologia foi algo chamativo e dinâmico. Cabe presumir que a aula foi mais interativa, visto que houve a troca de informações entre os participantes.

A quarta questão visou analisar qual a percepção dos alunos quanto à visualização das equações e representações das elipses em janelas diferentes, as quais poderiam ser observadas ao mesmo tempo, e ainda serem dinamizadas de forma prática e eficiente. O questionamento foi o seguinte: “Para você, tendo em vista a utilização do Geogebra, visualizar ao mesmo tempo as equações da elipse (algebricamente) na janela de álgebra, e as elipses (geometricamente) na janela de visualização, trouxe uma melhor compreensão do conteúdo. Por quê?”. Em sua maioria, as respostas contemplaram a pergunta quando, por exemplo, o aluno A disse: *“Sim, podemos compreender o porquê da diferença dos eixos de acordo com a diferença dos pontos.* E quando o aluno B afirmou: *“Sim, aprendemos a teoria na prática com mais facilidade”*. E, ainda, quando o aluno C relatou: *“Sim, podemos compreender que mesmo os pontos estando em locais diferentes, a distância vai ser sempre a mesma”*.

E para finalizar, indagou-se se o conteúdo abordado foi algo novo, ou se os participantes já o haviam estudado no ensino médio, bem como o que chamou mais a atenção deles ao tê-lo visto durante as etapas realizadas. Todos afirmaram não ter visto esse conteúdo no ensino médio. Observa-se os relatos do aluno A, quando afirmou: *“Algo novo, interessante.”* Do aluno E, quando disse: *“Não tive, é um conteúdo animado e prático.”* E do aluno F, quando descreveu: *“Não tive contato, no Ensino Médio não foi estudado e o que chamou a minha atenção foi na parte de ligar os pontos que em seguida tinha movimentação de todas as linhas”*.

Dessa forma, infere-se que o Geogebra pode influenciar de forma positiva no ensino de elipse, visto que trouxe uma melhor visualização da elipse e, consequentemente, uma melhor compreensão por parte dos alunos, em que a motivação pelo manuseio do *software* e a vontade de aprender sobre elipse foram notórias.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista que a utilização de recursos tecnológicos está cada vez mais presente no cotidiano, e quando inseridos no ambiente escolar, podem oferecer diversas potencialidades no ensino, o objetivo da pesquisa desenvolveu-se de forma satisfatória, visto que se comprovou que o *software* Geogebra permitiu experiências de maneira exitosa, por mostrar uma dinamização dos conceitos matemáticos, e manifestar uma facilidade na visualização e construção de elipses.

No entanto, essa inserção da tecnologia em sala de aula é bastante desafiadora, sendo necessária uma boa preparação do professor, de modo a atender todas as expectativas e objetivos. É claro que o professor, enquanto sujeito formador de cidadãos, tem de estar atento às constantes transformações da contemporaneidade, ou seja, acompanhar as ferramentas tecnológicas e inseri-las, sempre que possível, no ambiente escolar, de acordo com as necessidades vigentes.

As representações semióticas foram de suma importância, visto que, a partir delas, foi possível presumir que os alunos manifestaram mais interesse pelo aprendizado sobre elipse e seus elementos, bem como puderam trabalhar seus aspectos cognitivos. Além disso, acrescenta-se a relevância das reflexões sobre a temática, que poderão contribuir para o incentivo aos professores da área de matemática a utilizarem tecnologias em suas aulas, pois, muitas vezes, alguns conteúdos exigem uma demanda maior de tempo para serem demonstrados na lousa, e, ainda, auxiliar no processo de aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

ANJOS, Isabela Matias dos. **Mobile learning e geometria dinâmica no ensino das cônicas: possibilidades e desafios**. 2019. 67f. Monografia (Graduação em Matemática Licenciatura) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2019.

AZEVEDO, Greiton Toledo de; MALTEMPI, Marcus Vinícius. Metodologias ativas de aprendizagem nas aulas de Matemática: equação da circunferência e construção criativa de pontes. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, Brasil v. 3, n. 9, p. 236-254, set./dez. 2019.

BALDISSERA, Adelina. Pesquisa-ação: uma metodologia do “conhecer” e do “agir” coletivo. **Sociedade em Debate**, v. 7, n. 2, p. 5-25, 2001.

BARROSO, Maria Lúcia *et al.* Mediação e interação na educação a distância: relação professor e aluno. In: **Simpósio Internacional de Educação a Distância e Encontro de Pesquisadores em Educação a Distância**, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

CANALLE, João Batista Garcia. O problema do ensino da órbita da Terra. **Física na Escola**, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 12-16, out. 2003.

DAMM, Regina Flemming. Registros de representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação matemática: Uma (nova) introdução**: 3. ed. 2. reimp. São Paulo: EDUC, 2012.

DENARDI, Vânia Bolzan. Teoria dos Registros de Representação Semiótica: contribuições para a formação de professores de matemática. In: **XXI EMBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Pelotas/RS, 2017.

DUVAL, Raymond. Graphiques et Equations: L’articulation de deux registres, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. 1º IREM de Strasbourg, p 235-253, 1988.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e o Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, S. D. A. (Org.), **Aprendizagem em EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 2, n. 3, 2011, *Matemática Registros de Representações Semióticas*. Campinas - SP; Papirus, 2005, p.7-33.

DUVAL, Raymond. A cognitive analysis of problems. of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, n. 61, p.103-131, 2006.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. 4. ed. Campinas: Papirus, 2008.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Título original: *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 20 maio 2022.

DUVAL, Raymond. **Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática**. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. *Revemat*, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 1-78, 2016.

ENGEL, Guido Irineu. Pesquisa-ação. **Educar em Revista**, p. 181-191, 2000.

KIRNEW, Lisandra Costa Pereira *et al.* **Ensino e aprendizagem da matemática por meio dos jogos digitais**: uma proposta colaborativa no laboratório de informática. *Ensino em perspectivas*. v. 13, n. 3, 2020.

KUMMER, Tarcísio. Ações e operações de visualização, raciocínio e representação no processo de construções geométricas. (p. 47-61). In: SCHEFFER, Nilce Fátima; COMACHIO, Eliziane; CENCI, Danuza. (Orgs.). **Tecnologias da informação e comunicação na educação matemática**: articulação entre pesquisas, objetos de aprendizagem e representação. Curitiba: CRV, 2018.

LEFFA, Vilson José. Gamificação no ensino de línguas. **Perspectiva**. v. 38, n. 2, p. 1-14, 2020.

PACHECO, Erica Farias. Utilizando o software Geogebra no ensino da Matemática: uma ferramenta para construção de gráficos de parábolas e elipses no 3º ano do Ensino Médio. **Debates em Educação**, [S. l.], v. 11, n. 24, p. 197–211, 2019.

PERETTI, Lisiane; TONIN DA COSTA, Gisele Maria. Sequência didática na matemática. **Revista de Educação do IDEAU**, v. 8, n. 17, p. 1-14, 2013.

PINTO, João Bosco Guedes. **Pesquisa-ação**: detalhamento de sua sequência metodológica. Recife: Ed. Mimeo, 1989.

PONTES, Edel Alexandre Silva. Os Quatro Pilares Educacionais no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática. **Rev. iberoam. tecnol. educ. educ. tecnol., La Plata**, n. 24, p. 15-22, dic, 2019.

QUARANTA NETO, Francisco; GUIMARÃES, Luiz Carlos. Tradução comentada da obra ‘novos elementos das seções cônicas’ (Philippe de La Hire - 1679) e sua relevância para o ensino de matemática. **Anais do VI seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Estado do Rio do Janeiro**. Rio de Janeiro, 2008.

SANTANA, Larissa Elfisia de Lima. **A conversão entre representações semióticas**: um estudo no domínio das frações à luz de Duval e Vergnaud. Universidade Federal de Pernambuco, 2018.

SANTOS, Alison Henrique dos; OLIVEIRA, Fabiane de. O estudo de funções com o uso do software Geogebra. Universidade Estadual de Ponta Grossa/Departamento de Matemática e Estatística. ISSN: 1676-0093. In. **XXVI Encontro Anual de Iniciação Científica**, 2017.

SANTOS, Marcelo Honório dos. **Cônicas para o Ensino Médio, da Contextualização à Álgebra**. Dissertação. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2014.

SANTOS, Verônica Gomes dos; ALMEIDA, Estefânia de Almeida; ZANOTELLO, Marcelo. A sala de aula como um ambiente equipado tecnologicamente: reflexões sobre formação docente, ensino e aprendizagem nas séries iniciais da educação básica. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 99, n. 252, p. 331-349, maio/ago. 2018.

SILVA, Natã Henrique; OLIVEIRA, Anderson José de. Conexões entre Seções Cônicas e Órbitas Planetárias Através da 2ª e 3ª Leis de Kepler. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 7, n. 1, 2020.

SOUZA, Francisco Ademir Lopes de. **O uso do software Geogebra como ferramenta pedagógica no estudo de funções quadráticas em turmas de 9º ano do ensino fundamental do CMF**. 2012. 108 p. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de ciências e matemática) – Universidade Federal do Ceará – UFC, Fortaleza, 2012.

UNESCO. **COVID-19**:10 Recommendations to plan distance learning solutions. (On-line), 2020.

ZANELLA, Idelmar André; FRANCO, Valdeni Soliane; CANAVARRO, Ana Paula. Realizar Construções Geométricas com o GeoGebra: A contribuição do ambiente de geometria dinâmica para o futuro professor de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 7, n. 14, 2018.