



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
CAMPUS PARNAÍBA
LICENCIATURA EM FÍSICA

RENAN FERREIRA VIEIRA

VELOCIDADE DO SOM EM UM GÁS: UM EXPERIMENTO UTILIZANDO
ARDUINO

PARNAÍBA, PIAUÍ

2022

RENAN FERREIRA VIEIRA

**VELOCIDADE DO SOM EM UM GÁS: UM EXPERIMENTO UTILIZANDO
ARDUINO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora como requisito parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí.

Orientador: Prof. Me. Itamar Vieira de Sousa Júnior

PARNAÍBA, PIAUÍ

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Vieira, Renan Ferreira

V657v Velocidade do som de um gás : um experimento utilizando Arduino /
Renan Ferreira Vieira. - 2022.
73 f.: il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) - Instituto
Federal do Piauí, Campus Parnaíba, 2022.

Orientador : Prof. Me. Itamar Vieira de Sousa Júnior.

1. Física . 2. Gás - Velocidade do som . 3. Arduino. 4. Experimento. I.Título.

CDD - 530

Elaborado por Micheline Angélica Aragão Gouveia CRB 3/1244

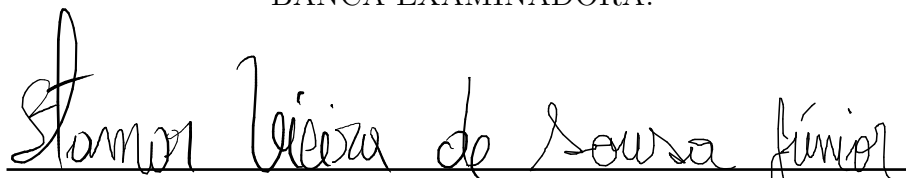
RENAN FERREIRA VIEIRA

VELOCIDADE DO SOM EM UM GÁS: UM EXPERIMENTO UTILIZANDO ARDUINO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora como requisito parcial para obtenção do diploma do Curso de Licenciatura em Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí.

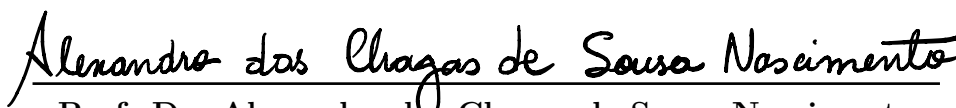
Aprovado pela banca examinadora em 17 de Fevereiro de 2022.

BANCA EXAMINADORA:



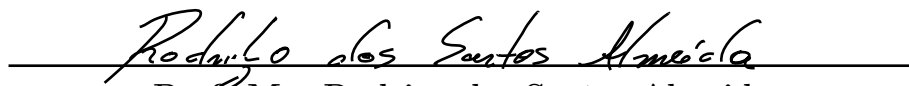
Prof. Me. Itamar Vieira de Sousa Júnior

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI



Prof. Dr. Alexandre das Chagas de Sousa Nascimento

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI



Prof. Me. Rodrigo dos Santos Almeida

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI

PARNAÍBA, PIAUÍ

2022

Dedico este trabalho a Deus e aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela graça de poder concluir mais uma etapa, e por ter me sustentado em fé por todos os dias, mesmo diante de problemas que pareciam não ter solução e dificuldades.

Agradeço ao meu pai Antonio Evandro e a minha mãe Safira Ferreira, por todos os dias de apoio e encorajamento durante as noites em claro, os momentos de enfermidade, os momentos de alegria e os de dificuldade, por todas as coisas que me fizeram mais forte e confiante, e por sempre me guiarem no caminho da educação.

Agradeço ao meu orientador professor Itamar Vieira de Sousa Júnior pela parceria, conselhos e ensinamentos não somente durante o desenvolvimento deste trabalho, mas como em todo o curso de Física.

Finalmente agradeço aos meus amigos e companheiros de curso, em especial aos amigos Matheus Miranda e Dielson Carvalho por todos os momentos que passamos durante o curso, e a todos os amigos que me encorajaram e se mantiveram torcendo por mim. A todos, os meus mais sinceros agradecimentos.

“Porque quando estou fraco então sou forte.”
(Paulo de Tarso)

RESUMO

Este trabalho possui como objetivo desenvolver um aparato experimental capaz de analisar o comportamento de ondas sonoras utilizando um tubo com Arduino, e utilizá-lo para medir experimentalmente a velocidade do som em um gás em uma temperatura constante. Além disso, implementamos uma técnica de rampa de frequências para encontrar as frequências de ressonância no tubo sonoro. Para isto, desenvolveu-se um sistema eletrônico envolvendo o Arduino com sensores para captura de sinais de áudio, um sistema de movimentação de sonda para mover um microfone juntamente com um termopar, e um sistema de reservatório térmico circulante envolvendo o tubo sonoro para manter a temperatura em seu interior estável. Com este aparato foi possível medir a velocidade do som com boa concordância com resultados teóricos, assim como constatar experimentalmente que o perfil de máximos e mínimos de uma onda sonora em um tubo dependem diretamente das condições de contorno do sistema. Por fim, o sistema aqui desenvolvido permite que professores e alunos tenham acesso a novas ferramentas de ensino e pesquisa no estudo de ondas sonoras.

Palavras-chaves: Arduino; ondas sonoras; tubo sonoro; velocidade; ressonância.

ABSTRACT

This work aims to develop an experimental apparatus capable of analyzing the behavior of sound waves using a tube with Arduino, and use it to experimentally measure the velocity of sound in a gas at a constant temperature. In addition, we implemented a frequency ramping technique to find the resonance frequencies in the sound tube. For this, we developed an electronic system involving the Arduino with sensors to capture audio signals, a probe movement system to move a microphone along with a thermocouple, and a circulating thermal reservoir system surrounding the sound tube to keep the temperature inside it stable. With this apparatus it was possible to measure the velocity of sound with good agreement with theoretical results, as well as experimentally verify that the profile of maxima and minima of a sound wave in a tube depend directly on the boundary conditions of the system. Finally, the system developed here allows teachers and students to have access to new teaching and research tools in the study of sound waves.

Key-words: Arduino; sound waves; sound tube; velocity; resonance.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Propagação da onda sonora em tubos fechados, em (a) representando os nós de deslocamento por linhas azuis e em (b) os máximos de pressão por linhas vermelhas	18
Figura 2 – Elemento de volume cilíndrico	19
Figura 3 – Elemento de volume cilíndrico com superfície superior inclinada	20
Figura 4 – Elemento de volume cúbico inserido em meio gasoso	22
Figura 5 – Tubos com comprimentos de $\frac{\lambda}{2}$ em (a) e $\frac{5\lambda}{6}$ em (b) submetidos a 1 KHz	32
Figura 6 – Placa principal do sistema de controle eletrônico	33
Figura 7 – Opções de usuário no monitor serial	34
Figura 8 – Ponta da sonda de medição com microfone e termopar	35
Figura 9 – Sistema de movimentação da sonda	35
Figura 10 – Esquema para o sistema do motor de passos	36
Figura 11 – Componentes do sistema térmico	36
Figura 12 – Sistema térmico para controle de temperatura no tubo de metal	37
Figura 13 – Impressora 3D utilizada no processo de construção do aparato experimental	37
Figura 14 – Esquema representativo de DDS	38
Figura 15 – Módulo amplificador TDA2050	39
Figura 16 – Esquema básico de aplicação do módulo TDA2050	39
Figura 17 – Alto falante utilizado no experimento	40
Figura 18 – Encoder óptico linear	40
Figura 19 – Sensor montado para a passagem da fita encoder	41
Figura 20 – Amostragem de um sinal analógico	42
Figura 21 – Amostragem de um sinal analógico	42
Figura 22 – Amostragem de um sinal analógico	43
Figura 23 – Amostragem de um sinal analógico	43
Figura 24 – Esquema de aplicação do módulo MAX4466	44
Figura 25 – Módulo microfone MAX4466	44
Figura 26 – Sonda com o termopar do multímetro (em azul) e termopar tipo K . . .	46
Figura 27 – Calibração do sensor de posição com relógio comparador	48
Figura 28 – Imagem da tela do osciloscópio demonstrando a onda de 1Khz gerada a partir do gerador de frequências	49
Figura 29 – Imagem da tela do osciloscópio demonstrando a onda de 1 KHz gerada pelo conjunto DDS + Amplificador	49
Figura 30 – Gráfico de Amplitude vs Tempo a um sinal de 1 KHz	50
Figura 31 – Aproximação destacando os blocos de valores. Cada barra vertical no <i>insert</i> corresponde à 300 conversões AD	51

Figura 32 – Captura via osciloscópio da inversão de estado de um pino para obtenção da base de tempo	52
Figura 33 – Gráfico de Amplitude vs Tempo à um sinal de 822Hz	52
Figura 34 – Início e fim de uma amostragem de dados	53
Figura 35 – Ampliamento na região dos pontos de medida	54
Figura 36 – Gráfico de Amplitude vs Posição sem nó na extremidade	55
Figura 37 – Suporte para vedação da ponta do tubo	56
Figura 38 – Gráfico de Amplitude vs Posição para 1000 Hz	56
Figura 39 – Rampa de frequências tubo ≈ 38 cm montado conforme figura 11	57
Figura 40 – Representação gráfica da Tensão vs Tempo para o nível DC 11	58
Figura 41 – Variações de pressão e deslocamento no tubo para $L = \frac{\lambda}{4}$ e $L = \lambda$	58
Figura 42 – Gráficos de Amplitude vs Posição para as frequências de 205,5 Hz, 411 Hz, 616,5 Hz e 822 Hz respectivamente	59
Figura 43 – Gráficos de Amplitude vs Posição para as frequências de 1027,5 Hz, 1233 Hz, 1438,5 Hz e 1644 Hz respectivamente	60
Figura 44 – Ilustração de nodos e antinodos de deslocamento para os gráficos de Amplitude vs Posição, em linhas azuis a representação do tubo e em linhas vermelhas o deslocamento	61
Figura 45 – Gráfico de Amplitude vs Posição para 1233Hz	61

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1	O Ensino de Física no Brasil e no Mundo	14
2.2	Aprendizagem Significativa e a Importância das aulas experimentais	15
2.3	Ondas e Som	17
2.3.1	Ondas em um meio	17
2.3.2	Solução da Equação de Ondas Para o Ar num Tubo Rígido Fechado	28
3	METODOLOGIA	33
3.1	Descrição do Aparato Experimental	33
3.2	Geração ondas sonoras: Síntese digital de Sinais	37
3.2.1	Amplificador de sinal	38
3.3	Medição da Posição	40
3.4	Captura do Sinal Sonoro	41
3.5	Medição e controle da temperatura	45
4	RESULTADOS	48
4.1	Calibração do Sistema de medição de posição	48
4.2	Captura de sinal de áudio	48
4.3	Modos normais de vibração da onda sonora no tubo	54
4.3.1	Rampa de frequências	54
4.3.2	Amplitude em função da posição	59
4.3.3	Cálculo da Velocidade do som	61
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	63
	REFERÊNCIAS	64
	APÊNDICE A – CÓDIGO UTILIZADO PARA REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO	67

1 INTRODUÇÃO

As práticas experimentais são apontadas como uma das melhores maneiras de minimizar dificuldades no aprendizado de ciências ([PEREIRA; MOREIRA, 2018](#)), seja para a demonstração de fenômenos ou até mesmo realizar análises mais aprofundadas de coleta de dados. O vislumbre de uma atividade experimental e sua manipulação são elementos que aproximam alunos e pesquisadores da realidade científica, onde conceitos teóricos sobre como a Física é observada e testada na natureza são comumente abordados em sala de aula, na sua maioria, de maneira expositiva e dialogada.

Em uma perspectiva de estudo acerca de ondas sonoras, os conceitos de propagação se estendem à interpretações de alto valor tanto em âmbito teórico, quanto prático em atividades laboratoriais, dando margem para práticas quantitativas e investigativas; de tal forma que o som é estudado como uma representação clássica de uma onda mecânica que se encontra presente, e conseqüentemente próxima, da realidade e do cotidiano de grande parte da humanidade, já que é através de ondas sonoras que a maioria dos indivíduos na natureza interpretam mensagens e se comunicam, gerando até mesmo mecanismos para entretenimento e aprendizado.

Diretamente associado a estes mecanismos encontram-se as novas tecnologias, já que é relevante destacar que na sociedade contemporânea o indivíduo para conquistar sua plena cidadania necessita se utilizar de ferramentas digitais ([SILVA, 2011](#)). Desta maneira os laboratórios também se inserem nessa realidade, em razão da evolução tecnológica associada a métodos de coleta e análise de dados, dispositivos de emissão de sinais a diferentes frequências ajustáveis, e adaptações em eletrônica que são destaque por suprirem rapidamente as necessidades em uma prática experimental.

Principalmente para o caso de ondas sonoras, cujos materiais envolvem sensores de captura e amplificação de sinais, a plataforma Arduino se caracteriza como uma alternativa de grande valor para obtenção e processamento de dados, pois se trata de um microcontrolador com plataforma de código aberto, com hardware capaz de realizar a leitura de sensores ([CAVALCANTE; RODRIGUES; PONTES, 2013](#)), viabilizando a utilização de recursos de bibliotecas disponibilizadas abertamente e a construção de aparatos experimentais mais versáteis e automatizados para laboratórios de Física.

Logo, como viabilizar um procedimento experimental clássico de medição da velocidade do som associado às novas tecnologias livres para laboratórios de Física? Assim, o presente trabalho tem como objetivo construir um aparato experimental utilizando a plataforma Arduino para medir a velocidade do som em um gás em um tubo sonoro, fechado em uma das extremidades.

Para realização do objetivo geral foram traçados os seguintes passos: utilizar o Arduino e suas bibliotecas, atrelados a um sistema de geração, amplificação e captura de sinais sonoros, construir um reservatório térmico com fluido circulante capaz de manter uma temperatura estável, realizar medidas pertinentes através do aparato em um tubo sonoro, e obter uma medida experimental da velocidade do som condizente com os resultados teóricos, e por meio de uma avaliação quantitativa e qualitativa comprovar a sua viabilidade de ser utilizado como uma ferramenta laboratorial.

Partindo portanto da hipótese de que construir um aparato experimental utilizando recursos de acústica e eletrônica, como geradores e amplificadores de sinal, unidos a plataforma Arduino como alternativa para automatização e recolhimento de dados realizando medidas, é uma alternativa viável para a realização do experimento relacionado a velocidade da onda sonora em um gás.

Para isso, o presente trabalho está estruturado como segue. No primeiro capítulo, realiza-se uma revisão bibliográfica que objetiva aprofundar as raízes do ensino de Física no Brasil e da aprendizagem significativa e seu impacto no processo de experimentação e da absorção de conhecimento em experimentos de Física, bem como analisar teoricamente o desenvolvimento da equação da onda sonora e a determinação teórica da velocidade do som em função da temperatura, e a solução da equação para um tubo sonoro.

No segundo capítulo, é apresentada a metodologia do trabalho, elencando os componentes do aparato experimental, apresentando uma discussão a respeito do sistema DDS (Síntese Digital Direta) e a transformação analógico para digital do Arduino, apresentando a montagem e testagem do aparato experimental em sua etapa de construção, análise e obtenção dos dados.

No terceiro capítulo, são discutidos os resultados e medidas para a velocidade do som em um gás obtidos com o aparato, realizando uma comparação com os resultados revisados em bibliografia, apresentando resultados que validem a viabilidade de utilização do aparato como uma alternativa à aplicação de Arduino em experimentos relacionados a onda sonora em laboratório.

E por fim, concluir o trabalho atestando a funcionalidade do aparato experimental e abordando as perspectivas futuras para melhoria e continuação do projeto.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 O ENSINO DE FÍSICA NO BRASIL E NO MUNDO

A partir da década de 1950, visando o progresso de um país situado em tempos de desenvolvimento tecnológico, o Estado brasileiro tomou partido diante das produções científicas, o que levou o desenvolvimento desta área a um patamar institucional ([NASCIMENTO; FERNANDES; MENDONÇA, 2010](#)). O principal interesse da época em relação a produção científica e sua profunda ligação com o desenvolvimento tecnológico estava diretamente associado às riquezas produzidas e ao bem estar social, o que tornava estas produções alvo de apreço pelos governos mundiais ([PALACIOS et al., 2001](#)).

Nesta mesma época, o mundo vivenciava o pós *Segunda Guerra Mundial* (1939 - 1945), um período fortemente marcado pelo desenvolvimento científico-tecnológico, o que resultou em uma forte influência deste desenvolvimento no processo educativo, onde cientistas viam na educação um grande espaço de divulgação e influência na sociedade; no Brasil a situação não era diferente, passava-se por uma revolução educacional, sendo um dos principais impactos desta revolução uma proposta de ensino mais ativa sem tradicionalismos engessados e processos de leitura decorativa, além da aproximação das grandes descobertas de Física, Química e Biologia aos alunos ([KRASILCHIK, 1987](#)).

Em 1956, o currículo de Física passava por um processo de renovação nos Estados Unidos, como uma iniciativa do *Massachusetts Institute of Technology - M.I.T.*, de forma a introduzir uma nova linha de pensamento a respeito do ensino de Física e a produção de um projeto com materiais instrucionais que fomentavam as formas de ensinar Física, sendo que, não apenas os Estados Unidos, bem como outros países também se engajaram na produção de projetos; porém, isto não durou muito tempo, já que também era necessário falar acerca da aprendizagem em Física ([MOREIRA, 2000](#)).

O ensino de Física como um todo também foi marcado na década de 1960, com a chegada de novas ideias e perspectivas acerca das teorias cognitivas no Brasil, que levavam em consideração a interação do homem com o mundo como fator de importância para o desenvolvimento da aprendizagem. Uma forte necessidade e demanda sobre a educação surgiram nessa época, e com isto um forte apelo aos modelos americanos de ensino também foram aplicados, sem muito sucesso, no Brasil; apesar disto, foram criados pelo Ministério da Educação, Centros de Ciências e a Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências, visando melhorar o ensino e fomentar as práticas laboratoriais ([NASCIMENTO; FERNANDES; MENDONÇA, 2010](#)).

Apesar de a disciplina de Física ter sido inserida no currículo Brasileiro em 1837, pouco foi modificado em sua metodologia de ensino, permanecendo ao longo das décadas

um ensino baseado em aulas expositivas fundamentadas em livros texto, mesmo com diversas novas tentativas de reduzir um quadro de caráter altamente reprodutivo da disciplina, principalmente com contribuições consistentes em relação a pesquisa em Ensino de Física a partir das décadas de 1960 e 1970, porém, o método tradicionalista ainda é o mais utilizado nas salas de aula (NARDI, 1998).

O ensino de Física atualmente é ainda pautado em treinar alunos para apresentar respostas corretas em provas, caracterizado por uma repetição mecânica do que é passado em sala de aula (MOREIRA, 2018); isto não significa que há a ausência total das práticas laboratoriais, termos como a Física do cotidiano e materiais didáticos voltados a experimentação são comumente citados e utilizados em salas de aula por professores que se empenham em levar aos alunos uma visão diferenciada a respeito dos fenômenos físicos. Uma metodologia mais voltada a atividades práticas vem sendo adotadas no Brasil e no mundo, caracterizando o que conhecemos hoje como uma espécie de evolução no ensino de Física.

Ainda de acordo com a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) o ensino deve garantir que os conhecimentos sejam contextualizados relacionando teoria e prática (BRASIL, 2018), o que trás uma visão de ensino voltada a experimentação como um mecanismo necessário à consolidação dos conhecimentos.

2.2 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E A IMPORTÂNCIA DAS AULAS EXPERIMENTAIS

A relação de ensino e aprendizagem é permeada por diversas nuances da conexão entre saber científico teórico e análise prática de mundo, o que estabelece um contraste entre um modelo estritamente ligado aos formalismos específicos, e outro voltado às atividades práticas e lúdicas associadas ao ensino formal em sala de aula que busca levar significado ao arcabouço teórico da Física. Este modelo de aprendizagem com significado é defendido como uma das maneiras de melhorar o ensino de Física, já que as atividades práticas experimentais atuam como um elemento motivador para o aluno em sua busca pelo aprendizado (BATISTA; FUSINATO; BLINI, 2009).

David Paul Ausubel (1918 - 2008) criou a Teoria da Aprendizagem Significativa, que diz que, o processo de aprendizagem é significativo quando uma informação nova interage com o indivíduo, sendo este então capaz de lhes conceder um significado de cunho pessoal, ou seja, se o aluno não consegue atribuir significado aquilo que está estudando, ou de alguma forma não consegue associar seu objeto de estudo com seus conhecimentos prévios, então o ensino está sendo meramente mecânico (MORAES; JUNIOR, 2015). O fato de ser atribuído um significado pessoal, garante a individualidade de cada aluno em seu processo de aprendizagem, angariando sua maneira de enxergar o mundo e sua bagagem cultural.

Mais especificamente, Ausubel definiu o que chamou de *subsunção*, que é uma estrutura do conhecimento presente na estrutura cognitiva do indivíduo responsável por interagir com a nova informação, de modo que, ao chegar na estrutura cognitiva a informação se encaixa com os conhecimentos prévios e experiências do indivíduo, formando uma cadeia de conhecimentos significativos. Este conhecimento pode ainda servir para que, com base nos subsunções, outros conhecimentos sejam adquiridos a partir dele, uma vez que este já exista na estrutura cognitiva do indivíduo (MOREIRA, 1999).

A construção de um conhecimento significativo para os indivíduos é portanto papel fundamental no processo de ensino; segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9394/96) a educação possui um papel formador da cidadania, devendo formar cidadãos críticos e que dispõem de plena autonomia intelectual (BRASIL, 2015), dessa forma, mecanismos que auxiliem neste processo de formação e que constroem uma ligação entre teoria e prática são considerados primordiais. Dentre estes mecanismos, temos a prática experimental, que se constitui como a principal margem de arcabouço prático para o Ensino de Física, de tal maneira que estas atividades experimentais possuam caráter investigativo, a fim de instigar a participação ativa do estudante e não apenas reproduzir procedimentos manuais (ALÍS et al., 2006).

A experimentação é um elemento primordial na construção do saber científico, afinal, sua realização determina a comprovação de hipóteses e, por conseguinte, a determinação de leis que descrevem um determinado fenômeno, caracterizando assim a construção de afirmações devidamente científicas. Para além da apropriação laboratorial, os experimentos são materiais de grande aplicabilidade no ensino de ciências; em Física, a observação dos fenômenos associada a abordagens teóricas, e com as medidas de grandezas, leva ao processo de construção do conhecimento científico por parte dos estudantes, podendo estes desenvolver práticas experimentais de forma clássica, observando o fenômeno a partir da manipulação de um material, variando parâmetros e calculá-los a partir de uma lei já conhecida, de tal modo que observe a sua comprovação (SÉRÉ; COELHO; NUNES, 2003).

Deste modo, a experimentação no processo de ensino e aprendizagem é multifacetada em decorrência das estratégias de aplicação, podendo ser de modo transmissivo por parte dos conhecimentos elaborados e receptivo por parte dos alunos que buscam comprovar as teorias; também pode reconhecer o indivíduo como alguém autônomo e capaz de reconstruir o conhecimento, trabalhando através de um processo indutivo e individual, ou podem servir apenas como uma introdução ao "fazer científico", de modo a levar o indivíduo a compreender as metodologias que envolvem o processo experimental e os procedimentos cabíveis de um procedimento científico (HIGA; OLIVEIRA, 2012).

2.3 ONDAS E SOM

Os fenômenos ondulatórios caracterizam uma das mais vastas áreas em Física, no que diz respeito a propagação de ondas e suas propriedades; a compreensão acerca de ondulatória é de suma importância para o entendimento de diversos fenômenos da natureza que abrangem o eletromagnetismo, o som e até a mecânica quântica ([MARIM, 2014](#)), de modo que, estes fenômenos estão diretamente atrelados aos sentidos humanos, constituindo nossas percepções sensoriais que constituem a visão e audição, fazendo parte direta da vida e cotidiano pessoas, sem dúvidas, se podemos observar a matéria e analisar a natureza ao nosso redor, isso se deve a manifestação de propriedades ondulatórias na natureza ([OLIVEIRA et al., 2018](#)). Dentro desta perspectiva de estudo das ondas, tomando uma visão direcionada para a divisão clássica entre ondas mecânicas e eletromagnéticas, na representação mais comum para uma onda mecânica tem-se a onda sonora, por se tratar principalmente de um mecanismo de comunicação, entretenimento, e também, claramente, por se apresentar como um valioso objeto de estudo e pesquisa acerca de ondas mecânicas, dando margem para diversas práticas experimentais tanto de caracterização do fenômeno, quanto na obtenção de dados e parâmetros.

2.3.1 Ondas em um meio

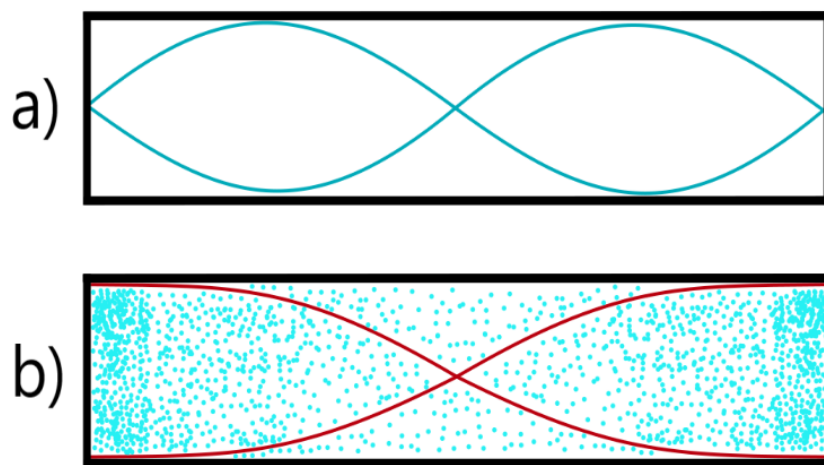
O conceito de ondas está intrinsecamente ligado à suas características de propagação, ao conceituarmos uma onda, nos referimos a um sinal que se transmite entre pontos distintos de uma região, não havendo transporte de matéria entre os pontos, mas apenas o transporte de energia e momento. As ondas também podem ser caracterizadas como uma perturbação de um meio material, de modo que, ao estudarmos corpos não rígidos, ou seja, fluídos e sólidos, pode-se observar que estes transmitem movimentos ondulatórios em seu material devido ao movimento das partículas do corpo, resultado da propagação de uma perturbação ([THORNTON; MARION, 2011](#)).

Em um meio elástico as ondas podem ser transversais, cujo deslocamento do material se dá perpendicular à direção de propagação, como ondas em uma corda, e longitudinais, cujo deslocamento se dá na mesma direção de propagação, sendo mais comuns em fluídos e sólidos, pois caracterizam a transferência de momento sucessiva e ordenada entre partículas de um sistema, como exemplo, pode-se tomar uma propagação de pulso em uma mola ([HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009](#)). Dessa forma, podemos caracterizar uma onda sonora como uma onda longitudinal, afinal, a vibração causada em um sistema de partículas por uma onda sonora, tem seu deslocamento na mesma direção de propagação.

Por se tratar de uma onda mecânica, o som necessariamente se propaga através de um meio, estando esta propagação associada a sucessivas variações de pressão, de tal modo que, quando um corpo vibra, a energia associada a propagação da onda se

dá devido a compressões e rarefações no meio observado (BARBETA; MARZZULLI, 2000). Sons audíveis ao ouvido humano, são produzidos por oscilações harmônicas que estão em faixas de frequência específicas dentre 20 Hz e 20 KHz, aproximadamente, sendo esta frequência associada a fonte de ondas sonoras. Na figura 1 pode-se observar em (a) um comportamento transversal indicativo de deslocamento das partículas e em (b) o comportamento das partículas em relação a pressão provocada pela onda sonora, observamos que um nodo de pressão indica um antinodo de deslocamento e vice e versa, demonstrando os pontos de maior pressão nas extremidades:

Figura 1 – Propagação da onda sonora em tubos fechados, em (a) representando os nós de deslocamento por linhas azuis e em (b) os máximos de pressão por linhas vermelhas



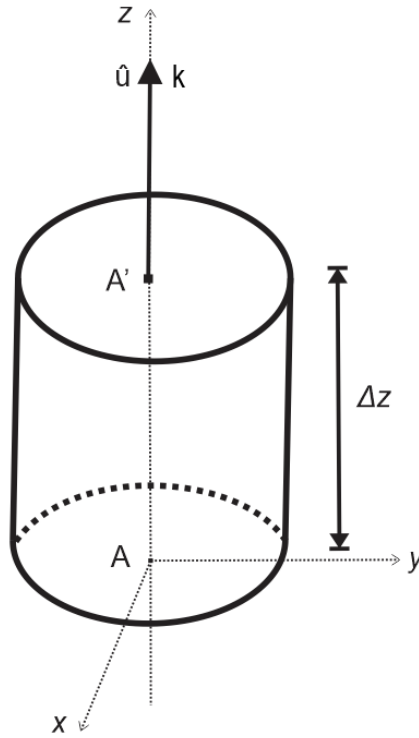
(Fonte: autoria própria)

Assim como qualquer propagação de ondas, a onda sonora pode ter seu deslocamento expresso em termos matemáticos, de modo a descrever e abranger os conceitos físicos envolvidos. Neste tratamento, é definida uma equação diferencial de movimento, de modo que as variáveis desta equação estão atreladas as leis de movimento Newtoniano, afinal, Isaac Newton (1642 - 1727) acreditava que haviam forças de interação entre as partículas da matéria, sendo a quantidade de movimento associada, diretamente proporcional a quantidade de matéria envolvida no sistema, dessa forma, Newton aborda as relações entre deslocamento em uma quantidade de matéria e suas variáveis inerentes, como densidade, volume, velocidade, posição e tempo (PIRES, 2008).

Buscaremos então a relação que é conhecida como a *equação da onda sonora*, que pode ser obtida em sua forma tridimensional, através de um modelo de volume cilíndrico em equilíbrio, a fim de obter uma relação utilizando forças volumétricas e superficiais, combinando os resultados para a relação de deslocamento, da equação geral dos gases e uma equação da continuidade para a conservação da massa (BERANEK, 1996).

Conforme figura 2 consideremos o elemento de volume cilíndrico, em equilíbrio, com volume ΔV :

Figura 2 – Elemento de volume cilíndrico



(Fonte: autoria própria)

O cilindro possui orientação vertical no eixo z , com vetor unitário de direção $\mathbf{k}$ e altura Δz , ou seja, possui dimensões infinitesimais, sendo que $\hat{\mathbf{u}}$ é o vetor normal a superfície A ; as áreas das superfícies inferior A , e superior A' do cilindro são ΔS , portanto temos que o volume será:

$$\Delta V = \Delta S \Delta z \quad (2.1)$$

A força volumétrica atuante sobre o cilindro é proporcional ao seu volume, portanto podemos representá-la por:

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{f} \Delta V \quad (2.2)$$

Sendo que $\mathbf{f}$ representa uma densidade de força. Algumas afirmações devem ser levadas em consideração para seguir adiante, como se trata de um fluido, as porções deste não sofrem ação de tensões tangenciais, logo, a força superficial atuante sobre um elemento de superfície do cilindro trata-se de uma pressão; além disso, o eixo z é paralelo a normal $\hat{\mathbf{u}}$ das superfícies de base A , dessa maneira as pressões que atuam nas laterais do cilindro não contribuem (NUSSENZVEIG, 2018).

Substituindo a equação (2.1) na (2.2), considerando a ação no eixo z , obtemos:

$$\Delta \mathbf{F} = f_z \Delta S \Delta z \quad (2.3)$$

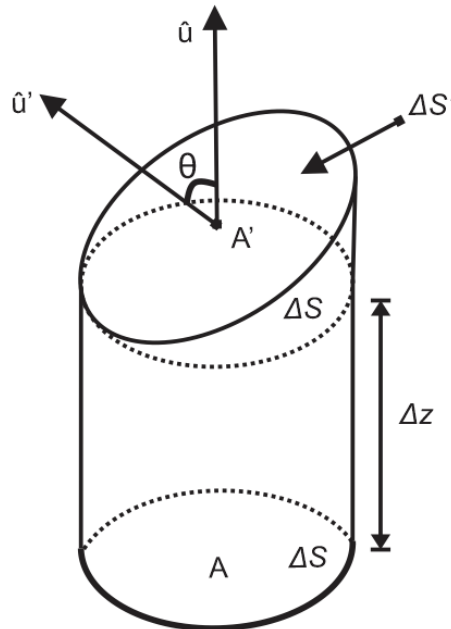
Para obter as forças superficiais devemos considerar as coordenadas dos pontos A e A', que são respectivamente (x, y, z) e $(x, y, z + \Delta z)$, com origem no ponto A, e os vetores normais às superfícies do cilindro indicadas por um vetor normal $\hat{\mathbf{u}}$ positivo para a superfície superior, e $-\hat{\mathbf{u}}$ para a superfície inferior considerando o sentido da coordenada z que possui um vetor unitário $\mathbf{k}$ como orientação.

A força superficial referente a pressão é definida como:

$$\Delta \mathbf{F} = -p \hat{\mathbf{u}} \Delta S \quad (2.4)$$

O uso do sinal negativo indica uma pressão, isso é devido ao vetor unitário de orientação da superfície, este aponta para fora da superfície que sofre a força superficial, dessa forma, uma componente positiva em $\hat{\mathbf{u}}$ indicaria uma força de tração. Para determinar a contribuição nos pontos A' e A, primeiramente precisamos determinar que estas dependem apenas da posição onde atuam, tomemos o volume cilíndrico da figura 3 onde $\hat{\mathbf{u}}'$ é vetor normal a superfície inclinada:

Figura 3 – Elemento de volume cilíndrico com superfície superior inclinada



(Fonte: autoria própria)

A contribuição de força na superfície superior inclinada será:

$$-p(A', \hat{\mathbf{u}}') \Delta S' (\hat{\mathbf{u}}' \cdot \mathbf{k}) = -p(A', \hat{\mathbf{u}}') \Delta S' \cos \theta \quad (2.5)$$

A contribuição em A será:

$$-p(A, -\hat{\mathbf{u}})\Delta S(-\hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{k}) = p(A, \hat{\mathbf{u}})\Delta S \quad (2.6)$$

Podemos escrever $p(A, -\hat{\mathbf{u}}) = p(A, \hat{\mathbf{u}})$, por conta da definição de p e o princípio de ação e reação, e também considerar que $\Delta S' \cos \theta = \Delta S$ (NUSSENZVEIG, 2018); temos então que a contribuição total das forças superficiais será:

$$[-p(A', \hat{\mathbf{u}}') + p(A, \hat{\mathbf{u}})]\Delta S \quad (2.7)$$

Considerando que a diferença de pressão em A e A' é infinitesimal podemos escrever que a condição de equilíbrio será:

$$[-p(A, \hat{\mathbf{u}}') + p(A, \hat{\mathbf{u}})]\Delta S = 0 \longrightarrow p(A, \hat{\mathbf{u}}) = p(A, \hat{\mathbf{u}}') \quad (2.8)$$

A equação 2.8 portanto demonstra que a pressão depende da posição (NUSSENZVEIG, 2018).

Retomando a figura 2, temos que a contribuição da força para a superfície superior será:

$$-p(A', \hat{\mathbf{u}})\Delta S(\hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{k}) = -p(A', \hat{\mathbf{u}})\Delta S \quad (2.9)$$

Já para a superfície inferior será:

$$-p(A, -\hat{\mathbf{u}})\Delta S(-\hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{k}) = p(A, -\hat{\mathbf{u}})\Delta S \quad (2.10)$$

Desse modo teremos que, considerando as coordenadas (x, y, z) , a contribuição das forças superficiais será:

$$[-p(x, y, z + \Delta z) + p(x, y, z)]\Delta S \quad (2.11)$$

A menos de infinitésimos de ordem superior, teremos que:

$$[p(x, y, z + \Delta z) - p(x, y, z)] = \frac{\partial p(x, y, z)}{\partial z} \Delta z \quad (2.12)$$

Portanto, se substituirmos esse resultado na equação (2.11) e somarmos com a equação (2.3), teremos que a condição de equilíbrio será, tomando o volume infinitesimal $\Delta V \rightarrow 0$:

$$(f_z \Delta S \Delta z) + \left(-\frac{\partial p}{\partial z} \Delta z \Delta S \right) = 0 \longrightarrow \left(f_z - \frac{\partial p}{\partial z} \right) \Delta S \Delta z = 0 \quad (2.13)$$

Dessa maneira, para um dado elemento de volume temos:

$$f_z = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.14)$$

Podemos concluir, a partir deste resultado, que a densidade de força sobre o cilindro é a taxa de variação da pressão em z ; isto nos permite generalizar o resultado para três dimensões se a superfície paralela ao eixo x ou y , ou seja:

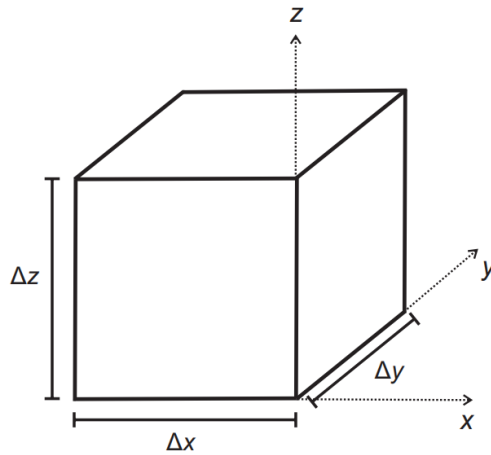
$$f_x = \frac{\partial p}{\partial x}, f_y = \frac{\partial p}{\partial y}, f_z = \frac{\partial p}{\partial z} \longrightarrow \mathbf{f} = \nabla p \quad (2.15)$$

Portanto a força volumétrica atuante sobre o equilíbrio do elemento de volume cilíndrico, conforme a equação (2.2) será:

$$\Delta \mathbf{F} = \nabla p \Delta V \quad (2.16)$$

Para prosseguirmos iremos agora considerar um elemento de volume cúbico, com volume $V = \Delta x \Delta y \Delta z$, fora do equilíbrio que faz parte de um meio onde a pressão sonora varia de acordo com a posição, por convenção, tomaremos que a pressão varia da esquerda para a direita seguindo a orientação de um eixo x conforme indicado a seguir:

Figura 4 – Elemento de volume cúbico inserido em meio gasoso



(Fonte: autoria própria)

Quando a pressão do ar varia de acordo com a posição dizemos que existe um gradiente de pressão; para o elemento de volume representado na figura 4, onde a pressão aumenta da esquerda para a direita, temos que uma zona de maior pressão está localizada ao longo do sentido positivo do eixo x , gerando assim um desequilíbrio de pressão que produz uma força resultante orientada da zona de maior pressão para a zona de menor pressão, ou seja, da direita para a esquerda (GRIMM, 1999). Portanto, uma força que acelera o cubo no sentido positivo de x possui sinal negativo, para este caso então podemos obter a força por unidade de volume:

$$\mathbf{F} = -\nabla p V \longrightarrow \frac{\mathbf{F}}{V} = -\nabla p \quad (2.17)$$

Através da segunda lei de Newton, que relaciona força com o momento

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(M\mathbf{v}) = \mathbf{v} \frac{dM}{dt} + M \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (2.18)$$

Considerando que a massa M contida no volume considerado não varia temos:

$$\mathbf{F} = M \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (2.19)$$

Sendo que $M\mathbf{v}$ é o momento de uma partícula de gás, e v seu vetor velocidade. Portanto, associando as relações (2.17) e (2.19), teremos uma expressão da massa total com o volume, resultando, por consequência, em um densidade:

$$-\nabla p = \frac{M}{V} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (2.20)$$

Onde ρ representa a densidade do gás, $\mathbf{v}$ é a velocidade média e M é a massa total do gás.

Podemos aproximar, para um vetor velocidade pequeno, a variação de momento para um único ponto, ou seja, não levando em conta as componentes parciais da derivação no espaço, logo:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad (2.21)$$

Assim, teremos finalmente uma expressão entre a pressão e a taxa de variação da velocidade no tempo ao relacionar as equações (2.20) e (2.21). Vale ressaltar que ao tomar a expressão para a velocidade média e aproximando a taxa de variação para um ponto, a densidade ρ será equivalente a densidade média ρ_0 :

$$-\nabla p = \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad (2.22)$$

Conseguimos, com a equação (2.22), relacionar uma variação de pressão no gás com uma variação de velocidade média; agora partiremos em busca de uma relação entre a variação de pressão e a variação de volume, utilizando a lei de Charles (1746 - 1823) - Boyle (1627 - 1691), dada pela expressão que relaciona pressão, volume e temperatura:

$$PV = nRT \quad (2.23)$$

Onde P é a pressão total do gás, V é o volume total dado por $V = \Delta x \Delta y \Delta z$, T é a temperatura absoluta do sistema em Kelvins e R é a constante universal dos gases perfeitos. (NUSSENZVEIG, 2018). Para analisar como esta equação irá se comportar, precisamos primeiro analisar que tipo de transformação gasosa está associada à propagação de uma onda sonora; Quando uma onda sonora se propaga, o ar passa por uma série de compressões e rarefações (descompressões) repetidamente, nessa propagação o comprimento de onda do som é maior que o espaço entre as moléculas de ar, desta maneira, para um frequência fixa, quando o ar comprime rapidamente, sua temperatura é elevada, e quanto descomprime sua temperatura cai, gerando essa oscilação de temperatura em relação a temperatura ambiente. Em um intervalo de meio comprimento de onda não há tempo suficiente para uma troca de calor em relação aos pontos de máxima temperatura devido as flutuações de temperatura e pressão (BERANEK, 1996). Portanto, podemos afirmar que a transformação associada à propagação de uma onda sonora é adiabática, o que implica que:

$$PV^\gamma = \text{Constante} \quad (2.24)$$

Sendo γ a razão entre o calor específico a pressão constante (C_p) e o calor específico a volume constante (C_v). Pela primeira Lei da Termodinâmica, e para n mols de um gás, $dU = -PdV$, sendo dU o diferencial de energia, podemos encontrar a forma diferencial para a equação (2.24):

$$dU = -PdV = nC_v dT \longrightarrow -PdV = nC_v dT \quad (2.25)$$

Pela equação (2.23) em sua forma diferencial, temos que:

$$PdV + VdP = nRdT \longrightarrow VdP = -PdV + nRdT \quad (2.26)$$

Assim, sabendo que $C_v + R = C_p$:

$$VdP = n(C_v + R)dT = nC_p dT \longrightarrow VdP = \frac{C_p}{C_v} (nC_v dT) = -\frac{C_p}{C_v} PdV \quad (2.27)$$

Obtemos então a forma diferencial da equação (2.24):

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V} \quad (2.28)$$

Podemos escrever a pressão e volume como $P = P_0 + p$ e $V = V_0 + \tau$, sendo P_0 e V_0 a pressão e o volume antes da perturbação da onda sonora, e p e τ o aumento respectivo das variáveis após a perturbação. Podemos aproximar as derivações na equação (2.28), considerando $p \ll P_0$ e $\tau \ll V_0$:

$$\frac{p}{P_0} = -\gamma \frac{\tau}{V_0} \quad (2.29)$$

Aos derivarmos esta expressão no tempo, teremos:

$$\frac{1}{P_0} \frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma \frac{\partial \tau}{V_0 \partial t} \quad (2.30)$$

Que é a expressão que relaciona uma variação de pressão com uma variação de volume.

Conforme citado anteriormente, há uma equação da continuidade para a conservação da massa no sistema, significa então dizer que a massa de gás no modelo cúbico permanece constante, independente das variações de pressão e volume. Se o cubo se deslocar em relação a origem de um comprimento B_x , em uma dimensão temos um incremento de volume referente a uma taxa de variação do deslocamento em Δx , portanto:

$$\tau = \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z \quad (2.31)$$

Para três dimensões levaremos em conta as taxas de variação em Δx , Δy e Δz :

$$\tau = \frac{\partial B_x}{\partial x} \Delta x \frac{\partial B_y}{\partial y} \Delta y \frac{\partial B_z}{\partial z} \Delta z = V_0 (\nabla \cdot \mathbf{B}) \quad (2.32)$$

Este divergente se deve ao fato da massa do sistema ser conservada; caso as partículas adjacentes as paredes do sistema se movam a uma velocidade v maior que a parede, algumas irão passar para o lado de fora do modelo considerado, variando assim a massa do sistema, portanto, o incremento de volume deve depender da divergência do vetor deslocamento (BERANEK, 1996).

Podemos associar o incremento de volume com a divergência da velocidade se tomarmos a taxa de variação temporal do deslocamento:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = V_0 \left[\nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \right] \longrightarrow \frac{\partial \tau}{\partial t} = V_0 (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (2.33)$$

Reorganizando os membros da equação (2.30), podemos reescrever a derivada $\frac{\partial \tau}{\partial t}$, tal que:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = -\frac{V_0}{\gamma P_0} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.34)$$

Comparando as equações (2.33) e (2.34), encontramos uma relação entre variação de pressão e a divergência de $\mathbf{v}$, que é:

$$V_0(\nabla \cdot \mathbf{v}) = -\frac{V_0}{\gamma P_0} \frac{\partial p}{\partial t} \longrightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma P_0(\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (2.35)$$

Derivando esta expressão com relação ao tempo, temos:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\gamma P_0 \left[\nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right) \right] \quad (2.36)$$

Ao tomar a divergência em ambos os membros da equação (2.22) temos que:

$$-\nabla \cdot (\nabla p) = \rho_0 \left[\nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right) \right] \quad (2.37)$$

A relação de divergência de um gradiente resulta em um laplaciano escalar do vetor estudado (THOMAS; FINNEY, 1975):

$$\nabla \cdot (\nabla p) = \nabla \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \nabla^2 p \quad (2.38)$$

Portanto, a equação (2.37) pode ser reescrita como:

$$-\nabla^2 p = \rho_0 \left[\nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right) \right] \quad (2.39)$$

Comparando as equações (2.36) e (2.37) temos que:

$$-\nabla^2 p = \rho_0 \left(-\frac{1}{\gamma P_0} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right) \longrightarrow \nabla^2 p = \frac{\rho_0}{\gamma P_0} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.40)$$

Definindo que $v^2 = \frac{\gamma P_0}{\rho_0}$ a equação fica:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.41)$$

Sendo que v^2 representa agora o termo de velocidade na equação 2.41, que é a equação da onda sonora tridimensional. Esta expressão representa o caso geral da propagação de uma onda sonora, sendo que, para um caso unidimensional basta reduzir a

expressão para uma única coordenada, e o termo c representa a velocidade de propagação do som;

A determinação teórica da velocidade do som no ar, é determinada então considerando os valores de medição para γ , P_0 e ρ_0 , que são, para o ar, respectivamente, $\gamma \approx 1,4$, $P_0 \approx 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ e $\rho_0 \approx 1,293 \text{ kg/m}^3$ (NUSSENZVEIG, 2018), logo:

$$v = \left(\frac{\gamma P_0}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(1,4 \frac{1,013 \times 10^5}{1,293} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 332 \text{ m/s} \quad (2.42)$$

Retomando a expressão 2.23 com o número de mols n de um gás temos que:

$$PV = nRT \quad (2.43)$$

Dessa forma, uma massa M de gás possui um número de mols tal que $n = \frac{M}{m}$ onde m representa a massa molecular do referido gás, assim a expressão pode ser reescrita como:

$$PV = \frac{M}{m} RT \longrightarrow P = \frac{M}{V} \frac{RT}{m} \quad (2.44)$$

Nota-se que surge na expressão uma razão entre a pressão P e a densidade do gás ρ , onde representamos $\rho = \frac{M}{V}$, logo:

$$P = \frac{\rho RT}{m} \longrightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{m} \quad (2.45)$$

Assim, substituindo a expressão 2.45 para a equação 2.42 temos:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{m}} \quad (2.46)$$

A equação 2.46 corresponde à velocidade do som em um gás em função da temperatura, demonstrando nesta equação que existe uma dependência direta da temperatura do gás para a variação da velocidade da onda, sendo a expressão válida para uma temperatura constante. Desta forma, como R e m são constantes, a velocidade do som pode ser descrita por uma nova expressão que demonstra uma dependência de primeira ordem da temperatura, tomando como base uma velocidade de referência sob condições definidas v_0 , a temperatura T em Kelvins e a temperatura referente a zero graus Celsius 273K (BOHN, 1987):

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{273}} \quad (2.47)$$

Para esta expressão tomaremos a velocidade c_0 nas condições definidas para o ar na equação 2.42 e uma temperatura de 20°C que equivale a 293K, logo, a velocidade a esta temperatura no ar será:

$$v = 332\sqrt{\frac{293}{273}} \approx 344 \text{ m/s} \quad (2.48)$$

2.3.2 Solução da Equação de Ondas Para o Ar num Tubo Rígido Fechado

Encontraremos agora uma solução para a equação de ondas em um tubo fechado, para isto devemos encontrar uma solução geral para a equação, e a partir disto poderemos encontra-la para um estado estacionário num tubo, tanto na variável de pressão como na de velocidade.

Considerando a pressão como variável dependente, temos a equação de onda no formato unidimensional:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.49)$$

A solução geral para esta equação diferencial de segunda ordem, é representada por uma soma de dois termos com duas funções arbitrárias:

$$p = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (2.50)$$

Os dois termos da solução geral diferem um do outro apenas por um fator de $+v$ e $-v$, portanto t e x são exatamente os mesmos em relação as suas derivadas primeiras, e f_1 e f_2 são as funções arbitrárias consideradas. Além disso pode-se observar pela solução geral que a pressão representa duas componentes da onda, uma de ida e outra de volta, porém, por se tratar de uma onda plana, a pressão se propaga sem mudança. Para o caso de uma onda em estado estacionário, pode-se determinar a solução através da teoria da serie de Fourier que determina uma solução para um estado estacionário baseado no princípio de superposição, tal como:

$$F(t) = \sum_{n=1}^N F_n(t) \quad (2.51)$$

Caracterizado por uma somatória de funções senoidais; no caso estudado trabalhamos com a pressão, cuja forma é dada por:

$$p_n(t) = \sqrt{2}|p_n|\cos(\omega_n t + \delta_n) \quad (2.52)$$

Logo, a $p(t)$ é dada pela superposição de todos os $p_n(t)$:

$$p(t) = \sum_n \sqrt{2}|p_n|\cos(\omega_n t + \delta_n) \quad (2.53)$$

Sendo o ω a frequência angular dada por $2\pi f_n$, onde f_n é a frequência de vibração, $\sqrt{2}|p_n|$ é o pico de magnitude da componente considerada e δ_n um ângulo de fase (BERANEK, 1996).

A exemplo do formalismo utilizado no estudo de circuitos elétricos, onde uma oscilação livre num circuito caracteriza a equação para a corrente como a equação de um oscilador harmônico simples (NUSSENZVEIG, 2015), cuja solução geral expressa por: $x(t) = A\cos(\omega t + \delta)$ lembra expressamente a (2.52), podemos portanto escrever uma função senoidal como uma função exponencial complexa, levando em consideração que pode-se propor uma solução para uma equação diferencial linear homogênea como uma função complexa:

$$p(x, t) = \sqrt{2}[p(x)e^{i\omega_n t}] \quad (2.54)$$

Da mesma forma, a frequência angular pode ser dada em função do número de onda k , onde $k = \frac{\omega}{v}$, portanto $\omega = kv$, a expressão fica:

$$p(x, t) = \sqrt{2}[p(x)e^{ivkt}] \quad (2.55)$$

Logo, para um estado estacionário, conforme visto anteriormente, e, levando em conta os termos de funções arbitrárias para as duas componentes de onda conforme visto na (2.50), temos:

$$\sum_n p_n(x, t) = \sum_n \sqrt{2}[p_+ e^{ivk(t - \frac{x}{v})} + p_- e^{ivk(t + \frac{x}{v})}] \quad (2.56)$$

Efetuando a distribuição nas exponenciais:

$$p(x, t) = \sqrt{2}[p_+ e^{ik(vt-x)} + p_- e^{ik(vt+x)}] \quad (2.57)$$

A equação (2.41) pode ser escrita ainda em termos de u , que se trata da velocidade instantânea da partícula, ao invés de p , portanto, de maneira análoga, podemos também escrever a (2.57) em termos de u :

$$u(x, t) = \sqrt{2}[u_+ e^{ik(vt-x)} + u_- e^{ik(vt+x)}] \quad (2.58)$$

Para determinar a velocidade tomemos um tubo de ar rígido cilíndrico, como representado na figura 1, de comprimento l em relação a um eixo horizontal x , e consideremos que u_0 é o valor eficaz da velocidade de partícula em $x = 0$.

Para as condições de contorno: $x = 0$ e $u(0, t) = \sqrt{2}u_0e^{i\omega t}$ estamos considerando a prerrogativa de que $u_+ + u_- = u_0$ e para $x = l$ e $u = 0$ temos que:

$$u_+e^{-ikl} + u_-e^{ikl} = 0 \quad (2.59)$$

Sabendo que, pela fórmula de Euler, que afirma que: $e^{iy} = \cos y + i \operatorname{sen} y$, a função seno pode ser escrita em notação complexa (NASCIMENTO; OLIVEIRA, 2017) de tal forma que:

$$\operatorname{sen} y = \frac{e^{iy} - e^{-iy}}{2i} \quad (2.60)$$

Dessa maneira, dadas as condições de contorno, podemos determinar u_+ e u_- , manipulando a (2.60) temos que:

$$\operatorname{sen}(kl) = \frac{e^{ikl} - e^{-ikl}}{2i} \longrightarrow e^{ikl} = 2i \operatorname{sen}(kl) + e^{-ikl} \quad (2.61)$$

Substituindo a (2.61) na (2.59), temos:

$$u_+e^{-ikl} + u_-(2i \operatorname{sen}(kl) + e^{-ikl}) = 0 \longrightarrow (u_+ + u_-)e^{-ikl} + u_-2i \operatorname{sen}(kl) = 0 \quad (2.62)$$

Pela condição de contorno, a (2.62) fica:

$$u_0e^{-ikl} + u_-2i \operatorname{sen}(kl) = 0 \longrightarrow u_- = \frac{u_0e^{-ikl}}{-2i \operatorname{sen}(kl)} \quad (2.63)$$

De maneira análoga determinamos u_+ que fica:

$$u_+ = \frac{u_0e^{ikl}}{2i \operatorname{sen}(kl)} \quad (2.64)$$

Substituindo as (2.63) e (2.64) na (2.58), teremos que:

$$u(x, t) = \sqrt{2} \left[\frac{u_0e^{ikl}}{2i \operatorname{sen}(kl)} e^{ik(vt-x)} + \frac{u_0e^{-ikl}}{-2i \operatorname{sen}(kl)} e^{ik(vt+x)} \right] \quad (2.65)$$

Reescrevendo esta expressão, obtemos:

$$u(x, t) = \sqrt{2} \left[\frac{u_0e^{ik(l-x)}}{2i \operatorname{sen}(kl)} e^{ikvt} + \frac{u_0e^{ik(x-l)}}{-2i \operatorname{sen}(kl)} e^{ikvt} \right] \quad (2.66)$$

Lembrando que $\omega = vk$, e colocando os termos em evidência, temos:

$$u(x, t) = \sqrt{2} \frac{u_0}{2i \operatorname{sen}(kl)} (e^{ik(l-x)} - e^{-ik(l-x)}) e^{i\omega t} \quad (2.67)$$

Analogamente ao que fora expresso na (2.61)

$$2i \operatorname{sen} k(l-x) = e^{ik(l-x)} - e^{-ik(l-x)} \quad (2.68)$$

Portanto, finalmente, teremos que a expressão será:

$$u(x, t) = \sqrt{2} \left[\frac{u_0 2i \operatorname{sen} k(l-x)}{2i \operatorname{sen}(kl)} e^{i\omega t} \right] = \sqrt{2} u_0 e^{i\omega t} \frac{\operatorname{sen} k(l-x)}{\operatorname{sen}(kl)} \quad (2.69)$$

Ou tão somente podemos escrever que:

$$u = u_0 \frac{\operatorname{sen} k(l-x)}{\operatorname{sen}(kl)} \quad (2.70)$$

Demonstrando que estas quantidades para velocidade, u e u_0 são valores eficazes médios no tempo. Quando tomamos estas condições de contorno para um tubo de ar fechado nas duas extremidades observamos que a pressão provocada pela onda é zero apenas para pontos onde x é dado por:

$$x = l - \frac{\lambda}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (2.71)$$

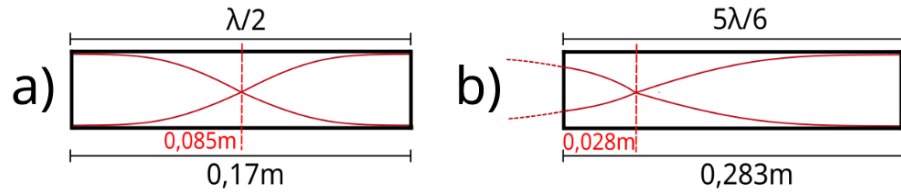
A formação de zeros de pressão será identificada em pontos da ordem de $\frac{\lambda}{2}$ (BERANEK, 1996). Tomaremos um exemplo para uma frequência fixa de 1 Khz, pela equação de velocidade $v = \lambda f$, e considerando as condições da equação 2.48, teremos que $\lambda \approx 0,34$ m, utilizaremos dois tubos de comprimentos l diferentes, sendo o primeiro de comprimento $l = \frac{\lambda}{2}$ e para o outro $\frac{5\lambda}{6}$.

Como queremos analisar o primeiro caso, tomaremos $n = 1$, ou seja, a formação de apenas um nó no interior do tubo. Quando analisamos o tubo de tamanho $\frac{\lambda}{2} = 0,17$ m a onda está em ressonância, portanto o nó deve se formar exatamente ao meio do tubo na posição $x = 0,085$ m. Para o tubo de comprimento $\frac{5\lambda}{6} \approx 0,283$ m a equação 2.71 nos diz que:

$$x = 0,283 - 0,17 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \right) \approx 0,028 \text{ m} \quad (2.72)$$

Percebemos que os valores se distanciam de $\approx 0,057$ m, portanto a configuração do tubo tomaria uma forma aproximadamente o indicado na figura 5.

Figura 5 – Tubos com comprimentos de $\frac{\lambda}{2}$ em (a) e $\frac{5\lambda}{6}$ em (b) submetidos a 1 KHz



(Fonte: autoria própria)

Esse efeito ocorre devido às condições de contorno para a ressonância, ou seja, não será em todos os casos que se formará um máximo de pressão nas extremidades deste tipo de tubo. Para que houvesse a configuração de ressonância no tubo da direita este deveria ser submetido a uma frequência que corresponda a sua frequência de ressonância, onde se formaria um nó no centro do tubo.

Ao revisitar a literatura, nota-se que apenas os harmônicos ímpares do chamado "tom fundamental" estão presentes em um tubo aberto em uma extremidade e fechado na outra (NUSSENZVEIG, 2018), portanto, as frequências de ressonância de um tubo semiaberto são aquelas onde há a formação de um nó de pressão na abertura e um ponto de antinó na parte refletora do tubo (CAVALCANTE; RODRIGUES; PONTES, 2013).

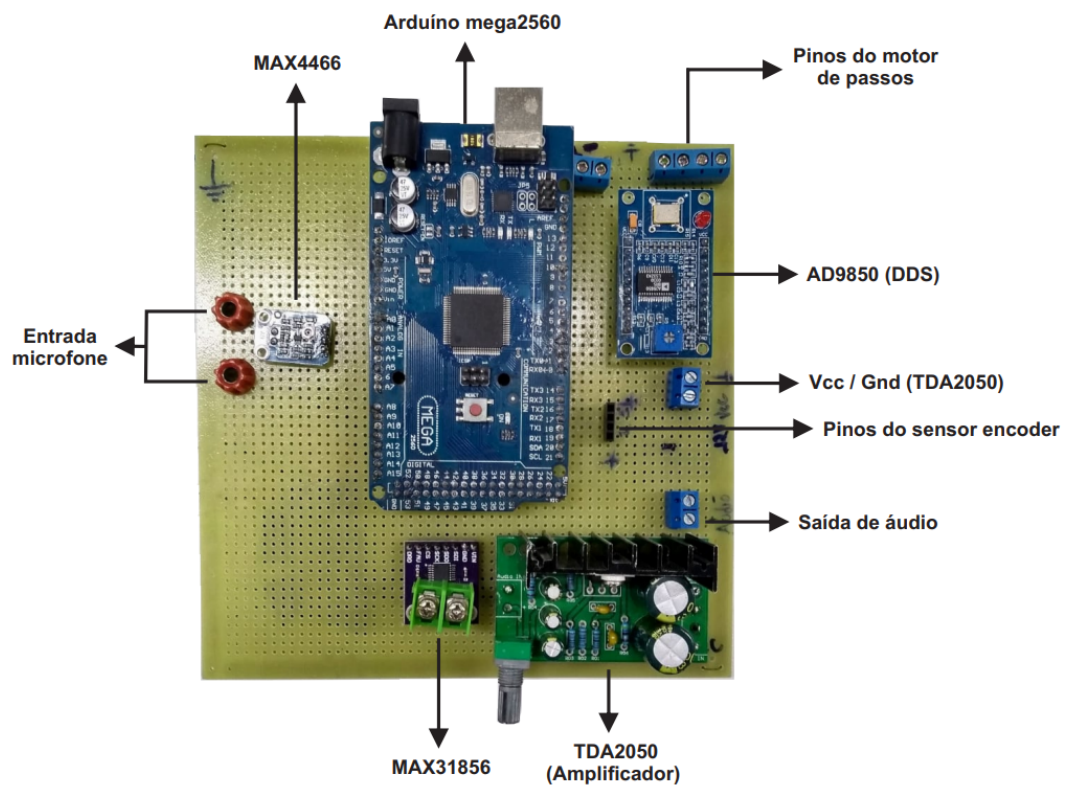
3 METODOLOGIA

Explicaremos nesta parte do trabalho os princípios de funcionamento de alguns dos componentes básicos do sistema, elencando módulos, sensores e mecanismos utilizados para geração e captura de áudio.

3.1 DESCRIÇÃO DO APARATO EXPERIMENTAL

O aparato experimental proposto para este trabalho consiste em três sistemas que atuam de forma simultânea e integrada. O primeiro sistema é responsável pelo controle eletrônico, representado na figura 6. O segundo, é a sonda de medição que é responsável pela movimentação mecânica dos sensores de áudio e temperatura. O terceiro e último sistema é o reservatório térmico.

Figura 6 – Placa principal do sistema de controle eletrônico



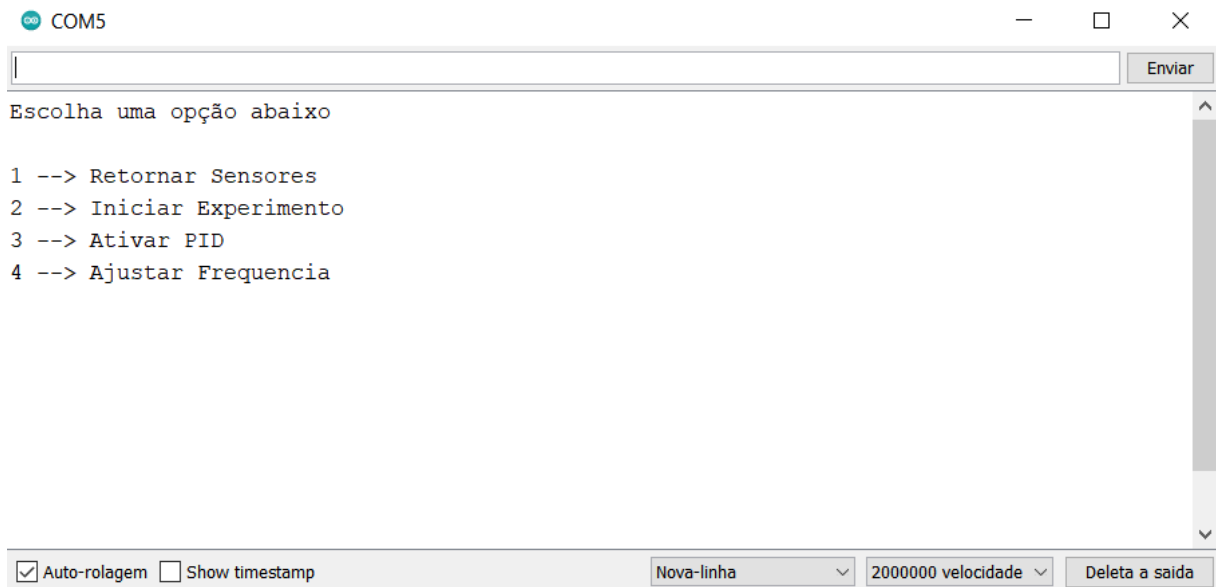
(Fonte: autoria própria)

O sistema de controle eletrônico é responsável por gerar e capturar os sinais de áudio, além de realizar a medição da posição, da temperatura e controlar o deslocamento da sonda de medição com os sensores. Este sistema consiste em uma placa customizada composta por um Arduino Mega2560, um módulo de sistema DDS (AD9850) que em conjunto com um amplificador (TDA2050) são responsáveis pela geração da onda sonora.

Além disso, a placa conta com um módulo para medição de temperatura baseado no circuito MAX31856 e um módulo para a captura de sinal baseado no circuito MAX4466.

A interface entre o usuário e o sistema é realizada pelo monitor serial da própria IDE do Arduíno conforme podemos ver na figura 7.

Figura 7 – Opções de usuário no monitor serial

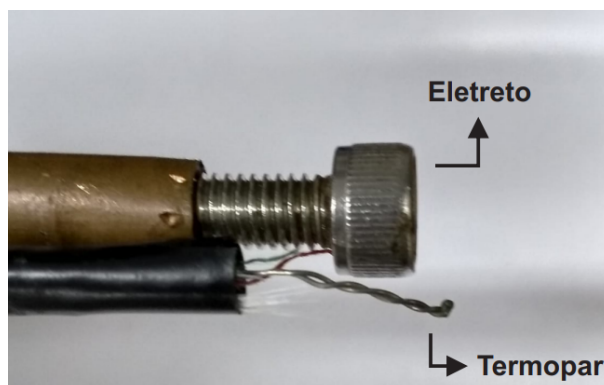


(Fonte: autoria própria)

De maneira bastante simplificada, pode-se dizer que o sistema funciona da seguinte forma: Inicialmente o usuário informa a frequência que deseja gerar no tubo sonoro digitando o valor em hertz na entrada serial da IDE do Arduíno. Este valor é então comunicado ao módulo AD9850 que sintetiza a frequência solicitada. O sinal criado nesta etapa é inserido na entrada do módulo amplificador TDA2050 que, por sua vez, aciona o alto-falante e, após um breve período de tempo, uma onda sonora estacionária será estabelecida no tubo e segue-se à etapa de medição automaticamente.

Nesta etapa, uma sonda de medição contendo um microfone de eletreto e um termopar, figura 8, é deslocada cerca de 1 mm e são então coletados os dados de temperatura, posição e amplitude sonora. A forma de coleta destes dados será detalhada nas próximas seções do trabalho.

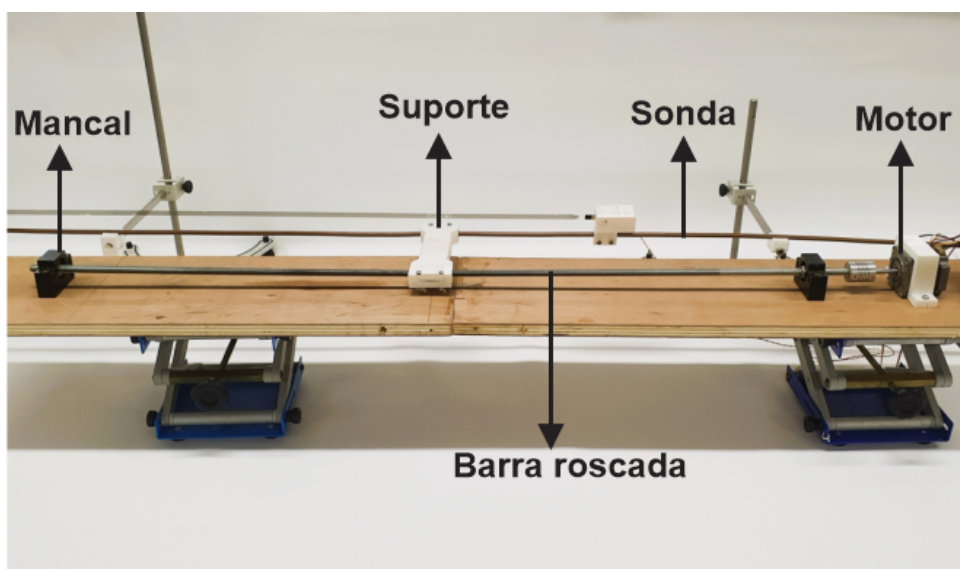
Figura 8 – Ponta da sonda de medição com microfone e termopar



(Fonte: autoria própria)

A sonda de medição é constituída basicamente por um cano de cobre de 2,10 m e é movimentada por um sistema mecânico que contém um motor de passos, que se trata de um motor de rotação atuando através do controle de bobinas atraindo ímãs ligados ao eixo de rotação, conectado à uma barra roscada apoiada em mancais que, ao girar, desloca um suporte (que possui um conjunto de porcas fixos no interior) que a conecta à sonda, conforme figura 9. Assim, obtém-se um movimento de translação a partir da conversão da rotação do eixo do motor de passos que é controlado pelo Arduíno e acionado por um driver TB6600, figura 10, cujas informações podem ser consultadas no datasheet¹ do driver

Figura 9 – Sistema de movimentação da sonda



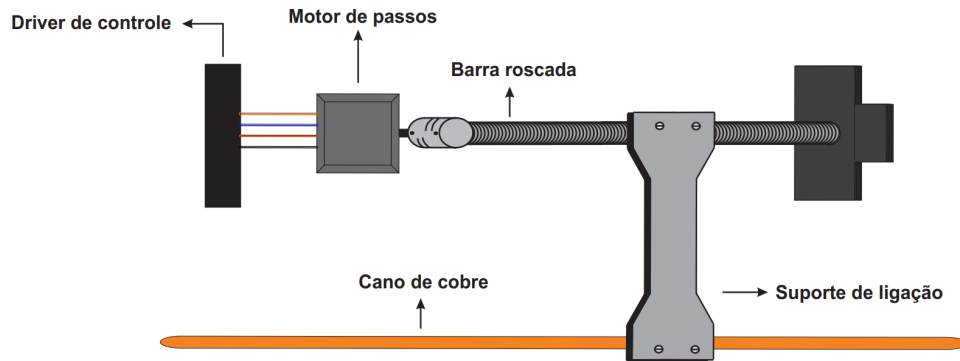
(Fonte: autoria própria)

O ângulo que o motor gira é diretamente proporcional ao número de passos, cada passo corresponde a um pulso quadrado com 1 ms de período e faz com que o eixo do

¹ Disponível em: <https://www.upload.sorotec.de/doku/manuals/TB6600_data_sheet_en_soro.pdf>
Acesso em: 12 fev, 2022.

motor se desloque $1,8^\circ$ e, nesta versão do *firmware*, foi definido de modo a movimentar a sonda de 1 em 1 mm, sendo esta uma boa resolução para obtenção dos dados.

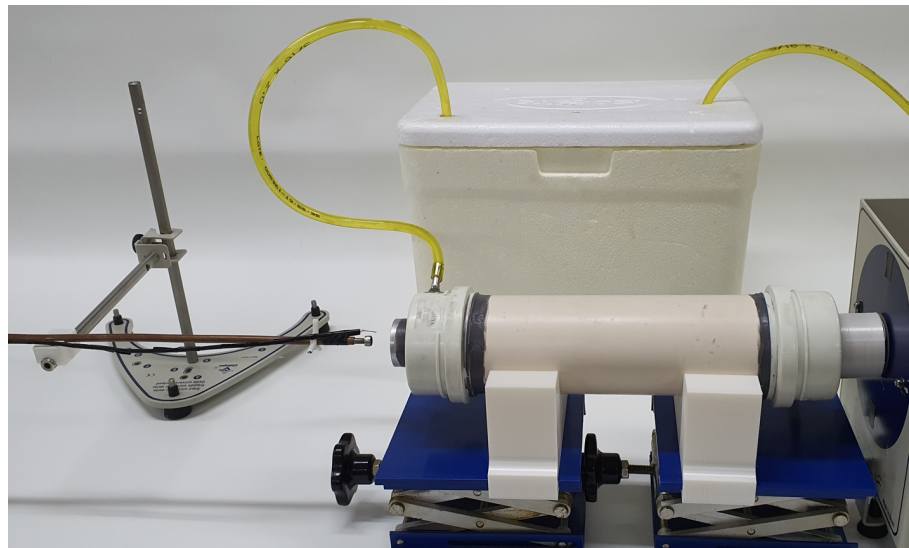
Figura 10 – Esquema para o sistema do motor de passos



(Fonte: autoria própria)

A terceira parte do aparato é composta pelo reservatório térmico e o tubo onde a onda sonora é estabelecida, conforme figura 11. O reservatório tem como componente principal um recipiente de isopor que possui em seu interior uma resistência elétrica de chuveiro cuja potência é controlada pelo Arduino por meio de um relé de estado sólido utilizando o método de controle PID².

Figura 11 – Componentes do sistema térmico



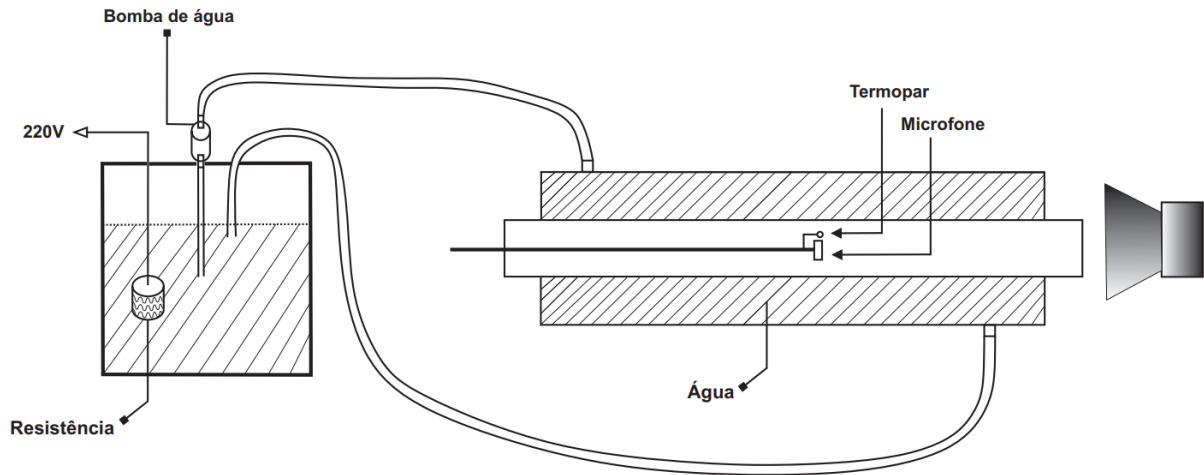
(Fonte: autoria própria)

O tubo sonoro é construído com dois canos concêntricos sendo um de PVC e outro de alumínio com 75mm e 38mm, respectivamente, que formam um reservatório secundário responsável por realizar a troca térmica entre a água aquecida e o ar onde o som se propaga.

² Proporcional Integral Derivativo

Para acelerar o estabelecimento do equilíbrio térmico uma pequena bomba faz circular a água por todo o conjunto. O sistema está representado na figura 12:

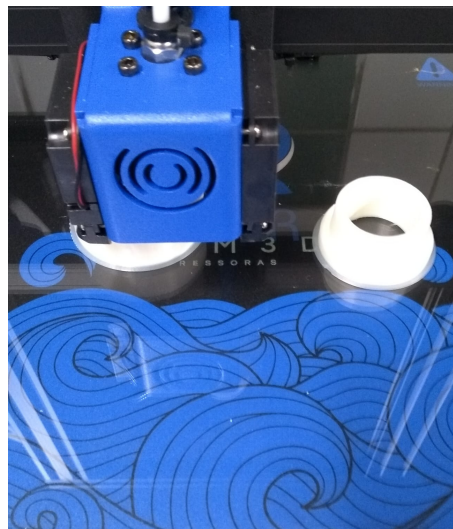
Figura 12 – Sistema térmico para controle de temperatura no tubo de metal



(Fonte: autoria própria)

Conforme destacado, o Arduíno atua em conjunto com outros módulos para tornar a execução das tarefas mais simples. Nas próximas seções iremos aprofundar um pouco mais sobre o funcionamento destes módulos. É importante ressaltar também que para a construção de suportes e estrutura do aparato, contou-se com o auxílio de uma impressora 3D, figura 13, já que através dela pode-se construir itens funcionais e personalizados.

Figura 13 – Impressora 3D utilizada no processo de construção do aparato experimental



(Fonte: autoria própria)

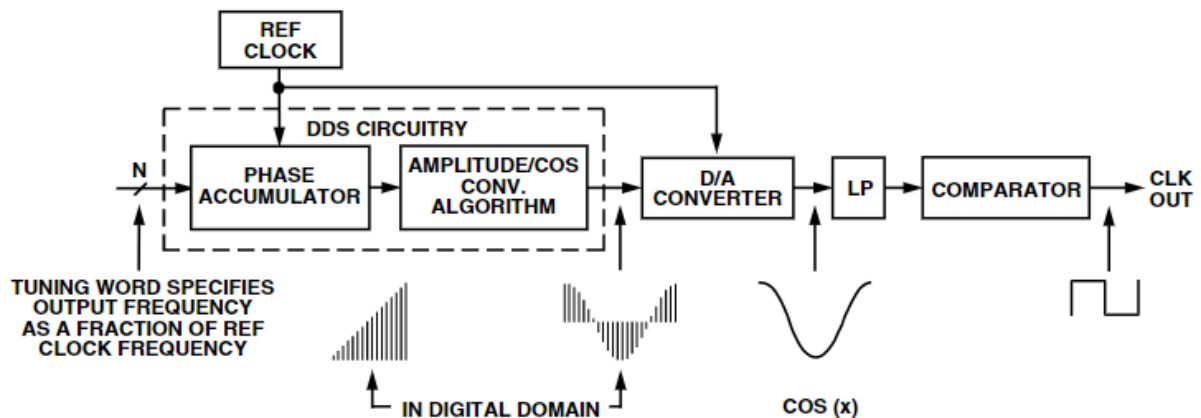
3.2 GERAÇÃO ONDAS SONORAS: SÍNTESE DIGITAL DE SINAIS

Uma síntese digital de sinais basicamente trata-se de um método capaz de produzir, de maneira digital, formas de ondas baseadas na emissão de uma frequência; Existem

diversas maneiras de realizar uma síntese de sinais, como por exemplo, através da técnica de PLL (*Phase Locked Loop*), contudo a técnica utilizada para a geração de frequência neste trabalho foi a de Síntese Digital Direta (DDS para a sigla em inglês). A Síntese Digital Direta se utiliza de um sinal de referência para gerar amostras de amplitude digital, através destas amostras são geradas formas de onda digitais que ao passarem por um conversor D/A (Digital/Analógico) que realiza a conversão do sinal para o âmbito analógico, se torna possível aproveitar este sinal como formas de onda em domínio real.

O sistema DDS tem seu funcionamento esquemático baseado em algumas etapas de direcionamento com base no sinal de referência; inicialmente é fornecida pelo sistema uma frequência para que esta seja utilizada em um acumulador de fase como um sinal de referência, gerando amostras de fase baseadas nos dados fornecidos pelo sistema, além disso este também incrementa o valor fornecido pela magnitude do incremento e o sinal de referência, retornando sempre a zero para repetir o processo, estas amostras passarão então por um conversor Fase/Amplitude que converte os valores das amostras para valores de amplitude. Estes valores de amplitude ainda estão em domínio digital, portanto, passam pelo conversor D/A a fim de atingirem o domínio analógico, esta é a última etapa do processo de geração de um sinal analógico através de um incremento digital por DDS. O esquema na figura 14 demonstra de maneira mais simplificada o caminho tomado pelo sinal em um sistema DDS:

Figura 14 – Esquema representativo de DDS



(Fonte: (DEVICES, s.d.))

Vale ressaltar que, se a forma de onda desejada puder ser representada por uma função matemática, a síntese é realizada com base em processamentos digitais e analógicos da amostra de onda desejada (VAZ, 2012).

3.2.1 Amplificador de sinal

Os sinais gerados pelo DDS possuem baixa intensidade e não é possível acionar diretamente um alto-falante com a potência necessária. Dessa forma, existe a necessidade

de um circuito eletrônico adicional que amplifique o sinal; para essa tarefa utilizamos um amplificador de áudio baseado no circuito integrado TDA2050 mostrado na figura 15, que fornece potências de até 35 watts, classificado com um amplificador de classe AB de baixa frequência, com uma saída de alta corrente e baixa distorção de sinal.

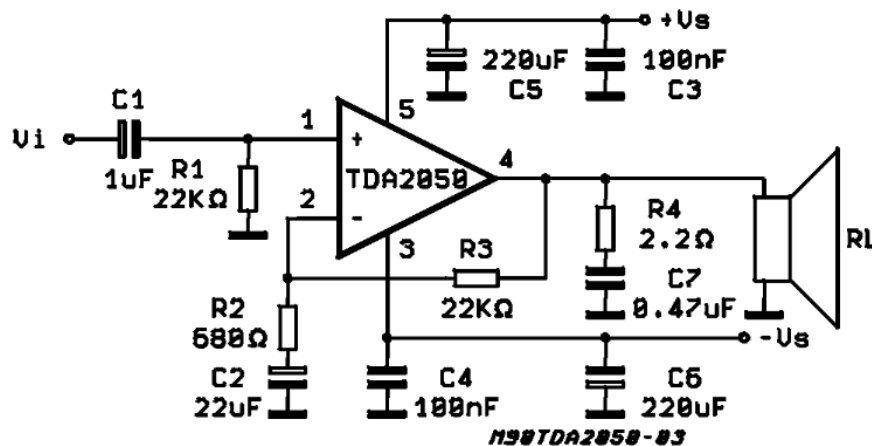
Figura 15 – Módulo amplificador TDA2050



(Fonte: autoria própria)

O módulo utilizado possui, além do TDA2050, conjunto de resistores, capacitores e demais componentes necessários ao seu funcionamento, conforme esquema na figura 16, permitindo uma fácil integração com o Arduino e um controle de ganho adequado à cada frequência utilizada no trabalho.

Figura 16 – Esquema básico de aplicação do módulo TDA2050



(Fonte: (ST, s.d.))

O alto falante utilizado, figura 17, possui uma potência de 120 watts, que funciona através de um mecanismo básico constituído por um ímã e um eletroímã formado pela bobina, o qual é repellido, ou atraído, por um campo magnético gerado pela corrente forne-

cida ao alto falante, provocando movimentos no cone do alto falante e, conseqüentemente, a vibração do ar nas proximidades do cone produzindo assim a onda sonora que escutamos.

Figura 17 – Alto falante utilizado no experimento

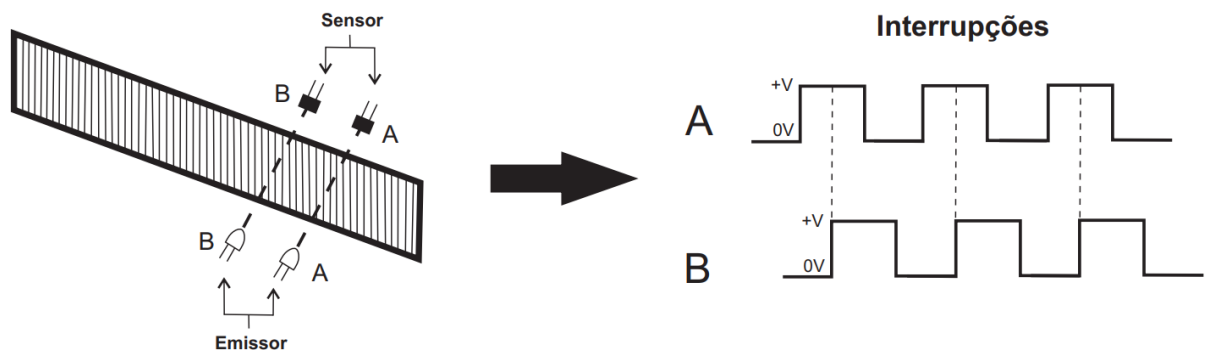


(Fonte: autoria própria)

3.3 MEDIÇÃO DA POSIÇÃO

A medição do deslocamento da sonda de sensores do sistema foi realizada com utilização de um codificador linear reaproveitado de impressora plotter. Esse sistema é composto por duas partes: uma fita codificadora (*encoder*) composta por uma padrão claro-escuro que interrompem a passagem de luz e um sensor óptico que transforma essa luz em um sinal elétrico conforme representado na figura 18:

Figura 18 – Encoder óptico linear

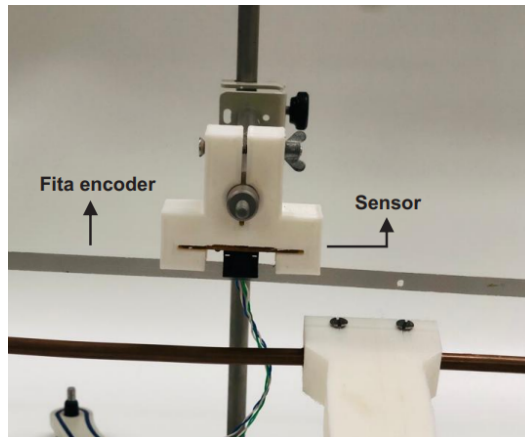


(Fonte: autoria própria)

O leitor consiste de um par de LEDs infravermelhos e fototransistores dispostos de forma a detectar a passagem da fita quando as listras interrompem a passagem da luz emitida pelos LEDs, forma um trem de pulsos, cujas interrupções são contadas pelo

Arduíno. A montagem é realizada de modo que, ao movimentar o sistema com o motor, a fita passe através do sensor.

Figura 19 – Sensor montado para a passagem da fita encoder



(Fonte: autoria própria)

Utilizando então um relógio comparador com escala de comprimento, que possui escala em décimos de milímetro como será discutido mais adiante, foi possível determinar através de uma regra de três simples entre o número de interrupções na fita e a distância medida no relógio uma constante multiplicativa para determinar a distância percorrida, em milímetros, pela fita através do leitor.

Para medir o comprimento de onda (λ) o sistema movimenta a sonda de medição (ver figura 10) através do tubo em intervalos de distância regulares, registrando um conjunto de pontos para a intensidade da onda em cada posição.

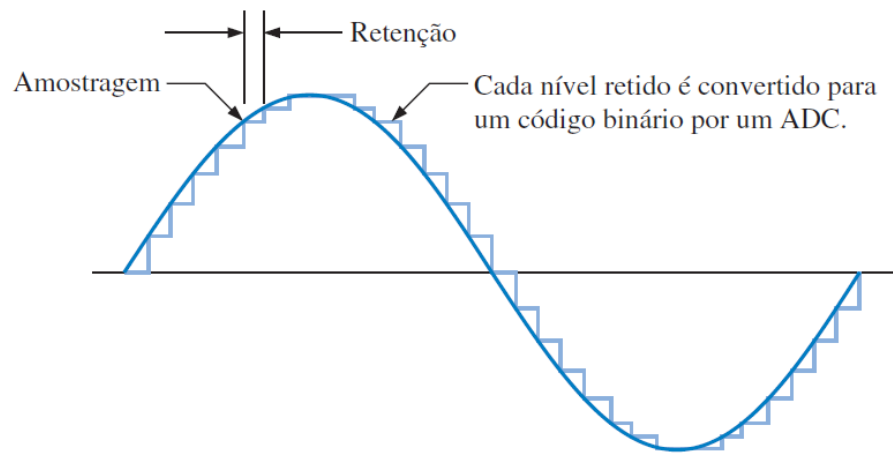
3.4 CAPTURA DO SINAL SONORO

A medição de uma grandeza física como a massa ou uma temperatura pode ser realizada utilizando um padrão de comparação definido por alguma forma de convenção e uma escala. Todavia, para que determinada grandeza física possa ser medida em um sistema digital é necessário transformar o sinal oriundo do sistema (como por exemplo a temperatura) em um sinal elétrico que pode então ser codificado em um conjunto de bits.

O dispositivo que faz essa tradução da grandeza física em um sinal elétrico é denominado transdutor e o circuito eletrônico responsável pela codificação desse sinal é o Conversor Analógico-Digital (ADC para a sigla em inglês). Foge ao escopo deste trabalho discutir em detalhes o funcionamento de cada um destes circuitos. Contudo, para compreensão da metodologia empregada nesse trabalho, serão apresentados alguns conceitos básicos e que justificam as escolhas realizadas no experimento.

O processo inicia-se com a amostragem do sinal analógico, que varia continuamente, em uma série de níveis discretos conforme vemos na figura 20.

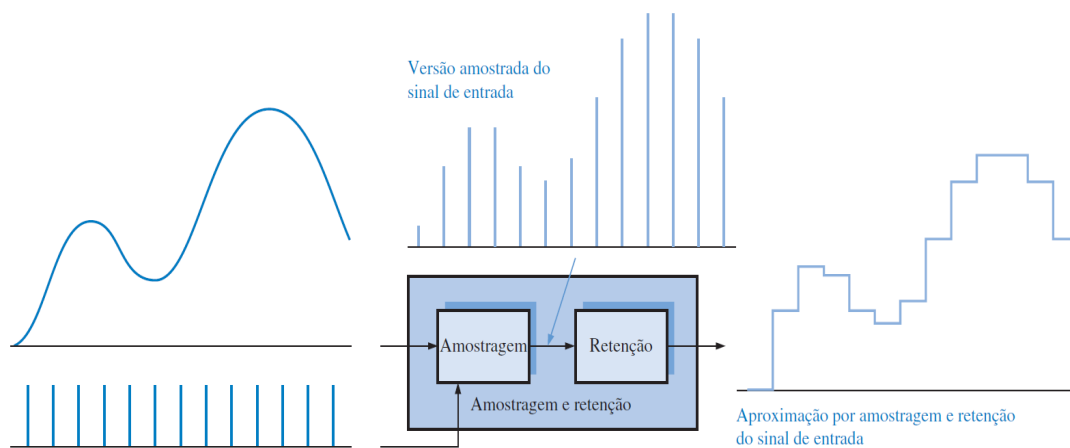
Figura 20 – Amostragem de um sinal analógico



(Fonte: (FLOYD, 2009))

Após essa etapa de amostragem temos um conjunto de níveis de tensão que segue a variação do sinal analógico lembrando o formato de uma escada, conforme ilustrado na Figura 21 para o caso de uma onda senoidal.

Figura 21 – Amostragem de um sinal analógico



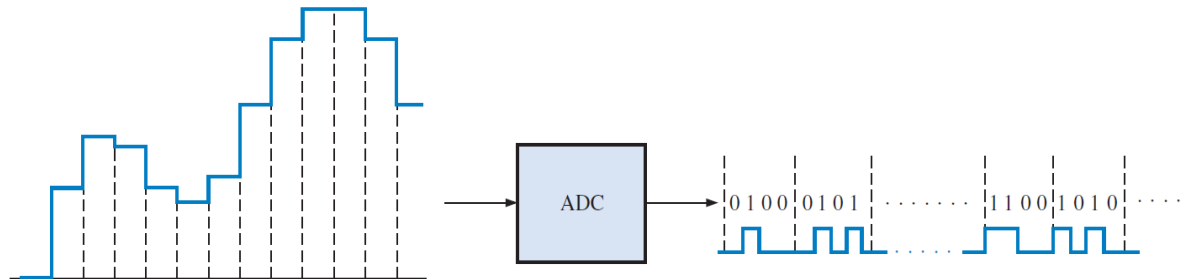
(Fonte: (FLOYD, 2009))

É importante destacar que quanto mais amostragens conseguimos fazer em um dado intervalo de tempo, mais próximo o sinal amostrado será do sinal real conforme ilustram as figuras 21 e 23.

Por fim, é realizada a conversão analógico-digital onde o sinal oriundo da etapa de amostragem e retenção é transformado numa série de códigos binários que representam a

amplitude do sinal de entrada analógico em cada intervalo de amostragem. A representação dessa etapa pode ser vista na figura 22.

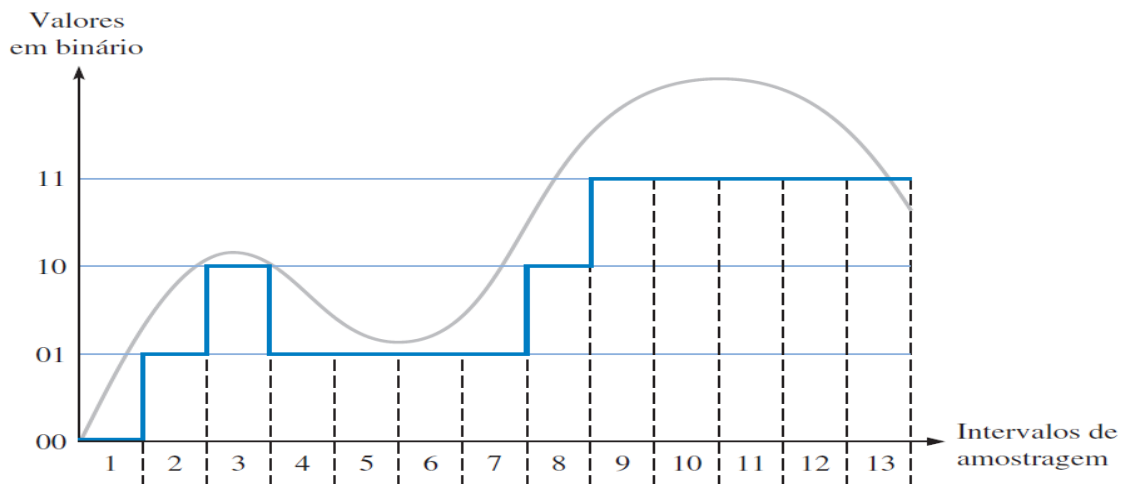
Figura 22 – Amostragem de um sinal analógico



(Fonte: (FLOYD, 2009))

Vemos, portanto, que existem dois fatores importantes para que a conversão AD seja mais precisa: a taxa de amostragem e a quantidade de bits utilizados para representar o valor amostrado. Vemos na figura 23 o impacto desses dois parâmetros.

Figura 23 – Amostragem de um sinal analógico



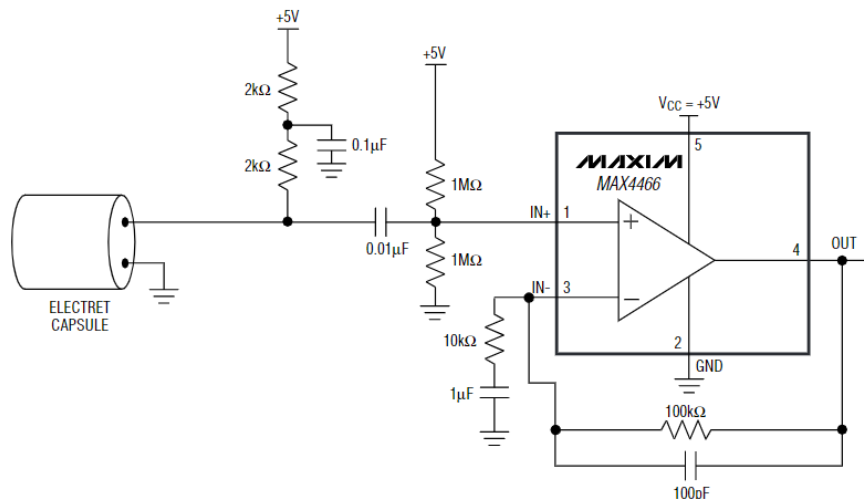
(Fonte: (FLOYD, 2009))

Dessa forma, para que nosso sistema seja capaz de realizar uma conversão mais precisa, devemos respeitar o teorema de Nyquist ou teorema da amostragem, que nos diz que, para representar um sinal analógico, a frequência de amostragem, f_a , tem que ser pelo menos duas vezes a componente de maior frequência, $f_a(máx)$, do sinal. Um detalhe relevante em relação a estas frequências é o surgimento do efeito de *aliasing* que trata-se de uma distorção do sinal quando surgem frequências que excedem a frequência de Nyquist,

portanto, a necessidade de um filtro passa-baixas *anti-aliasing* no processo de conversão, visando manter a precisão do sinal (FLOYD, 2009).

A captura do sinal analógico gerado pelo alto falante foi realizada através de um módulo receptor de áudio MAX4466, conforme indicado na figura 6, que se trata de um microfone de ganho ajustável que opera com uma alimentação de até 5 V que se conecta em uma cápsula de eletreto que possui um cristal que funciona por piezoeletricidade. Materiais piezoelétricos possuem a sua estrutura cristalina polarizada, e ao sofrer ação de uma tensão mecânica, força ou pressão, ocorre uma mudança na polarização (ALTAFIM, 2006). Os microfones de eletreto possuem um diafragma entre o material cristalino e seus eletrodos, assim a perturbação sonora provoca uma pressão no material gerando uma tensão elétrica;

Figura 24 – Esquema de aplicação do módulo MAX4466



(Fonte: (INTEGRATED, 2012))

O módulo também possui uma porta para GND, uma porta VCC para alimentação e uma porta de saída com o ganho de sinal otimizado e amplificado pelo circuito integrado do sistema o MAX4466.

Figura 25 – Módulo microfone MAX4466



(Fonte: autoria própria)

Estes processos são intermediados por um conversor analógico-digital presente em processadores e microcontroladores que geralmente convertem valores analógicos de tensão

para termos binários, já que uma grandeza em um sistema digital terá sempre apenas dois valores que representam o estado do sistema, sendo 1 (um) para ALTO ou 0 (zero) para BAIXO, uma das formas de compreender esta associação é comparar os dois estados com uma situação de "liga e desliga" do sistema.

Em nosso sistema, o microcontrolador da placa Arduino é o ATMEGA2560 que possui um conversor AD com resolução de até 10 bits, esta resolução de 10 bits nos mostra a quantidade de níveis que são definidos pela equação $N = 2^n$, onde N é a quantidade de níveis e n o número de bits da resolução, portanto, para uma resolução de 10 bits temos que $N = 1024$ níveis que variam de 0 a 5 V que vão aumentando ou diminuindo de acordo com a amostragem. Da mesma forma pode ser entendida a conversão D/A, pois se uma conversão A/D leva um tensão de referência para um valor quantizado binário associado a resolução em bits, o inverso é válido levando um valor binário codificado à uma tensão entre 0 e 5 V, neste caso deve-se fazer uma ressalva, um conversor D/A terá como entrada dados digitais e produzirá uma saída analógica, contudo, não pode ser considerada uma grandeza analógica para baixas resoluções pois assumirá valores muito específicos de tensão, em contrapartida o número de valores para a saída pode ser aumentado com o aumento da resolução o que aproxima o sinal de uma faixa de valores conforme uma grandeza analógica.

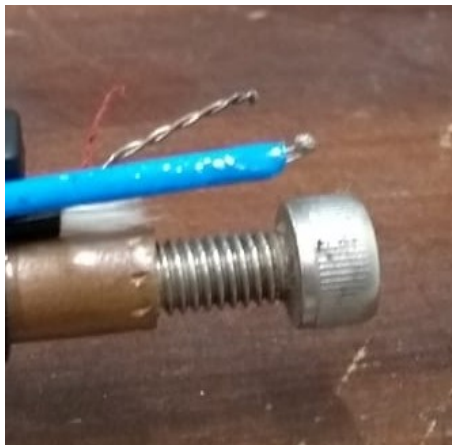
Para aumentar a velocidade de conversão AD utilizou-se uma resolução de apenas 8 bits, o que nos dá apenas 256 valores com uma diferença de 19 milivolts entre si quando o conversor AD utiliza a referência interna de tensão (0 - 5 V).

É importante ressaltar que a aquisição de dados utilizada foi através da porta serial do próprio Arduino, que utiliza um método de transmissão de dados com taxa de transmissão dada por um parâmetro chamado *baud rate* utilizado em comunicações assíncronas a fim de diminuir a suscetibilidade à erros de transmissão, especificando a velocidade com a qual os dados serão transmitidos para a porta, havendo então a necessidade de manter todos os componentes na mesma taxa; a utilização de diferentes *baud rate* pode amenizar os erros de medida na utilização de porta serial, bem como interferir na aquisição de medidas em tempo real.

3.5 MEDIÇÃO E CONTROLE DA TEMPERATURA

A medição foi inicialmente realizada utilizando um termopar tipo K (transdutor) e uma placa baseada no circuito integrado MAX6675. No entanto, as medições realizadas utilizando este sistema não eram iguais às aquelas realizadas por um instrumento calibrado (multímetro). Na figura 26 vemos o esquema com dois termopares; o do multímetro e o tipo K, de modo a medir a temperatura no mesmo ponto que o microfone no tubo.

Figura 26 – Sonda com o termopar do multímetro (em azul) e termopar tipo K



(Fonte: autoria própria)

Utilizando a biblioteca fornecida pelo fabricante, foram realizadas medidas de temperatura. Observou-se uma diferença de temperatura de $+2\text{ }^{\circ}\text{C}$. Em virtude destes problemas, optou-se por utilizar outra placa que era baseada em um circuito integrado mais avançado: o MAX31856.

O módulo MAX31856 atua digitalizando o sinal de um termopar, com suporte para diversos tipos de termopar (incluindo o tipo K utilizado) enviando os dados de saída em graus celsius com precisão da medição de tensão do termopar de até $\pm 0,15\%$ (INTEGRATED, s.d.).

Uma vez verificada a capacidade de medição confiável da temperatura, procedemos à etapa de controle. Para tanto montou-se um sistema de reservatório térmico conforme descrito na seção 3.1 com controle via algoritmo PID (Proporcional-Integral-Derivativo) utilizando o próprio Arduíno, o qual possui bibliotecas direcionadas para o controle PID e que podem ser utilizadas para manter uma temperatura estável; controladores PID constituem o algoritmo de controle mais utilizado por diversos engenheiros ao redor do mundo (ÅSTRÖM KARL J.; HÄGGLUND, 1995) e são uma excelente opção para estabelecer um controle inteligente de temperatura, de maneira robusta e simples.

Basicamente um algoritmo de controle PID gira em torno de realizar a leitura de um sensor e variar os coeficientes, para então utilizando o cálculo proporcional, integral e derivativo, obter a resposta desejada na saída de um atuador, chamada de *Setpoint*. O primeiro cálculo, proporcional, atua de acordo com a diferença entre a variável desejada e a variável obtida na leitura, tendo como resultado o erro, aplicando um ganho proporcional ao termo de erro e controlando oscilações.

O cálculo Integral, é responsável por somar o erro no decorrer do tempo, esta ação leva a resposta integral a aumentar lentamente ao longo do tempo de acordo com o erro, variando a resposta lentamente; e por fim, cálculo derivativo diminui a saída se a variável

obtida estiver aumentando de forma rápida, de tal modo que, é responsável por aumentar ou diminuir a velocidade de resposta de todo o sistema. A soma das componentes Integral, Proporcional e Derivativa resulta então na saída desejada.

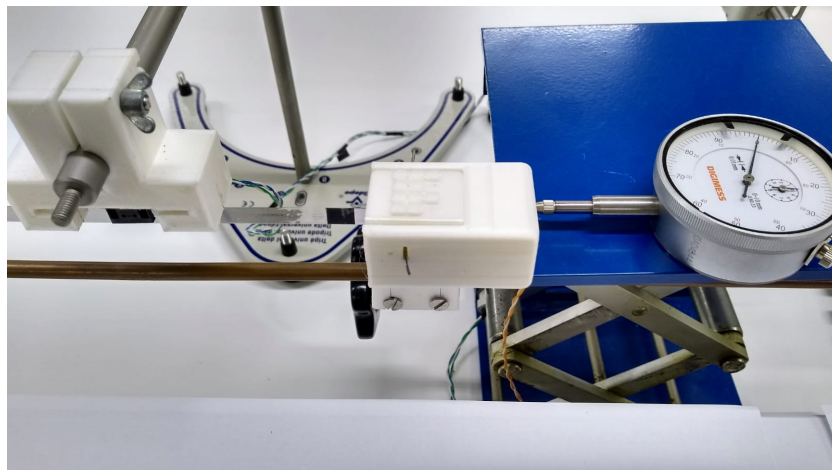
4 RESULTADOS

4.1 CALIBRAÇÃO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO DE POSIÇÃO

Conforme descrito na seção 3.3 nosso sistema é capaz de medir sinais digitais (quadrados) que estão correlacionados com a interrupção de um feixe de luz utilizando uma fita encoder. Dessa forma é possível obter valores que representam a contagem de interrupções de acordo com a passagem da fita via monitor serial; para traduzir estes valores em milímetros, ou seja, a distância percorrida pela fita através do sensor, deve-se multiplicar o número de contagens por uma constante.

A determinação desta constante foi realizada conforme o sistema da figura a seguir 27:

Figura 27 – Calibração do sensor de posição com relógio comparador



(Fonte: autoria própria)

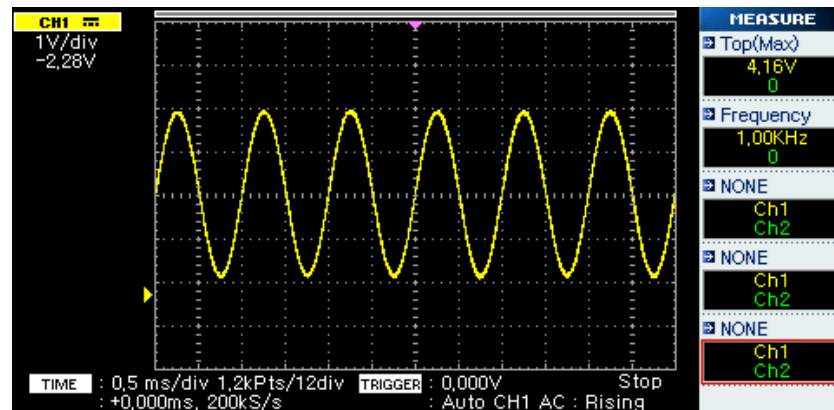
Um relógio comparador, capaz de medir centésimos de milímetro, é colocado em contato com o suporte fixador da fita encoder, dessa forma, conforme o motor movimentar a sonda de medição com a fita, o suporte pressiona o ponteiro do relógio que realiza a medida da distância percorrida. A constante multiplicativa utilizada para este experimento foi de 0,084333 mantendo uma estabilidade de resolução de aproximadamente 1 mm para cada pulso programado para o motor.

4.2 CAPTURA DE SINAL DE ÁUDIO

Para realizar a verificação da captura de sinal através do módulo MAX4466 (microfone) foi utilizado um gerador de frequências e o aparato montado de modo a medir, com o auxílio de um osciloscópio, o sinal gerado. Este método permitiu verificar a resposta

em frequência tanto do sensor quanto do autofalante para o conjunto de frequências que poderiam ser utilizadas no trabalho (200 Hz a 10 kHz). Na figura 28 temos a medida realizada no osciloscópio para um sinal senoidal de 1 KHz mostrando que o sistema reproduz e captura fielmente a onda emitida pelo gerador:

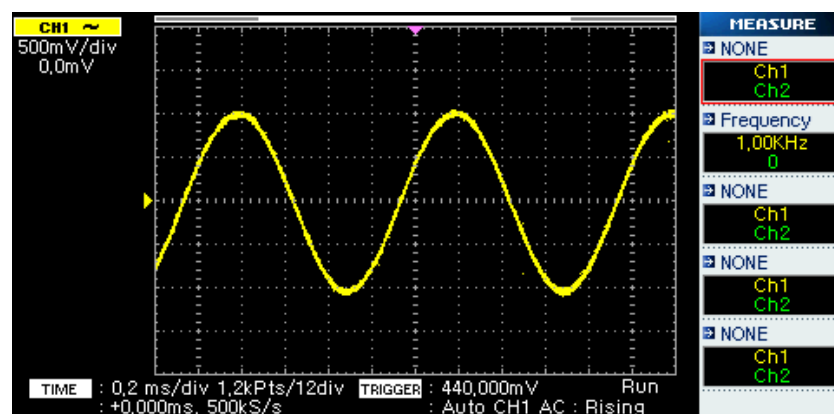
Figura 28 – Imagem da tela do osciloscópio demonstrando a onda de 1Khz gerada a partir do gerador de frequências



(Fonte: autoria própria)

Em seguida, utilizou-se o conjunto DDS + Amplificador para gerar a mesma onda senoidal de 1 KHz, ainda utilizando o osciloscópio como base de verificação para a fidelidade do sinal. Verificamos que o sistema também gerava uma onda senoidal conforme observado na figura 29:

Figura 29 – Imagem da tela do osciloscópio demonstrando a onda de 1 KHz gerada pelo conjunto DDS + Amplificador



(Fonte: autoria própria)

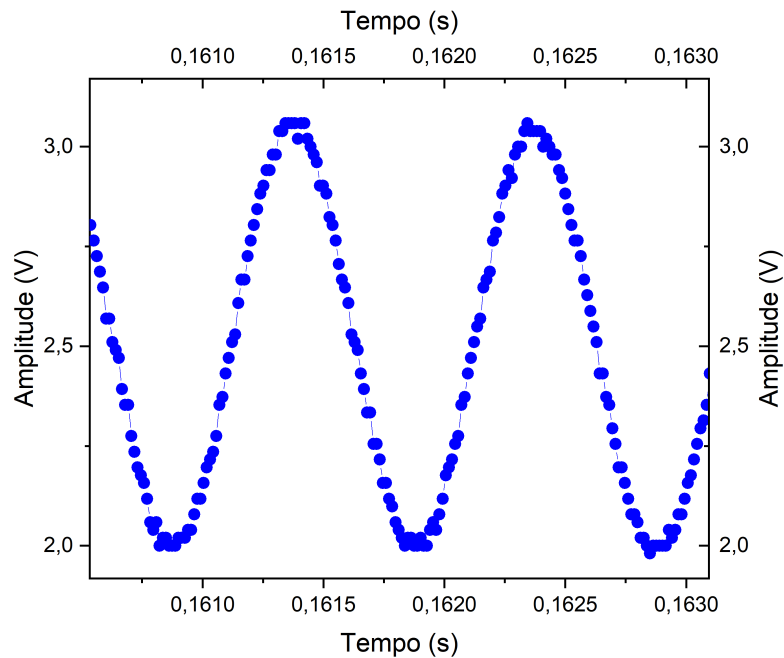
Após a verificação da resposta do sistema DDS + Amplificador, investigamos a capacidade do Arduino de capturar o sinal através da leitura AD. A medida foi realizada segundo metodologia descrita em (SOUSA JR. et al., 2020), consistindo em configurar diretamente os bits do registrador ADCSRA¹. Com esse procedimento, conseguimos

¹ Registrador de controle do ADC do microcontrolador ATMEGA2560

configurar o modo de operação do ADC realizando as medidas.

O algoritmo utilizado para realizar a medida consiste em criar um *buffer*, para armazenamento temporário dos dados coletados da leitura AD e em seguida transferir esses dados para o PC pela porta serial. Isso é feito definindo uma matriz de 300 pontos, onde cada um é coletado quando ocorre a interrupção de conclusão de conversão (ISR(ADC_vect)) que pode ser vista no código do apêndice A deste trabalho. Nesta configuração, conseguimos alcançar taxas de conversão da ordem de 38 KHz, ou seja o intervalo de tempo entre dois pontos coletados é de 13 μs . Essa taxa de conversão foi verificada também com o auxílio do osciloscópio conforme metodologia que será descrita ainda nesta seção do trabalho.

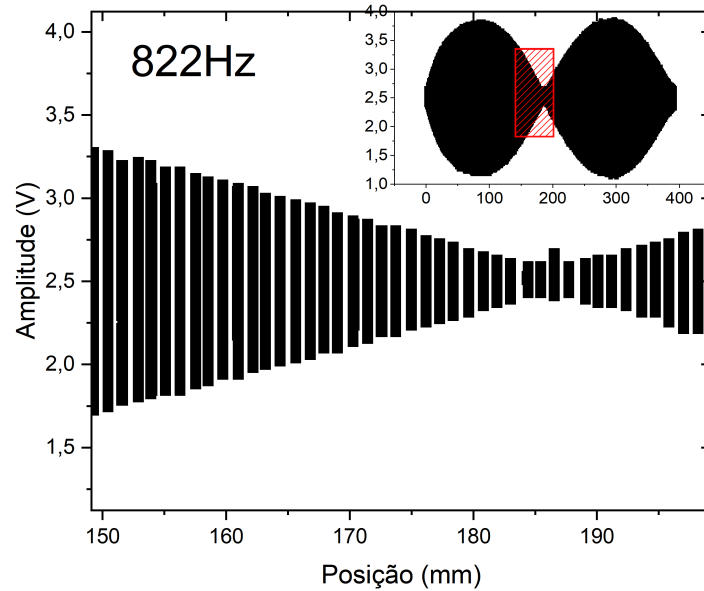
Figura 30 – Gráfico de Amplitude vs Tempo a um sinal de 1 KHz



(Fonte: autoria própria)

Este gráfico de varredura da figura 30 demonstra uma fidelidade de sinal na medida em que ficam nítidos pontos que constituem uma senoide ao longo do tubo; Ao efetuar a varredura para amplitude vs posição obtemos um gráfico de barras que forma uma estrutura mais "sólida" no formato das amplitudes no interior do tubo conforme vemos na figura 31.

Figura 31 – Aproximação destacando os blocos de valores. Cada barra vertical no *insert* corresponde à 300 conversões AD

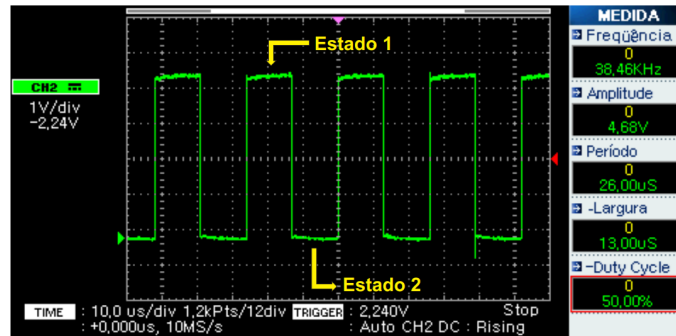


(Fonte: autoria própria)

Cada barra apresentada na figura 31 representa um bloco de dados transferido pelo *buffer*, composto por um conjunto de pontos organizados verticalmente, cada ponto que compõe a barra é um valor resultante da conversão AD obtido através do registrador de resultado ADCH. Para transformar os valores brutos do ADC em Volts foi utilizada uma constante multiplicativa de 0,0196078, considerando que 5 V corresponde ao valor 255. É importante destacar que as barras não possuem um espaçamento exatamente igual para todas as medidas de posição devido às propriedades mecânicas do sistema de movimentação, porém, a medida demonstra uma aproximação confiável de 1 mm de espaço entre cada leitura.

Para determinar a base de tempo da conversão AD, ou seja, temporizar o ciclo completo de uma interrupção do ADC, foi utilizada a função *toggle bit* que muda o estado de um pino gerando uma onda quadrada, permitindo assim verificar o tempo decorrido para alguma ação do Arduino; a onda quadrada foi observada via osciloscópio que informa o tempo decorrido entre cada inversão de estado do pino conforme apresentado na figura 32.

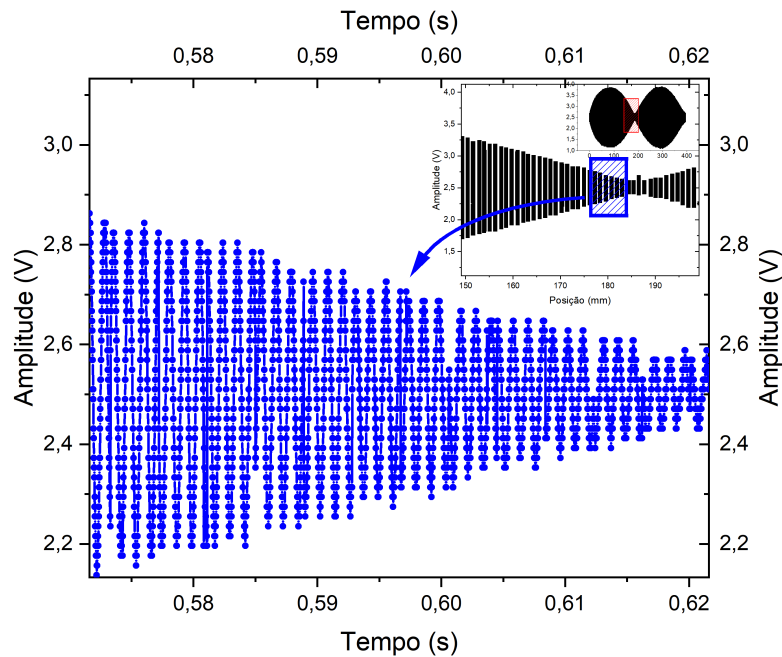
Figura 32 – Captura via osciloscópio da inversão de estado de um pino para obtenção da base de tempo



(Fonte: autoria própria)

O pino escolhido para a alternância de estado foi o pino digital 13 do Arduino, que possui a porta PB7; como podemos observar através do osciloscópio, o comando alterna o pino do estado 1 para o 2 em um intervalo de $13 \mu s$, esta base de tempo é utilizada como uma constante multiplicativa em valores sequenciais para transformar o gráfico 31, que mostra os valores transferidos em função da posição, em um gráfico de valores em função do tempo.

Figura 33 – Gráfico de Amplitude vs Tempo à um sinal de 822Hz

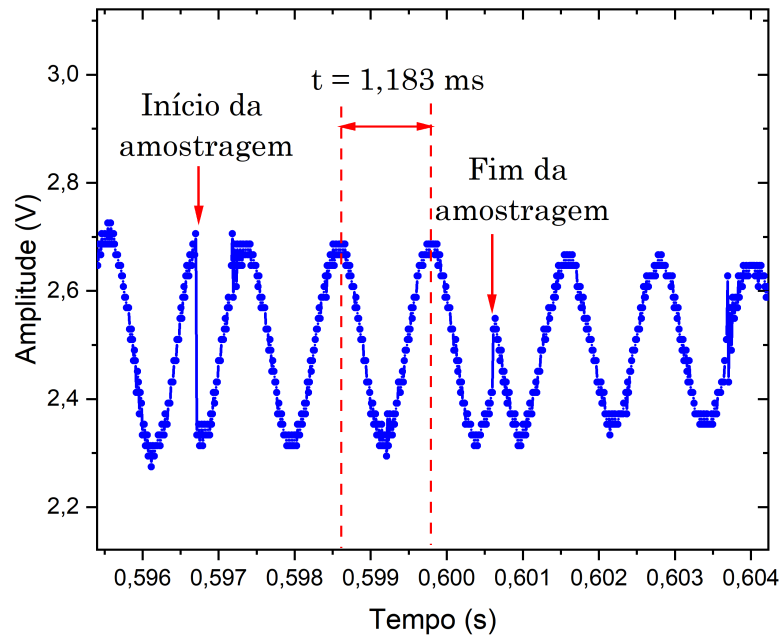


(Fonte: autoria própria)

Com a amplitude em função do tempo, torna-se evidente o comportamento senoidal da forma de onda observado na figura 29, de tal forma que os blocos de dados agora estão organizados em um conjunto de formas senoidais. Ao fim da transferência completa de uma matriz de dados, o programa aguarda o novo avanço do sistema para armazenar a

próxima matriz, ao aproximar mais o gráfico 33 podemos identificar o exato ponto onde ocorre o intervalo entre a obtenção de cada matriz.

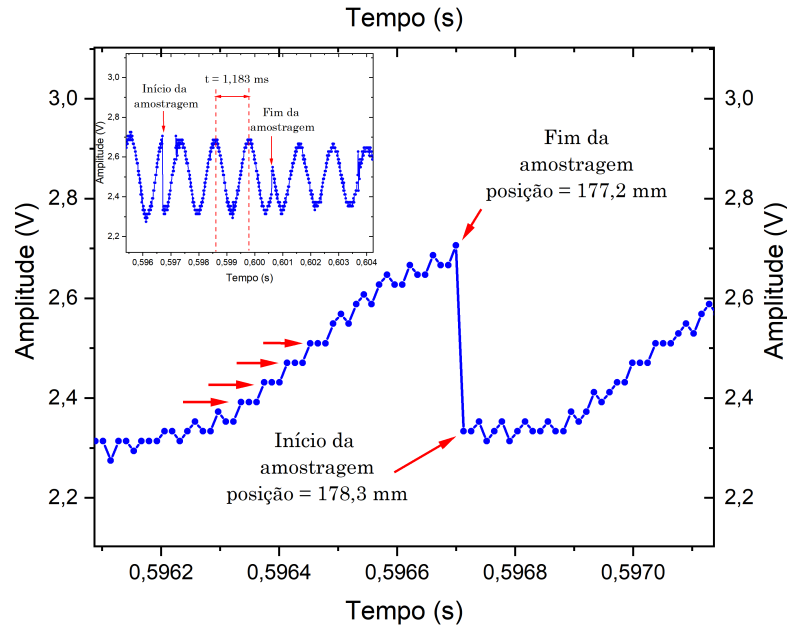
Figura 34 – Início e fim de uma amostragem de dados



(Fonte: autoria própria)

Como podemos observar na figura 34 no intervalo de tempo entre o fim de uma amostragem e o início de outra o ADC não armazena valores e espera um certo tempo até prosseguir para a formação da nova amostragem, no entanto, esta diferença de tempo pode ser desprezada em escala, sendo da ordem de $26 \mu s$, não afetando portanto a continuidade da medida e a forma de onda. Ampliando ainda mais o gráfico, podemos enxergar mais minuciosamente o comportamento destes pontos, conforme figura 35.

Figura 35 – Ampliamento na região dos pontos de medida



(Fonte: autoria própria)

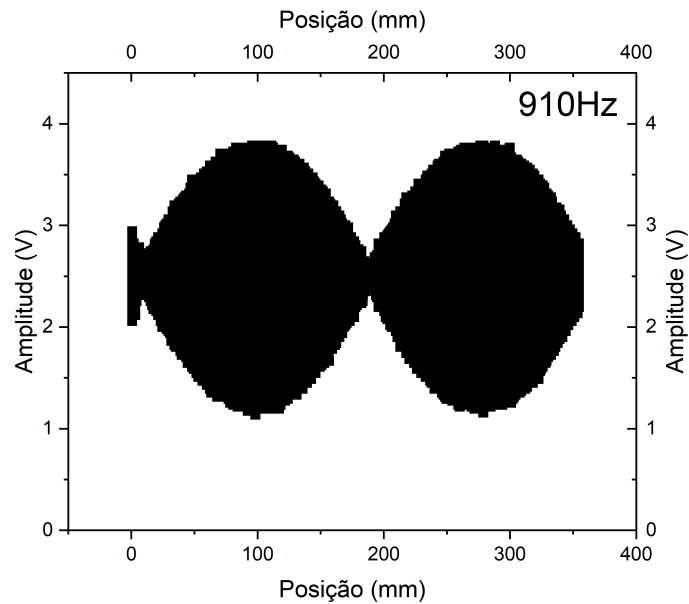
A escolha por uma matriz limitada a 300 pontos está diretamente ligada as limitações de resolução do ADC por conta do modo de 8 bits, poderia se esperar que a coleta de um maior número de pontos formaria uma medida mais precisa, porém, devido a resolução e a base de tempo, em determinados pontos o ADC enviará o valor inteiro mais próximo, formando uma fileira horizontal de dados conforme observado na figura 35, portanto, 300 pontos se mostrou ser uma escolha adequada para a amostragem de dados sem comprometer a forma de onda, dentro de um limite aceitável de resolução.

4.3 MODOS NORMAIS DE VIBRAÇÃO DA ONDA SONORA NO TUBO

4.3.1 Rampa de frequências

Utilizando a equação $v = \lambda f$ determinou-se a frequência que deveria estabelecer no tubo uma onda estacionária cujo comprimento de onda fosse igual ao comprimento do tubo que vale aproximadamente 0,38 m. Considerando que a velocidade do som no ar ambiente do laboratório igual a aproximadamente 346 m/s quando a temperatura é 24 °C obtivemos o valor de 910 Hz. Com base nessa informação, configurou-se o sistema para gerar esta frequência e prosseguimos com o experimento realizando a varredura (amplitude sonora em função da posição) conforme mostrado no gráfico da figura 36 que mostra a amplitude da onda sonora em função da posição.

Figura 36 – Gráfico de Amplitude vs Posição sem nó na extremidade

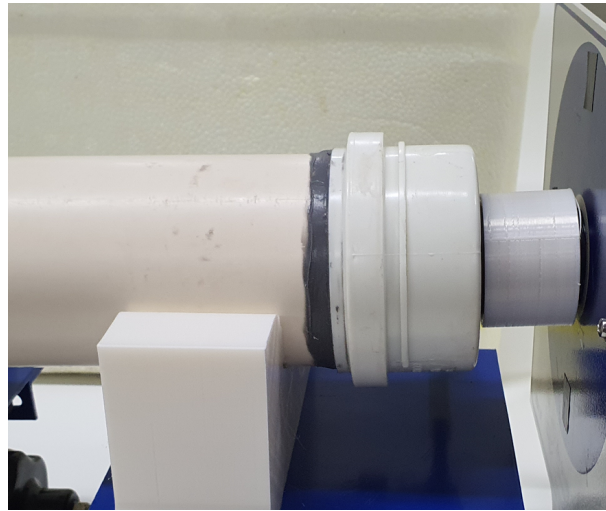


(Fonte: autoria própria)

Verifica-se, portanto, que o sinal capturado apresenta características diferentes do esperado e que podem ser atribuídas a pelo menos 2 fatores: a velocidade do som e problemas no acoplamento entre o tubo e o alto falante.

Caso o sistema não esteja bem vedado, as pequenas aberturas na extremidade do tubo que está em contato com o alto falante podem provocar variações de pressão que explicariam a variação de amplitude detectada. Para testar esta hipótese construímos um conjunto de peças que permitiu um melhor acoplamento entre o tubo e o suporte do alto falante, como mostrado na figura 37, além de permitir vedar a extremidade desse tubo utilizando uma película de PVC garantindo que teríamos um tubo com extremidade fechada neste ponto.

Figura 37 – Suporte para vedação da ponta do tubo

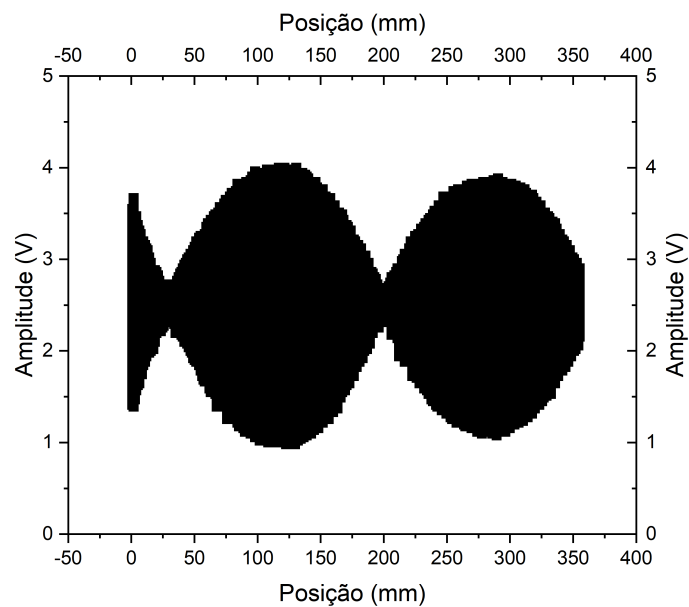


(Fonte: autoria própria)

Após estas alterações percebemos que o sistema ainda apresentava comportamento diferente do esperado. Sendo tal fato atribuído à velocidade do som ser diferente do valor calculado pela equação 2.48. Além disso, investigou-se o comportamento para frequências diferentes conforme veremos a seguir.

Realizou-se um novo teste utilizando um sinal de 1 KHz para verificar o comportamento da onda no tubo. O resultado pode ser verificado na figura 38

Figura 38 – Gráfico de Amplitude vs Posição para 1000 Hz



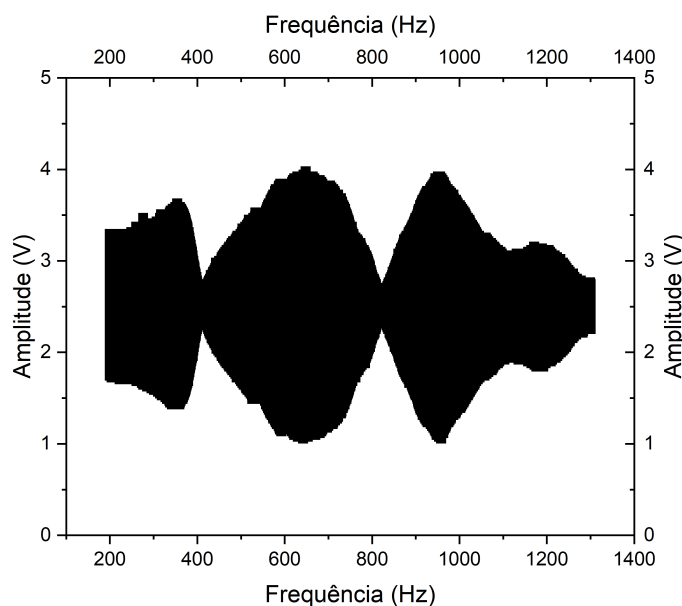
(Fonte: autoria própria)

Através da medida para 1 KHz percebemos que novamente o comportamento da onda não forma um nó na extremidade. Tal fato pode ser inicialmente contraintuitivo, pois

o que é apresentado nos livros didáticos, apostilas de laboratórios, bem como em trabalhos recentes (PIZETTA et al., 2017) é que deve existir um modo de vibração cuja parte mais próxima do alto falante seja um ponto de máxima pressão, ou seja, um nó. Revisitando o que fora mencionado na seção 2.3.2 deste trabalho, nota-se que esta aparente inconsistência se deve às condições de contorno para o tubo sonoro. Em um tubo semiaberto o máximo de pressão no ar representa um mínimo de deslocamento, conforme figura 1 as frequências de ressonância que formam ondas estacionárias neste tipo de tubo, são múltiplos ímpares do modo fundamental.

Para determinar experimentalmente qual era a real frequência de ressonância, foi realizada uma técnica que chamamos de rampa de frequências, que consiste basicamente em programar o Arduino, com o microfone a uma distância fixa e no limite de proximidade com o alto falante, para variar as frequências em um intervalo definido e para cada frequência tomar uma matriz de valores de amplitude, conforme citado na seção 4.2, formando assim um gráfico de amplitude vs frequência.

Figura 39 – Rampa de frequências tubo ≈ 38 cm montado conforme figura 11



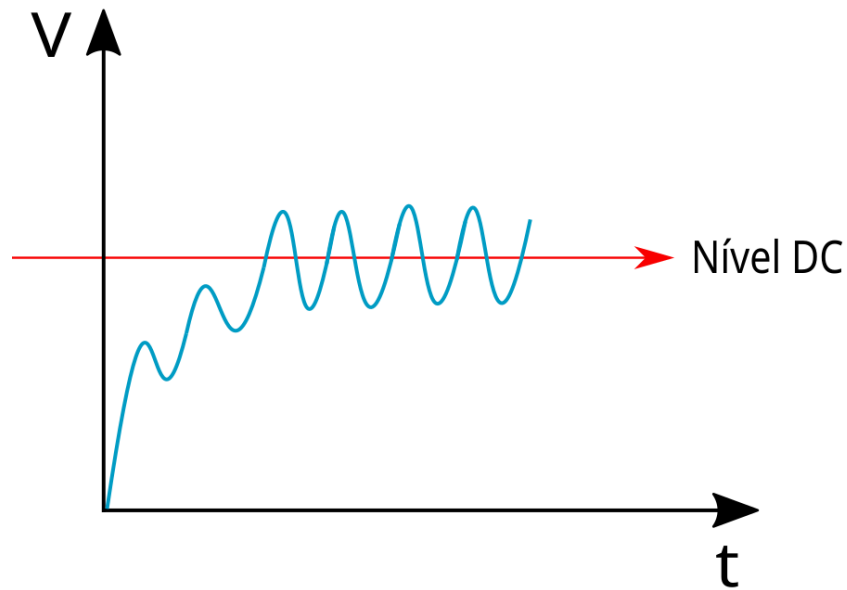
(Fonte: autoria própria)

Observa-se que para cada valor de frequência forma-se um bloco de amplitudes diferente em um mesmo ponto do tubo, de tal forma que, os pontos de menor amplitude caracterizados pelos nós no gráfico da rampa de frequências, correspondem as frequências que formam pontos de mínima pressão na extremidade. Vemos então, através da rampa, as frequências demarcando menor amplitude com pontos de nó, e as frequências demarcando maior amplitude com pontos de antinódo.

Outro fato importante a ser destacado é a forma do gráfico 39. Observa-se que

existe uma variação na amplitude que foi atribuída à efeitos da reinicialização do DDS a cada troca de frequências. Durante essa reinicialização a tensão de saída é alterada e ocorre um deslocamento do nível DC da tensão formando uma espécie de *bias*² dado que o sinal do DDS é inserido no amplificador via capacitor conforme vimos na figura 16. A representação desse fenômeno pode ser vista na figura 40. Para tentar contornar tal fato foi inserido um tempo de atraso entre o momento da mudança de frequência e a medição.

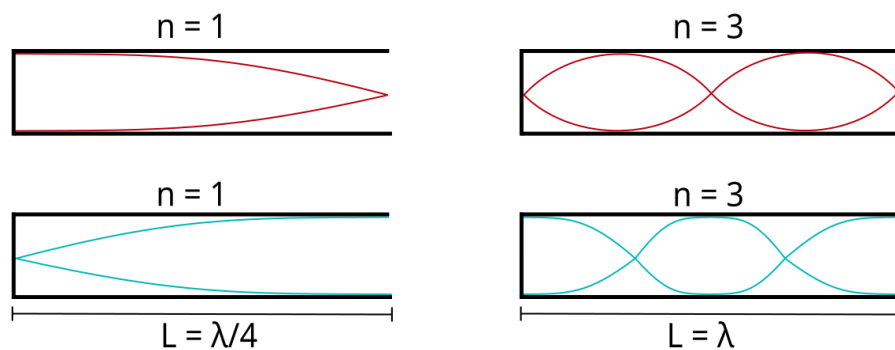
Figura 40 – Representação gráfica da Tensão vs Tempo para o nível DC 11



(Fonte: autoria própria)

De posse dessas informações calculou-se o valor esperado para a velocidade do som, tomando o comprimento do tubo como $L = \lambda$, e escolhendo os dois pontos de nó apresentados no gráfico 39 no qual o primeiro nó de pressão forma um modo fundamental de $\frac{\lambda}{4}$ com a frequência de 411 Hz e o segundo nó forma λ com a frequência de 822 Hz no decorrer do tubo, conforme podemos observar na figura 41.

Figura 41 – Variações de pressão e deslocamento no tubo para $L = \frac{\lambda}{4}$ e $L = \lambda$



(Fonte: autoria própria)

² Trata-se de um efeito de desvio ou distorção

Portanto teremos que, tomando a condição de que para um número de nós n :

$$L = \frac{n\lambda}{4} \longrightarrow \Delta\lambda = \frac{4L}{\Delta n} \quad (4.1)$$

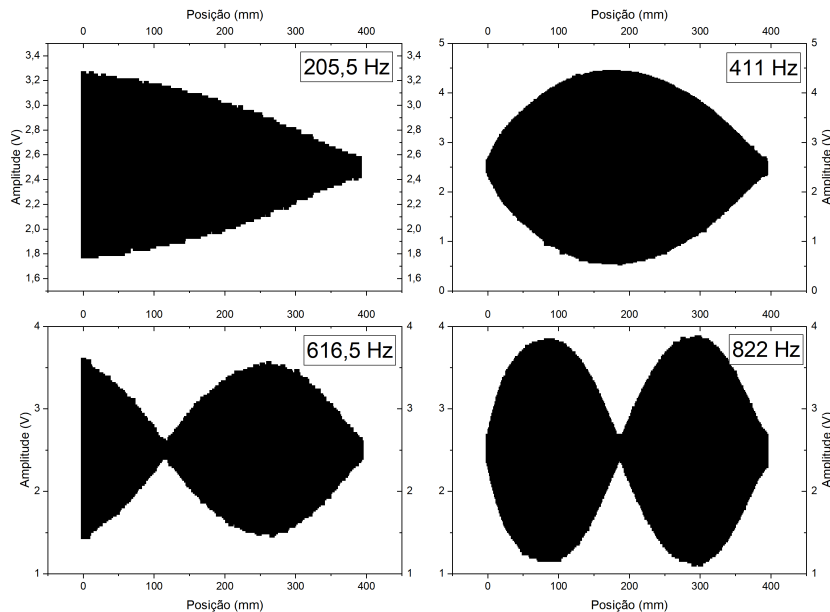
A mesma situação equivale para a equação $v = \Delta\lambda \cdot \Delta f$, substituindo os valores de $\Delta\lambda$ com o comprimento do tubo e a variação de frequência de 411 Hz, obtém-se o resultado de 312,36 m/s. Este valor é diferente do obtido pela equação 2.48, no entanto, veremos mais adiante que esse valor ainda não é satisfatório pois utilizando outra técnica o valor obtido foi diferente.

Após obter a rampa de frequências, foi utilizada a frequência de 822 Hz como frequência principal para o experimento, sendo esta a frequência que forma um nó exatamente na extremidade fechada próxima ao alto falante, as demais frequências analisadas são múltiplas da frequência principal.

4.3.2 Amplitude em função da posição

É importante destacar antes de discutir os resultados experimentais que, conforme mencionado na seção 3.4, o microfone utilizado atua por piezoeletricidade, ou seja, nos pontos onde há uma maior pressão mecânica provocada pela onda sonora, maior será a tensão elétrica coletada, portanto as formas de onda estão caracterizadas conforme exposto no item *b* da figura 1. Além disto, as medidas foram feitas tomando como ponto inicial a extremidade fechada com a película próxima ao alto falante, fazendo a varredura deste ponto até a outra extremidade do tubo.

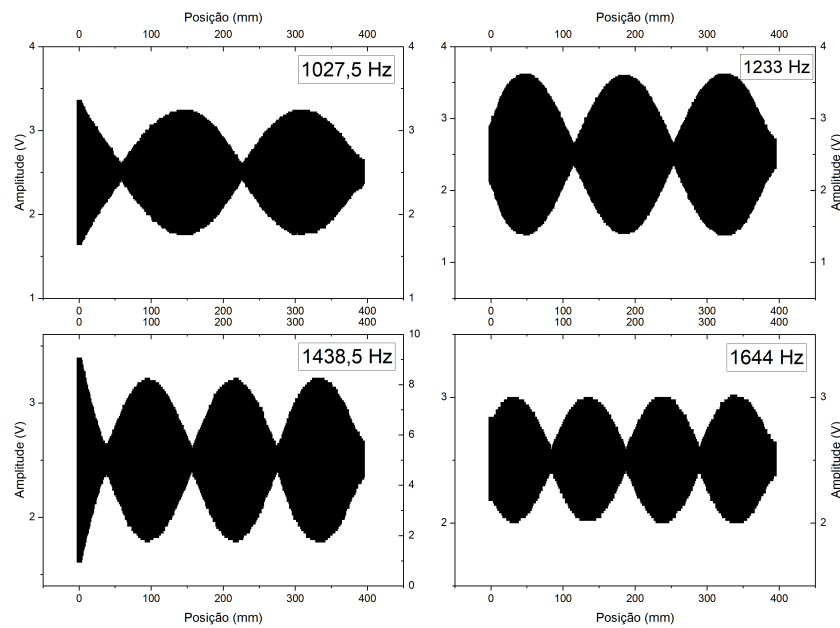
Figura 42 – Gráficos de Amplitude vs Posição para as frequências de 205,5 Hz, 411 Hz, 616,5 Hz e 822 Hz respectivamente



(Fonte: autoria própria)

Após estabelecer a frequência principal f_p de 822 Hz, que forma 1λ no interior do tubo, partimos para realizar o experimento de varredura ao longo do tubo para diferentes múltiplos da frequência principal, ou seja, $\frac{f_p}{4}$, $\frac{f_p}{2}$, $\frac{3f_p}{4}$ de forma a obter os respectivos comprimentos de onda, os gráficos obtidos podem ser observados na figura 42; o mesmo foi realizado para outras frequências de 1027,5 Hz, 1233 Hz, 1438,5 Hz e 1644 Hz conforme a figura 43.

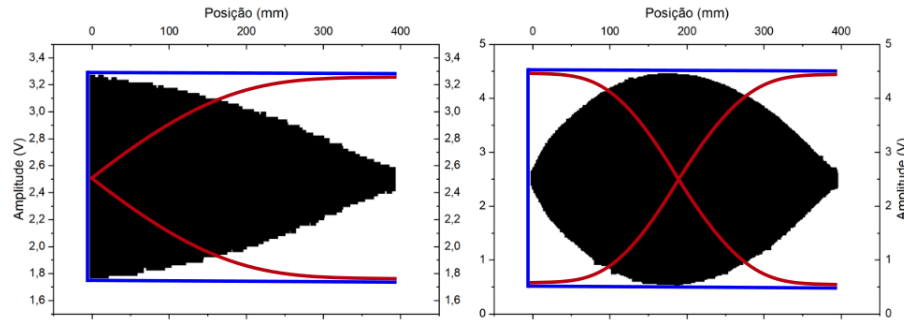
Figura 43 – Gráficos de Amplitude vs Posição para as frequências de 1027,5 Hz, 1233 Hz, 1438,5 Hz e 1644 Hz respectivamente



(Fonte: autoria própria)

Estes gráficos trazem dois aspectos muito interessantes em relação ao comportamento da onda, o primeiro é de que ao tomarmos a frequência de 205,5 Hz, que corresponde a $\frac{f_p}{4}$, observamos a formação do modo fundamental com $\frac{\lambda}{4}$ de comprimento, e este comportamento segue o esperado para a frequência de 616,5 Hz com a formação de $\frac{3\lambda}{4}$, ou seja, de acordo com as condições de contorno de um tubo semiaberto, apenas nos múltiplos ímpares do modo fundamental observamos a formação de um máximo de pressão na extremidade fechada. O segundo é de que o experimento demonstra a constatação de que nem sempre serão formados nós de deslocamento na extremidade fechada, conforme pode ser observado na figura 44.

Figura 44 – Ilustração de nodos e antinodos de deslocamento para os gráficos de Amplitude vs Posição, em linhas azuis a representação do tubo e em linhas vermelhas o deslocamento



(Fonte: autoria própria)

Desta forma, para frequências que não são de ressonância no tubo, o comportamento da onda se torna diferente da maioria dos exemplos clássicos expostos na literatura.

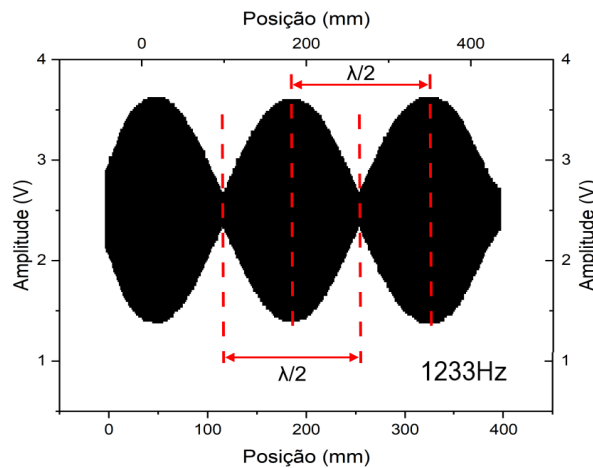
4.3.3 Cálculo da Velocidade do som

O cálculo da velocidade do som foi realizado utilizando a equação clássica de velocidade em ondulatória

$$v = \lambda f \quad (4.2)$$

Sendo f a frequência atribuída durante a medição e λ é encontrado utilizando os resultados gráficos de varredura, conforme demonstrado na seção 4.3.2. Basicamente se trata de localizar dois nós, ou ventres, consecutivos nos gráficos de amplitude vs posição, identificar a diferença de posição entre os dois pontos e, a partir disto, determinar o λ para esta frequência.

Figura 45 – Gráfico de Amplitude vs Posição para 1233Hz



(Fonte: autoria própria)

A seguir, temos uma tabela com os valores de frequência utilizadas, valores de λ obtidos e velocidades calculadas.

Tabela 1 – Velocidades do som no tubo

Frequência (Hz)	Valor de λ (mm)	Velocidade (m/s)
616,5	≈ 555	$\approx 342,1$
822	≈ 419	$\approx 344,4$
1027,5	≈ 336	$\approx 345,2$
1233	$\approx 276,4$	$\approx 340,8$
1438,5	$\approx 237,2$	$\approx 341,2$
1644	$\approx 207,4$	$\approx 341,0$

(Fonte: autoria própria)

Conforme a equação 2.47 a velocidade do som para as condições do laboratório no momento do experimento era de

$$c = 332\sqrt{\frac{297}{273}} \approx 346\text{m/s} \quad (4.3)$$

Portanto, podemos confirmar pela tabela 1 que as medidas apresentaram uma média de aproximação confiável, já que não somente a temperatura, mas outras propriedades relacionadas ao ambiente podem provocar leves alterações na velocidade.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

O estudo da ondulatória é fundamental para a compreensão dos fenômenos da natureza e das tecnologias que nos cercam. Dentro dessa área de estudo, a acústica se destaca por despertar o interesse dos estudantes em compreender o funcionamento de instrumentos musicais e sistemas de som. Contudo, um estudo experimental desse tema demanda equipamentos como geradores de frequências e osciloscópios que são caros e, em geral, não estão disponíveis na maioria dos laboratórios didáticos. Nesse sentido, o desenvolvimento de aparatos de baixo custo, baseados em tecnologias livres como o Arduino que permitam este tipo de estudo se mostra uma poderosa ferramenta para pesquisa e ensino na área de acústica.

Ao propor um experimento para estudar a propagação de ondas em tubos, esse trabalho permite que tanto professores quanto estudantes possam ter acesso à ferramentas de ensino que podem ser utilizadas dentro de sala de aula. Os resultados obtidos neste trabalho mostraram que o sistema proposto é capaz de realizar medidas da amplitude uma onda em função da posição permitindo levantar o perfil de onda estacionário em um tubo, bem como, determinar a velocidade de propagação do som. Os valores obtidos diferem do valor previsto teoricamente em apenas $\approx 1,5\%$ o que pode ser considerado um bom resultado dadas as limitações do aparato.

É importante destacar que o aparato proposto pode ser atualizado com a substituição da placa Arduino Mega por uma mais potente como a Due que possui um microcontrolador com arquitetura de 32 bits, opera à uma velocidade maior e possui um conversor AD de 12 bits. Com a implementação de um aperfeiçoamento como esse nosso aparato também poderia ser utilizado para estudar o som de instrumentos musicais de sopro.

Trabalhos futuros deverão utilizar o sistema para investigar os efeitos variação da temperatura do ar no tubo na velocidade do som e desenvolver uma interface para análise qualitativa dos dados a partir da implementação de uma interface gráfica que permita a análise dos dados sem a necessidade de uso de um software de terceiros como Origin ou SciDavis.

REFERÊNCIAS

- ALÍS, J. C. et al. Papel de la actividad experimental en la educación científica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), v. 23, n. 2, 2006. Citado na página 16.
- ALTAFIM, R. A. P. *Análise e implementação de métodos para a caracterização de eletretos termo-formados*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2006. Citado na página 44.
- BARBETA, V. B.; MARZZULLI, C. R. Experimento didático para determinação da velocidade de propagação do som no ar, assistido por computador. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 22, n. 4, 2000. Citado na página 18.
- BATISTA, M. C.; FUSINATO, P. A.; BLINI, R. B. Reflexões sobre a importância da experimentação no ensino de física. *Acta Scientiarum. Human and Social Sciences*, Universidade Estadual de Maringá, v. 31, n. 1, 2009. Citado na página 15.
- BERANEK, L. L. *Acoustics*. [S.l.]: Acoustical Society of America, 1996. Citado 5 vezes nas páginas 18, 24, 25, 29 e 31.
- BOHN, D. A. Environmental effects on the speed of sound. In: AUDIO ENGINEERING SOCIETY. *Audio Engineering Society Convention 83*. [S.l.], 1987. Citado na página 27.
- BRASIL. Base nacional comum curricular. Ministério da Educação, 2018. Citado na página 15.
- BRASIL, L. Lei 9394/96—lei de diretrizes e bases da educação nacional. *Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm>*. Acesso em: 07/11/2019, v. 30, 2015. Citado na página 16.
- CAVALCANTE, M. A.; RODRIGUES, C. E. M.; PONTES, L. A. Novas tecnologias no estudo de ondas sonoras. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 30, n. 3, p. 579–613, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 32.
- DEVICES, A. Ad9850 datasheet. *Disponível em: <<https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD9850.pdf>>*. Acesso em: 08/02/2022, s.d. Citado na página 38.
- FLOYD, T. *Sistemas digitais: fundamentos e aplicações*. [S.l.]: Bookman Editora, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 42, 43 e 44.
- GRIMM, A. M. Notas de aulas de meteorologia básica. *Universidade Federal do Paraná, Departamento de Física*, 1999. Citado na página 23.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentos de física, vol. 2: gravitação, ondas e termodinâmica. *Rio de Janeiro: LTC*, v. 8, 2009. Citado na página 17.
- HIGA, I.; OLIVEIRA, O. B. de. A experimentação nas pesquisas sobre o ensino de física: fundamentos epistemológicos e pedagógicos. *Educar em Revista*, Universidade Federal do Paraná, n. 44, 2012. Citado na página 16.

- INTEGRATED, M. Max4466 datasheet. *Disponível em:* <<https://datasheets.maximintegrated.com/en/ds/MAX4465-MAX4469.pdf>> Acesso em: 08/02/2022, 2012. Citado na página 44.
- INTEGRATED, M. Max31856 datasheet. *Disponível em:* <<https://datasheets.maximintegrated.com/en/ds/MAX31856.pdf>> Acesso em: 08/02/2022, s.d. Citado na página 46.
- KRASILCHIK, M. Professor eo currículo das ciências. *Temas Básicos de Educação e Ensino*. São Paulo: EPU, 1987. Citado na página 14.
- MARIM, M. J. R. *Superposição de ideias em Física ondulatória*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, 2014. Citado na página 17.
- MORAES, J. U. P.; JUNIOR, R. S. S. Experimentos didáticos no ensino de física com foco na aprendizagem significativa. *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol*, v. 9, n. 2, 2015. Citado na página 15.
- MOREIRA, M. A. *Teorias de aprendizagem*. [S.l.]: Editora pedagógica e universitária São Paulo, 1999. v. 2. Citado na página 16.
- MOREIRA, M. A. Ensino de física no brasil: retrospectiva e perspectivas. *Revista brasileira de ensino de física*. São Paulo. Vol. 22, n. 1 (mar. 2000), p. 94-99, 2000. Citado na página 14.
- MOREIRA, M. A. Uma análise crítica do ensino de física. *Estudos avançados*, SciELO Brasil, v. 32, n. 94, p. 73-80, 2018. Citado na página 15.
- NARDI, R. *Pesquisas em ensino de física*. [S.l.]: Escrituras Editora e Distribuirdora de Livros Ltda., 1998. v. 1. Citado na página 15.
- NASCIMENTO, F. A. do; OLIVEIRA, J. de. Trigonometria complexa no contexto do ensino básico. *RCT-Revista de Ciência e Tecnologia*, v. 3, n. 4, 2017. Citado na página 30.
- NASCIMENTO, F. do; FERNANDES, H. L.; MENDONÇA, V. M. de. O ensino de ciências no brasil: história, formação de professores e desafios atuais. *Revista histedbr on-line*, v. 10, n. 39, 2010. Citado na página 14.
- NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica: Eletromagnetismo (vol. 3)*. [S.l.]: Editora Blucher, 2015. Citado na página 29.
- NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor*. [S.l.]: Editora Blucher, 2018. v. 2. Citado 5 vezes nas páginas 19, 21, 24, 27 e 32.
- OLIVEIRA, A. L. et al. Fenômenos ondulatórios e os instrumentos musicais: ensino por meio dos três momentos pedagógicos. Universidade Federal de Goiás, 2018. Citado na página 17.
- PALACIOS, E. M. G. et al. *Ciencia, tecnología y sociedad: una aproximación conceptual*. [S.l.]: Organización de Estados Iberoamericanos (OEI), 2001. Citado na página 14.
- PEREIRA, M. V.; MOREIRA, M. C. do A. O que dizem as pesquisas sobre atividades prático-experimentais publicadas em periódicos brasileiros de ensino de ciências entre 2001 e 2015? *Revista Thema*, v. 15, n. 3, p. 951-961, 2018. Citado na página 12.

- PIRES, A. S. *Evolução das Idéias da Física*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2008. Citado na página 18.
- PIZETTA, D. C. et al. Uma avaliação experimental do tubo de ondas sonoras estacionárias. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 39, 2017. Citado na página 57.
- SÉRÉ, M.-G.; COELHO, S. M.; NUNES, A. D. O papel da experimentação no ensino da física. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 20, n. 1, 2003. Citado na página 16.
- SILVA, Â. Carrancho da. Educação e tecnologia: entre o discurso e a prática. *Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação*, Fundação Cesgranrio, v. 19, n. 72, 2011. Citado na página 12.
- SOUSA JR., I. V. d. et al. Física experimental com arduino: ondas em uma corda tensionada. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 42, 2020. Citado na página 49.
- ST. Tda2050 datasheet. Disponível em: <<https://www.circuitbasics.com/wp-content/uploads/2016/10/TDA2050-Datasheet.pdf>> Acesso em: 08/02/2022, s.d. Citado na página 39.
- THOMAS, G. B.; FINNEY, R. *Cálculo*. [S.l.]: Ltc, 1975. Citado na página 26.
- THORNTON, S. T.; MARION, J. B. *Dinâmica clássica de partículas e sistemas*. [S.l.]: Cengage Learning São Paulo, 2011. Citado na página 17.
- VAZ, P. I. Síntese digital direta. *Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre*, 2012. Citado na página 38.
- ÅSTRÖM KARL J.; HÄGGLUND, T. *Pid controllers: Theory, design, and tuning*. *Instrument Society of America*, 1995. Citado na página 46.

APÊNDICE A – CÓDIGO UTILIZADO PARA REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO

```

1  /* Codigo funcional para a leitura do ADC em funcao da posicao com controle de
   temperatura
2  Este codigo realiza a medi o da amplitude da onda em uma matriz e transmite
3  os valores em blocos. Cada bloco de dados representa a medicao realiza em uma dada
   posicao.
4
5  */
6  #include "ARDUINO_AD9850.h"      // INCLUSAO DA BIBLIOTECA DO DDS
7  #include <SPI.h>                 // INCLUSAO DA BIBLIOTECA SPI
8  #include <PID_v1.h>              // INCLUSAO DA BIBLIOTECA PID
9  #include <Adafruit_MAX31856.h>   // INCLUSAO DA BIBLIOTECA DO MAX31856
10
11
12
13 #define dirPin 15      // Pino de direcao do motor de passos
14 #define stepPin 16     // Pino de steps do motor de passos
15 #define EnablePin 14   // Pino Enable do motor de passos
16 #define toggle_bit(reg, bit_reg) (reg ^= (1<<bit_reg)) // Muda o estado de um pino
   gerando uma onda quadrada que permite verificar a temporizacao de alguma acao do
   arduino
17 #define matrix_points 300 // variavel para matriz de 300 pontos
18
19 unsigned volatile int AD_Audio[matrix_points];
20 unsigned volatile int adc_data = 0; // Conta os dados lidos pelo conversor
   AD
21 unsigned volatile int adc_count = 0; // Variavel para contagem
22 long adc_t = 0; // para temporizacao do ADC (Amplitude vs tempo)
23
24 /*=====Variaveis do PID=====*/
25
26 #define PIN_OUTPUT 10 // Pino de controle PID
27
28 Adafruit_MAX31856 maxthermo = Adafruit_MAX31856(49, 43, 45, 47); // Software SPI: CS,
   DI, DO, CLK (Pinos do sensor de temperatura)
29
30 volatile bool temperatura_ok = false;
31
32 double Setpoint, Input, Output; //DEFINE AS VARIAVEIS QUE ESTAREMOS CONECTADOS AO
   PID
33
34 double aggKp=2, aggKi=0.2, aggKd=1; //DEFINE OS PARAMETROS PARA O CONTROLE PID
35 double consKp=2, consKi=1.5, consKd=0.5;
36
37 PID myPID(&Input, &Output, &Setpoint, consKp, consKi, consKd, DIRECT); //ESPECIFICA AS
   CONEXOES E PARAMETROS INICIAIS
38
39
40 /*=====Variaveis do sensor encoder=====*/
41 const byte encoderA = 2; // Sinal A do encoder
42 const byte encoderB = 3; // Sinal B do Encoder
43 long ValEncoder = 0; // Variavel que conta a quantidade de pulsos do
   encoder
44 bool readingA;
45 bool readingB; // Variaveis que determinam o estado atual do
   encoder para determinar o sentido de rotacao
46
47 /*=====*/
48 volatile bool transmitir = false;
49 volatile bool exp_ini = 0; // Variaveis para controle de inicio do
   experimento
50 volatile bool x = false;
51
52 /*=====Leitura das entradas do usuario=====*/
53 volatile char user_in = 0;
54 static float audio_freq = 0;
55 //float Start_Freq = 0;
56 volatile int n_points_freq = 0;
57 volatile float freq_interval = 0;
58 /*=====Configura Motor=====*/

```

```

59 volatile int num-passos = 147; // Variavel para numero de passos do motor
60 volatile int d = 0;
61
62
63 /*=====Incializa o das Funcoes=====*/
64
65 void aciona_motor();
66 void Read_ADC ();
67 void serialFlush();
68 void liga_DDS(float audio_freq);
69 void serialFlush();
70 void retorna_sensores ();
71 void Set_frequency();
72 void PID_Start ();
73 void PID_control();
74 /*=====*/
75
76
77
78 /*=====Interrupcoes=====*/
79
80 ISR(ADC_vect) { //interrucao de leitura do conversor AD
81
82     toggle_bit(PORTB, PORTB7); // Altera o estado o do Pino 13 gerando uma onda quadrada
83
84     AD_Audio[adc_data] = ADCH;
85     ++adc_data;
86     ++adc_t;
87
88
89     if (adc_data >= matrix_points ) {
90         ++adc_count;
91         transmitir = true;
92     }
93 }
94 }
95
96 void Interrupt_A () {
97     readingA = digitalRead (encoderA); // Leitura do encoder A
98
99 }
100
101
102 void Interrupt_B () {
103     readingB = digitalRead (encoderB); // Leitura do encoder B
104     if (readingA != readingB) {
105         ++ValEncoder;
106     }
107     if (readingA == readingB) {
108         --ValEncoder;
109     }
110 }
111
112
113
114 void setup() {
115
116     pinMode(EnablePin, OUTPUT);
117     pinMode(stepPin, OUTPUT);
118     pinMode(dirPin, OUTPUT);
119     pinMode(encoderA, INPUT_PULLUP); // MODO DE ENTRADA PIN 2 (ENCODER)
120     pinMode(encoderB, INPUT_PULLUP); // MODO DE ENTRADA PIN 3 (ENCODER)
121
122     attachInterrupt (digitalPinToInterrupt(2), Interrupt_A, CHANGE); // CRIA A
123     // INTERRUPCAO DE MUDANA NO ESTADO LOGICO DO PINO PARA O ENCODER
124     attachInterrupt (digitalPinToInterrupt(3), Interrupt_B, CHANGE);
125
126     digitalWrite(dirPin, HIGH); // Define a direcao padrao para o motor
127
128     maxthermo.begin(); // INICIA SENSOR DE TEMPERATURA

```

```

128   maxthermo.setThermocoupleType(MAX31856_TCTYPE_K); // TIPO DE TERMOPAR
129   maxthermo.setConversionMode(MAX31856_CONTINUOUS); // MODO CONTINUO
130   Setpoint = 24; //TEMPERATURA DESEJADA
131   myPID.SetMode(AUTOMATIC); //LIGA O PID
132
133   Serial.begin(2000000); // Inicia a serial
134
135 }
136
137 void PID_control() { // Funcao para manter controle PID no decorrer do experimento
    mantendo o Setpoint
138
139   Input = maxthermo.readThermocoupleTemperature();
140   double gap = abs(Setpoint-Input); //GAP EM RELACAO AO SETPOINT
141   if (gap < 4)
142   {
143       myPID.SetTunings(consKp, consKi, consKd); //USO DE PARAMETROS CONSERVATIVOS
        PROXIMO AO SETPOINT
144   }
145   else
146   {
147       myPID.SetTunings(aggKp, aggKi, aggKd); //USO DE PARAMETROS AGRESSIVOS LONGE DO
        SETPOINT
148   }
149
150   myPID.Compute();
151   analogWrite(PIN_OUTPUT, Output); //ENVIA SINAL PARA O PINO DE SAIDA PID
152
153 }
154
155 void PID_Start() { // Funcao para iniciar controle PID ate chegar ao Setpoint
156
157
158   while(1) {
159
160
161       Input = maxthermo.readThermocoupleTemperature();
162       double gap = abs(Setpoint-Input); //GAP EM RELACAO AO SETPOINT
163       if (gap < 4)
164       {
165           myPID.SetTunings(consKp, consKi, consKd); //USO DE PARAMETROS CONSERVATIVOS
            PROXIMO AO SETPOINT
166       }
167       else
168       {
169           myPID.SetTunings(aggKp, aggKi, aggKd); //USO DE PARAMETROS AGRESSIVOS LONGE DO
            SETPOINT
170       }
171
172       myPID.Compute();
173       analogWrite(PIN_OUTPUT, Output); //ENVIA SINAL PARA O PINO DE SAIDA PID
174       Serial.print("Setpoint: ");
175       Serial.print(Setpoint);
176       Serial.print(" ");
177       Serial.print("Temperatura: "); //IMPRIME O TEXTO DA TEMPERATURA NO MONITOR
        SERIAL
178       Serial.println(Input); //IMPRIME NO MONITOR SERIAL A TEMPERATURA
        MEDIDA
179       delay(1000);
180   }
181
182   temperatura_ok = true;
183
184 }
185
186
187 void serialFlush() { // limpa o buffer de saida da porta serial
188   unsigned char temp = Serial.available();
189
190   for (int n = temp; n >= 0; n--) {

```

```

191     Serial.read();
192 }
193 }
194
195 void liga_DDS(float audio_freq) { // Funcao que ativa o DDS
196
197     AD9850 device(AD9850_clk, AD9850_fqud, AD9850_data, AD9850_reset); // Define os pinos
        do DDS
198     device.init(); //Comando para ativar o DDS
199     device.doReset();
200     device.osc(audio_freq, 0);
201 }
202
203
204 void DDS.freq_sweep() { // Realiza o Sweep de frequencias para formar a rampa de
        frequencias
205
206     boolean y = false;
207     Serial.println(" ");
208     Serial.println("Freq Inicial (Int)");
209     Serial.flush();
210     serialFlush();
211     while (y == false) {
212         audio_freq = Serial.parseInt();
213         y = Serial.available();
214     }
215
216     y = false;
217     Serial.println(" ");
218     Serial.println("Num de Pontos (Int)");
219     Serial.flush();
220     serialFlush();
221     while (y == false) {
222         n_points_freq = Serial.parseInt();
223         y = Serial.available();
224     }
225
226     y = false;
227     Serial.println(" ");
228     Serial.println("Intervalo (Float)");
229     Serial.flush();
230     serialFlush();
231     while (y == false) {
232         freq_interval = Serial.parseFloat();
233         y = Serial.available();
234     }
235
236     for(int i=0; i<= n_points_freq; ++i){
237         AD9850 device(AD9850_clk, AD9850_fqud, AD9850_data, AD9850_reset);
238         device.init(); //Comando
        para ativar o DDS
239         device.doReset();
240         device.osc(audio_freq, 0);
241         delay(500);
242
243         /*=====CONFIGURACOES DO REGISTRADOR=====*/
244         ADMUX |= (1 << REFS0); //set reference voltage
245         ADMUX |= (1 << ADLAR); //left align the ADC value- so we can read highest 8 bits from
        ADCH register only
246
247         adc_data = 0; // Zera o contador de conversoes AD
248         transmitir = false;
249
250         ADCSRA |= (1 << ADPS2); //set ADC clock with 16 prescaler- 16mHz/16=1MHz
251         ADCSRA |= (1 << ADATE); //enable auto trigger
252         ADCSRA |= (1 << ADIE); //enable interrupts when measurement complete
253         ADCSRA |= (1 << ADEN); //enable ADC
254         ADCSRA |= (1 << ADSC); //start ADC measurements
255
256         int u = 0;

```

```

257 while (!transmitir) { // Aguarda a leitura do sinal de audio
258     ++u;
259 }
260 ADCSRA = 0; // Desativa as interrupcoes do ADC
261
262 //Transfere os dados
263 for (int i = 0 ; i < matrix_points ; ++i) {
264     Serial.print(audio_freq);
265     Serial.print(" ");
266     Serial.println(AD_Audio[i]);
267 }
268 audio_freq = audio_freq + freq_interval;
269 delay(500);
270 }
271
272 }
273
274
275
276 void Read_ADC (void) { // Funcao para leitura do ADC
277
278     ADMUX |= (1 << REFS0); //set reference voltage
279     ADMUX |= (1 << ADLAR); //left align the ADC value- so we can read highest 8 bits from
        ADC register only
280
281     adc_data = 0; // Zera o contador de conversoes AD
282     transmitir = false;
283
284
285     ADCSRA |= (1 << ADPS2); //set ADC clock with 16 prescaler- 16MHz/16=1MHz
286     ADCSRA |= (1 << ADSC); //enable auto trigger
287     ADCSRA |= (1 << ADIF); //enable interrupts when measurement complete
288     ADCSRA |= (1 << ADEN); //enable ADC
289     ADCSRA |= (1 << ADSC); //start ADC measurements
290
291     int u = 0;
292     while (!transmitir) { // Aguarda a leitura do sinal de audio
293         ++u;
294     }
295
296     /****** Envia os Dados *****/
297
298     long ValEncoder_bk = ValEncoder;
299     ADCSRA = 0;
300     for (int i = 0 ; i < matrix_points ; ++i) {
301
302
303         Serial.print(adc_t);
304         Serial.print(" ");
305         Serial.print(ValEncoder);
306         Serial.print(" ");
307         Serial.print(ValEncoder_bk);
308         Serial.print(" ");
309         Serial.print(maxthermo.readThermocoupleTemperature());
310         Serial.print(" ");
311         Serial.println(AD_Audio[i]);
312
313     }
314     sei();
315
316
317 }
318
319
320 /****** Retorno dos sensores *****/
321
322 void retorna_sensores () { // Funcao para retornar sensores para a posicao inicial
        desejada, controle manual
323     digitalWrite(dirPin, LOW);
324     Serial.flush();

```



```

325     serialFlush();
326
327     while (Serial.read() != ' ') { // Aciona motor ate pressionar a barra de espa o
328         digitalWrite(stepPin, HIGH);
329         delay(1);
330         digitalWrite(stepPin, LOW);
331         delay(1);
332         Serial.println(ValEncoder);
333     }
334 }
335 }
336
337
338 void aciona_motor(int num_passos) { // Funcao que aciona o motor de passos para o
    experimento
339
340     ADCSRA |= (0 << ADIE); //enable interrupts when measurement complete
341     ADCSRA |= (0 << ADEN); //enable ADC
342     ADCSRA |= (0 << ADIFSC);
343
344     for (volatile int k = 0; k <= num_passos; k++) {
345
346         digitalWrite(stepPin, HIGH);
347         delay(1);
348         digitalWrite(stepPin, LOW);
349         delay(1);
350     }
351 }
352 }
353
354
355 void Inicia_experimento() { // Funcao que inicia experimento de varredura
356
357     exp_ini = true;
358     Serial.println("*****");
359     Serial.println("    Experimento Iniciado ");
360     Serial.println("*****");
361
362     liga_DDS(audio_freq);
363     delay(500);
364
365     for (d = 0; d < 600; ++d) {
366         aciona_motor(147);
367         delay(500);
368         transmitir = false;
369         adc_data = 0;
370         Read_ADC (); // Configura a Conversao AD, coleta e transfere os dados
371
372     }
373
374
375     delay(200);
376     Serial.println("#####");
377     Serial.println("    Experimento Concluido ");
378     Serial.println("#####");
379
380 }
381
382 void Set_frequency(){
383     /*
384     * Esta fun o recebe a frequencia desejada via serial e pode trabalhar em 2 modos
385     * F – Frequencia fixa
386     * R – Rampa de Frequencias (importante para determinar o valor da velocidade do som
387     *)
388     */
389
390     delay(200);
391     serialFlush(); // limpa o buffer de entrada
392     Serial.println("Escolha o metodo");
393     Serial.println("F – Frequencia fixa");

```

```

393     Serial.println("R – Rampa de Frequencias");
394
395     Serial.flush(); // espera ate que todos os caracteres no buffer de trasnmissao sejam
        enviados
396
397     x = false;
398     serialFlush();
399     while (x == false) {
400         x = Serial.available();
401         user_in = Serial.read();
402         // Serial.println(user_in);
403         delay(10);
404     }
405     delay(1000);
406     Serial.println(user_in);
407     switch (user_in) {
408
409         case 'R' :
410             Serial.println("DDS_freq_sweep ");
411             DDS_freq_sweep();
412             //desligar o DDS
413             break;
414
415         case 'F' :
416             Serial.print("digite a frequencia");
417             delay(1500);
418             serialFlush();
419             Serial.flush();
420             boolean u = Serial.available();
421             while( u == false){
422                 audio_freq = Serial.parseFloat();
423                 u = Serial.available();
424                 delay(10);
425             }
426
427             Serial.println(audio_freq);
428             liga_DDS(audio_freq);
429             u = true;
430             break;
431
432
433
434         default:
435             Serial.println("MODO DE FREQ INVALIDO");
436             delay(1000);
437             x = 0;
438             serialFlush();
439             // Se nenhum dos anteriores , faz o caso padrao default
440             // default e opcional
441         }
442
443
444
445
446
447     }
448 }
449
450
451 void loop() {
452     delay(200);
453     serialFlush(); // limpa o buffer de entrada
454     delay(200);
455     serialFlush();
456
457
458     if (exp_ini == false) {
459         serialFlush();
460         Serial.println("Escolha uma opcao abaixo");
461         Serial.println(" ");

```

```
462     Serial.println("1 —> Retornar Sensores");
463     Serial.println("2 —> Iniciar Experimento");
464     Serial.println("3 —> Ativar PID");
465     Serial.println("4 —> Ajustar Frequencia");
466     Serial.flush(); // espera ate que todos os caracteres no buffer de trasnmissao sejam
                     // enviados
467 }
468
469
470
471 x = Serial.available();
472
473
474 while (x == false) {
475     Serial.flush();
476     x = Serial.available();
477     user_in = Serial.read();
478 }
479
480 delay(1000);
481
482
483 switch (user_in) {
484
485     case '1' :
486         Serial.println("*****");
487         Serial.println("      Retorna Sensores      ");
488         Serial.println("*****");
489         retorna_sensores (); // seleciona o sentido de rota ao
490         break;
491
492     case '2' :
493         Set_frequency();
494         delay(300);
495         Inicia_experimento();
496
497         break;
498
499     case '3' :
500         Serial.println("*****");
501         Serial.println("      Ativar PID      ");
502         Serial.println("*****");
503         PID_Start();
504         break;
505
506     case '4' :
507         Serial.println("*****");
508         Serial.println("      Set Frequency      ");
509         Serial.println("*****");
510         Set_frequency();
511         break;
512
513     default:
514         Serial.println("OPCAO INVALIDA");
515         delay(2000);
516         x = 0;
517         serialFlush();
518         // Se nenhum dos anteriores, faz o caso padrao default
519         // default e opcional
520 }
521 }
```